

DOI: 10.11779/CJGE20240110

考虑细观颗粒破损的粒状材料弹塑性本构模型研究

王小婵¹, 兰恒星^{*1,2,3}, 刘世杰¹, 孙巍峰¹

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054; 2. 自然资源部生态地质与灾害防控重点实验室, 陕西 西安 710054;
3. 中国科学院地理科学与资源研究所资源与环境信息系统国家重点实验室, 北京 100101)

摘要: 建立考虑颗粒形状与破碎物理机制的粒状材料本构模型, 是土石坝工程力学稳定性计算的重要理论基础。研究讨论了不同形状的粒状材料内部颗粒破碎、转动和滑移等对变形的影响规律, 基于岩土损伤力学及热力学定义, 构建了考虑颗粒形状的颗粒破碎功及剪胀能数学表达式; 并结合颗粒破损率方程, 阐释了压缩过程颗粒破碎功、剪胀能和破损程度的演化规律, 定量揭示了粒状材料的细观破碎变形机制。最后, 将颗粒破碎功、剪胀能的定量计算方程引入D-C模型, 建立了一个考虑颗粒形状与细观破碎机制的粒状材料弹塑性本构模型, 并通过试验曲线与理论曲线的对比, 验证了该模型的合理性和可靠性。

关键词: 颗粒形状; 颗粒破碎; 颗粒破碎功; 破碎演化规律; 本构模型

中图分类号: TU411 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2025)06-1289-09

作者简介: 王小婵(1997—), 女, 博士研究生, 主要从事粒状材料及黄土的本构方面的研究工作。E-mail: uie_wang@163.com。

Elastoplastic constitutive model for granular materials considering meso-particle damage

WANG Xiaochan¹, LAN Hengxing^{1, 2, 3}, LIU Shijie¹, SUN Weifeng¹

(1. School of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China; 2. Key Laboratory of Ecological Geology and Disaster Prevention of Ministry of Natural Resources, Xi'an 710054, China; 3. State Key Laboratory of Resources and Environmental Information Systems, Institute of Geographic Sciences and Natural Resources Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China)

Abstract: Establishing a constitutive model for granular materials that accounts for particle shape and breakage mechanisms has been crucial for calculating the mechanical stability of earth-rock dam projects. Initially, through the triaxial compression tests, the effects of particle breakage, rotation and sliding on the deformation of granular materials with varying shapes are examined. The particle slip/rotation is dominant at low stress level, and the energy dissipation is small. With the increase of the stress level, the influences of particle breakage are more prominent. Subsequently, the mathematical expressions for the particle crushing energy and dilatancy energy that consider particle shape are developed based on the geotechnical damage mechanics and thermodynamics. By incorporating the particle breakage rate equation, the evolution laws of particle crushing energy, dilatancy energy, and breakage degree during compression are elucidated, quantitatively revealing the meso-particle breakage deformation mechanism. These mathematical relationships of meso-deformation mechanisms are integrated into the D-C model, then an elastoplastic constitutive model that considers both the particle shape and the meso-particle breakage mechanisms is derived. Finally, the validity and reliability of the proposed model are confirmed by comparing the experimental curves with the theoretical predictions.

Key words: particle shape; particle breakage; particle crushing energy; crushing evolution law; constitutive model

0 引言

在水利水电工程建设中, 堆石料为土石坝工程常用的筑坝材料之一, 其强度高、变形小、易密实、透水性强、可破碎, 也是路基、海岸护坡、挡土墙等工程的施工中常用的粒状材料。

现有研究主要通过室内试验对密实度^[1]、颗粒尺

基金项目: 国家重大科研仪器研制项目(41927806); 国家自然科学基金重大专项项目(42041006); 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金项目(300102262901, 300102264902); 长安大学研究生科研创新实践项目(300103724017)

收稿日期: 2024-02-02

*通信作者 (E-mail: lanhx@igsnrr.ac.cn)

寸^[2]、颗粒级配^[3]影响下, 粒状材料的变形特性进行了研究, 关于颗粒形状、颗粒排列方式对粒状材料变形影响的研究, 多基于数字图像处理技术 (DIP)、离散元 (DEM) 等数值计算方法^[4-7]完成。研究发现, 颗粒形状对粒状材料的变形和颗粒破碎影响显著。颗粒形状影响着粒状材料内部颗粒的排列方式、粒间接触方式及接触面形态。为研究颗粒形状对堆石料变形响应影响的规律, 研究者们进行了大量的离散元数值计算及物理试验。Nie 等^[8]引入二维颗粒形状参数, 结合 DEM, 分析了颗粒形状对粒状材料的变形影响, 其中, 磨圆度、粗糙度, 角度指数 (AI) 和表面纹理指数 (ST) 等颗粒形状量化参数多为二维参数, 不适用于室内试验, 因此目前大都使用陶瓷珠、人工制备球体材料等球体材料, 或结合 3D 扫描确定颗粒形状等手段, 展开室内试验, 研究颗粒形状对土石坝材料变形的影响^[9-12]。试验中, 伴随着粒状材料的受压破坏, 均会产生一定程度上的颗粒破碎, 如王帅等^[10]利用人工制备球体材料开展三轴压缩试验, 发现颗粒破碎伴随着试验的破坏产生, 且颗粒破损能率与围压相关。

高压下堆石料内部颗粒发生局部破碎, 导致结构重排列、粒间接触方式改变, 是土石坝大变形的内在机制之一^[12]。石修松等^[13]、王帅等^[10]基于试验对可破碎粒状材料受压变形过程中颗粒破碎情况进行了量化分析, 给出了未发生颗粒破碎的试样及发生颗粒破碎的试样的分型模型。Guo 等^[14]结合三轴压缩试验, 基于破碎能对三轴剪切过程中级配演化和颗粒破碎进行了表征。为对粒状材料变形过程中, 颗粒破碎的耗能情况进行量化表征, 学者们以三轴剪切试验为基础, 对颗粒材料的颗粒破碎机制、演化规律、耗能情况以及临界状态情况进行了研究^[15-17], 基于摩擦系数折减法, 完成了堆石料颗粒破碎与破碎能 (E_b) 相关的反算^[14]。

学者们基于堆石材料的变形特性, 提出了一系列本构模型, 如刘恩龙等^[18]提出的堆石料残余形变计算模型, 邵晓泉等^[19]以 D-C 模型为基础, 建立考虑粒径大小的可破碎粒状材料本构模型, 更有学者基于试验结果, 提出了考虑颗粒破碎的半理论半经验模型^[20-21]。目前现有的本构模型大都考虑了颗粒级配^[1]、颗粒破碎^[15-17]、颗粒尺寸^[19]等因素对堆石料变形情况的影响, 但鲜少考虑粒状材料受压变形过程中颗粒形状对颗粒破碎的影响, 也鲜少将细观颗粒破碎的演化情况应用于不同颗粒形状粒状材料的变形计算。

本文旨在分析试验过程中^[22]不同颗粒形状粒状材料的颗粒破碎演化规律, 给出粒状材料变形过程中的颗粒破碎功演化方程; 并将其引入变形计算, 建立

考虑颗粒形状和颗粒破碎的弹塑性本构模型, 并结合试验验证其适用性。

1 颗粒破碎对变形机制的影响

研究发现, 颗粒形状对粒状材料的变形和颗粒破碎影响显著。颗粒形状影响着粒状材料内部颗粒的排列方式、粒间接触方式及接触面。

为对试验中粒状材料的颗粒形状进行量化, 笔者基于二维颗粒形状量化参数——长细比 AR ^[23], 提出了一种三维颗粒形状量化试验参数——球形模数 G_M (globosity modulus)^[22], 采用平均球形模数 $\overline{G_M}$ 对粒状材料三轴试样的颗粒形状进行定义, 如式 (1)。在此基础上, 以相对密实度 $D_r=0.91$ 为标准, 通过将粒状颗粒和片状颗粒材料以不同比例混合, 制备出 5 种不同颗粒形状的粒状材料试样 (如图 1), 进行常规三轴压缩试验 (围压设置为 200, 300, 400, 500, 600 kPa), 具体试验步骤见文献[22]。

$$\overline{G_M} = \frac{1}{nm_0} \sum_{i=1}^n m_i \quad (1)$$

试验中, 笔者发现粒状材料在进行三轴压缩试验时, 伴随着明显的颗粒破碎产生 (如图 2 (a)), 王帅等^[10]人工制备的直径 20 mm 水泥土球形颗粒作为易破碎粒状材料, 利用该材料进行固结排水条件下的三轴压缩试验, 试验过程中, 亦发现存在大量的颗粒破碎, 如图 2 (b)。

试验发现不同颗粒形状粒状材料的应力应变关系呈双曲线形式 (如图 10), 故选用土石坝工程中广泛应用的 Duncan Chang 模型对其变形特性进行计算。D-C 模型是一种非线性弹性模型, 如式 (2), 适用于正常固结及超固结黏土以及砂石料等应变硬化型材料。对比试验及计算结果, 发现采用该模型对可破碎的粒状材料变形进行计算时^[22], 存在着一定的误差 (如图 10)。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (2)$$

根据 Ueng 等^[24]、Salim 等^[25]、Nakata 等^[26]、Indraratna 等^[27]、Wan 等^[14]研究可知, 颗粒的转动滑移, 磨损破碎过程是一种能量耗散行为, 其伴随着剪胀能和颗粒破碎功的耗散, 如图 3。因此, 可破碎粒状材料的内在变形机制是由颗粒的转动、滑移, 颗粒磨损、破碎等行为共同控制的。

而 D-C 模型在计算过程中, 并未对粒状材料的剪胀性和颗粒破碎情况进行考虑, 这也能解释图 10 中, D-C 模型计算结果精度不佳的现象。低应力水平下, 可破碎粒状材料的变形以颗粒之间的转动、滑移为主^[18],

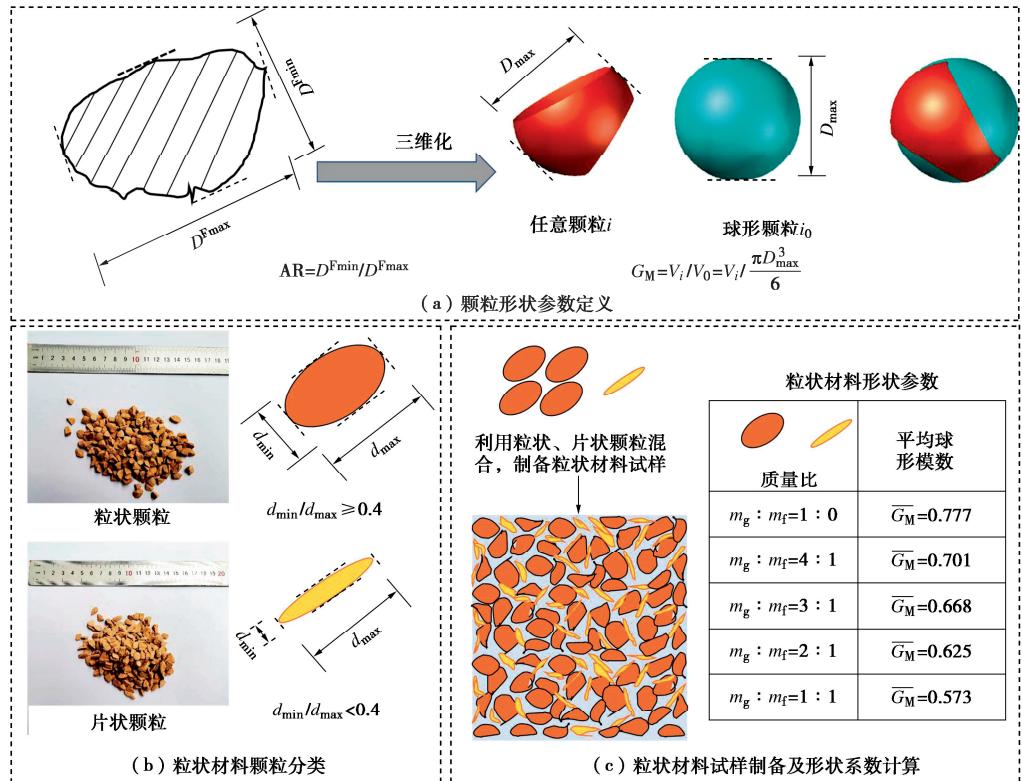
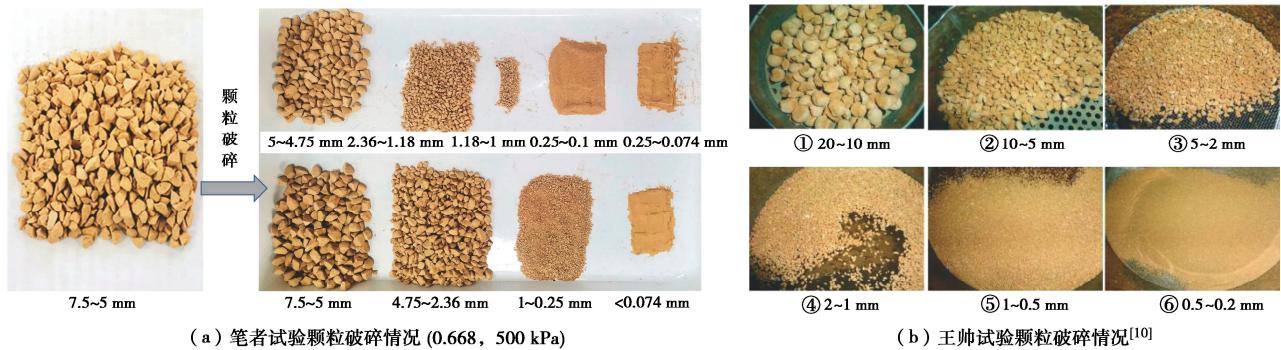
图1 不同平均球形模数 \bar{G}_M 粒状材料Fig. 1 Granular materials with different average values of spherical modulus \bar{G}_M 

图2 粒状材料颗粒破碎情况示意

Fig. 2 Schematic diagram of particle breakage of granular materials

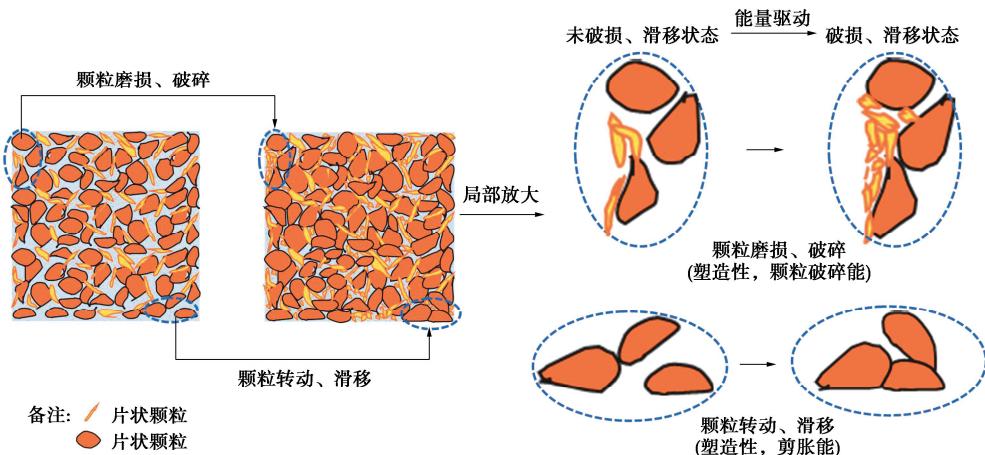


图3 颗粒磨损、破碎与颗粒转动、滑移机制分析示意图

Fig. 3 Schematic diagram of particle wear, breakage and particle rotation and slip mechanism analysis

且该阶段转动滑移产生的能量耗散较小, 因此 D-C 模型能够较好地对其应力应变特性进行预测, 如图 10(a); 而随着应力水平的增大, 颗粒破碎对可破碎粒状材料变形和破坏机制影响复杂^[26-27], 会对其变形特性和强度特征^[22]产生影响, 故随着围压 σ_3 增长, D-C 模型无法满足粒状材料变形的计算需求。

综上所述, 需建立考虑剪胀和细观颗粒破损行为的弹塑性本构模型, 以更加符合可破碎粒状材料的内在变形机制。

2 粒状材料颗粒破碎演化规律分析

2.1 颗粒破碎与颗粒破碎功

由前人研究可知^[14-17], 可破碎粒状材料的颗粒破碎受到颗粒形状的影响, 同时第 2 节提到的试验结果^[22]也证明了这一观点, 以试验结果为基础, 建立相对颗粒破损能率 B_r 与 $\overline{G_M}$ 、 σ_3 关系如式 (3), 通过该计算模型可对已知平均球形模数 $\overline{G_M}$ 的粒状材料在某一围压下发生破坏时颗粒的破碎情况进行计算。

$$B_r = \left[r_1 \cdot r_2 \left(\frac{\sigma_3}{p_a} - 3.45 \right) + r_3 \right] \cdot \exp\left(\overline{G_M}^{r_4}\right) \quad (3)$$

式中: $p_a = 101.4 \text{ kPa}$, 为标准大气压强; r_1 , r_2 , r_3 , r_4 均为材料参数, 可取为: $r_1 = 0.90$, $r_2 = 0.04$, $r_3 = 0.13$, $r_4 = -0.52$ 。

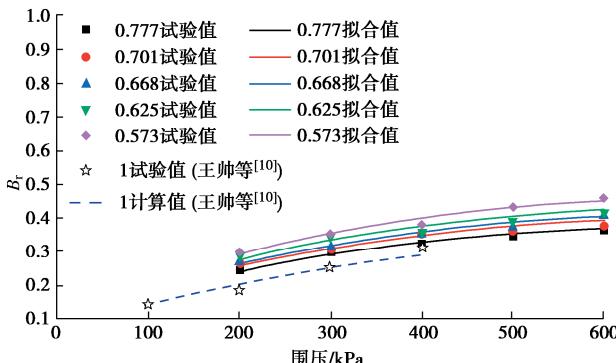


图 4 粒状材料相对颗粒破损能率 B_r 计算结果

Fig. 4 Calculated results of B_r of granular materials

利用式 (3) 对不同围压各个颗粒形状粒状材料在发生破坏时的相对颗粒破损能率进行计算, 计算结果如图 4, 该计算模型计算结果与试验结果吻合度较好。王帅等^[10]试验采用直径 20 mm 的水泥球颗粒作为易破碎粒状材料, 由式 (1) 可计算得文中试样的颗粒形状参数——平均球形模数为 1, 该水泥球颗粒的试样配比与本研究相近, 故选择相同材料参数, 通过式 (3) 可计算得 $\overline{G_M} = 1$ 条件下, 可破碎粒状材料的相对颗粒破损能率 B_r , 其计算值与试验值对比情况见图 4。由图 4 可见, 本研究提出的计算模型能有效的对不同围压

和颗粒形状情况下, 可对粒状材料的颗粒破碎情况进行预估计算。

Ueng 等^[24]、Salim 等^[25]、Guo 等^[14]对 Rowe 定律 (1962) 进行了修正, 给出了能量关系式如下所示^[19]:

$$qd\epsilon_s + pd\epsilon_v = Mp d\epsilon_s + \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v + dE_b \quad (4)$$

式中: $qd\epsilon_s + pd\epsilon_v$ 为总输入能增量; $Mp d\epsilon_s$ 为摩擦能增量; $\frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v$ 为剪胀能增量; $dE_b = \frac{(3-Mc)(6+4Mc)}{3(6+Mc)} dE_B$ 为颗粒破碎能增量; M 为临界应力比。

由于颗粒破碎所损耗的能量能在试验中难以直接测量, 因此可以根据式 (4) 反算颗粒破碎能。Ueng 等^[24]以及 Salim 等^[25]提出的计算式所反算的颗粒破碎能增量 dE_b 有可能为负值, 故导致颗粒破碎能 E_b 呈现递减现象, 而从物理意义上讲, 颗粒破损是不可逆的。因此颗粒破碎能 E_b 不可能随着破碎量的增加而减小, 其计算式中常数 M 选择存在争议。Guo 等^[14]根据该现象, 对式 (4) 中的 M 进行了修正, 如下所示:

$$M_c = M [1 - \exp(-\beta\epsilon_s)] \quad (5)$$

式中: β 为材料参数, $\beta = 4.6/\epsilon_{sc}$, ϵ_{sc} 为土体达到临界状态时的剪应变。

因此, 颗粒破碎功 E_b , 如下所示:

$$E_b = \int qd\epsilon_s + pd\epsilon_v - M_c pd\epsilon_s - \int \frac{2q-3p}{9} M_c d\epsilon_v \quad (6)$$

通过式 (6), 可对试验中^[22]不同颗粒形状粒状材料在发生变形和颗粒破碎时, 所需要的总输入能 $\int qd\epsilon_s + pd\epsilon_v$ 进行计算。同时, 前文中提到, Duncan-Chang 模型在计算中, 未考虑到岩土类材料的剪胀性和压硬性, 也未对可破碎粒状材料在发生变形过程中的颗粒磨损和破碎进行考虑, 因此, 在总输入能计算中, 忽略掉了剪胀能和颗粒破碎产生的颗粒破碎功 E_b 。由式 (6) 可知, Duncan-Chang 模型计算中, 忽略掉的剪胀能 $\frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v$ 与颗粒破碎功 E_b 之和可由下式计算得出

$$E_b + \int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v = \int (qd\epsilon_s + pd\epsilon_v) - \int (q_0 d\epsilon_s + p_0 d\epsilon_v) \quad (7)$$

式中: $\int qd\epsilon_s + pd\epsilon_v$, $\int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v$ 分别为通过试验的到的应力应变关系所计算的总输入能和剪胀能, $\int q_0 d\epsilon_s + p_0 d\epsilon_v$ 为通过 Duncan-Chang 模型计算的应力应变关系所计算的总输入能。故而可通过式 (8), 对可破碎粒状材料变形过程中的颗粒破碎功 E_b 进行

计算。

$$E_b = \int q d\epsilon_s + p d\epsilon_v - \int q_0 d\epsilon_s + p_0 d\epsilon_v - \int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v \quad (8)$$

由不同颗粒形状可破碎粒状材料的三轴试验^[22]可知, 可破碎粒状材料的颗粒形状与 M 存在一定的相关性。颗粒为球形时, 其颗粒形状系数 \bar{G}_M 为 1, 任意形状的颗粒材料, 可视为有损伤的粒状材料, 定义损伤参数 D 为 $1 - \bar{G}_M$, 如图 5。则可破碎粒状材料的颗粒形状参数与 M 关系为

$$M = \alpha \exp \left[-(1 - \bar{G}_M)^2 \right] \quad (9)$$

式中: α 为试验参数, 本次计算中取值为 1.43。



图 5 损伤参数示意图

Fig. 5 Diagram of damage parameter

图 6 中, 结合试验结果绘制了颗粒破碎功 E_b 与颗粒破损能率 B_r 散点图, 由此可建立颗粒破碎功 E_b 与颗粒破损能率 B_r 关系式如式 (10), 式中, h_1 , h_2 为试验参数, 本中可分别取为 0.69, -8.81。当颗粒破损能率 B_r 为 0 时, 颗粒破碎功 E_b 为 0, 当 B_r 非 0 即颗粒发生了破碎时, 颗粒破碎功可采用式 (10) 进行计算。根据前文可知, 可破碎粒状材料的颗粒破碎与颗粒形状和围压相关, 结合式 (3), 可得颗粒破碎功 E_b 与围压、颗粒形状相关计算式如式 (12), 绘制计算曲线如图 8 (a)。

$$E_b = h_1 \cdot \exp(1 - h_2 B_r) \quad (10)$$

剪胀能 $\int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v$ 随围压变化情况如图 7 所示, 可知颗粒粒径大小及级配一定条件下, 剪胀能与颗粒形状相关性较小, 主要与围压相关, 呈线性关系, 建立剪胀能与围压关系式如式 (11), 式中, C_1 , C_2 为试验参数, 可通过常规三轴应力条件下应力应变曲线计算得到的剪胀能与围压关系拟合获得

$$\int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v = C_1 * \sigma_3 + C_2 \quad (11)$$

2.2 颗粒破碎演化过程

分析可知, 式 (10) 计算得出的颗粒破碎功 E_b , 是在可破碎粒状材料试样轴向变形达到 20% 时, 整个过程中所输入的颗粒破碎功, 是一个最终值。在粒状材料受压变形过程中, 伴随着粒状材料的变形, 颗粒

的破碎也在演化和发展。

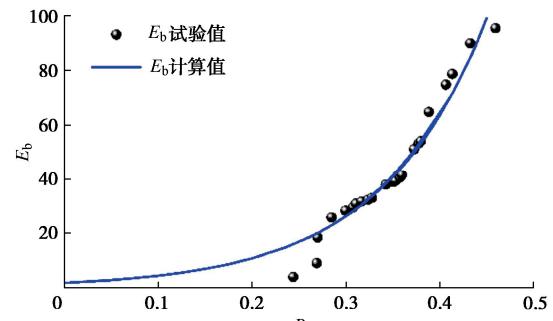


图 6 E_b 计算结果图

Fig. 6 Calculated results of E_b

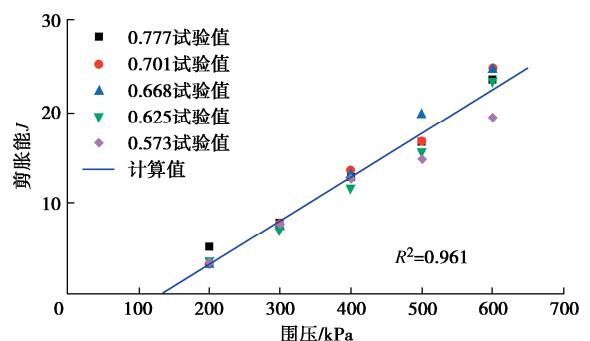


图 7 剪胀能计算曲线

Fig. 7 Curve of dilatancy energy

结合试验结果^[22]进行分析, 对颗粒破碎功 E_b 随轴向应变发展变化情况进行计算, 图 8 为平均球形模数 \bar{G}_M 为 0.668 时, 不同围压 σ_3 条件下, 颗粒破碎功 E_b 和剪胀能随轴向应变的变化情况。由图 8 可知, 粒状材料在受压发生形变的过程中, 伴随着颗粒破碎的积累和剪胀能的增加。随着轴向应变的增加, 颗粒破碎功 E_b 呈线性增长, 剪胀功呈非线性增长, 且其增长速度逐渐减小, 直至趋近于 0。综上, 分别建立颗粒破碎功 E_b 与剪胀能随轴向应变变化的计算关系式。

定义颗粒破碎功 E_b 随轴向应变变化情况计算式如式 (12), 式中, e_1 , e_2 均为试验参数。利用式 (12) 可计算得不同颗粒形状的粒状材料试验在不同围压条件下, 随着轴向应变的增长, 其颗粒破碎功的变化情况, 以平均球形模数 \bar{G}_M 为 0.668 的粒状材料试样为例, 绘制颗粒破碎功 E_b 随轴向应变增长曲线如图 8 (a), 可知式 (12) 能够较好的对粒状材料变形过程中, 颗粒破碎的情况进行预测。

$$E_b = \left[e_1 (1 - \bar{G}_M) + e_2 \right] \cdot \frac{\sigma_3}{p_a} \cdot 100 \epsilon_1 \quad (12)$$

$$\int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v = J_1 \cdot [1 - \exp(J_2 - 1) 100 \epsilon_v] \quad (13)$$

定义剪胀能 $\int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v$ 随体积应变变化情况

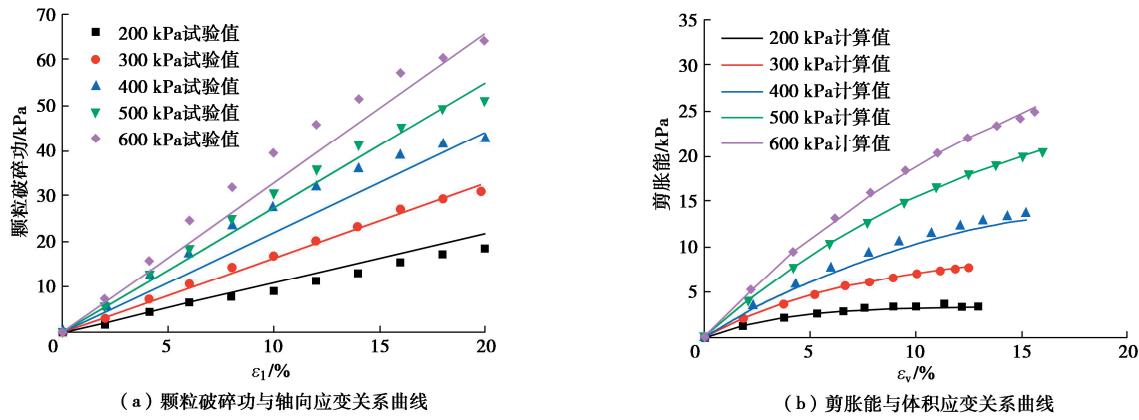


Fig. 8 Relationship curves of particle crushing work and dilatancy energy with deformation ($\overline{G}_M = 0.668$)

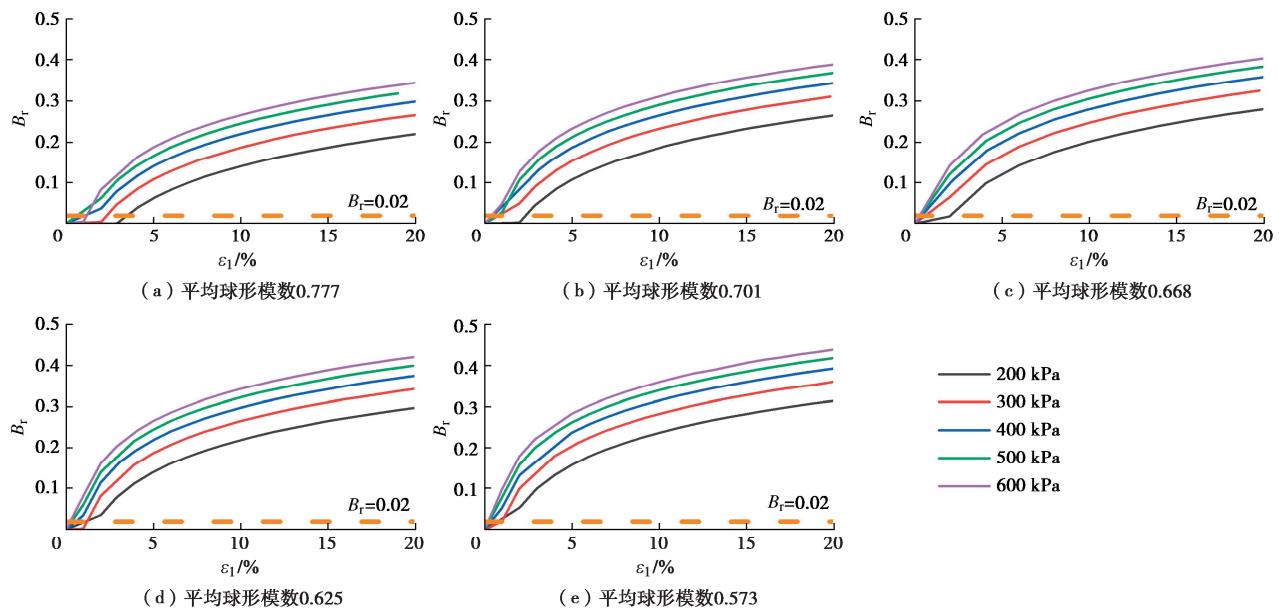


Fig. 9 Evolution curves of particle breakage rate B_r

计算式如式 (13), 式中, $J_1 = j_{11} \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right) + j_{12}$, $J_2 = 1 - \exp \left[-j_{21} \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right) \right]$, 其中, j_{11} , j_{12} , j_{21} , 均为试验常数。由式 (13) 可知, 随着体积应变的增长, 剪胀能逐渐增大, 且由前序内容可知, 其只与围压条件相关, 与 2.1 节中剪胀能与颗粒形状相关性较小, 主要与围压相关的讨论一致。以 \overline{G}_M 为 0.668 的粒状材料试样为例, 绘制颗粒破碎功 E_b 随轴向应变增长曲线如图 8 (b), 可知式 (15) 能够较好的对粒状材料变形过程中, 剪胀能的变化情况进行预测。

结合式 (3), 可计算得粒状材料变形过程中, 颗粒破损能率随 ε_1 的演化规律如图 9, 随着 ε_1 增长, B_r 呈现持续增长的趋势。 ε_1 小于 2% 时, B_r 增长率较低, 随着 ε_1 持续增长, B_r 的增长速率呈现先增大后减小的规律。假定当 $B_r < 0.02$ 时, 颗粒破碎较小, 可忽略不

计, 则在粒状材料发生变形初期, 可视为无颗粒破碎的产生, 这是由于在该阶段, 粒状材料在压力作用下主要发生颗粒转动、滑移, 颗粒结构进行重分布, 而颗粒磨损和破碎量较少, 因此该阶段的 B_r 较小; 随着 \overline{G}_M 的减小及围压的增大, 该阶段占总体 ε_1 比例越大, 如 200 kPa, $\overline{G}_M = 0.777$ 时, 该阶段持续到 $\varepsilon_1 = 3\%$, 约占总变形量的 15%, $\overline{G}_M = 0.573$ 时, 该阶段持续到 $\varepsilon_1 = 0.5\%$, 约占总变形量的 2.5%, 这是由于 \overline{G}_M 越大, 颗粒对应的损伤参数 D 越小, 越接近无损球体, 更易发生转动滑移, 且单个颗粒的自身强度较高, 不易发生颗粒破碎。

3 考虑细观颗粒破碎的本构模型

3.1 本构模型建立

由前文中讨论可知, Duncan-Chang 模型计算中, 忽略了剪胀能与颗粒破碎功。基于此, 对 Duncan-Chang 模型进行修正, 建立了考虑粒状材料颗粒破碎

表 1 D-C 模型参数
Table 1 Parameters of D-C model

C	φ	K_f	n	R_f	G	F	d
$-1.46 \cdot \overline{G_M} + 6.08$	$-127.50 \cdot \overline{G_M} + 123.40$	78.59~ 113.72	0.61~ 0.68	0.51~ 0.61	$0.53 \cdot \overline{G_M} - 0.30$	$-0.96 \cdot \overline{G_M} + 0.59$	5.97~6.29

及剪胀耗能的本构模型。该模型能够反映在颗粒形状和围压条件下, 粒状材料的变形问题。

对式(8)进行调整, 可得修正 D-C 模型与 Duncan-Chang 模型的能量关系:

$$\int q_c d\epsilon_s + p_c d\epsilon_v = \int q_0 d\epsilon_s + p_0 d\epsilon_v + E_b + \int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v \quad (14)$$

式中: $\int q_c d\epsilon_s + p_c d\epsilon_v$ 为采用修正 D-C 模型所计算的总输入能, 这些能量等于储存在粒状材料中可恢复的弹性能 W^e 和不可恢复的塑性能 W^p 之和:

$$W = \int q_c d\epsilon_s + p_c d\epsilon_v = W^e + W^p \quad (15)$$

易知 Duncan-Chang 模型为非线性弹性模型, 故可得

$$W^e = \int q_0 d\epsilon_s^e + p_0 d\epsilon_v^e \quad (16)$$

$$W^p = E_b + \int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v^p \quad (17)$$

在此引用修正剑桥模型的假定, 即认为塑性能等于 $\int p[(d\epsilon_v^p)^2 + (Md\epsilon_s^p)^2]^{\frac{1}{2}}$, 可得

$$E_b + \int \frac{2q-3p}{9} M d\epsilon_v^p = \int p[(d\epsilon_v^p)^2 + (Md\epsilon_s^p)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

结合式 (12) ~ (18), 可建立了考虑颗粒形状及颗粒破碎情况的可破碎粒状材料弹塑性本构模型。在常规三轴压缩应力条件下, 其表达式为

$$\begin{pmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1^e & C_2^e \\ C_2^e & C_1^e \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{pmatrix} +$$

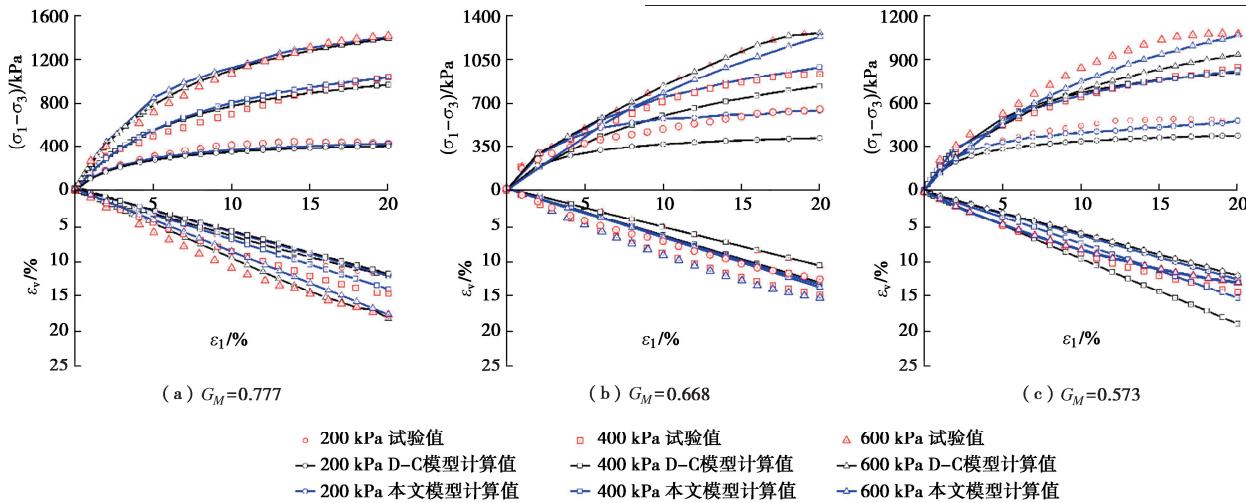


图 10 不同颗粒形状粒状材料三轴压缩试验、本文模型与 D-C 模型理论曲线对比

Fig. 10 Triaxial compression test results of granular materials with different particle shapes and comparison of theoretical curves between proposed model and D-C model

$$p \sqrt{\left(\frac{(E_b - E_{b0})}{\left(\frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \right)^2} \right)} \begin{pmatrix} \frac{2\eta + M^2 - \eta^2}{2\eta} \\ \frac{M^2 - \eta^2 - \eta}{2\eta} p \end{pmatrix} \quad (19)$$

式中: $C_1^e = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ 和 $C_2^e = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; E ,

ν 分别为弹性部分的弹性模量和泊松比, 可根据 D-C 模型进行确定; E_{b0} 为初始状态下的颗粒破碎功, 见下式:

$$E_{b0} = [e_1(1 - \overline{G_M}) + e_2] \cdot \frac{\sigma_3}{p_a} \cdot 100 \epsilon_1 \quad (20)$$

3.2 模型验证

为对本研究提出的考虑粒状材料的颗粒形状和细观颗粒破损的弹塑性本构模型合理性进行说明, 选用不同围压及颗粒形状下的粒状材料三轴剪切试验结果^[22], 确定模型参数, 将试验结果、理论曲线、和 D-C 模型曲线进行对比分析。

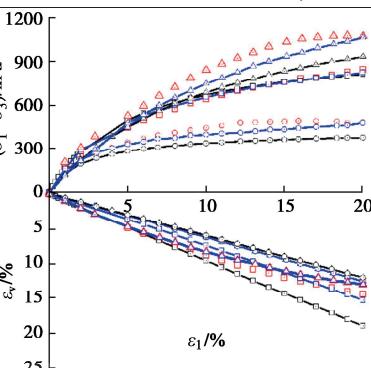
(1) 模型参数

前文中所涉及模型参数, 均可通过不同围压、不同颗粒形状粒状材料试样的三轴压缩试验获得。

可得到 D-C 模型试验参数, E_b , 剪胀能参数分别见表 1, 2。

表 2 E_b , 剪胀能参数
Table 2 Parameters of E_b and dilatancy energy

e_1	e_2	J_1	J_2
2.01	-0.14	$J_1 = 9.32 \cdot \frac{\sigma_3}{p_a} - 16.56$	$J_2 = 1 - \exp\left(-0.68 \cdot \frac{\sigma_3}{p_a}\right)$



(2) 计算结果对比

根据模型和能量参数, 结合 3.1 章节中的弹塑性本构模型, 可计算获得理论曲线, 并将其与试验数据、D-C 模型计算理论曲线见图 10。

由图 10 可知, 研究提出的考虑颗粒形状及细观颗粒破损的弹塑性本构模型, 能够考虑粒状材料变形过程中颗粒破碎及剪胀的耗能情况, 同时较 D-C 模型, 模拟精度更高。由此, 说明了该模型的合理性和模拟精度优势。

4 结 论

基于岩土损伤力学原理, 热力学原理及 Duncan Chang 理论, 建立了考虑颗粒形状及细观颗粒破损的粒状材料弹塑性本构模型, 并通过试验验证了该模型的合理性和可靠性。

(1) 基于热力学原理及岩土损伤力学原理, 建立了考虑颗粒形状的剪胀能及颗粒破碎功演化方程, 进一步对细观颗粒破碎演化规律进行了探讨。

(2) 结合 D-C 模型, 引入考虑颗粒形状的颗粒破碎功和剪胀能数学表达式, 建立了一个考虑颗粒形状/细观颗粒破碎机制的弹塑性本构模型。

(3) 通过不同颗粒形状粒状材料试样的三轴压缩试验, 对模型计算参数进行了确定, 对比了试验结果、D-C 模型及本研究建立的弹塑性本构模型计算结果, 该弹塑性本构模型能够更好的对可破碎粒状材料的变形进行预测。

参考文献:

- [1] CHANG W J, PHANTACHANG T. Effects of gravel content on shear resistance of gravelly soils[J]. *Engineering Geology*, 2016, **207**: 78-90.
- [2] JIANG Y, WANG G H, KAMAI T, et al. Effect of particle size and shear speed on frictional instability in sheared granular materials during large shear displacement[J]. *Engineering Geology*, 2016, **210**: 93-102.
- [3] KIM D, HA S. Effects of particle size on the shear behavior of coarse grained soils reinforced with geogrid[J]. *Materials*, 2014, **7**(2): 963-979.
- [4] WANG P, YIN Z Y, WANG Z Y. Micromechanical investigation of particle-size effect of granular materials in biaxial test with the role of particle breakage[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2022, **148**(1): 04021133.
- [5] ZHOU L L, CHU X H, XU Y J. DEM investigation on characteristics of rolling resistance for modelling particle shape[J]. *EPJ Web of Conferences*, 2017, **140**: 05005.
- [6] ZHANG X L, WANG X L, CHEN S L, et al. Biaxial compression test and application considering interparticle rolling resistance and particle shape effects[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, **139**: 106394.
- [7] CHO G C, DODDS J, SANTAMARINA J C. Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2006, **132**(5): 591-602.
- [8] NIE Z H, FANG C F, GONG J, et al. Exploring the effect of particle shape caused by erosion on the shear behaviour of granular materials via the DEM[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2020, **202**: 1-11.
- [9] POLANÍA O, CABRERA M, RENOUF M, et al. Grain size distribution does not affect the residual shear strength of granular materials: an experimental proof[J]. *Physical Review E*, 2023, **107**(5): L052901.
- [10] 王 帅, 郑 彬, 覃燕林, 等. 人工制备易破碎颗粒材料的力学特性[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2020, **52**(6): 881-888. (WANG Shuai, ZHI Bin, QIN Yanlin, et al. Mechanical properties of artificially prepared crushing granular materials[J]. *Journal of Xi'an University of Architecture & Technology (Natural Science Edition)*, 2020, **52**(6): 881-888. (in Chinese))
- [11] 孙壮壮, 马 刚, 周 伟, 等. 颗粒形状对堆石颗粒破碎强度尺寸效应的影响[J]. 岩土力学, 2021, **42**(2): 430-438. (SUN Zhuangzhuang, MA Gang, ZHOU Wei, et al. Influence of particle shape on size effect of crushing strength of rockfill particles[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2021, **42**(2): 430-438. (in Chinese))
- [12] 米占宽, 李国英, 陈铁林. 考虑颗粒破碎的堆石体本构模型 [J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(12): 1865-1869. (MI Zhankuan, LI Guoying, CHEN Tielin. Constitutive model for rockfill material considering grain crushing[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, **29**(12): 1865-1869. (in Chinese))
- [13] 石修松, 程展林. 堆石料颗粒破碎的分形特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(增刊 2): 3852-3857. (SHI Xiusong, CHENG Zhanlin. Fractal behavior in crushing of rockfill material[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, **29**(S2): 3852-3857. (in Chinese))
- [14] GUO W L, CHEN G. Particle breakage and gradation evolution of rockfill materials during triaxial shearing based on the breakage energy[J]. *Acta Geotechnica*, 2022, **17**(11): 5351-5358.

- [15] 武颖利, 皇甫泽华, 郭万里, 等. 考虑颗粒破碎影响的粗粒土临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(增刊2): 25-28. (WU Yingli, HUANGFU Zehua, GUO Wanli, et al. Influences of particle breakage on critical state of coarse-grained soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(S2): 25-28. (in Chinese))
- [16] 王刚, 杨俊杰, 王兆南. 钙质砂临界状态随颗粒破碎演化规律分析[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(8): 1511-1517. (WANG Gang, YANG Junjie, WANG Zhaonan. Evolution of critical state of calcareous sand during particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(8): 1511-1517. (in Chinese))
- [17] 郭万里, 蔡正银, 武颖利, 等. 粗粒土的颗粒破碎耗能及剪胀方程研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(12): 4703-4710. (GUO Wanli, CAI Zhengyin, WU Yingli, et al. Study on the particle breakage energy and dilatancy of coarse-grained soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(12): 4703-4710. (in Chinese))
- [18] 刘恩龙, 陈生水, 李国英, 等. 堆石料的临界状态与考虑颗粒破碎的本构模型[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊2): 148-154. (LIU Enlong, CHEN Shengshui, LI Guoying, et al. Critical state of rockfill materials and a constitutive model considering grain crushing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(S2): 148-154. (in Chinese))
- [19] 邵晓泉, 迟世春. 堆石料变形参数的粒径尺寸相关性研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(9): 1715-1722. (SHAO Xiaoquan, CHI Shichun. Particle size correlation of deformation parameters for rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(9): 1715-1722. (in Chinese))
- [20] 张凌凯, 王睿, 张建民, 等. 考虑颗粒破碎效应的堆石料静动力本构模型[J]. 岩土力学, 2019, 40(7): 2547-2554, 2562. (ZHANG Lingkai, WANG Rui, ZHANG Jianmin, et al. A static and dynamic constitutive model of rockfill material considering particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(7): 2547-2554, 2562. (in Chinese))
- [21] 张凌凯, 王睿, 张建民, 等. 不同应力路径下堆石料的动力变形特性试验研究[J]. 工程力学, 2019, 36(3): 114-120, 130. (ZHANG Lingkai, WANG Rui, ZHANG Jianmin, et al. Experimental study on dynamic deformation characteristics of rockfill materials under different stress paths[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(3): 114-120, 130. (in Chinese))
- [22] 郑彬, 王小婵, 刘恩龙. 颗粒形状对粒状材料破碎演化规律及强度准则影响[J]. 岩土力学, 2023, 44(3): 649-662, 833. (ZHI Bin, WANG Xiaochan, LIU Enlong. Influence of particle shape on the particle crushing law and strength criterion for granular materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, 44(3): 649-662, 833. (in Chinese))
- [23] TIAN J Q, LIU E L. Effect of particle shape on micro- and mesostructure evolution of granular assemblies under biaxial loading conditions[J]. Comptes Rendus Mécanique, 2018, 346(12): 1233-1252.
- [24] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. Géotechnique, 2000, 50(1): 65-72.
- [25] SALIM W, INDRARATNA B. A new elastoplastic constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, 41(4): 657-671.
- [26] NAKATA A F L, HYDE M, HYODO H, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test[J]. Géotechnique, 1999, 49(5): 567-583.
- [27] COOP M R, SORENSEN K K, FREITAS T B, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2004, 54(3): 157-163.