

DOI: 10.11779/CJGE20240046

离心超重力下物质运动试验及降雨模拟分析

凌道盛^{1,2}, 施昌宇¹, 郑建靖^{*2}, 闫子壮², 赵天浩¹, 赵 宇^{1,2}

(1. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学超重力研究中心, 浙江 杭州 310058)

摘要: 离心机是岩土工程学科开展缩尺模型试验的主要装置, 被广泛应用于降雨、滑坡等工程问题。开展了一系列无约束小球运动离心试验, 基于双目立体视觉原理还原小球轨迹并验证了离心超重力下质点运动的控制方程。在此基础上对离心降雨模拟进行数值分析并提出4项降雨均匀性指标。分析表明, 质量变化与非惯性系耦合作用会使得物体受到一项额外的作用力。离心超重力下the Green Mist喷嘴模拟的降雨的空间和统计分布特征会在空气阻力和非惯性系作用下发生显著改变。降雨均匀性指标对于确定喷嘴阵列布置具有指导意义, 以研究工况为例, 2×2 的the Green Mist喷嘴阵列沿边坡长度和宽度方向的喷嘴覆盖面积重叠率的推荐值分别为60.47%, 55.36%。

关键词: 非惯性系效应; 离心机; 降雨模拟; 均匀性

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)06-1132-10

作者简介: 凌道盛(1968—), 男, 教授, 主要从事土动力学、计算土力学方面的研究工作。E-mail: dsling@zju.edu.cn。

Tests on object motion in centrifugal hypergravity field and analysis of rainfall simulation

LING Daosheng^{1,2}, SHI Changyu¹, ZHENG Jianjing², YAN Zizhuang², ZHAO Tianhao¹, ZHAO Yu^{1,2}

(1. Institute of Geotechnical Engineering, College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Center for Hypergravity Experimental and Interdisciplinary Research, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: Centrifuges are the main devices to conduct scaled model tests in the geotechnical engineering discipline, which are widely used in engineering problems such as rainfall and landslides. In this study, a series of centrifugal tests on the motion of unconstrained spheres are carried out. The trajectories of the spheres are reconstructed based on the binocular stereo vision to verify the equations for particle motion in centrifugal hypergravity proposed by Ling et al. On this basis, the numerical analysis is conducted on centrifugal rainfall simulation, and four rainfall uniformity indexes are proposed. It is shown that the coupling of mass changes and non-inertial frame will result in an additional force acting on the object. The spatial and statistical distribution characteristics of rainfall from the Green Mist nozzle can be significantly changed by air resistance and the non-inertial frame forces. The rainfall uniformity indexes have guiding significance for determining the layout of nozzle arrays. Taking the research conditions in this study as an example, for the 2×2 Green Mist nozzle array, the recommended values of the overlap of nozzle coverage area along the length and width directions of the side slope are 60.47% and 55.36%, respectively.

Key words: non-inertial frame effect; centrifuge; rainfall simulation; uniformity

0 引言

离心模型试验具有缩尺、缩时、强化能量和加速相分离等特性, 是人类探索自然界物质运动规律的重要手段^[1-2]。随着试验技术的提高, 离心模型试验的应用范围从准静态工程问题^[3-4]逐渐拓展到更多涉及物质高速运动的动态工程问题中, 如爆炸、流滑和降雨等^[5-7]。然而, 离心超重力场作为一种模拟超重力场, 与理想超重力场仍存在一定差异。这种差异引起的离心模型试验的精度和适用性问题一直是国内外学者关注的焦点。

离心与理想超重力下的物质运动存在差异主要有两部分原因。其一, 离心加速度方向沿径向向外, 大小与旋转半径长度正相关, 具有空间不均匀性。其二, 离心超重力场中物体相对非惯性系运动受到与相对速度有关的科氏力作用。Taylor^[8]指出旋转半径1.6 m时, 宽400 mm模型箱的离心加速度沿环向最大可产生12.5%的偏差。Talyor同样指出离心模型物质相对运动

基金项目: 国家自然科学基金基础科学中心项目(51988101)

收稿日期: 2024-01-15

*通信作者(E-mail: zhengjianjing@zju.edu.cn)

速度与离心机转动线速度的比值小于 0.05 或大于 2 时, 科氏力的影响可忽略。Schofield^[9]指出离心加速度 100g, 旋转半径 4 m 时, 若物体在旋转平面内相对速度小于 0.5 m/s, 科氏力对其在旋转平面内的运动的影响可忽略。Tobita 等^[10]对比了直线斜坡与曲面斜坡地震响应离心模型试验, 指出考虑径向影响的弯曲地面模型获得的场地振动加速度、孔压和位移更为合理。王永志等^[11]系统分析了离心加速度不均匀性的影响因素和影响规律, 指出模型高度和最大旋转半径之比小于 0.3 时, 模型应力误差可控制在 10% 以内。

学者们基于此对离心超重力下物质运动的运动学和动力学特性开展了一系列理论研究。Lei 等^[12]考虑了离心机转臂轴向振动, 基于运动学严格导出了离心模型中任意质点运动速度和加速度的数学表达式。凌道盛等^[13]基于运动学和动力学推导了质点运动控制方程, 并给出不考虑外力条件下的解析解, 首次提出了物质运动的非惯性系效应。Chen 等^[1]在此基础上完善了非惯性系效应的定义, 并提出了离心超重力场的定量评价标准。此外, 针对具体研究对象, Itoh 等^[14]考虑吊篮遗留角给出了离心超重力下落石运动方程, 并通过离心试验验证了落石的平面运动轨迹。Caicedo 等^[15]综合考虑蒸发、风阻等作用, 建立了离心模型试验中雨滴运动数学模型, 数值分析了雨滴下落轨迹的关键影响因素, 并基于降雨量给出了间接标定方法。

综上可见, 离心超重力下物体运动特性已引起学者们广泛关注, 但试验支撑尚不充分。本文针对凌道盛等^[13]研究, 基于双目立体视觉原理开展了离心超重力下小球无约束运动的离心试验, 直接验证了其推导的质点运动控制方程。随后, 据此分析了离心超重力及外力等因素对离心降雨模拟问题的影响, 并针对针嘴型降雨模拟提出了考虑非惯性系效应的试验指导方案。

1 物质运动非惯性系效应离心试验

开展不同重力加速度下无约束小球自由下落离心试验, 获取小球运动轨迹及落点, 与理论结果进行对比, 验证离心超重力下质点运动控制方程。

1.1 试验装置及方案

试验采用浙江大学 ZJU400 土工离心机, 如图 1 (a) 所示。ZJU400 土工离心机为双吊篮臂式离心机, 有效半径为 4.5 m、负载能力为 400 g·t, 吊篮尺寸达 1500 mm×1200 mm×1500 mm^[16], 可开展 150g 下的静态试验和 100g 下的动态试验。试验分别在 10g, 20g 及 30g 条件下开展, 每个重力加速度下设有一组平行试验。

图 1 (b) 给出试验模型布置, 模型箱尺寸为 700 mm×400 mm×450 mm, 模型箱上部开口通过遮光板完全封闭以避免气流及外部光线的影响, 观察视窗以及部分小开口通过黑色尼龙布进行遮挡。小球发射装置主体为一块 6 cm 厚的铝板, 铝板内开设沿不同方向的孔道, 孔道与水平面夹角为 45°。小球通过可抽离的隔板固定在孔道中。当离心机抵达指定转速并稳定旋转后, 由步进电机将隔板抽离, 小球在离心超重力作用下通过孔道加速得到预期初速度, 并脱离发射装置进行无约束运动。小球的下落过程由双目立体视觉系统进行跟踪记录。双目立体视觉系统由两台固定在模型箱侧壁的 Go pro hero5 组成, 拍摄帧率为 240FPS, 图像分辨率为 848×480 像素。灯带被布置在相机上方进行照明, 可较大程度避免灯带光源对相机的影响。此外, 模型箱底部布置有缓冲层, 减少球对模型箱的冲击并记录小球落点位置。缓冲层由下至上依次为油泥、木板以及标准砂。

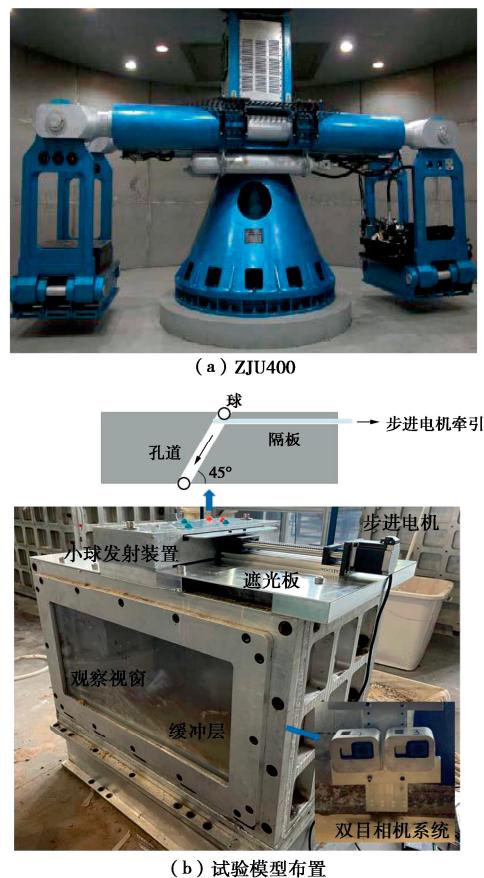


图 1 ZJU400 土工离心机及试验模型布置

Fig. 1 ZJU400 centrifuge and arrangement of model

1.2 小球轨迹三维重建

小球轨迹获取基于 Matlab (R2022b) 编程实现, 其流程如图 2 所示。通过左右两台 Go pro 相机记录获取小球运动视频信息后, 基于标定的相机参数对视频

帧进行畸变校正。通过高斯混合模型 (gaussian mixing model) 对校正后的视频帧背景颜色信息进行建模, 从而基于背景差分法 (background subtraction method) 获取像平面内小球位置。依次对所有视频帧处理获得左右相机像平面内球心运动轨迹, 如图 3 所示。此后基于图像学进一步处理即可依次得到像平面内球心坐标。基于最小二乘法对获得的球心运动轨迹进行同步校准, 即获得匹配的像平面球心坐标对序列, 并基于双目立体视觉原理进行三维重建。

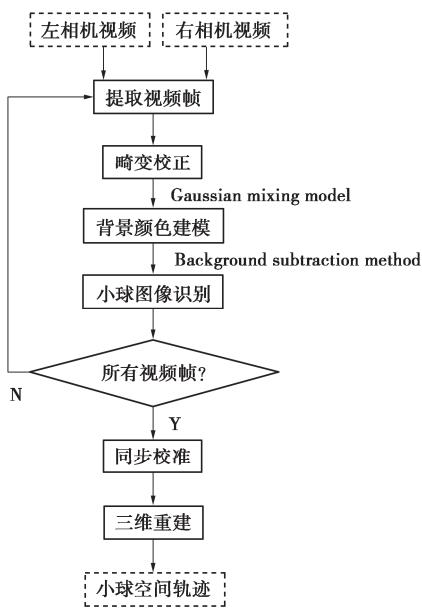


图 2 小球轨迹获取流程示意图

Fig. 2 Scheme of acquisition of ball trajectory

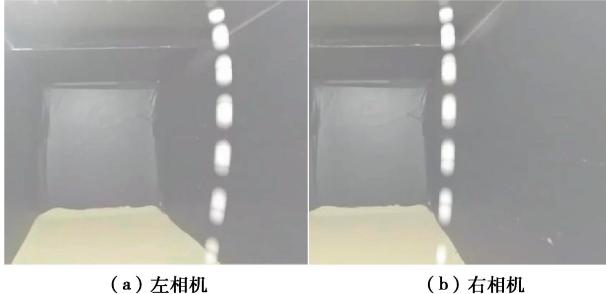


图 3 图像识别的小球位置

Fig. 3 Scheme of vision processing for ball tracking

双目立体视觉 (binocular stereo vision) 是计算机视觉领域的重要分支之一, 作为一种精确可靠的非接触测量技术被广泛应用于位移监测等多个领域^[17-18]。其原理如图 4 所示, O 和 uv 平面分别为相机的光心和像平面, 下标 1 和 r 表示左、右相机。通过两台相机从不同位置对世界坐标系中坐标为 (X, Y, Z) 的目标点 p_c 进行观测, 可得到目标点在左右相机的像平面坐标分别为 $p_l(u_1, v_1)$ 和 $p_r(u_2, v_2)$ 。通过几何关系可知:

$$\left. \begin{aligned} & (u_1 m_{31}^l - m_{11}^l) X + (u_1 m_{32}^l - m_{12}^l) Y + (u_1 m_{33}^l - m_{13}^l) Z \\ & = m_{14}^l - u_1 m_{34}^l , \\ & (v_1 m_{31}^l - m_{21}^l) X + (v_1 m_{32}^l - m_{22}^l) Y + (v_1 m_{33}^l - m_{23}^l) Z \\ & = m_{24}^l - v_1 m_{34}^l , \\ & (u_2 m_{31}^r - m_{11}^r) X + (u_2 m_{32}^r - m_{12}^r) Y + (u_2 m_{33}^r - m_{13}^r) Z \\ & = m_{14}^r - u_2 m_{34}^r , \\ & (v_2 m_{31}^r - m_{21}^r) X + (v_2 m_{32}^r - m_{22}^r) Y + (v_2 m_{33}^r - m_{23}^r) Z \\ & = m_{24}^r - v_2 m_{34}^r . \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: m_{ij}^l 和 m_{ij}^r ($i, j=1, 2, 3$) 分别为与左、右相机内外参数相关的系数。本文相机参数基于 Matlab Stereo Camera Calibrator 工具箱标定。

将标定获得的相机参数及同步校准获得的像平面球心坐标对序列代入式 (1), 即可求得小球空间运动轨迹。

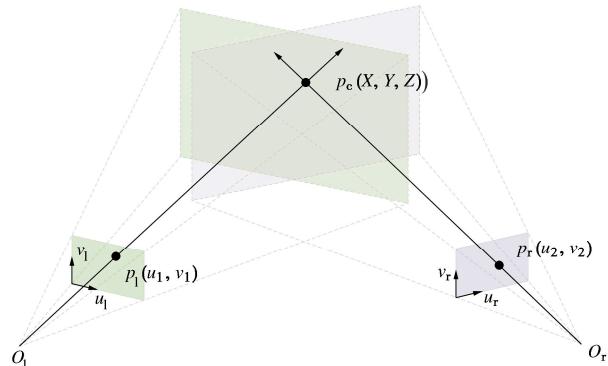


图 4 空间坐标计算示意图

Fig. 4 Diagram of calculating spatial coordinate

2 试验结果与分析讨论

2.1 小球理论运动轨迹

为方便描述, 建立如图 5 所示的静止坐标系 $o-xyz$ 和运动坐标系 $o'-x'y'z'$ 。二者均为右手坐标系。静止坐标系原点 o 为离心机主轴和转臂的交点。 z 轴竖直向上, y 轴沿转臂初始方向。运动坐标系原点位于模型箱底部中心, z' 轴与 z 轴方向一致, y' 轴沿径向从 o 指向 o' 。 \mathbf{R} 为从原点 o 到 o' 的矢量。运动坐标系绕 z 轴以角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 旋转。运动坐标系中有质量为 m 、相对模型箱运动速度为 \mathbf{v}' 的物体 P 。假定模型箱与转臂刚性连接, 离心机转速稳定, 恒定质量的物体在模型箱中相对运动控制方程可以表示为^[13]

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -m \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) - m \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) - 2m \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \mathbf{F} . \quad (2)$$

试验中小球受到空气阻力 \mathbf{F}_d , 地球重力 \mathbf{F}_g 、压力梯度力 \mathbf{F}_p 以及马格努斯力 \mathbf{F}_m 的作用, 则式 (2) 中外力 \mathbf{F} 为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_m \quad . \quad (3)$$

各力表达式如下

$$\mathbf{F}_d = -\frac{1}{2} \rho_a C_D S |\mathbf{v}'| \mathbf{v}' \quad , \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_g = \frac{\pi}{6} \rho_d D_d^3 g \quad , \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_p = -\frac{\pi}{6} \rho_a D_d^3 \nabla p \quad , \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_m = \frac{2\pi^2 \rho_a D_d^3}{3} \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{v}' \quad . \quad (7)$$

式中: ρ_a 和 ρ_d 分别为空气和球的密度; C_D 为球体阻力系数; S 为球体迎风面积; D_d 为球体直径; g 为地球重力加速度; ∇p 为球体周围空气的压力梯度; $\boldsymbol{\omega}'$ 为小球转动的角速度。

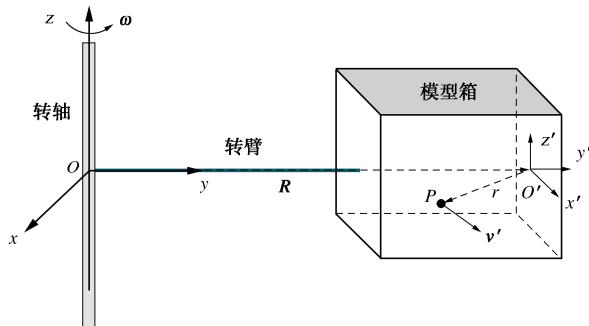


图 5 离心机坐标系

Fig. 5 Coordinate systems for a centrifuge

将式(3)~(7)代入式(2)即可得小球理论运动轨迹如下

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \mathbf{C}' \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \mathbf{K}' \mathbf{r} = \mathbf{F}' \quad , \quad (8)$$

其中,

$$\mathbf{C}' = 2|\boldsymbol{\omega}| \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{3}{4} \frac{C_D}{D_d} \frac{\rho_a}{\rho_d} |\mathbf{v}'| \mathbf{I}_{3 \times 3} + 4\pi \frac{\rho_a}{\rho_d} \begin{bmatrix} 0 & \omega'_z & -\omega'_{y'} \\ -\omega'_z & 0 & \omega'_{x'} \\ \omega'_{y'} & -\omega'_{x'} & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{K}' = -\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_d}\right) |\boldsymbol{\omega}|^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{F}' = \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_d}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ |\boldsymbol{\omega}|^2 R \\ -g \end{pmatrix}. \quad (11)$$

式中: ω'_x , ω'_y 和 ω'_z 分别为 $\boldsymbol{\omega}'$ 沿 x' , y' 和 z' 轴的角速度大小; $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为 3×3 的单位矩阵。

假设小球沿发射装置纯滚动下落, 可得小球脱离孔道的初始角速度和线速度, 代入式(8)求解可得小

球理论运动轨迹。

2.2 试验结果对比及分析

图 6 给出了 $10g$ 下第一组试验的小球轨迹与理论结果的对比。小球初速度在 $o'-x'z'$ 平面内的投影与切向夹角为 0° , 45° , 90° , 135° 和 180° , 初速度与径向夹角为 45° 。由图可知离心超重力下小球运动的试验轨迹及落点与理论结果基本吻合。不同方向发射的小球在科氏力及非均匀离心力的耦合作用下, 其运动轨迹沿 x' 轴方向偏转, 偏移量存在差异, 最终于缓冲层表面形成半椭圆形的落点分布。

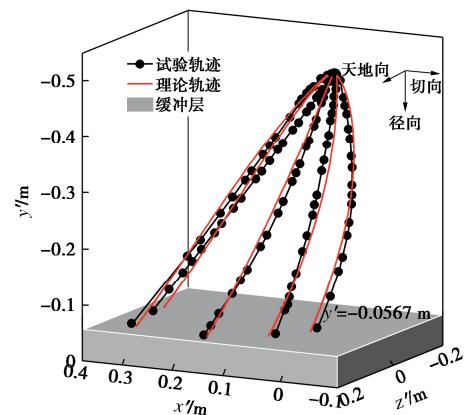


图 6 $10g$ 第 1 组试验小球下落轨迹与理论轨迹的对比

Fig. 6 Comparison between theoretical and experimental

trajectories in the first set of tests with $10g$

图 7 进一步给出了 6 组离心机试验的小球落点平均及最大相对偏移。以小球运动的下落高度作为参考值, 各组离心试验小球试验落点与理论落点平均相对偏差均小于 5%, 最大误差不超过 7%。以 $10g$ 第一组试验为例, 小球落点与理论落点最大偏移量为 0.025 m, 最大相对偏移为 5.62% , 平均偏移量为 0.016 m, 平均相对偏移仅为 3.53% 。试验结果与理论结果的一致性足以验证离心超重力作用下质点运动非惯性效应理论的合理性。

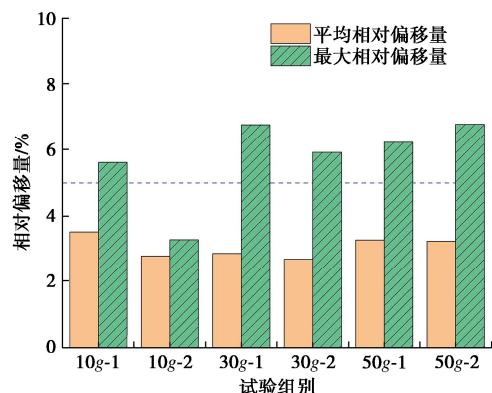


图 7 试验和理论落点的相对偏移量

Fig. 7 Relative offsets between theoretical and experimental impact points

3 针嘴型单喷嘴离心降雨模拟分析

以离心超重力条件下的降雨模拟为具体案例, 分析非惯性系作用对离心超重力下物体运动的影响。本节针对单喷嘴模拟降雨进行分析。

3.1 蒸发作用

雨滴下落过程中, 除外力作用外, 还受到蒸发作用的影响, 进而导致雨滴的体积、质量发生变化。

根据 Newton 第二定律, 考虑质量变化, 有

$$m \frac{dv}{dt} = F - \frac{dm}{dt} v \quad . \quad (12)$$

式中: v 为物体(雨滴)在静止坐标系下的绝对速度, 其与相对速度 v' 的关系如下

$$v = v' + \omega \times r \quad . \quad (13)$$

结合式(2)可得考虑质量变化的离心超重力下物体运动方程为

$$m \frac{d^2r}{dt^2} = -m\omega \times (\omega \times R) - m\omega \times (\omega \times r) - 2m\omega \times v' - \frac{dm}{dt} \omega \times r + F - \frac{dm}{dt} v' \quad . \quad (14)$$

式中: $-\frac{dm}{dt}\omega \times r$ 为质量变化与非惯性系耦合作用引入的等效力, 其对物体运动产生的影响同样属于非惯性系效应。对于雨滴而言, $\frac{dm}{dt}$ 的变化由蒸发作用引起。

雨滴的蒸发作用十分复杂, 受到很多因素的影响。以雨滴直径表示的蒸发率可以写成^[19-21]

$$\frac{dD_d}{dt} = -\frac{k}{\pi\rho_d D_d} = -\frac{4k_1}{D_d} \quad . \quad (15)$$

式中: k , k_1 为空气温度、相对湿度以及雨滴热力学性质的函数。给定的环境下, k 和 k_1 可以被视为常数。

假设雨滴运动过程中始终为球体。受到的外力包括重力、空气阻力以及压力梯度力。将式(4)~(6)及式(15)代入式(14), 即可对离心超重力下雨滴运动进行数值求解。

3.2 单喷嘴降雨模拟特征

离心超重力下的降雨模拟装置主要分为喷淋/滴淋类和喷嘴类两种^[22]。喷淋/滴淋类通过对孔径较小的多孔管或多孔板施加水压后实现水滴的喷淋或者滴淋来模拟降雨^[23-24], 而喷嘴类降雨模拟装置通过喷雾喷嘴进行喷射^[15, 25]。后者由于液滴粒径可控, 可实现降雨强度和历时的定量控制, 在试验中应用更为广泛。本节基于离心超重力下雨滴运动控制方程, 首先对单个喷嘴模拟的降雨特性进行分析。

不妨令喷嘴位于模型箱顶部中心, 垂直向下。表 1 列出了数值模拟相关参数, 其中喷嘴参数参考 the Green Mist^[15]。液滴尺寸分布遵循对数正态概率分布

函数^[26], 速度遵循正态分布函数(见图 10(a))。

表 1 降雨数值模拟参数

Table 1 Parameters for numerical simulation of rainfall

参数	值
雨滴数量	20200
最大喷射角/(°)	59
喷射速度/(m·s⁻¹)	18
速度标准差/(m·s⁻¹)	0.18
雨滴直径范围/m	(40~350) × 10⁻⁶
雨滴平均直径/m	121 × 10⁻⁶
蒸发参数 $k/(μm · s^{-2})$	115 × 10⁻¹²
离心机有效半径 R/m	4.5
模型箱高度 h/m	1
离心加速度/g	50

图 8, 9 分别给出了单喷嘴的雨滴整体下落轨迹以及不同下落高度处的落点分布。图中点的颜色和大小分别代表雨滴的速度和直径, Λ 为雨滴自喷嘴喷射后下落的高度。如图所示, 雨滴轨迹在科氏力及非均匀离心力的耦合作用下沿 x' 轴方向偏转, 雨滴落点的覆盖区域呈蛋形。随着下落距离的增大, 覆盖面积增大, 雨滴的空间位置和速度分布发生分化。速度和直径较小的雨滴集中分布在覆盖区的中心, 而速度和直径较大的雨滴则散布在覆盖区域的四周。这是由于小尺寸雨滴受到空气阻力引起的加速度相对较大, 这导致其速度迅速减小。当速度减小到一定值后, 雨滴在阻力与科氏力及离心力的作用下达到平衡。但由于离心力的径向不均匀性, 平衡被不断打破而后重新形成, 为一种准平衡状态。当雨滴进入该准平衡状态后近似沿直线运动, 偏转较小, 分布在覆盖区域的中心。此外, 由于雨滴大小呈对数正态分布, 小直径雨滴占大多数, 因此中心区域的雨滴数量也相对较高。

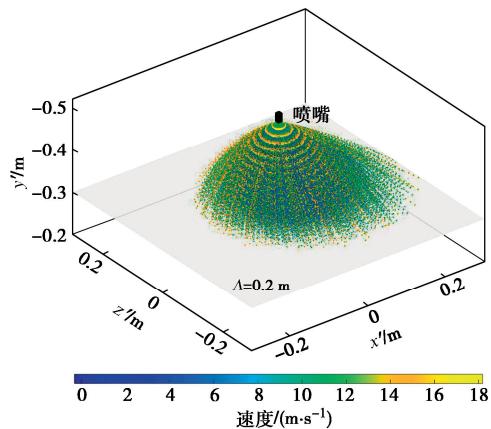


图 8 单喷嘴雨滴轨迹

Fig. 8 Trajectories of raindrops from a single nozzle

雨滴的统计参数也随着下落高度而变化。图 10 展示了单喷嘴模拟降雨的速度、角度和直径的初始分布及 $\Lambda = 0.2$ m 的分布。其中角度为与 y' 轴即径向的夹角。对比可知, 尽管雨滴以正态分布速度均匀地从

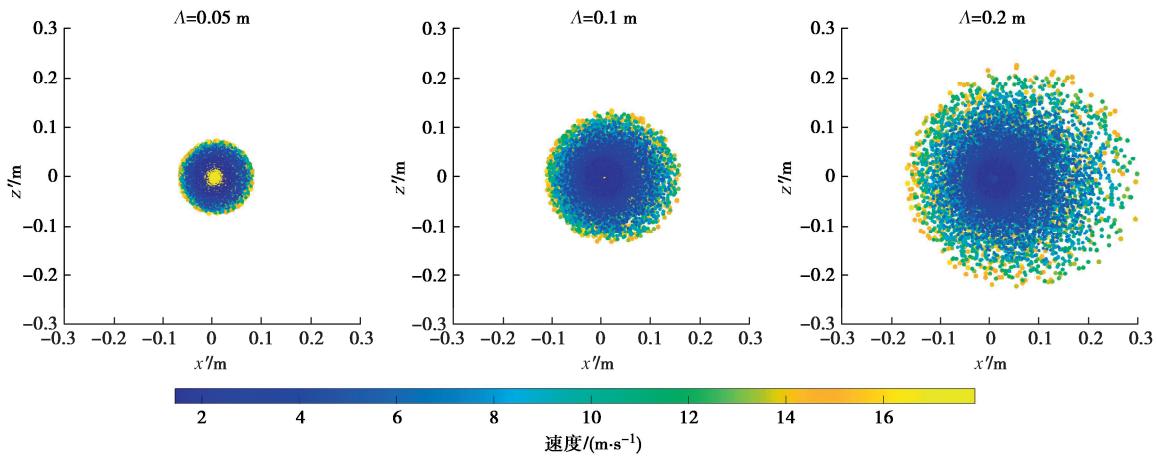


图9 不同下落高度的雨滴落点分布

Fig. 9 Impact points of raindrops at different fall heights

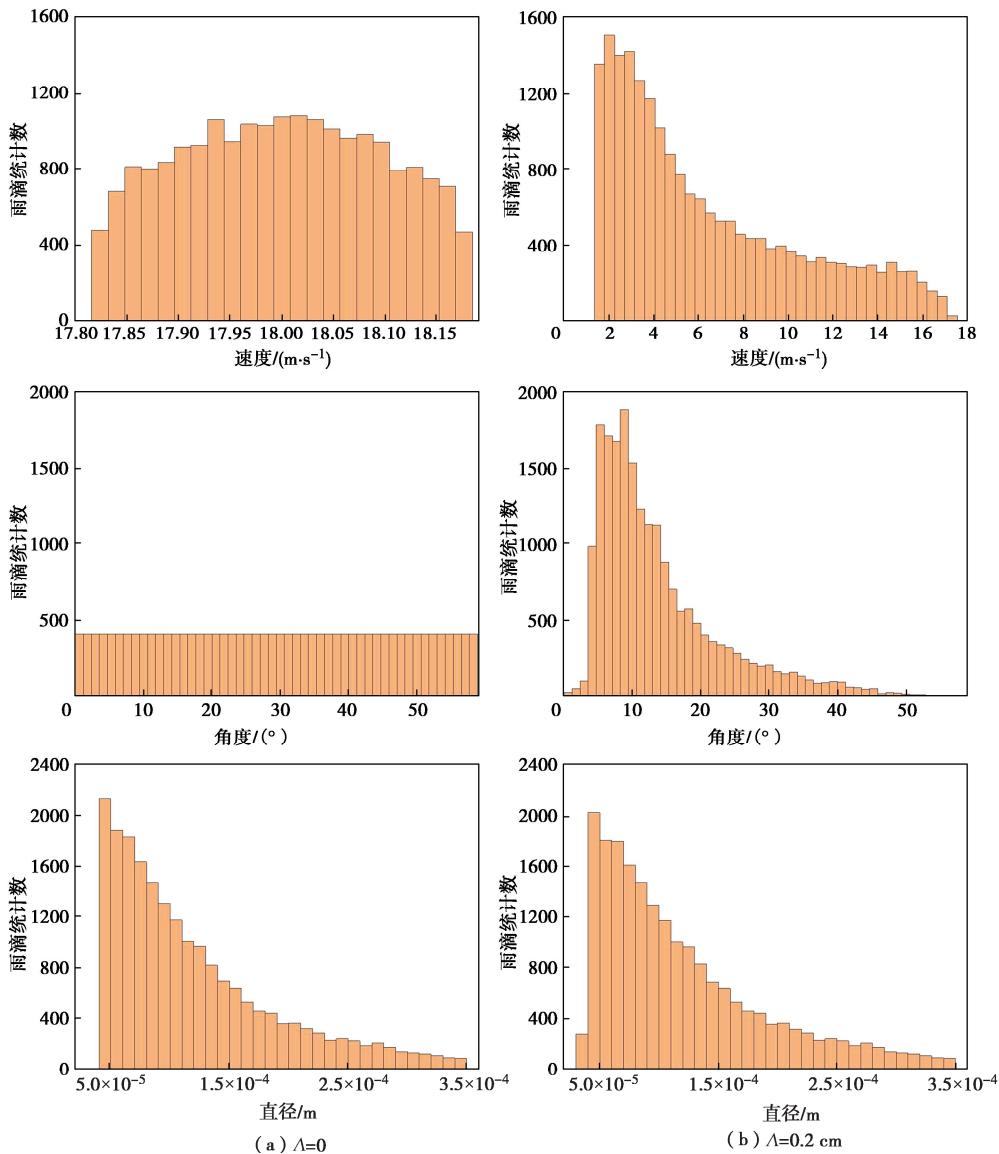


图10 雨滴速度、角度以及直径的统计分布

Fig. 10 Statistical distribution of velocities, angles and diameters of raindrops

喷嘴喷出, 下落一定距离后, 雨滴的速度和角度迅速分化, 呈现出对数正态分布规律。而雨滴均有一定程

度的蒸发, 直径的分布规律与初始状态基本一致。

降雨模拟试验中, 喷嘴喷射雨滴的初速度可通过

喷射水压进行调整。图 11 给出了不同喷射速度下单喷嘴雨滴在不同下落高度处抵达 30° 边坡平面的平均冲击速度。坡角为边坡平面与 x' 轴方向的夹角。当 $\Lambda < 0.2 \text{ m}$ 时, 雨滴自喷嘴喷出后在空气阻力作用下迅速减速, 减小的速率随雨滴喷射初速度单调递增。此后大部分雨滴进入准平衡状态, 平均冲击速度的变化减缓, 其值趋近于具有平均直径的雨滴在准平衡状态下的雨滴速度, 约为 6 m/s 。值得注意的是, 以 5 m/s 发射的雨滴经历了一个短暂的加速过程以趋近于平均直径液滴准平衡速度。这是由于速度较小的液滴所受空气阻力较小, 经离心力作用加速度后, 空气阻力方可与离心力及科氏力平衡, 以进入准平衡状态。离心模型试验中, 通常需要保证雨滴抵达目标平面时具有合适的冲击速度或冲击动能, 则应当根据目标冲击速度适当调整喷嘴的喷射速度或安装高度, 如有必要时对雨滴尺寸分布进行调整。

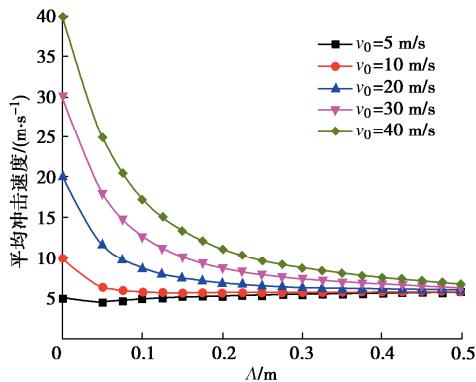


图 11 不同喷射速度下的雨滴平均冲击速度

Fig. 11 Average impact velocities of raindrops with different injection velocities

4 离心降雨模拟喷嘴阵列的布置

离心降雨模拟装置通常采用多个喷嘴阵列布置的形式^[27-28], 本节针对此类装置, 提出降雨模拟的均匀性指标, 并基于数值分析结果提出喷嘴阵列布置指导方案。如无特别指出, 参数同表 1。

4.1 降雨模拟标准

为了准确模拟自然降雨, 学者们针对常重力降雨模拟提出以下标准^[29-31]:

- (1) 模拟降雨的大小分布与自然降雨相似。
- (2) 模拟降雨的冲击速度接近自然降雨的终端速度。
- (3) 模拟降雨在研究区域内具有均匀的降雨强度和液滴尺寸分布。
- (4) 模拟降雨的平均冲击角度接近垂直。
- (5) 模拟降雨要保证降雨历时和降雨强度的稳

定。

离心机中进行降雨模拟需进一步考虑相关参数的缩尺关系^[25]。显然, 单喷嘴模拟的降雨的分化特性难以满足降雨均匀性的要求。

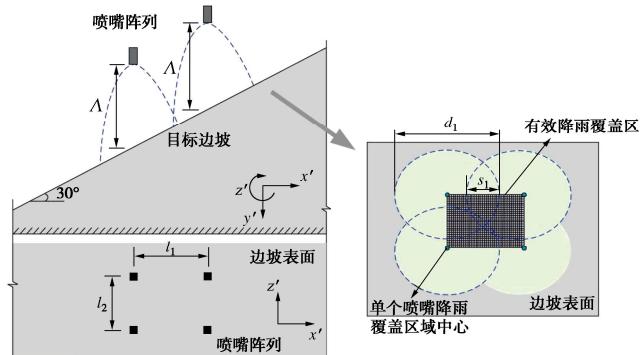


图 12 2×2 喷嘴阵列模拟降雨模型示意图

Fig. 12 Schematic of simulation model for rainfall

考虑如图 12 所示 2×2 的矩形布置喷嘴阵列, 更复杂的喷嘴阵列组合可由此拓展组成。喷嘴的安装高度为 $\Lambda = 0.2 \text{ m}$, 边坡倾角为 30° 。喷嘴阵列的有效降雨覆盖区为各喷嘴覆盖区域中心围成区域。定义喷嘴阵列水平间距为 l_i ($i=1,2$), 沿斜面长度和宽度方向的 i 分别记为 1, 2。相邻喷嘴覆盖区域重叠部分长度 s_i 与单喷嘴覆盖区域对应方向特征长度 d_i 的比值为相邻喷嘴重叠率 κ_i , 如图 $\kappa_i = s_i / d_i$ 。 κ 随喷嘴阵列水平间距的增大而减小。为便于分析, 将有效降雨覆盖区均匀划分成 n 个 $0.01 \text{ m} \times 0.01 \text{ m}$ 的矩形单元, 定义 4 个降雨模拟均匀性指标,

$$C_V = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |V_i - \bar{V}|}{\sum_{i=1}^n V_i}, \quad (16)$$

$$C_\psi = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |\psi_i - \bar{\psi}|}{\sum_{i=1}^n \psi_i}, \quad (17)$$

$$C_U = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |U_i - \bar{U}|}{\sum_{i=1}^n U_i}, \quad (18)$$

$$C_E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |E_i - \bar{E}|}{\sum_{i=1}^n E_i}. \quad (19)$$

式中: n 为单元数, V_i , ψ_i , U_i 和 E_i 分别为各单元中雨滴的平均冲击速度、平均冲击角度、体积和动能, 横线表示对应变量的平均值。

C_V , C_ψ , C_U 和 C_E 分别反映了有效降雨覆盖区内降雨的冲击速度、冲击角、体积和动能的均匀性,

其值越接近于1, 有效降雨覆盖区的模拟降雨越均匀。

4.2 喷嘴阵列间距的确定

图13给出了离心加速度为50g时该喷嘴阵列均匀性指标和水平间距的关系。随着边坡长度方向喷嘴间距 l_1 的增大, C_V , C_φ 单调递减, C_U , C_E 则先增大后减小。当 $l_1=0.1$ 时, C_U 和 C_E 达到峰值。边坡宽度方向上喷嘴间距 l_2 的改变对 C_V 影响有限, C_φ , C_U 及 C_E 随 l_2 增加先增大后减小, 在 $l_2=0.125$ 左右取得峰值。当 C_U 及 C_E 取得峰值时, 有效降雨覆盖区的雨量和动能的均匀性达到了峰值, 此时平均冲击速度和角度均匀性也较好。考虑到 C_U 即常用的Christiansen系数^[32], 而动能是降雨影响的重要预测因子^[26], 此时对应的喷嘴间距 $l_1=0.1$ 及 $l_2=0.125$ 即为该工况下喷嘴阵列的最佳间距, 对应的最佳相邻喷嘴重叠率 κ_1 和 κ_2 分别为60.36%, 61.28%。该值较常重力下扇型喷嘴25%~50%的最佳重叠率^[33]偏大。

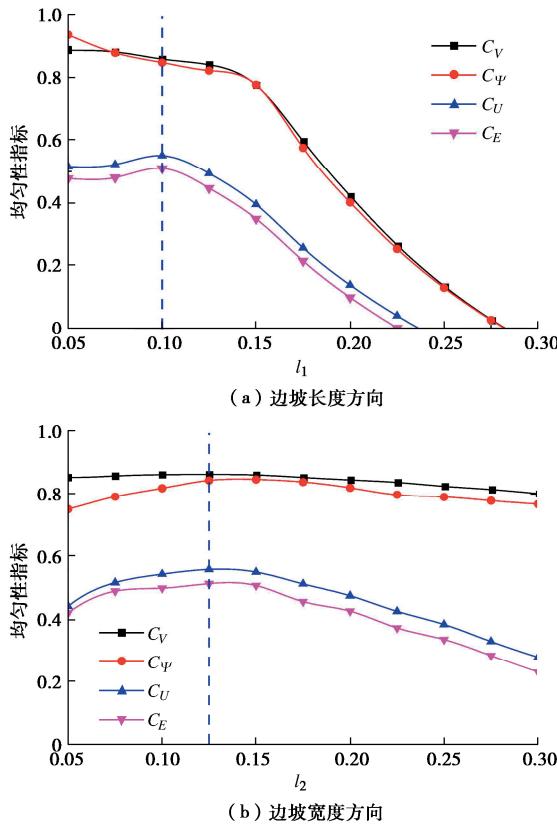


图13 不同喷嘴阵列间距下的均匀性指标

Fig. 13 Uniformity indexes of different spacings of nozzle array

图14进一步给出了不同离心加速度条件下的该喷嘴阵列的最佳重叠率 κ^{op} 。图中箱线图则显示了 κ^{op} 的平均误差及其分布, 由5条水平线表示, 由下至上分别为最小值, 下四分位数, 中位数, 上四分位数和最大值。对于本文所述喷嘴阵列, 沿边坡长度方向的最佳重叠率 κ_1^{op} 略大于沿边坡宽度方向的 κ_2^{op} 。随着离心加速度的增大, κ^{op} 小幅震荡, 其值基本均位于上

下四分位数内, κ_1^{op} 和 κ_2^{op} 的平均值分别为60.47%, 55.36%。可认为离心加速度变化基本不影响该喷嘴阵列有效降雨覆盖区的降雨均匀性。

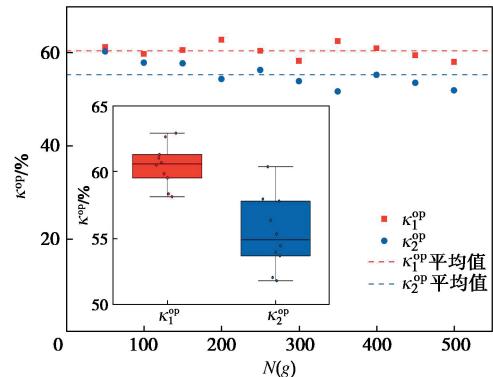


图14 离心加速度对最佳重叠率的影响

Fig. 14 Influences of centrifugal acceleration on optimal overlap ratio

5 结论及展望

本文开展了离心超重力下小球无约束运动试验, 验证了离心超重力下物质运动方程, 并基于该方程对离心降雨模拟进行分析, 主要得到以下4点结论。

(1) 离心超重力条件下无约束小球的运动在非惯性系作用下发生偏移。小球的试验运动轨迹及落点与理论结果基本吻合, 落点平均相对偏差均小于5%, 最大误差不超过7%。

(2) 推导了考虑质量变化的离心超重力下物体运动控制方程。方程指出, 质量变化与非惯性系耦合会给物体带来一项额外的作用力 $-\frac{dm}{dt}\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ 。该项对物体运动的影响同样属于非惯性系效应。

(3) 离心超重力条件下单喷嘴模拟降雨分布特征受非惯性系作用影响。以the Green Mist为例, 降雨在空气阻力以及惯性力的作用下迅速分化, 下落一定高度后趋于稳定, 最终形成中间密集、四周稀疏的空间分布特征。而降雨的速度和角度频谱分布逐渐趋近于雨滴直径频谱分布。

(4) 基于本文提出的降雨均匀性指标, 可从数值上确定喷嘴阵列的最佳间距以指导试验。对于本文所示工况, 2×2 的the Green Mist喷嘴阵列沿边坡长度和宽度方向的喷嘴覆盖面积重叠率的推荐值分别为60.47%, 55.36%, 离心机加速度改变对其值影响可忽略。

本文提出的降雨均匀性指标可以有效指导降雨模拟装置的开发与设计。未来工作中将基于此研究开发复杂工况条件下的考虑非惯性系效应的降雨模拟装

置, 以满足相关问题试验需要。

参考文献:

- [1] CHEN Y M, TANG Y, LING D S, et al. Hypergravity experiments on multiphase media evolution[J]. *Science China Technological Sciences*, 2022, **65**(12): 2791-2808.
- [2] NG C W W. The state-of-the-art centrifuge modelling of geotechnical problems at HKUST[J]. *Journal of Zhejiang University-Science A: Applied Physics & Engineering*, 2014, **15**(1): 1-21.
- [3] BYRNE P M, PARK S S, BEATY M, et al. Numerical modeling of liquefaction and comparison with centrifuge tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2004, **41**(2): 193-211.
- [4] MANZARI M T, GHORAIY M E, KUTTER B L, et al. Liquefaction experiment and analysis projects (LEAP): Summary of observations from the planning phase[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, **113**: 714-743.
- [5] 马立秋, 张建民, 张 武. 爆炸离心模型试验研究进展与展望[J]. 岩土力学, 2011, **32**(9): 2827-2833. (MA Liqiu, ZHANG Jianmin, ZHANG Wu. Development and prospect for centrifugal blasting modeling[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(9): 2827-2833. (in Chinese))
- [6] 周 健, 杜 强, 李业勋, 等. 无黏性土滑坡型泥石流形成机理的离心机模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(11): 2010-2017. (ZHOU Jian, DU Qiang, LI Yexun, et al. Centrifugal model tests on formation mechanism of landslide-type debris flows of cohesionless soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, **36**(11): 2010-2017. (in Chinese))
- [7] XU J W, UEDA K, UZUOKA R. Evaluation of failure of slopes with shaking-induced cracks in response to rainfall[J]. *Landslides*, 2022, **19**(1): 119-136.
- [8] TAYLOR R N. Centrifuges in Modeling: Principles and Scale Effects[M]// *Geotechnical Centrifuge Technology*. London: CRC Press, 2018: 19-33.
- [9] SCHOFIELD A N. Cambridge geotechnical centrifuge operations[J]. *Géotechnique*, 1980, **30**(3): 227-268.
- [10] TOBITA T, ASHINO T, REN J, et al. Kyoto University LEAP-GWU-2015 tests and the importance of curving the ground surface in centrifuge modelling[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, **113**: 650-662.
- [11] 王永志, 王 海, 袁晓铭, 等. 土工离心试验应力相似差异特征与设计准则[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(11): 2148-2154. (WANG Yongzhi, WANG Hai, YUAN Xiaoming, et al. Difference characteristics of stress similitude for geotechnical centrifuge modelling and design criteria[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(11): 2148-2154. (in Chinese))
- [12] LEI G, SHI J. Physical meanings of kinematics in centrifuge modelling technique[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, **24**(2): 188-193.
- [13] 凌道盛, 施昌宇, 郑建靖, 等. 离心模型试验物质运动非惯性系效应[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(2): 226-235. (LING Daosheng, SHI Changyu, ZHENG Jianjing, et al. Non-inertial effects on matter motion in centrifugal model tests[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, **43**(2): 226-235. (in Chinese))
- [14] ITOH K, TOYOSAWA Y, KUSAKABE O. Centrifugal modelling of rockfall events[J]. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, 2009, **9**(2): 1-22.
- [15] CAICEDO B. Mathematical and physical modelling of rainfall in centrifuge[J]. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, 2015, **15**(3): 150-164.
- [16] 陈云敏, 韩 超, 凌道盛, 等. ZJU400 离心机研制及其振动台性能评价[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(12): 1887-1894. (CHEN Yunmin, HAN Chao, LING Daosheng, et al. Development of geotechnical centrifuge ZJU400 and performance assessment of its shaking table system[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(12): 1887-1894. (in Chinese))
- [17] ZHAO S, KANG F, LI J. Displacement monitoring for slope stability evaluation based on binocular vision systems[J]. *Optik*, 2018, **171**: 658-671.
- [18] LI H, WU H, LOU L, et al. Ping-pong robotics with high-speed vision system[C]// *Control Automation Robotics & Vision (ICARCV)*, Guangzhou, 2012, IEEE: 106-111.
- [19] CAICEDO B, TRISTANCHO J. A virtual rain simulator for droplet transport in a centrifuge[C]// *Proceedings of the 7th International Conference on Physical Modelling in Geotechnics (ICPMG)*, Zurich, 2010.
- [20] CHENG C H, CHOW C L, CHOW W K. Trajectories of large respiratory droplets in indoor environment: A simplified approach[J]. *Building and Environment*, 2020, **183**: 107196.
- [21] SIDAHMED M M, TAHER M D, BROWN R B. A virtual nozzle for simulation of spray generation and droplet transport[J]. *Biosystems Engineering*, 2005, **92**(3): 295-307.
- [22] 刘小川. 降雨诱发非饱和土边坡浅层失稳离心模型试验

- 及分析方法[D]. 杭州: 浙江大学, 2017. (LIU Xiaochuan. Centrifugal Model Test and Analysis Method of Shallow Instability of Unsaturated Soil Slope Induced by Rainfall[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017. (in Chinese))
- [23] ZHANG G, QIAN J, WANG R, et al. Centrifuge model test study of rainfall-induced deformation of cohesive soil slopes[J]. Soils and Foundations, 2011, **51**(2): 297-305.
- [24] WANG S, IDINGER G. A device for rainfall simulation in geotechnical centrifuges[J]. Acta Geotech, 2021, **16**: 2887-2898.
- [25] BHATTACHERJEE D, VISWANADHAM B V. Design and performance of an in-flight rainfall simulator in a geotechnical centrifuge[J]. Geotechnical Testing Journal, 2018, **41**(1): 72-91.
- [26] SERIO M A, CAROLLO F G, FERRO V. Raindrop size distribution and terminal velocity for rainfall erosivity studies: A review[J]. Journal of Hydrology, 2019, **576**: 210-228.
- [27] CHEN Y, IRFAN M, UCHIMURA T, et al. Development of elastic wave velocity threshold for rainfall-induced landslide prediction and early warning[J]. Landslides, 2019, **16**(5): 955-968.
- [28] HUNG W Y, TRAN M C, YEH F H, et al. Centrifuge modeling of failure behaviors of sandy slope caused by gravity, rainfall, and base shaking[J]. Engineering Geology, 2020, **271**: 105609.
- [29] MOORE I D, HIRSCHI M C, BARFIELD B J. Kentucky rainfall simulator[J]. Transactions of the Asae, 1983, **26**(4): 1085-1089.
- [30] BLANQUIES J, SCHARRFF M, HALLOCK B. The design and construction of a rainfall simulator[C]// Int Eros Control Assoc, (IECA), 2003 34th Annu Conf Expo, Las Vegas, 2003.
- [31] HORNE M A. Design and Construction of A Rainfall Simulator for Large-Scale Testing of Erosion Control Practices and Products[D]. Alabama: Auburn University, 2017.
- [32] CHRISTIANSEN J E. Irrigation by Sprinkling[M]. Berkeley: University of California, 1942.
- [33] GRISSO R, ASKEW S, MCCALL D. Nozzles: selection and sizing[J]. Virginia Cooperative Extension, 2019, **442**(32): 1-10.