

DOI: 10.11779/CJGE2023S20024

水泥土加固对单桩侧向动力响应的影响机制分析

柳鸿博^{1,2}, 戴国亮^{*1,2}, 张瑞玲³

(1. 东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室, 江苏 南京 211189; 2. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 211189;

3. 兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 水泥土复合桩常被用作近海桥梁或风机基础以抵抗自然环境下水平动力荷载引起的基础侧向振动。本文通过理论推导建立了侧向动力荷载作用下水泥土复合桩-桩侧土体耦合振动的理论模型, 并通过解析求解得到了桩顶水平和摇摆动阻抗。最后, 通过数值算例和参数分析讨论了水泥土参数对桩顶动阻抗的影响。结果表明: 水泥土加固厚度增大会提高桩顶水平和摇摆动阻抗, 但不利于高频振动时的水平动阻抗; 水泥土加固深度不宜超过其有效加固深度; 水泥土弹性模量的增大有利于提高桩顶动阻抗。

关键词: 水泥土复合桩; 侧向动力响应; 动刚度; 动阻尼

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2023)S2-0177-06

作者简介: 柳鸿博(1994—), 男, 博士研究生, 主要从事桩基动力学等方面的科研工作。E-mail: lhb_0803@163.com。

Influencing mechanism of cement-soil reinforcement on lateral dynamic response of single pile

LIU Hongbo^{1,2}, DAI Guoliang^{1,2}, ZHANG Ruiling³

(1. Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structures of Ministry of Education, Nanjing 211189, China; 2. School of Civil

Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China; 3. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou

730050, China)

Abstract: Cement-soil composite pile is often utilized as the foundation of offshore bridges or wind turbines to resist lateral vibrations in natural environments. A mathematical model is proposed for the coupled vibration of the cement-soil composite pile and the soil around the pile under lateral dynamic loads through theoretical derivation. Then, the analytical expressions for the horizontal and rocking dynamic impedances at the pile head are obtained through theoretical derivation. Finally, the influence of cement-soil parameters on the dynamic impedance are studied through numerical calculation and parametric analysis. The results reveal that the increase of the cement-soil radius will increase the horizontal and rocking dynamic impedances, but it is not conducive to the horizontal dynamic impedance at high frequency vibration. The cement-soil depth should not exceed its effective reinforcement depth. The increase of the cement-soil elastic modulus is beneficial to improve the dynamic impedance of pile head.

Key words: cement-soil composite pile; lateral dynamic response; dynamic stiffness; dynamic damping

0 引言

由于循环荷载作用下软黏土强度和刚度弱化明显, 使得该类地基中常规单桩基础的水平承载能力显著降低。水泥土复合桩技术的应用, 为软黏土地区桩基设计提供了新思路。然而, 当前关于水泥土复合桩在桩顶侧向动力荷载作用下的理论研究明显滞后于工程应用, 因此开展理论研究讨论水泥土相关参数对单桩侧向动力响应的影响十分必要。

自水泥土复合桩应用以来, 国内外学者考虑各种因素对其水平承载性能进行了一系列研究。张永刚等^[1]结合工程实际研究了水泥土复合桩施工过程中的挤

土效应。王安辉等^[2-3]通过数值模拟和理论推导研究了水泥土参数对基桩水平承载特性的影响。王建等^[4]采用有限元分析对黏土地基中水泥土复合桩的水平承载性能进行了研究。韦古强等^[5]通过模型试验分析了水泥土加固前后单桩水平承载性能的变化规律。朱锐等^[6]根据水泥土复合桩成桩过程中桩周土体孔隙水压力、总应力、有效应力的变化情况, 分析了水泥土复合桩承载力形成机理。与此同时, 关于水泥土复合桩水平

基金项目: 国家自然科学基金项目(52378328)

收稿日期: 2023-11-30

*通信作者(E-mail: daigl@seu.edu.cn)

承载特性的相关研究在国际上亦有诸多报道^[7-11]。在水泥土复合桩侧向动力特性的研究方面, Zhang 等^[12]和王安辉^[13]通过振动台试验和有限元模拟研究了地震荷载作用下水泥土复合桩的震动响应。此外, Dai 等^[14]和 Ouyang 等^[15]通过一系列室内模型试验、离心机试验和有限元模拟研究了侧向单调和循环荷载作用下水泥土复合桩的力学响应。

对已有文献综合分析发现, 当前关于水泥土复合桩的研究大多集中于静力特性分析, 对其动力特性的研究较少, 尤其在理论研究方面严重不足。鉴于此, 本文考虑一种由预制混凝土桩和水泥土柱通过高强黏结组合而成的水泥土复合桩, 通过理论推导、数值算例和参数分析, 探究水泥土加固参数对桩顶侧向动力响应的影响。

1 计算模型和基本方程

1.1 计算模型和力学假设

图 1 描述了桩-土水平相互作用计算模型。将水泥土复合桩分为两段, 第一段由预制混凝土芯桩和水泥土外桩复合而成, 第二段由预制混凝土芯桩和周围土柱复合而成。预制混凝土桩的端部支承在致密土层。预制混凝土芯桩的质量密度、横截面面积、弹性模量、横截面惯性矩、半径和桩长分别由符号 ρ_c , A_c , E_c , I_c , r_c 和 L_c 表示; 水泥土外桩的对应参数分别由符号 ρ_m , A_m , E_m , I_m , r_m 和 L_m 表示; 周围土柱的对应参数分别由符号 ρ , A_s , E_s , I_s , r_s ($r_s = r_m$) 和 L_s 表示。

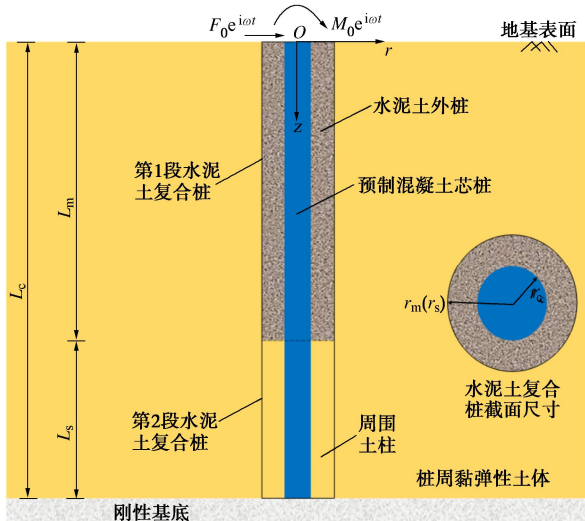


图 1 桩-土运动相互作用简化模型

Fig. 1 Simplified model for kinematic pile-soil interaction

1.2 水泥土复合桩和桩侧土体的振动方程

图 2 展示了 Euler-Bernoulli 梁理论描述的第 1 段水泥土复合桩在深度 z 处的变形微元。图 2 中, 上标

ou 和 in 分别对应于外桩和芯桩, F , M 和 θ 分别为剪力、弯矩和转角, f_s 和 f^{ou} 分别表示桩侧土体和水泥土外桩产生的侧向阻力。

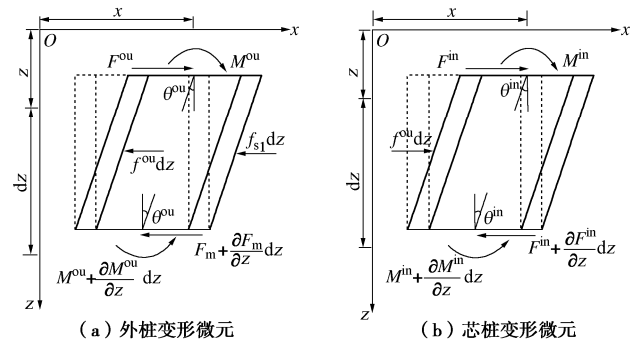


图 2 第 1 段水泥土复合桩变形微元

Fig. 2 Deformed elements for first part of cement-soil composite pile

对图 2 (a), 2 (b) 分别实施力矩平衡和水平向受力平衡, 可分别推导得到

$$\frac{\partial M^{ou}}{\partial z} = F^{ou}, \quad \frac{\partial F^{ou}}{\partial z} + f^{ou} + f_s + \rho^{ou} A^{ou} \frac{\partial^2 w^{ou}}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial M^{in}}{\partial z} = F^{in}, \quad \frac{\partial F^{in}}{\partial z} - f^{ou} + \rho^{in} A^{in} \frac{\partial^2 w^{in}}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

式中: ρ^{ou} , A^{ou} , w^{ou} 分别为第 1 段水泥土复合桩的外桩质量密度、横截面面积和侧向位移; ρ^{in} , A^{in} 和 w^{in} 分别为芯桩质量密度、横截面面积和侧向位移。

由于外桩和芯桩之间的黏结强度较高, 因此第 1 段水泥土复合桩的外桩和芯桩产生的侧向位移和转角可表示为 $w^p = w^{ou} = w^{in}$, $\theta^p = \theta^{ou} = \theta^{in}$, 其中 w^p 和 θ^p 分别表示侧向位移和转角。由 Euler-Bernoulli 梁理论可得外桩及芯桩的弯矩与其侧向位移之间的关系为

$$M^{ou} = E^{ou} I^{ou} \frac{\partial^2 w^{ou}}{\partial z^2}, \quad M^{in} = E^{in} I^{in} \frac{\partial^2 w^{in}}{\partial z^2}. \quad (3)$$

式中: E^{ou} 和 E^{in} 分别为第 1 段水泥土复合桩的外桩和芯桩的弹性模量; I^{ou} 和 I^{in} 分别为外桩和芯桩的横截面惯性矩。

合并式 (1), (2), 将式 (3) 代入, 并对结果实施傅里叶变换, 推导可得第 1 段水泥土复合桩 ($0 \leq z \leq L_m$) 的侧向振动方程为

$$X_1 \frac{\partial^4 W_1^p}{\partial z^4} - Y_1 \omega^2 W_1^p + F_s = 0. \quad (4)$$

式中: $X_1 = E_1^{ou} I_1^{ou} + E_1^{in} I_1^{in}$; $Y_1 = \rho_1^{ou} A_1^{ou} + \rho_1^{in} A_1^{in}$; W_1^p 和 F_s 分别为 w_1^p 和 f_s 的傅里叶变换形式, 下标 1 表示该参数对应于第 1 段水泥土复合桩。因此, $E_1^{ou} = E_m$, $E_1^{in} = E_c$, $I_1^{ou} = I_m$, $I_1^{in} = I_c$, $\rho_1^{ou} = \rho_m$, $\rho_1^{in} = \rho_c$, $A_1^{ou} = A_m$, $A_1^{in} = A_c$ 。

第 2 段水泥土复合桩 ($L_m \leq z \leq L_c$) 侧向振动方程可类似表示为

$$X_2 \frac{\partial^4 W_2^p}{\partial z^4} - Y_2 \omega^2 W_2^p + F_s = 0 \quad (5)$$

式中: $X_2 = E_2^u I_2^u + E_2^n I_2^n$, $Y_2 = \rho_2^u A_2^u + \rho_2^n A_2^n$, 下标 2 表示该参数对应于第 2 段水泥土复合桩。因此, $E_2^u = E_s$, $E_2^n = E_c$, $I_2^u = I_s$, $I_2^n = I_c$, $\rho_2^u = \rho$, $\rho_2^n = \rho_c$, $A_2^u = A_s$, $A_2^n = A_c$ 。

桩侧土体的运动控制方程可以表示为

$$\mu \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) U_r + (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial r} - \mu \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \mu \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} = -\rho_s \omega^2 U_r \quad (6)$$

$$\mu \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) U_\theta + (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon_s}{r \partial \theta} + \mu \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \mu \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} = -\rho_s \omega^2 U_\theta \quad (7)$$

式中: $\lambda = \lambda_s (1 + 2i\beta_s)$ 和 $\mu = \mu_s (1 + 2i\beta_s)$ 为土体复模量; λ_s 和 μ_s 为 Lamé 常数; β_s 为阻尼比, ρ_s 为土体密度; ε_s 为土体体应变; U_r 和 U_θ 分别为土体径向和环向位移; ∇^2 为拉普拉斯算子。

1.3 桩-土系统边界条件

桩侧土体的边界条件可表示为

$$\left(\partial U_r / \partial z \right) \Big|_{z=0} = \left(\partial U_\theta / \partial z \right) \Big|_{z=0} = U_r \Big|_{r \rightarrow \infty} = U_\theta \Big|_{r \rightarrow \infty} = U_r \Big|_{z=L_c} = U_\theta \Big|_{z=L_c} = 0 \quad (8)$$

考虑桩-土界面位移连续, 则有

$$\frac{U_r \Big|_{r=r_m}}{\cos \theta} = \begin{cases} W_1^p, & 0 \leq z \leq L_m \\ W_2^p, & L_m \leq z \leq L_c \end{cases} \quad (9)$$

第 1 段水泥土复合桩的桩顶边界条件为

$$M_1^p \Big|_{z=0} = M_0, \quad F_1^p \Big|_{z=0} = Q_0 \quad (10)$$

式中: M_1^p 和 F_1^p 分别为第 1 段水泥土复合桩的桩身弯矩和剪力。

考虑水泥土复合桩第 1 段和第 2 段之间的界面连续和完全接触, 则有

$$\left. \begin{aligned} W_1^p \Big|_{z=L_m} &= W_2^p \Big|_{z=L_m}, \quad \Theta_1^p \Big|_{z=L_m} = \Theta_2^p \Big|_{z=L_m}, \\ M_1^p \Big|_{z=L_m} &= M_2^p \Big|_{z=L_m}, \quad F_1^p \Big|_{z=L_m} = F_2^p \Big|_{z=L_m} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: Θ_1^p 和 Θ_2^p 分别为第 1 段和第 2 段水泥土复合桩的桩身转角。

考虑第 2 段水泥土复合桩底部为固定边界, 则有

$$W_2^p \Big|_{z=L_c} = \Theta_2^p \Big|_{z=L_c} = 0 \quad (12)$$

2 问题解答

2.1 桩侧土体解答

参考丁选明等^[16]求解过程, 求解式 (6), (7), 结合边界条件式 (8), 可得土体径向位移为

$$U_r = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_{1n} B_{1n} \cosh(g_n z) \cos \theta \quad (13)$$

$$\text{其中, } \xi_{1n} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} &\chi_n \beta_{2n} [K_2(\beta_{2n} r) - K_0(\beta_{2n} r)] \\ &- \beta_{1n} [K_2(\beta_{1n} r) + K_0(\beta_{1n} r)] \end{aligned} \right\},$$

$$\chi_n = \frac{\beta_{1n} K_2(\beta_{1n} r_m)}{\beta_{2n} K_2(\beta_{2n} r_m)}, \quad g_n = \frac{(2n-1)\pi i}{2L_c},$$

$$\beta_{1n} = \sqrt{\frac{-\rho_s \omega^2 - \mu g_n^2}{\lambda + 2\mu}}, \quad \beta_{2n} = \sqrt{\frac{-\rho_s \omega^2 - \mu g_n^2}{\mu}}.$$

式中: B_{1n} 为待定系数; n 为自然数; $K_0(\cdot)$ 和 $K_2(\cdot)$ 分别为第二类 0 阶和 2 阶贝塞尔函数。

桩侧土体的侧向阻抗可表示为

$$F_s = \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n B_{1n} \cosh(g_n z) \quad (14)$$

式中, $\zeta_n = -\pi r_m [(\lambda + 2\mu) \beta_{1n}^2 K_1(\beta_{1n} r_m) + \mu \chi_n \beta_{2n}^2 K_1(\beta_{2n} r_m)]$ 。

2.2 水泥土复合桩解答

将式 (14) 代入式 (4), (5), 可分别解得

$$W_1^p = L_{11} \sin(\varpi_1 z) + L_{12} \cos(\varpi_1 z) + L_{13} \sinh(\varpi_1 z) + L_{14} \cosh(\varpi_1 z) + \sum_{n=1}^{\infty} o_{1n} B_{1n} \cosh(g_n z) \quad (15)$$

$$W_2^p = L_{21} \sin(\varpi_2 z) + L_{22} \cos(\varpi_2 z) + L_{23} \sinh(\varpi_2 z) + L_{24} \cosh(\varpi_2 z) + \sum_{n=1}^{\infty} o_{2n} B_{1n} \cosh(g_n z) \quad (16)$$

其中,

$$\varpi_1 = \sqrt{(Y_1 \omega^2 / X_1)^{0.5}}, \quad \varpi_2 = \sqrt{(Y_2 \omega^2 / X_2)^{0.5}} \quad (17)$$

$$o_{1n} = \frac{\zeta_n}{X_1 (\varpi_1^4 - g_n^4)}, \quad o_{2n} = \frac{\zeta_n}{X_2 (\varpi_2^4 - g_n^4)} \quad (18)$$

式中, $L_{11} \sim L_{24}$ 均为待定系数。

将式 (15), (16) 代入式 (10) ~ (12), 可得

$$\mathbf{M}_{8 \times 8} \mathbf{L} = \sum_{n=1}^{\infty} B_{1n} \mathbf{f}_n + \mathbf{N} \quad (19)$$

其中, $\mathbf{L} = [L_{11} \quad L_{12} \quad L_{13} \quad L_{14} \quad L_{21} \quad L_{22} \quad L_{23} \quad L_{24}]^T$,

$$\mathbf{f}_n = \begin{bmatrix} -T_{11} o_{1n} g_n^2 \\ 0 \\ (o_{2n} - o_{1n}) \cosh(g_n L_1) \\ (T_{21} o_{2n} - T_{11} o_{1n}) g_n^2 \cosh(g_n L_1) \\ (T_{21} o_{2n} - T_{11} o_{1n}) g_n^3 \sinh(g_n L_1) \\ (o_{2n} - o_{1n}) g_n \sinh(g_n L_1) \\ -o_{2n} \cosh(g_n L_p) \\ -o_{2n} g_n \sinh(g_n L_p) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N} = [M_0 \quad Q_0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T.$$

式中: $\mathbf{M}_{8 \times 8}$ 为推导得到的 8×8 阶矩阵, 矩阵中各元素具体表达式详见附录 A。

结合边界条件式 (9), 可由式 (19) 推导得到

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_{1n} (Z_{mn} - T_m M_{8 \times 8}^{-1} f_n) = T_m M_{8 \times 8}^{-1} N \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} Z_{mn} &= \xi_{1n} \Big|_{r=r_m} \int_0^{L_c} \cosh(g_n z) \cosh(g_m z) dz - \\ &O_{1n} \int_0^{L_m} \cosh(g_n z) \cosh(g_m z) dz - \\ &O_{2n} \int_{L_m}^{L_c} \cosh(g_n z) \cosh(g_m z) dz, \\ T_m &= \begin{bmatrix} \int_0^{L_m} \sin(\varpi_1 z) \cosh(g_m z) dz \\ \int_0^{L_m} \cos(\varpi_1 z) \cosh(g_m z) dz \\ \int_0^{L_m} \sinh(\varpi_1 z) \cosh(g_m z) dz \\ \int_0^{L_m} \cosh(\varpi_1 z) \cosh(g_m z) dz \\ \int_{L_m}^{L_c} \sin(\varpi_2 z) \cosh(g_m z) dz \\ \int_{L_m}^{L_c} \cos(\varpi_2 z) \cosh(g_m z) dz \\ \int_{L_m}^{L_c} \sinh(\varpi_2 z) \cosh(g_m z) dz \\ \int_{L_m}^{L_c} \cosh(\varpi_2 z) \cosh(g_m z) dz \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

由式(20)可解得待定系数 B_{1n} , 进而可由式(19)求得待定系数 $L_{11} \sim L_{24}$ 。最后, 桩顶侧向位移可由式(15)求得。桩顶处的侧向位移和转角可通过动刚度矩阵 S_p 与桩顶水平动载和动力偶建立联系, 即

$$\begin{bmatrix} Q_0 \\ M_0 \end{bmatrix} = S_p \begin{bmatrix} W_1^p(z=0) \\ \Theta_1^p(z=0) \end{bmatrix} \quad (21)$$

最终, 桩顶无量纲形式水平动阻抗 K_{hh} 可表示为

$$K_{hh} = k_{hh} + i c_{hh} \frac{S_p(1,1)}{E_c r_3} \quad (22)$$

式中, 实部和虚部分别表示水平动刚度和水平动阻尼。

3 结果验证与算例分析

令 $r_m = r_c$ 或 $L_m = 0$, 可将本文所考虑的水泥土复合桩退化为常规的预制混凝土桩。选择 Novak 等^[17]所选参数, 并对计算结果进行对比, 结果如图 3 所示, 图 3 中 $C_p = (E_c/\rho_c)^{0.5}$ 为混凝土桩中 P 波的波速。由图 3 可知, 本文得到的退化解与 Novak 等^[17]的已有解答在定性和定量上吻合良好。

本节将实施数值算例和参数分析主要讨论水泥土参数对桩顶水平动阻抗的影响, 其中水泥土参数主要包括加固深度、加固半径和弹性模量。下述算例中, 桩侧土体参数取值为 $\lambda_s = \mu_s = 10 \text{ MPa}$, $\beta_s = 0.05$, $\rho_s = 1800 \text{ kg/m}^3$; 混凝土桩参数取值为 $L_c = 10 \text{ m}$, $r_c = 0.3 \text{ m}$, $E_c = 25 \text{ GPa}$, $\rho_c = 2500 \text{ kg/m}^3$; 水泥土参数取值为 $L_m = 0.4L_c$, $r_m = 0.5 \text{ m}$, $E_m = 3 \text{ GPa}$ ^[18], $\rho_m = 2010 \text{ kg/m}^3$ 。此外, 下述数值算例中 $a_0 = \omega L_c / C_p$ 和 $a_1 = \omega r_m / C_s$ 均为无量纲频率,

其中 $C_s = (\mu_s/\rho_s)^{0.5}$ 为土体中 S 波的波速。

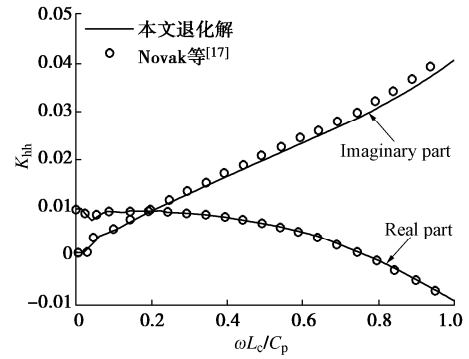
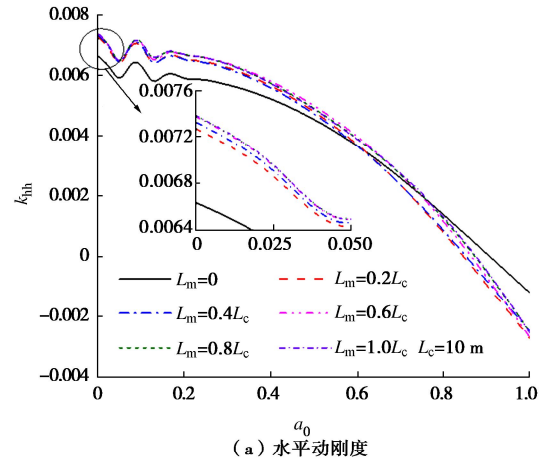


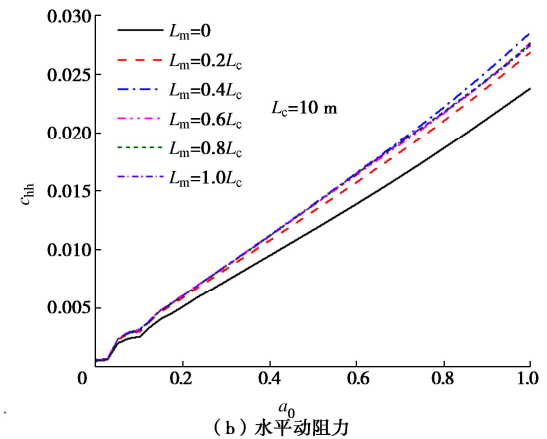
图 3 水平动阻抗对比曲线

Fig. 3 Comparison of horizontal dynamic impedances

图 4 展示了水泥土加固深度不同时桩顶水平动阻抗随无量纲频率的变化曲线。图 4 表明水泥土加固对桩顶水平动刚度和水平动阻尼有显著的提升作用。但水泥土加固存在一有效深度, 约为混凝土桩桩长的 40%。当水泥土加固深度超过该有效深度时, 其对桩顶动刚度和动阻尼的提升作用明显降低, 甚至将略微降低高频时的桩顶动阻抗。



(a) 水平动刚度



(b) 水平动阻力

图 4 水泥土深度对桩顶侧向动阻抗的影响

Fig. 4 Influences of cement-soil depth on lateral dynamic impedance at pile head

图 5 描述了水泥土加固半径不同时桩顶水平动阻

抗随无量纲频率的变化曲线。当无量纲频率较低 ($0 \leq a_0 \leq 0.4$) 时, 水泥土加固半径的增加会导致桩顶水平动刚度的增大, 而无量纲频率较高 ($0.5 \leq a_0 \leq 1.0$) 时则变化规律相反。此外, 桩顶水平动阻尼随水泥土加固半径的增加而提高, 且与无量纲频率无关。总体而言, 水泥土加固半径应根据桩顶处水平动力荷载的频率来确定。

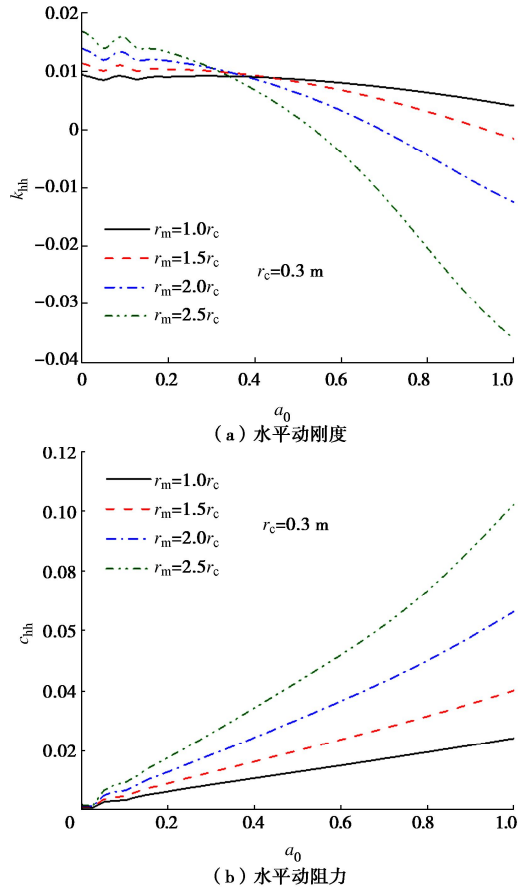
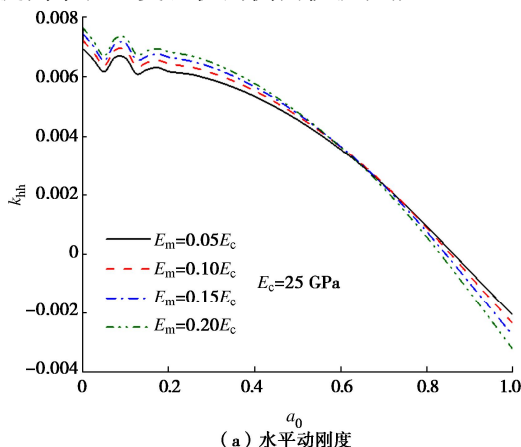


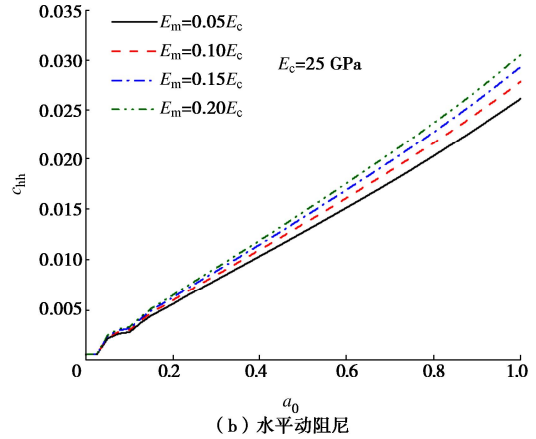
图 5 水泥土半径对桩顶侧向动阻抗的影响

Fig. 5 Influences of cement-soil radius on lateral dynamic impedance at pile head

图 6 描述了水泥土弹性模量不同时桩顶水平动阻抗随无量纲频率的变化曲线。具体而言, 水泥土弹性模量的增加将同时提高桩顶水平动刚度和动阻尼, 有利于提高水泥土复合桩的侧向抗振性能。



(a) 水平动刚度



(b) 水平动阻尼

图 6 水泥土弹性模量对桩顶侧向动阻抗的影响

Fig. 6 Influences of cement-soil elastic modulus on lateral dynamic impedance at pile head

根据图 4~6 所示结果, 当使用水泥土加固技术以提高预制混凝土单桩的水平抗振能力时, 水泥土的加固深度不应超过混凝土单桩长度的一半。水泥土的加固半径应根据桩顶动载荷的频率来确定, 一般情况下较大的水泥土加固半径具有更好的抗振能力。此外, 应尽可能提高水泥土的弹性模量。

4 结 语

本文基于弹性动力学理论, 通过理论推导建立了水泥土复合桩侧向振动理论模型, 并得到了其解析解答。通过数值计算和参数分析讨论了水泥土参数对桩顶水平动阻抗的影响, 主要结论如下: 水泥土加固深度存在一个有效深度, 约为混凝土芯桩的 40%, 且水泥土加固深度不宜超过该值; 水泥土加固半径越大, 水泥土复合桩的侧向抗振能力越高; 水泥土弹性模量的增加将提高桩顶水平动阻抗, 有利于提高水泥土复合桩的侧向抗振性能。

参考文献:

- [1] 张永刚, 李俊才, 邓亚光, 等. 管桩水泥土复合桩挤土效应现场试验[J]. 地下空间与工程学报, 2015, 11(3): 601-606. (ZHANG Yonggang, LI Juncai, DENG Yaguang, et al. Field test on soil compacting effect of composite pile made up of jet-mixing cement and PHC pile[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2015, 11(3): 601-606. (in Chinese))
- [2] 王安辉, 章定文, 刘松玉, 等. 水平荷载下劲性复合管桩的承载特性研究[J]. 中国矿业大学学报, 2018, 47(4): 853-861. (WANG Anhui, ZHANG Dingwen, LIU Songyu, et al. Bearing capacity behavior of strength composite pipe pile subjected to lateral loading[J]. Journal of China University of

- Mining & Technology, 2018, **47**(4): 853-861. (in Chinese))
- [3] 王安辉, 章定文, 谢京臣. 软黏土中劲性复合桩水平承载特性 p - y 曲线研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(2): 381-389. (WANG Anhui, ZHANG Dingwen, XIE Jingchen. P - y curves for lateral bearing behavior of strength composite piles in soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(2): 381-389. (in Chinese))
- [4] 王 建, 朱志慧, 王洪玉, 等. 黏土地基劲性复合桩水平承载性能数值分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2020, **17**(6): 1382-1389. (WANG Jian, ZHU Zhihui, WANG Hongyu, et al. Numerical analysis on lateral bearing capacity of stiffened deep cement mixing piles in clay[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, **17**(6): 1382-1389. (in Chinese))
- [5] 韦古强, 何子睿, 刘广东, 等. 水泥土复合单桩水平承载性能模型试验研究[J]. 太阳能学报, 2022, **43**(12): 353-359. (WEI Guqiang, HE Zirui, LIU Guangdong, et al. Experimental study on lateral bearing behavior of cement composite monopiles[J]. Acta Energiæ Solaris Sinica, 2022, **43**(12): 353-359. (in Chinese))
- [6] 朱 锐, 周 峰, 陈廷柱, 等. 劲性复合桩挤土效应及承载力作用机理研究[J]. 岩土力学, 2023, **44**(12): 3577-3586. (ZHU Rui, ZHOU Feng, CHEN Yanzhu, et al. Study on soil squeezing effect and bearing mechanism of strength composite pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, **44**(12): 3577-3586. (in Chinese))
- [7] WONGLERT A, JONGPRADIST P. Impact of reinforced core on performance and failure behavior of stiffened deep cement mixing piles[J]. Computers and Geotechnics, 2015, **69**: 93-104.
- [8] WANG A H, ZHANG D W, DENG Y G. A simplified approach for axial response of single precast concrete piles in cement-treated soil[J]. International Journal of Civil Engineering, 2018, **16**(10): 1491-1501.
- [9] ZHANG C Z, LIU S Y, ZHANG D W, et al. A modified equal-strain solution for consolidation behavior of composite foundation reinforced by precast concrete piles improved with cement-treated soil[J]. Computers and Geotechnics, 2022, **150**: 104905.
- [10] WANG A H, ZHANG D W, DENG Y G. Lateral response of single piles in cement-improved soil: numerical and theoretical investigation[J]. Computers and Geotechnics, 2018, **102**: 164-178.
- [11] ZHANG Z, YE G B, CAI Y S, et al. Centrifugal and numerical modeling of stiffened deep mixed column-supported embankment with slab over soft clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2019, **56**(10): 1418-1432.
- [12] ZHANG D W, WANG A H, DING X M. Seismic response of pile groups improved with deep cement mixing columns in liquefiable sand: shaking table tests[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2022, **59**(6): 994-1006.
- [13] 王安辉, 章定文, 张艳芳. 砂土中水泥土复合管桩震动响应试验研究[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(增刊 2): 121-124. (WANG Anhui, ZHANG Dingwen, ZHANG Yanfang. Seismic responses of pipe piles improved with cement-treated soil in sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(S2): 121-124. (in Chinese))
- [14] DAI G L, OUYANG H R, GAO L C, et al. Monotonic and cyclic lateral behavior of semi-rigid pile in cement-improved clay: centrifuge tests and numerical investigation[J]. Acta Geotechnica, 2023, **18**(8): 4157-4181.
- [15] OUYANG H R, DAI G L, GAO L C, et al. Lateral response of monopile reinforced by cement-improved soil in clay to monotonic and cyclic loadings: laboratory model test and theoretical investigation[J]. Marine Structures, 2023, **89**: 103403.
- [16] 丁选明, 郑长杰, 栾鲁宝. 桩基动力学原理[M]. 北京: 科学出版社, 2021. (DING Xuanming, ZHENG Changjie, LUAN Lubao. Principles of Pile Dynamics[M]. Beijing: Science Press, 2021. (in Chinese))
- [17] NOVAK M, NOGAMI T. Soil-pile interaction in horizontal vibration[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1977, **5**(3): 263-281.
- [18] 宋义仲, 卜发东, 程海涛. 新型组合桩: 水泥土复合管桩理论与实践[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2017. (SONG Yizhong, BU Fadong, CHENG Haitao. New Type Composite Pile[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2017. (in Chinese))

附录 A:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= M_{13} = M_{15} = M_{16} = M_{17} = M_{18} = 0, \\
 M_{12} &= -X_1 \varpi_1^2, \quad M_{14} = X_1 \varpi_1^2, \quad M_{21} = -X_1 \varpi_1^3, \\
 M_{23} &= X_1 \varpi_1^3, \quad M_{22} = M_{24} = M_{25} = M_{26} = M_{27} = M_{28} = 0, \\
 M_{31} &= \sin(\varpi_1 L_1), \quad M_{32} = \cos(\varpi_1 L_1), \quad M_{33} = \sinh(\varpi_1 L_1), \\
 M_{34} &= \cosh(\varpi_1 L_1), \quad M_{35} = -\sin(\varpi_2 L_1), \\
 M_{36} &= -\cos(\varpi_2 L_1), \quad M_{37} = -\sinh(\varpi_2 L_1), \\
 M_{38} &= -\cosh(\varpi_2 L_1), \quad M_{41} = -X_1 \varpi_1^2 \sin(\varpi_1 L_1),
 \end{aligned}$$

(下转 228 页)