

DOI: 10.11779/CJGE2023S10010

# 珊瑚钙质砂导热系数测定及预测模型研究

车东泽<sup>1</sup>, 曾召田<sup>\*1,2</sup>, 林铭宇<sup>1</sup>, 杨成琳<sup>1</sup>, 付慧丽<sup>1</sup>

(1. 桂林理工大学土木与建筑工程学院, 广西 桂林 541004; 2. 桂林理工大学广西岩土力学与工程重点实验室, 广西 桂林 541004)

**摘要:** 利用热探针法测得了不同含水率条件下珊瑚钙质砂的导热系数, 采用 Johansen 模型和 Chen 模型对珊瑚钙质砂的导热系数进行了预测计算, 并结合试验实测值对模型参数进行修正, 尝试寻找出合适的预测模型对珊瑚钙质砂导热系数进行有效的模拟计算。研究表明: 珊瑚钙质砂的导热系数随含水率的增加呈现出线性递增趋势; Johansen 模型和 Chen 模型的预测值均与试验实测值存在较大偏差; 改进的 Johansen 模型和 Chen 模型预测值均与试验实测值较为接近, 均方根误差值(Root-mean-square error)小于 0.05, 可用来预测珊瑚钙质砂的导热系数, 且计算精度较高。

**关键词:** 珊瑚钙质砂; 导热系数; Johansen 模型; Chen 模型; 模型参数修正

中图分类号: TU441

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2023)S1-0071-04

**作者简介:** 车东泽(1998—), 男, 硕士研究生, 研究方向为珊瑚钙质砂的热传导特性。E-mail: chedz123@163.com。

## Thermal conductivity of calcareous sand and its prediction model

CHE Dongze<sup>1</sup>, ZENG Zhaotian<sup>1,2</sup>, LIN Mingyu<sup>1</sup>, YANG Chenglin<sup>1</sup>, FU Huili<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China; 2. Guangxi Key Laboratory of Geomechanics and Engineering, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** The thermal probe method is used to determine the thermal conductivity of calcareous sands with different water contents. Then the Johansen model and Chen model are selected to predict the thermal conductivity of calcareous sands, and the model parameters are modified by combining with the experimentally measured values to find a suitable prediction model to effectively simulate the thermal conductivity of calcareous sands. The results indicate that the thermal conductivity of calcareous sands shows a linear increasing trend with the increase of water content, and the predicted results by the Johansen model and Chen model both have large deviations from the measured values. The predicted values by the improved Johansen model and Chen model both fit better with the measured values, and they can be used to predict the thermal conductivity of calcareous sands with high accuracy.

**Key words:** calcareous sand; thermal conductivity; Johansen model; Chen model; model parameter correction

## 0 引言

海洋岩土工程中公路路面、热活性路堤、能源桩及输油输气管道等都涉及温度作用下珊瑚钙质砂的力学性能和热物理特性, 珊瑚钙质砂导热性能影响着周围土体的传热过程, 是分析地层能量平衡、温度分布等问题的关键因素, 引起了广泛关注: 付慧丽等<sup>[1]</sup>使用热探针法测得珊瑚钙质砂导热系数在不同影响因素下的变化特征; Xiao 等<sup>[2]</sup>的研究表明不同级配钙质砂试样导热系数随着不均匀系数的增加而递增。以上研究均是在实验室条件下采用热特性分析仪器对某一特定条件下珊瑚钙质砂的导热系数进行直接测定, 然而实际地层具有不均匀性和复杂多变性, 如何利用预测模型快速且较为准确地计算出珊瑚钙质砂导热系数是一个值得探讨的问题。目前已有许多学者利用岩土的基本参数(干密度、饱和度等)预测其导热系数, 形

成了一系列经验模型与理论模型: 其中 Johansen 模型<sup>[3]</sup>被认为可同时反映土体种类、孔隙率、含水率、矿物成分对土体热传导系数的影响, 成为目前最常用的岩土体导热系数预测模型; Chen 模型<sup>[4]</sup>针对砂性土而提出, 具有计算公式简单、参数较少的特点。

本文利用热探针法对不同含水率条件下珊瑚钙质砂的导热系数进行了室内测定, 探讨其导热系数随含水率的变化规律; 采用 Johansen 模型和 Chen 模型对珊瑚钙质砂的导热系数进行预测计算, 并结合实测数据对模型参数进行修正, 尝试寻找出合适的预测模型对珊瑚钙质砂的导热系数进行有效模拟计算。

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(42167020, 41962014); 广西自然科学基金项目(2023GXNSFAA026187)

**收稿日期:** 2023-07-07

**\*通讯作者** (E-mail: zengzhaotian@163.com)

## 1 材料与方法

### 1.1 试验材料

试验用珊瑚钙质砂取自中国南海某岛屿,呈白色不规则颗粒状。试验前将取回的砂样过 2 mm 细筛并风干保存。通过室内试验测得其土粒相对质量密度为 2.73,最大、最小干密度分别为 1.39, 1.04 g/cm<sup>3</sup>。测得其相对密度为 0.53,颗粒组成见表 1。经气量法<sup>[5]</sup>确定其 CaCO<sub>3</sub> 质量分数大于 90%。

表 1 珊瑚砂的颗粒组成

Table 1 Particle-size distribution of calcareous sands 单位: %				
<0.075 mm	<0.25 mm	<0.5 mm	<1 mm	2 mm
2.9	29.8	67.8	94.6	100

### 1.2 导热系数测试过程

导热系数测试采用 Decagon 公司研制的 KD2-Pro 土壤热特性分析仪,其测试原理基于热线源理论,测量时加热探针产生热脉冲,热电偶监测试样内温度变化,采用最小二乘法对测量结果进行最优化拟合,可归结于在无限大介质中有一恒定热线源的径向一维稳态导热的求解问题<sup>[6]</sup>。试验过程如下:

(1) 将上述风干砂样置于 105℃ 烘箱中烘干至恒重,采用喷雾法或抽真空饱和法制备不同含水率  $w$  ( $w=0\sim35\%$ ,  $\Delta w=5\%$ ) 砂样,配制好的样品置于密封袋中 24 h,使含水率分布均匀。

(2) 采用击实法,制作干密度  $\rho_d=1.20$  g/cm<sup>3</sup> 的试样。将砂样分两层击实到 PVC 模具(直径  $D=7.5$  cm,高  $H=6$  cm)中,层间使用金属器“刮毛”;将密封好的试样放在 20℃ 的恒温恒湿箱内养护 24 h 备用。

(3) 采用 KD2-Pro 热特性仪测定试样导热系数,测试过程见文献[1]。为了减少制样不均匀性的影响,在每个试样的 5 个不同位置进行多次量测,剔除异常值后取平均值作为最终导热系数测定值。

### 1.3 导热系数预测模型

#### (1) Johansen 模型(1975)

Johansen 提出的导热系数计算模型<sup>[3]</sup>可表述为:

$$\lambda = (\lambda_{\text{sat}} - \lambda_{\text{dry}})K_e + \lambda_{\text{dry}}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} K_e = 0.71\lg(S_r) + 1.0 & 0.05 < S_r \leq 0.1 \\ K_e = \lg(S_r) + 1.0 & S_r \geq 0.1 \end{cases}, \quad (2)$$

$$\lambda_{\text{sat}} = \lambda_s^{1-n} \lambda_w^n, \quad (3)$$

$$\lambda_{\text{dry}} = \frac{0.135\rho_d + 64.7}{2700 - 0.947\rho_d}. \quad (4)$$

式中:  $\lambda_{\text{dry}}$  和  $\lambda_{\text{sat}}$  分别为干燥、饱和状态下土壤的导热系数;  $K_e$  为归一化导热系数;  $\lambda_w$  为水的导热系数 (20℃ 时取 0.594 W/(m·K));  $n$  为土壤孔隙率,  $\lambda_s$  由整个固体的石英含量( $z$ )及石英导热系数 ( $\lambda_z=7.7$  W/(m·K)) 和其他矿物质的导热系数  $\lambda_o$  得到,即

$\lambda_s = \lambda_z^z \lambda_o^{1-z}$ , 其中  $\lambda_o=2.0$  W/(m·K) ( $z>0.2$ ),  $\lambda_o=3.0$  W/(m·K) ( $z\leq 0.2$ )。

在 Johansen 模型计算中,由于钙质砂是一种 CaCO<sub>3</sub> 质量分数高于 90%,石英含量极小的特殊土体,选取  $z$  (石英含量) 为 0.5% 进行计算,其余参数依据试样的含水率和干密度计算得出。

#### (2) Chen 模型 (2008)

Chen 采用幂函数描述导热系数与饱和度及土体孔隙率之间的关系<sup>[4]</sup>,通过数据拟合获得经验公式为

$$\lambda = \lambda_w^n \lambda_s^{1-n} [(1-b)S_r + b]^c, \quad (5)$$

式中:  $b, c$  均为经验系数,取值分别为 0.0022 和 0.78。

#### (3) 预测模型适用性评价指标

采用均方根误差(root-mean-square error, RMSE) 对模拟值和实测值之间的符合度进行统计分析:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\lambda_{\text{exp}} - \lambda_{\text{pre}})^2}, \quad (6)$$

式中,  $\lambda_{\text{exp}}$  为实测值,  $\lambda_{\text{pre}}$  为预测值。RMSE 值越小,模拟值与实测值之间的偏差越小,一致性越好,模拟结果越准确可靠。

## 2 试验结果分析

### 2.1 不同含水率条件下珊瑚钙质砂的导热系数

室温 ( $T=20^\circ\text{C}$ ) 条件下不同含水率珊瑚钙质砂试样的导热系数变化曲线如图 1 所示。

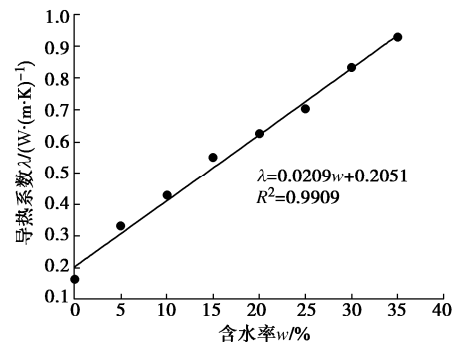


图 1 钙质砂导热系数变化规律曲线

Fig. 1 Variation curve of thermal conductivity of calcareous sands

由图 1 可知: 试样导热系数  $\lambda$  随含水率  $w$  的增大呈现出明显的线性递增关系。上述变化规律可以解释如下: 珊瑚钙质砂具有形状不规则、多孔隙(含有内、外孔隙)等特性,当试样处于完全干燥状态,试样内仅通过砂颗粒间点对点接触或孔隙间导热系数极低的空气 ( $\lambda_{\text{air}}=0.024$  W/(m·K)) 来传递热量,因此完全干燥的钙质砂试样导热系数极低(仅 0.162 W/(m·K))。随着试样含水率的增加,一方面导热系数相对较大的水逐步取代了试样孔隙间的空气,导热系数增加,另一方面,水分在砂颗粒表面形成结合水膜,构成“液桥”使颗粒间的有效接触面积明显增加。同时,水分

的增加在试样内部形成热对流, 进一步促使试样导热系数增加。因此, 钙质砂导热系数随含水率的增加而线性递增。

对比珊瑚钙质砂试样的导热系数与文献[4]中石英砂试样的导热系数发现, 相同条件下, 前者的导热系数较后者低。这可从两种试样的矿物组成差异进行解释, 后者中大部分矿物成分为石英 ( $\lambda_{\text{石英}} = 7.7 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ), 而前者主要为方解石 ( $\lambda_{\text{方解石}} = 3.59 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ )[7], 因此, 相同条件下石英砂试样的导热系数明显高于珊瑚钙质砂试样。后文将根据上述特性对珊瑚钙质砂的导热系数预测模型进行相关分析。

## 2.2 导热系数预测模型分析

### (1) 预测模型计算结果及误差分析

采用 Johansen 模型和 Chen 模型对上述不同含水率条件下珊瑚钙质砂试样的导热系数分别进行预测计算, 模型预测值与试验实测值对比结果如图 2 所示。

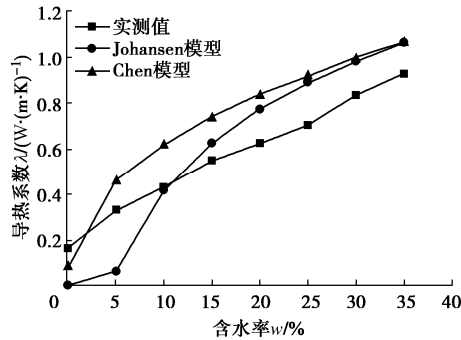


图 2 导热系数实测值与两种模型预测值的比较

Fig. 2 Comparison of measured and predicted values of thermal conductivity of calcareous sands

由图 2 可知, Johansen 模型和 Chen 模型均能反映出珊瑚钙质砂导热系数随含水率增长的变化趋势, 但二者的预测值与实测值均有较大的误差, RMSE 值分别为 0.1596 和 0.1716。因此, Johansen 模型和 Chen 模型均不能直接用来预测珊瑚钙质砂的导热系数。

由图 2 进一步分析可知, Johansen 模型和 Chen 模型的大部分预测值都大于实测值, 根本原因分析如下: 钙质砂是一种海洋成因的特殊岩土材料, 石英含量极小, 主要矿物成分方解石、文石等的导热系数值均低于石英; 而 Johansen 模型中固相物质导热系数  $\lambda_s$  的求解主要考虑石英含量与其导热系数的幂函数关系, Chen 模型计算公式通过 4 种石英砂导热系数的试验数据拟合得到, 上述 2 种模型的关键参数 (Johansen 模型:  $\lambda_s$ ; Chen 模型:  $b$ 、 $c$ ) 均适用于石英含量较高的砂性土; 对于石英含量极微的珊瑚钙质砂而言, 2 种预测模型的计算方法并不适用。此外, Johansen 模型中另一关键参数  $K_e$  反映土样导热系数受其含水率的影响, 但模型中  $K_e$ - $S_r$  之间的对数关系 (式 (2)) 被

证明并不适用土体低含水率情况下的导热系数预测[8], 这也是图 2 中 Johansen 模型在低含水率区段 ( $w < 10\%$ ) 的预测值小于试验实测值且偏差较大的原因之一。

### (2) 模型参数修正

由上述误差分析可知, Johansen 模型和 Chen 模型的导热系数预测值与本文试验实测值的偏差大于 20%, 根本原因在于其模型关键参数不适合于珊瑚钙质砂导热系数的预测计算, 因此, 笔者分别对 2 种模型的关键参数进行分析修正。

#### a) Johansen 模型

该模型的建立过程未深入分析不同土质对  $K_e$ - $S_r$  关系的影响, 如果考虑本文实测的导热系数值  $\lambda$ , 将式 (1) 进行反算, 则  $K_e$  可以表示为

$$K_e = f(S_r) = \frac{\lambda - \lambda_{\text{dry}}}{\lambda_{\text{sat}} - \lambda_{\text{dry}}} \quad (7)$$

根据本文中珊瑚钙质砂导热系数及相应含水率的实测数据 (见图 1), 通过公式 (7) 反算得到的  $K_e$ - $S_r$  函数关系曲线如图 3 所示。为了对比, 将图 2 中 Johansen 模型的  $K_e$ - $S_r$  函数关系曲线也绘制于图 3 中。

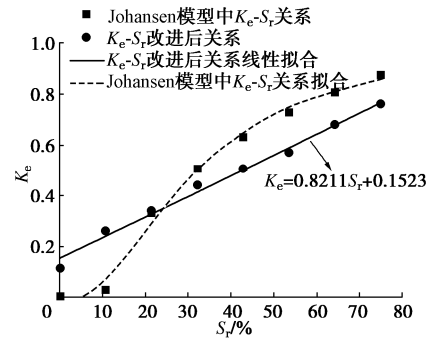


图 3 改进前后的  $K_e$ - $S_r$  关系对比

Fig. 3  $K_e$ - $S_r$  curves before and after improvement

由图 3 中 2 种  $K_e$ - $S_r$  函数关系对比可知, 实测数据反算得到的  $K_e$ - $S_r$  关系曲线与 Johansen 提出的对数关系有较大偏差, 前者符合良好的线性关系, 即  $K_e$  随  $S_r$  递增呈线性递增趋势, 这与图 1 中导热系数  $\lambda$  随含水率  $w$  递增而线性增加的变化趋势是一致的。通过拟合, 实测数据反算  $K_e$ - $S_r$  函数可表达如下:

$$K_e = f(S_r) = 0.8211S_r + 0.1523 \quad (8)$$

将式 (8) 代入到 Johansen 模型中进行导热系数计算, 构建出改进的 Johansen 模型。

#### b) Chen 模型

该模型中经验系数  $b$ 、 $c$  取值是 Chen 结合试验数据针对石英砂的建议取值, 为使其适用于珊瑚钙质砂导热系数的预测, 将本文实测数据逐个代入 Chen 模型 (式 (5)) 进行多元非线性回归分析, 得到系数  $b$  和  $c$  取值分别为 0.17 和 1.83, 因此, 改进的 Chen 模型为

$$\lambda = \lambda_w^n \lambda_s^{1-n} [(1-0.17)S_r + 0.17]^{1.83n} \quad (9)$$

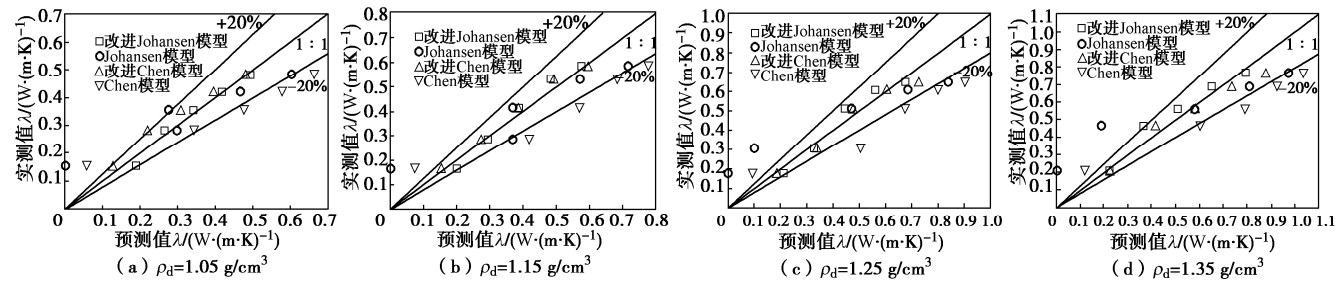


图 4 改进前后模型针对文献[1]中钙质砂试样导热系数预测值的对比

Fig. 4 Comparison of predicted and measured values of models before and after improvement

(3) 改进模型的预测效果验证

采用改进前后的 Johansen 模型和 Chen 模型,对文献[1]中不同干密度、含水率条件下的钙质砂试样导热系数进行预测计算,不同模型预测值与实测值的比较如图 4 和表 2 所示。由此可知,相较于原 Johansen 模型,改进 Johansen 模型的预测值更接近实测值, RMSE 变化范围由 0.09~0.18 降低至 0.01~0.05,改进后的  $K_e$ - $S_r$  关系较大地提升了预测精度;相较于原 Chen 模型预测值大部分在 20%误差线以外,改进 Chen 模型的预测值较均匀地分布于 1:1 线附近, RMSE 变化范围由 0.12~0.20 减小至 0.03~0.05。由上述分析可知,在经验公式的使用中,对不同质地的土壤进行修正是必要的;2 种改进模型均能对室温条件下不同含水率和干密度珊瑚钙质砂试样的导热系数进行有效预测。

表 2 改进前后模型对文献[1]中数据拟合的 RMSE 值

预测模型	RMSE			
	$\rho_d=1.05$ g/cm <sup>3</sup>	$\rho_d=1.15$ g/cm <sup>3</sup>	$\rho_d=1.25$ g/cm <sup>3</sup>	$\rho_d=1.35$ g/cm <sup>3</sup>
Johansen 模型	0.0964	0.1046	0.1530	0.1883
改进的 Johansen 模型	0.0192	0.0303	0.0437	0.0549
Chen 模型	0.1299	0.1477	0.1858	0.2041
改进的 Chen 模型	0.0439	0.0380	0.0420	0.0477

3 结 论

- (1) 其他条件保持不变时,珊瑚钙质砂试样的导热系数随含水率的增大而呈现线性递增趋势,饱水状态试样的导热系数值约为完全干燥状态试样的 5.7 倍。
- (2) Johansen 模型和 Chen 模型对珊瑚钙质砂导热系数的预测值与试验实测值存在较大误差, RMSE 值在 0.15 以上,根本原因在于 2 种模型中的关键参数均适用于石英含量高的砂性土,而珊瑚钙质砂是一种石英含量极小的海洋岩土材料,两种模型均不能直接用来预测珊瑚钙质砂的导热系数。
- (3) 对 Johansen 模型和 Chen 模型中关键参数进行了修正,利用文献[1]试验数据对改进后两种模型预

测效果进行检验,结果表明改进后模型的预测值均接近实测值,均方根误差值小于 0.05,可以用来准确预测室温条件下不同含水率、干密度珊瑚钙质砂的导热系数。

参考文献:

[1] 付慧丽,莫红艳,曾召田,等. 钙质砂热传导性能试验[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(增刊 2): 61-64. (FU Huili, MO Hongyan, ZENG Zhaotian, et al. Experimental study on thermal conductivity of calcareous sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(S2): 61-64. (in Chinese))

[2] XIAO Y, LIU H L, NAN B W, et al. Gradation-dependent thermal conductivity of sands[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2018, 144(9): 06018010.

[3] JOHANSEN O. Thermal Conductivity of Soils[R]. Cold Regions Research and Engineering Lab Hanover NH, 1977.

[4] CHEN S X. Thermal conductivity of sands[J]. Heat and Mass Transfer, 2008, 44(10): 1241-1246.

[5] 土工试验规程: GB/T 50123—2019[S]. 2019. (Standard for Geotechnical Testing Method: GB/T 50123—2019[S]. 2019. (in Chinese))

[6] 张延军,于子望,黄 芮,等. 岩土热导率测量和温度影响研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(2): 213-217. (ZHANG Yanjun, YU Ziwan, HUANG Rui, et al. Measurement of thermal conductivity and temperature effect of geotechnical materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(2): 213-217. (in Chinese))

[7] PRIBNOW D, UMSONST T. Estimation of thermal conductivity from the mineral composition: influence of fabric and anisotropy[J]. Geophysical Research Letters, 1993, 20(20): 2199-2202.

[8] BALLAND V, ARP P A. Modeling soil thermal conductivities over a wide range of conditions[J]. Journal of Environmental Engineering and Science, 2005, 4(6): 549-558.