

DOI: 10.11779/CJGE20231253

# 毛细-吸附作用下考虑温度和孔隙比影响的土-水特征曲线研究

刘 爽<sup>1</sup>, 刘汉龙<sup>1,2,3</sup>, 肖 杨<sup>\*1,2,3</sup>

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045;  
3. 库区环境地质灾害防治国家地方联合工程研究中心, 重庆 400045)

**摘 要:** 土-水特征曲线是非饱和土重要的本构关系之一, 温度和孔隙比显著地影响土-水特征曲线。结合现有的吸附和毛细模型, 引入毛细凝聚因子, 建立了考虑毛细-吸附作用的土-水特征曲线模型。引入温度相关的水-气界面张力和润湿热, 推导了温度相关的浸润系数解析解和基质吸力, 从而建立了毛细-吸附作用下考虑温度影响的土-水特征曲线模型。基于不同孔隙比土的孔隙分布曲线可以通过平移、缩放获得, 建立了考虑孔隙比的毛细水模型, 结合吸附水模型提出了考虑温度和孔隙比的毛细-吸附解耦的土-水特征曲线模型。模型参数可通过两组同温不同孔隙比和一组不同温度的试验结果确定。对比模型预测与试验结果发现该模型较好地预测了多种土在不同温度和孔隙比下的土-水特征曲线。

**关键词:** 非饱和土; 温度; 孔隙比; 毛细作用; 吸附作用; 毛细冷凝

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)04-0877-10

**作者简介:** 刘 爽(1996—), 男, 博士研究生, 主要从事非饱和土的本构关系方面研究。E-mail: liuscqu@163.com。

## Soil-water characteristic curve considering temperature and void ratio under capillarity and adsorption

LIU Shuang<sup>1</sup>, LIU Hanlong<sup>1,2,3</sup>, XIAO Yang<sup>1,2,3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 3. National Joint Engineering Research Center of Geohazards Prevention in the Reservoir Areas, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** The soil-water characteristic curve (SWCC) is an important constitutive relationship of unsaturated soils. The temperature and void ratio obviously affect the SWCC of soils. By combining the adsorption and capillary water models for soils with the introduction of a capillary condensation factor, a SWCC model is proposed. Moreover, an analytical solution for wetting coefficient considering temperature is obtained by considering the non-isothermal water-air interfacial tension and enthalpy of immersion per unit area. Then, a temperature-dependent matric suction and SWCC model is established. Additionally, the distribution curves of pores at different void ratios can be obtained by shifting and scaling the curve at the reference state. Then, a void ratio-dependent capillary model is proposed. On this basis, a capillary-adsorption decoupling SWCC model considering temperature, void ratio and capillary condensation is established. The parameters can be determined from two series of test data with different void ratios at the same temperature and one data of different temperatures. The comparison between the predictions and measurements indicates that the proposed model is precise in predicting the SWCCs under different conditions.

**Key words:** unsaturated soil; temperature; void ratio; capillarity; adsorption; capillary condensation

## 0 引 言

土-水特征曲线 (SWCC) 描述了非饱和介质中饱和度和含水率与应力张量 (包括吸力) 之间的关系, 是非饱和土重要的本构关系之一<sup>[1-2]</sup>。现有 SWCC 模型可分为经验模型<sup>[3-4]</sup>、物理-经验模型<sup>[5]</sup>等。然而大

多模型忽略了温度或孔隙比的影响。事实上, 大多工

**基金项目:** 国家自然科学基金项目 (52078085); 重庆市研究生科研创新项目 (CYB23057)

**收稿日期:** 2023-12-22

**\*通信作者** (E-mail: hhuxyanson@163.com)

程处于水-热-力耦合的环境中, 土的温度和孔隙比一直在变化。试验表明温度和孔隙比对 SWCC 的影响十分明显<sup>[6-11]</sup>, 因此有必要建立水-热-力耦合的 SWCC 模型。

一些温度或孔隙比与 SWCC 模型参数的经验关系被用于建立考虑相应影响的 SWCC<sup>[7, 11-12]</sup>。王协群等<sup>[13]</sup>给出了一定含水率下吸力与温度的关系。相较而言, 从温度对土-水作用的影响出发建立模型适用性更广。Grant 等<sup>[14]</sup>考虑了温度对水-气界面张力和浸润系数(等于土-水界面接触角的余弦值)的影响, 建立了相应的模型。基于 Grant 等<sup>[14]</sup>的思路, 一些学者进一步引入了温度影响的润湿热(土湿化过程中液-气面的表面能变化量<sup>[6]</sup>), 提高了模型准确性<sup>[6, 15]</sup>。Xiao 等<sup>[16]</sup>给出了润湿热与温度的级数表达式, 并求解了温度相关的浸润系数, 建立了考虑温度的 VG 模型。对于孔隙比对 SWCC 的影响来说, 陈正汉等<sup>[17]</sup>发现干容重对试样的持水特性有显著的影响, 龚壁卫等<sup>[18]</sup>, 方祥位等<sup>[19]</sup>和王协群等<sup>[13]</sup>的结论与文献<sup>[17]</sup>一致。基于陈正汉等<sup>[20]</sup>提出的基质吸力相关的切线体积模量, 黄海等<sup>[21]</sup>推导了一个考虑应力状态的 SWCC 公式。Gallipoli 等<sup>[7]</sup>假设进气值与比容呈幂函数变化以此建立了考虑试样变形的 SWCC。胡冉等<sup>[9]</sup>和 Hu 等<sup>[22]</sup>基于不同孔隙比土的孔隙分布函数的关系建立了相应的 SWCC 模型。周葆春等<sup>[23]</sup>建立了 FX SWCC 模型参数与孔隙比的关系, 该模型也用于预测体积变化下试样的 SWCC。邹维列等<sup>[24]</sup>提出了一个经验性的考虑吸力和孔隙比的含水率变化关系。此外, 陈正汉<sup>[25]</sup>详细介绍了考虑孔隙比和温度相关的 SWCC 试验和模型的相关成果。这些研究成功地预测了不同温度和孔隙比下土的 SWCC, 但是大多数仅考虑了毛细水而忽略了吸附水。

一些学者从土的持水机制-毛细和吸附作用出发, 分别建立相应的模型以此得到宽基质吸力范围内的 SWCC<sup>[26-28]</sup>。部分模型中考虑了温度影响, 以此得到了宽基质吸力范围的温度相关 SWCC<sup>[15, 29]</sup>。同时, 将孔隙比相关的参数带入吸附与毛细模型可建立考虑孔隙比的宽基质吸力 SWCC 模型<sup>[10, 30-31]</sup>。此外, 一些模型同时考虑了温度和孔隙比的影响。Zhou 等<sup>[32]</sup>建立了考虑热固结影响的 SWCC 模型, 但是引入了多个假设和参数。蔡国庆等<sup>[6]</sup>假设润湿热与温度呈现线性变化, 并引入了孔隙比与参数的经验关系, 得到了一个考虑温度和孔隙比的模型。将考虑温度的基质吸力引入到考虑孔隙比的模型可得到水-热-力耦合的 SWCC 模型<sup>[33]</sup>。但是这些模型大多基于经验确定或引入了多个参数, 且低估了温度的影响, 因此需要建立一个形式简单、理论基础完善且适用性强的毛细-吸附作用

下考虑温度和孔隙比的 SWCC 模型。

本文提出一个新的毛细凝聚因子(反映“毛细凝聚”效应的参数)引入到 Revi 等<sup>[27]</sup>提出的模型中, 得到了一个考虑温度和毛细凝聚作用的吸附模型; 基于水-气界面张力和润湿热与温度的关系和 VG 模型, 推导了考虑温度影响的基质吸力; 结合不同孔隙比下土的孔隙分布特征的演化规律, 建立了考虑温度和孔隙比的毛细模型; 结合吸附和毛细模型, 建立了考虑温度、孔隙比效应和毛细凝聚作用的毛细-吸附解耦的 SWCC 模型。

## 1 毛细-吸附解耦的 SWCC

土中的总吸力包括基质吸力和渗透吸力, 其中基质吸力主要反映土中基质对水分的吸持作用, 而渗透吸力主要是由水中溶质部分引起的<sup>[25]</sup>。相对于渗透吸力, 基质吸力引起的土中水分变化是主要的, 因此一般仅考虑基质吸力对非饱和土的影响<sup>[25]</sup>。在后文中如无特殊说明, 吸力均指基质吸力。非饱和土中由吸力控制的水主要有毛细和吸附两种作用机制<sup>[26-31]</sup>。毛细水主要受毛细力作用, 水与颗粒产生的表面张力诱发孔隙水压, 在孔隙中形成曲面型的水-气界面, 主要作用于低吸力下; 吸附水主要受土-水相互作用影响, 在颗粒表面形成液体薄膜, 主要作用于高吸力下<sup>[26]</sup>。因此, 非饱和土饱和度  $S$  可以分为吸附饱和度  $S_a$  和毛细饱和度  $S_c$ 。可分别建立相应模型, 以此获得毛细-吸附作用下的 SWCC。在低含水率下, 土中水主要由吸附作用控制。大量学者开展了高吸力下土的吸附试验, 发现半对数坐标系下饱和度与吸力呈线性变化, 以此提出了多个吸附模型<sup>[26-27, 34]</sup>。Revil 等<sup>[27]</sup>发现 Freundlich 吸附理论适用于大多数土:

$$S_a = S_a^m \cdot RH^\eta = S_a^m \left\{ \exp[-M\psi/(RT)] \right\}^\eta \quad (1)$$

式中:  $S_a^m$  为最大吸附饱和度(%) ;  $RH$  为相对湿度(%) ;  $\eta$  为吸附相关的参数;  $M$  为水的摩尔体积,  $M=1.8 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $R$  为普适气体常数,  $R=8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ;  $T$  为温度(K)。

尽管该模型是基于土的总吸力确定的, 但是在高基质吸力下土中的总吸力与基质吸力基本相同。而本文主要采用该模型预测高吸力下的饱和度, 因此, 采用基质吸力代替该模型中的总吸力是可行的。此外该模型忽略了毛细凝聚作用, 导致吸附饱和度随着基质吸力降低一直增大, 高估了低基质吸力下吸附饱和度<sup>[35]</sup>。Zhou 等<sup>[35]</sup>认为吸附饱和度等于吸附模型预测的饱和度和乘以毛细凝聚因子。林志强等<sup>[30]</sup>和 Qian 等<sup>[31]</sup>认为毛细凝聚因子等于基质吸力的对数与最大基质吸力的对数值的比值, 然而该模型导致基质吸力小于 1 kPa

时吸附饱和度为负,这与实际情况不符,因此本文提出一个适用性更强的关系:

$$f_m = \ln(\psi + 1) / \ln(\psi_{\max} + 1) \quad (2)$$

式中:  $f_m$  为毛细凝聚因子;  $\psi$  为吸力 (kPa);  $\psi_{\max}$  为土的最大吸力 (kPa), 即土完全干燥时的吸力。

研究表明最大吸力与土的类型相关<sup>[26, 30]</sup>, 为了简化计算, 本文约定最大吸力为  $10^6$  kPa, 这与大多数模型相同<sup>[4, 29-31]</sup>。则考虑毛细凝聚作用的吸附饱和度可以表示为

$$S_a = \frac{\ln(\psi + 1)}{\ln(10^6 + 1)} S_a^m \left[ \exp\left(-\frac{M}{RT} \psi\right) \right]^\eta \quad (3)$$

图1展示了毛细凝聚因子与吸力的关系以及对吸附饱和度的影响, 结果表明高吸力下毛细凝聚因子与吸力基本呈线性变化, 而在低吸力下趋向于0。对于吸附饱和度来说, Revi等<sup>[27]</sup>认为吸附饱和度随吸力降低而逐渐增加, 吸力为0时达到最大, 而本文的模型认为随着吸力降低, 吸附饱和度先增加后减小, 存在一个最大值, 这与Zhou等<sup>[35]</sup>的结果一致。这说明毛细凝聚作用显著地改变了吸附饱和度, 因此本文提出的毛细凝聚因子适用范围更广, 更符合实际结果。

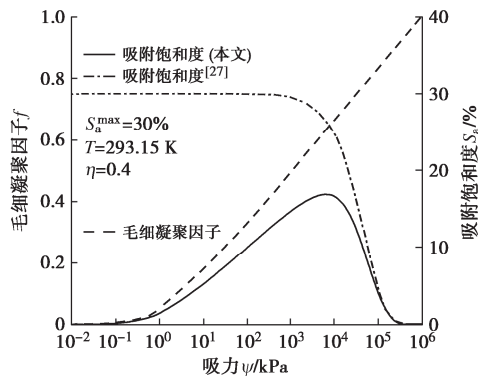


图1 毛细凝聚因子随吸力的演化及其对吸附饱和度的影响

Fig. 1 Evolution of factor of capillary condensation with suction and its effect on adsorption degree of saturation

在高饱和度下, 土中水主要由毛细作用控制。土中毛细水含量与孔隙分布相关, 利用孔隙分布函数可建立毛细水模型<sup>[36]</sup>, 但是准确获得土的孔隙分布具有一定挑战。土的SWCC呈现出“S”型, 部分研究者基于试验结果提出了经验模型<sup>[3-4]</sup>。其中VG模型<sup>[3]</sup>形式简单、预测效果好, 得到了广泛地应用<sup>[9, 22, 26-27]</sup>。因此, 本文利用VG模型来表示毛细饱和度:

$$S_c = \left[ 1 + (\alpha \psi)^n \right]^{1/n-1} \quad (4)$$

式中:  $\alpha$  为进气值的倒数 ( $\text{kPa}^{-1}$ );  $n$  为与土的孔隙分布相关的参数。

基于吸附饱和度和毛细饱和度以及毛细凝聚因子, 可得到考虑毛细凝聚作用的毛细-吸附解耦的土-

水特征曲线模型:

$$S = S_a + (1 - S_a) S_c = \frac{\ln(\psi + 1)}{\ln(10^6 + 1)} S_a^m \left[ \exp\left(-\frac{M\psi}{RT}\right) \right]^\eta + \left\{ 1 - \frac{\ln(\psi + 1)}{\ln(10^6 + 1)} S_a^m \left[ \exp\left(-\frac{M\psi}{RT}\right) \right]^\eta \right\} \left[ 1 + (\alpha \psi)^n \right]^{1/n-1} \quad (5)$$

## 2 考虑温度的 SWCC

大量的工程涉及到温度的变化, 这些变化显著地改变了土的力学响应<sup>[6, 12, 34]</sup>。对于SWCC来说, 考虑温度效应具有重要的意义。在本文提出的考虑毛细凝聚作用的SWCC模型中, 毛细水未考虑温度的影响, 这导致该模型无法准确的预测不同温度下的SWCC, 因此有必要建立考虑温度效应的毛细水, 以此建立毛细-吸附作用下的水-热耦合的SWCC模型。

### 2.1 温度相关湿化系数

毛细水主要是由非饱和介质中孔隙气压与孔隙水压不相同产生的曲面型水-气界面控制。研究表明Laplace方程可以描述水-气界面的压降<sup>[14]</sup>:

$$\psi = u_a - u_w = 2\sigma k / r \quad (6)$$

式中:  $u_a$  为孔隙气压 (kPa);  $u_w$  为孔隙水压 (kPa);  $\sigma$  为水-气界面张力 (N/m);  $k$  为浸润系数;  $r$  为土的孔径 (m)。

根据式(6), 温度对吸力的影响可以表示为

$$\frac{\partial \psi}{\partial T} = \frac{\psi}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial T} + \frac{\psi}{k} \frac{\partial k}{\partial T} - \frac{\psi}{r} \frac{\partial r}{\partial T} \quad (7)$$

式中: 右边3项分别反映了温度对水-气界面张力、浸润系数和孔径的影响。在273.15~373.15 K范围内线性方程可描述水-气界面张力与温度的关系<sup>[14-16]</sup>:

$$\sigma = a + bT \quad (8)$$

式中:  $a$  和  $b$  为拟合参数, 分别为0.1216 N/m和-1.668  $\times 10^{-4}$  N/(m·K)。

关于浸润系数, Grant等<sup>[14]</sup>基于热动力学给出了其与温度的关系:

$$\frac{\partial k}{\partial T} = \frac{1}{\sigma} \left( \frac{\sigma k + h}{T} - k \frac{d\sigma}{dT} \right) \quad (9)$$

式中:  $h$  为润湿热 ( $\text{J/m}^2$ ), 即均质土在湿润过程中界面表面能变化量<sup>[6]</sup>。

Grant等<sup>[14]</sup>认为润湿热与温度无关并给出了该方程解析解。事实上不同温度下土的润湿热并不同<sup>[6, 15]</sup>, Xiao等<sup>[16]</sup>选择一定范围内最低温度为参考状态温度, 给出了润湿热与温度的表达式:

$$h = h_r \cdot \left[ 1 - 0.38 \left( \frac{T_r - T}{1 - T} \right) - 0.1178 \left( -\frac{T_r - T}{1 - T} \right)^2 \right] \quad (10)$$

式中:  $T_r$  为参考状态下的温度 (K);  $h_r$  为参考状态下的润湿热 ( $\text{J/m}^2$ )。



基于此, 推导了浸润系数的解析解<sup>[16]</sup>:

$$k = \frac{c_3 + c_2 T \ln[T/(T-1)] + c_1 T/(T-1) + c_4 T}{a + bT} \quad (11)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 0.1178h_r(T_r-1)^2, \\ c_2 &= -2c_1 - 0.6156h_r(T_r-1), \\ c_3 &= -c_1 - c_2 - 0.5022h_r, \\ c_4 &= \frac{ak_r}{T_r} + bk_r - \frac{c_3}{T_r} - c_2 \ln\left(\frac{T_r}{T_r-1}\right) - \frac{c_1}{T_r-1}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中:  $k_r$  为参考状态下的  $k$ 。由于该表达式形式复杂, Xiao 等<sup>[16]</sup>给出了 273.15~373.15 K 情况下的近似解:

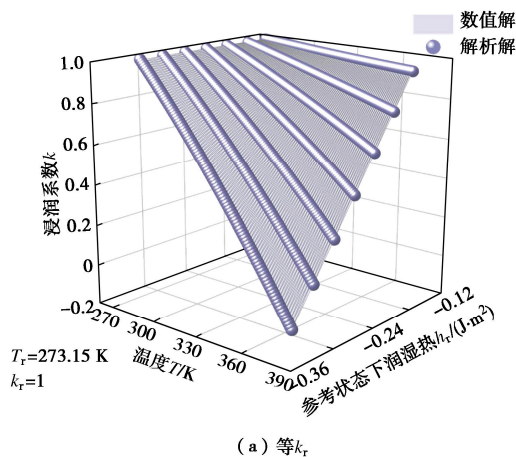
$$k = F_1 \cdot h_r' + F_2 \cdot k_r \quad (13)$$

式中:

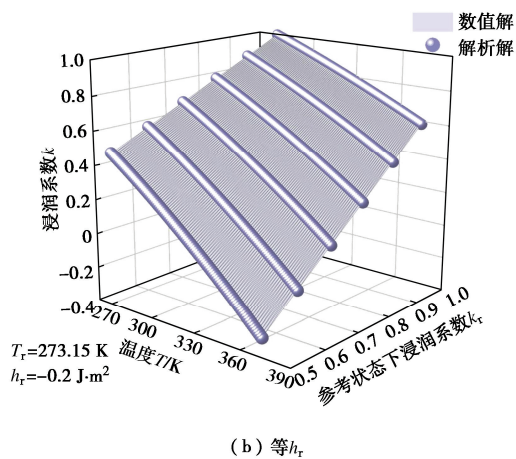
$$\left. \begin{aligned} F_1 &= -8.88(T/T_r)^2 + 5.08T/T_r + 3.8, \\ F_2 &= 1.382(T/T_r)^2 - 1.228T/T_r + 0.846. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中:  $h_r'$  为无量纲润湿热, 等于  $-h_r$ 。

图 2 对比了式 (9), (13) 的数值解, 可以发现两者高度一致, 因此式 (13) 可以准确描述浸润系数随温度的变化规律。



(a) 等  $k_r$



(b) 等  $h_r$

图 2 浸润系数的数值解与解析解对比

Fig. 2 Comparison between numerical and analytical solutions of wetting coefficient

## 2.2 温度相关 SWCC

温度变化会改变土颗粒和孔隙大小, 然而定量的给出孔径与温度的关系是困难的。Pham 等<sup>[33]</sup>定性的分析了温度对 SWCC 影响的主要因素, 发现温度对水-气界面张力和接触角的影响要远大于温度对孔径的影响。因此, 假设土的孔径不随温度变化而变化。结合式 (7), (8), (13), 并对式 (7) 在参考状态下温度和实际温度下进行积分, 可以得到

$$\psi = \psi_r / g(T_m) \quad (15)$$

式中:  $\psi_r$  为参考状态下的吸力;

$$g(T_m) = \frac{\sigma_r}{\sigma} \cdot \frac{k_r}{F_1 \cdot h_r' + F_2 \cdot k_r} \quad (16)$$

式中:  $\sigma_r$  为参考状态下的水-气界面张力 (N/m)。

图 3 给出了不同温度下的吸力之间的关系, 结果表明在双对数坐标系下, 不同温度下的吸力与参考状态下的吸力呈现线性变化。随着温度升高, 吸力逐渐减小, 且与参考状态下差距越大, 即吸力降低越明显。

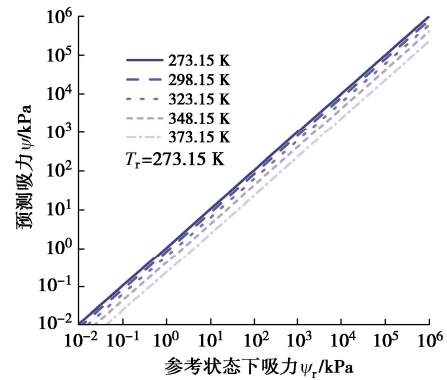


图 3 不同温度下与参考状态温度下的吸力关系

Fig. 3 Relationship of matrix suction between different temperatures and reference temperature

式 (15) 给出了不同温度下吸力与参考状态下的吸力的关系, 该表达式可直接引入到现有的考虑毛细水的 SWCC 模型中。结合式 (4), (15), 得到考虑温度效应的毛细饱和度:

$$S_c = [1 + (\alpha \cdot g \cdot \psi)^n]^{1/n-1} \quad (17)$$

对比该公式与 VG 模型, 可以认为式 (17) 中  $\alpha g$  为 VG 模型中的参数  $\alpha$ , 因此温度对毛细饱和度的影响主要是通过温度相关的进气值反映的, 而与孔径相关的参数  $n$  则不受温度的影响。大量研究表明温度主要影响 SWCC 的进气值<sup>[6, 14-16]</sup>, 这证明了本文模型的可行性。图 4 给出了不同温度下的毛细饱和度, 发现不同温度下曲线的形态接近, 随着温度增加, 相同吸力下毛细饱和度降低。

假设毛细凝聚作用和土最大吸力不受温度的影响, 结合考虑温度影响的毛细饱和度和吸附饱和度, 即可得到考虑温度效应的毛细-吸附解耦的土水特征



曲线模型:

$$S = S_a + (1 - S_a) \left\{ 1 + \left[ \alpha \frac{(a + bT_r)k_r \cdot \psi}{(a + bT)(F_1 h_r + F_2 k_r)} \right]^n \right\}^{\frac{1}{n-1}} \quad (18)$$

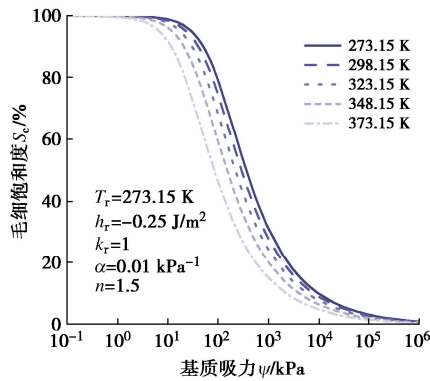


图4 毛细饱和度随温度的演化

Fig. 4 Evolution of capillary degree of saturation with temperature

### 3 考虑温度和孔隙比的 SWCC

对于非饱和土来说, 孔隙变化会显著地改变土-水特征曲线<sup>[7, 9, 17]</sup>。大多数工程中土处于非饱和状态, 且温度和孔隙比同时变化的条件下, 同时温度变化也会诱发土热固结导致孔隙比发生改变<sup>[6, 32]</sup>。因此为了分析非饱和土在水-热-力耦合的力学特性和本构关系, 需要建立一个同时考虑温度和孔隙比的 SWCC。

土的吸附作用主要由库仑力和范德华力等控制<sup>[26]</sup>, 因此土的吸附饱和度主要与带电离子和比表面积等因素相关, 与孔隙比基本无关<sup>[37]</sup>, 因此本文假设孔隙比不改变土的吸附水含量。而毛细水含量受孔隙分布控制, 可根据不同孔隙比下孔隙分布特征建立考虑孔隙比的毛细饱和度。胡冉等<sup>[9]</sup>和 Hu 等<sup>[22]</sup>发现不同孔隙比的孔隙分布特征函数可通过平移和缩放获得, 即土的变形基本不改变孔隙分布曲线的形态和统计分布特征。此外, Kong 等<sup>[38]</sup>发现不同温度下曲线形态和统计分布特征基本一致, 则温度导致的变形(孔隙分布函数变化)与固结导致的变形相同, 因此不同温度和孔隙比下孔隙分布曲线也可以通过平移或缩放获得。

类比胡冉等<sup>[9]</sup>和 Hu 等<sup>[22]</sup>提出的不同孔隙比的孔隙分布特征关系, 可以得到不同状态(温度或孔隙比)下土的孔隙分布函数表达式:

$$f_r(\ln r) \rightarrow f(\ln r) := \lambda f_r(\mu \ln r) \quad (19)$$

式中:  $\lambda$  和  $\mu$  分别为实际状态与参考状态下土的孔隙分布函数的平移量和缩放量。

结合 Laplace 方程和毛细饱和度, 对数坐标下孔隙分布函数可以表示为<sup>[9, 22]</sup>

$$f(\ln r) = -(\theta_s - \theta_a) \frac{\partial S_c}{\partial \psi} \frac{2\sigma k}{r} = -\theta_c \frac{\partial S_c}{\partial \psi} \frac{2\sigma k}{r} \quad (20)$$

式中:  $\theta_s$  为饱和含水率(%);  $\theta_a$  为吸附含水率(%)。值得注意的是, 这里利用吸附饱和度取代了胡冉等<sup>[9]</sup>和 Hu 等<sup>[22]</sup>采用的残余饱和度。将式(17)带入式(20), 则可以得到参考状态下土的孔隙分布函数的表达式:

$$f_r(\ln r) = (n-1) \left( \alpha g \frac{2\sigma k}{r} \right)^n \theta_c \left[ 1 + \left( \alpha g \frac{2\sigma k}{r} \right)^n \right]^{1/n-2} \quad (21)$$

将式(19)代入式(21)可得任意温度或孔隙比下的孔隙分布函数:

$$f(\ln r) = \lambda(n-1) \left( \alpha g \frac{2\sigma k}{\mu r} \right)^n \theta_c \left[ 1 + \left( \alpha g \frac{2\sigma k}{\mu r} \right)^n \right]^{1/n-2} \quad (22)$$

胡冉等<sup>[9]</sup>和 Hu 等<sup>[22]</sup>证明了变形对 SWCC 的影响仅与平移量有关, 与缩放量无关, 因此考虑温度和孔隙比的毛细饱和度可以表示为

$$S_c = \frac{\int_{+\infty}^{\psi} f(\psi) d\psi}{\int_{+\infty}^0 f(\psi) d\psi} = \frac{\int_{+\infty}^{\psi} f(\ln r) \frac{d(\ln r)}{d\psi} d\psi}{\int_{+\infty}^0 f(\ln r) \frac{d(\ln r)}{d\psi} d\psi} = \left[ 1 + (\alpha \cdot g / \mu \cdot \psi)^n \right]^{1/n-1} \quad (23)$$

此外, 胡冉等<sup>[9]</sup>和 Hu 等<sup>[22]</sup>认为平移量与土的孔隙比相关:

$$\mu = 1 / \exp(\xi e - \xi e_r) \quad (24)$$

式中:  $\xi$  为比例系数, 等于固结过程中  $\ln r - e$  曲线的斜率;  $e$  和  $e_r$  分别为不同状态和参考状态下土的孔隙比。将式(24)代入式(23), 得到考虑温度和孔隙比的毛细饱和度:

$$S_c = \left\{ 1 + \left[ \alpha g \cdot \exp(\xi e - \xi e_r) \cdot \psi \right]^n \right\}^{1/n-1} \quad (25)$$

因此考虑温度、孔隙比影响和毛细凝聚作用的毛细-吸附解耦的土-水特征曲线模型可以表示为

$$S = S_a + (1 - S_a) \left\{ 1 + \left[ \alpha \frac{(a + bT_r)k_r \cdot e^{\xi e - \xi e_r} \cdot \psi}{(a + bT)(F_1 h_r + F_2 k_r)} \right]^n \right\}^{\frac{1}{n-1}} \quad (26)$$

## 4 模型验证

### 4.1 模型参数和确定方法

本文建立的土-水特征曲线模型共有 11 个参数, 其中包括吸附水相关参数  $S_a^m$  和  $\eta$ , 毛细水相关参数  $\alpha$  和  $n$ , 土的孔隙比  $e$ ,  $e_r$  和温度  $T$ ,  $T_r$ , 参考状态下温度相关的参数  $k_r$ ,  $h_r$  和孔隙比相关的比例系数  $\xi$ 。其中参考状态选取实际工程或试验数据的最低温度下任意孔隙比的土; 利用式(5)拟合参考状态下的 SWCC 实测结果, 确定吸附水和毛细水相关参数  $S_a^m$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$  和  $n$ ; 再选取与参考状态同温不同孔隙比的试验结果,

利用式 (26) 结合吸附水和毛细水相关参数拟合确定比例系数  $\xi$ ；最后选取与参考状态不同温度的试验数据，利用式 (18) 结合吸附水和毛细水相关参数拟合确定温度相关的参数  $k_t$ ， $h_t$ 。因此确定模型参数至少需要 3 组试验数据，包括两组同温不同孔隙比和一组不同温度下的试验数据。

4.2 模型预测结果和试验对比

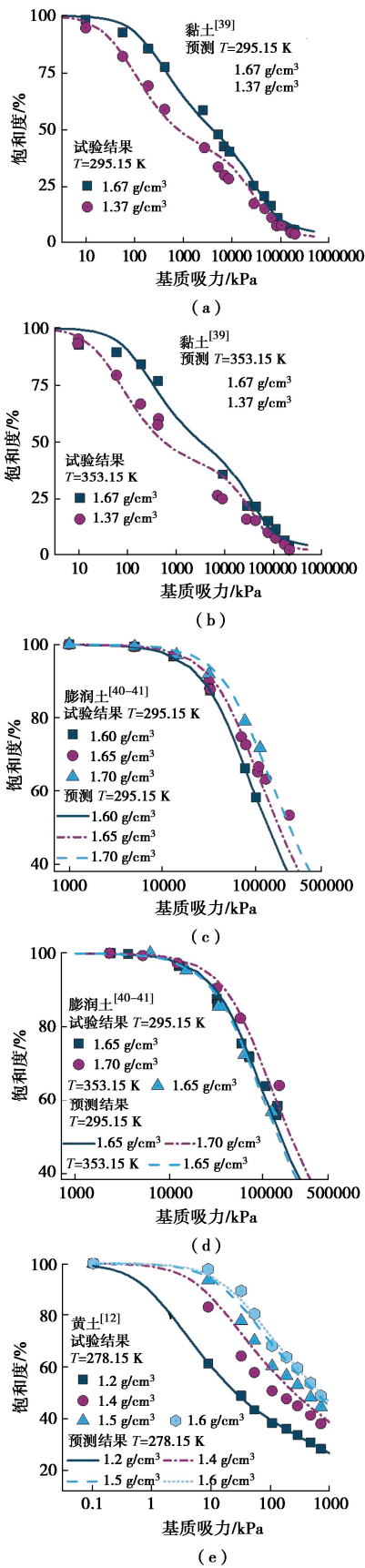
为了验证本文提出的模型的适用性，分别选取了不同条件下的黏土<sup>[39]</sup>，膨润土<sup>[40-41]</sup>，黄土<sup>[12]</sup>和粉质黏土<sup>[42]</sup>进行对比。选用两组最低温度不同孔隙比和一组高温数据用于确定模型参数。其中一组低温数据作为参考状态，利用毛细-吸附解耦的 SWCC 模型进行拟合确定参数  $S_a^m$ ， $\eta$ ， $\alpha$  和  $n$ ，并利用另一组低温数据确定参数  $\xi$ ，再利用式 (26) 结合上述 5 个参数拟合高温试验数据，确定参数  $k_t$ ， $h_t$ ，最后利用式 (27) 预测其余温度和孔隙比下的试验数据。具体参数见表 1。

表 1 模型参数

材料	黏土 <sup>[39]</sup>	膨润土 <sup>[40-41]</sup>	黄土 <sup>[12]</sup>	粉质黏土 <sup>[42]</sup>
$S_a^m / \%$	52.33	86.17	23.16	0
$\eta$	5.164	4.576	50.40	1
$\alpha / \text{kPa}^{-1}$	$5.047 \times 10^{-3}$	$2.055 \times 10^{-5}$	0.945	$2.870 \times 10^{-2}$
$n$	1.380	1.627	1.234	1.669
$k_t$	0.828	0.767	0.659	0.674
$h_t / (\text{J} \cdot \text{m}^{-2})$	-0.140	-0.173	-0.232	-0.368
$\xi$	6.348	5.561	6.318	23.645

图 5 给出了 4 种土在不同温度和孔隙比下试验和 soils 预测的饱和度对比。同时，图 6 给出了不同条件下黏土的毛细饱和度和吸附饱和度与吸力的关系。利用决定系数 ( $R^2$ ) 和均方根误差 (RMSE) 来表征模型预测可靠性。表 2 给出了 4 种土的  $R^2$  和 RMSE 值，结果表明模型预测结果较为可靠，误差均在可接受范围内，因此本文提出的模型可以通过 3 组数据预测不同温度和孔隙比下土的 SWCC。孔隙比一定时，随着温度增加土-水特征曲线向左移动，这表明在一定的吸力下，温度越高，饱和度越低，土的持水能力越低。此外温度对土-水特征曲线的影响与土类型有关，不同类型的土对温度的敏感性不一样。同时温度对于吸附饱和度影响较小，这与 Vahedifard 等<sup>[15]</sup>的研究结果一致。然而，一些吸附试验结果表明温度对吸附水的影响不可忽视<sup>[34]</sup>，因此有必要开展进一步的研究。而对于毛细饱和度来说，随着温度增加显著地降低，这表明本文提出的模型主要是通过毛细水来反映温度的影响，这与大多数试验和模型相吻合<sup>[15, 29]</sup>。相比于温度，孔隙比对 SWCC 的影响更为明显。一定温度和吸力下，随着孔隙比增加，毛细饱和度明显降低，这与试验结果以及现有的模型基本一致<sup>[6, 9]</sup>。由于本文的吸附

模型并未考虑孔隙比的影响，因此不同孔隙比下吸附饱和度不变。但是孔隙比变化可能会改变土的最大吸附含水率<sup>[10]</sup>，因此有必要开展不同孔隙比下土的吸附试验来进一步提高吸附模型的预测能力。



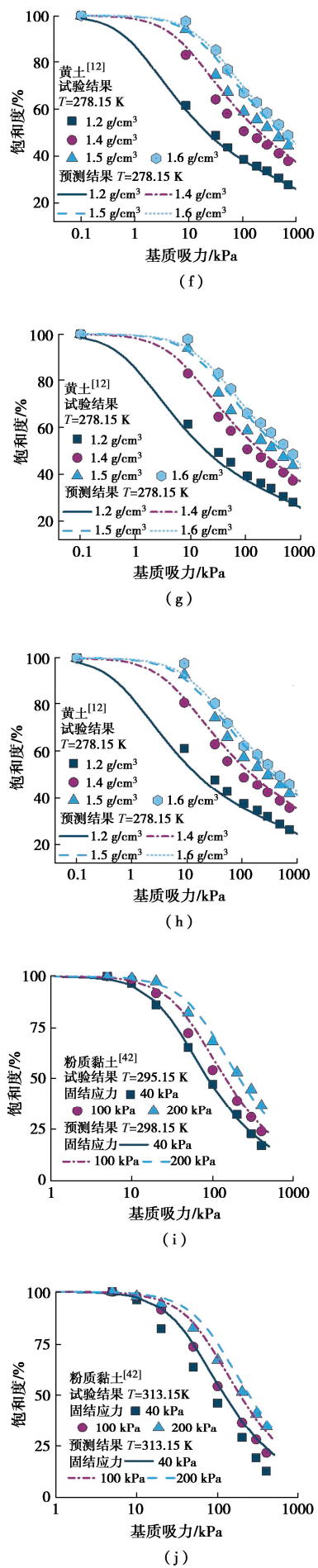


图 5 土的饱和度预测和试验结果对比  
Fig. 5 Comparison between predictions and test data of different

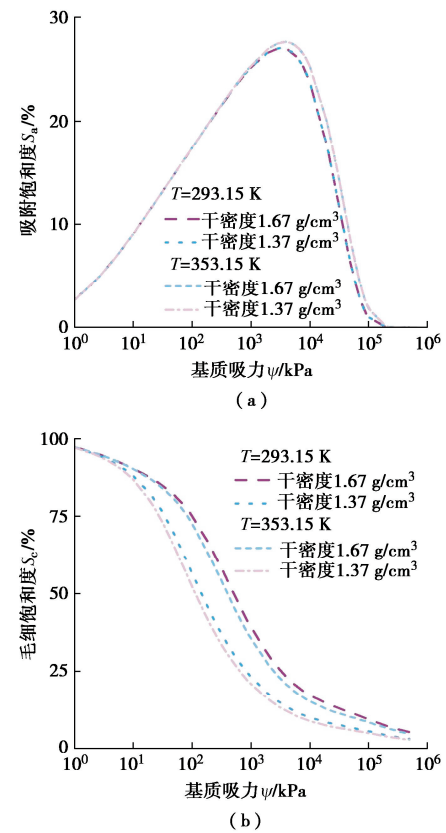


图 6 不同条件下黏土<sup>[39]</sup>的毛细饱和度和吸附饱和度  
Fig. 6 Capillary and adsorption degrees of saturation of clay<sup>[39]</sup> under different conditions

表 2 不同类型土的模型预测  $R^2$  和 RMSE  
Table 2 Coefficients of determination and root mean squared error of predicted results of different type soils

材料	黏土 <sup>[39]</sup>	膨润土 <sup>[40-41]</sup>	黄土 <sup>[12]</sup>	粉质黏土 <sup>[42]</sup>
$R^2$	0.9853	0.9754	0.9766	0.9634
RMSE	0.0389	0.0263	0.0332	0.0542

5 结 论  
本文基于非饱和介质的不同保水机制-吸附作用和毛细作用, 分别建立了相应的考虑温度和孔隙比的模型, 并且考虑了毛细凝聚效应, 得到 4 点结论。



(1)提出了一个宽基质吸力范围的毛细凝聚因子与吸力经验关系,结合 Revil 等<sup>[27]</sup>的吸附水模型,建立了考虑毛细凝聚效应的吸附水模型。

(2)基于 Laplace 方程和热力学理论推导的浸润系数与温度的关系,结合水-气界面张力与温度的线性关系和浸湿热与温度的非线性关系,构建了不同温度下的吸力关系,并引入到 VG 土-水特征曲线模型中。

(3)不同温度和孔隙比下土的孔隙分布曲线的形态和统计分布特征基本不变,从孔隙分布的角度给出了不同温度和孔隙比下土的孔径关系,从而建立了考虑温度和孔隙比的土-水特征曲线模型。

(4)结合吸附和毛细模型,建立了考虑温度、孔隙比和毛细凝聚作用的毛细-吸附解耦的土-水特征曲线模型。模型含有 11 个参数,可通过两组同温不同孔隙比和一组不等温的试验结果确定,并成功地预测了不同类型土在不同温度和孔隙比下的土-水特征曲线。

#### 参考文献:

- [1] ZHAO Y, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. A general best-fitting equation for the multimodal soil-water characteristic curve[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2023, **41**(5): 3239-3252.
- [2] 陈正汉, 苗强强, 郭楠, 等. 关于持水特性曲线研究的几个问题[J]. *岩土工程学报*, 2023, **45**(4): 671-679. (CHEN Zhenghan, MIAO Qiangqiang, GUO Nan, et al. On some problems of researches on soil-water retention curve[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2023, **45**(4): 671-679. (in Chinese))
- [3] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, **44**(5): 892-898.
- [4] FREDLUND D G, XING A Q. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, **31**(4): 521-532.
- [5] 徐晓兵, 陈云敏, 张旭俊, 等. 基于颗分曲线预测可降解土体土水特征曲线的初探研究[J]. *土木工程学报*, 2016, **49**(12): 108-113. (XU Xiaobing, CHEN Yunmin, ZHANG Xujun, et al. Prediction on the soil-water characteristic curve of degradable soil from particle-size distribution curve[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2016, **49**(12): 108-113. (in Chinese))
- [6] 蔡国庆, 赵成刚, 刘艳. 非饱和土土-水特征曲线的温度效应[J]. *岩土力学*, 2010, **31**(4): 1055-1060. (CAI Guoqing, ZHAO Chenggang, LIU Yan. Temperature effects on soil-water characteristic curve of unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, **31**(4): 1055-1060. (in Chinese))
- [7] GALLIPOLI D, WHEELER S J, KARSTUNEN M. Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**(1): 105-112.
- [8] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Framework to estimate the soil-water characteristic curve for soils with different void ratios[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2020, **79**(8): 4399-4409.
- [9] 胡冉, 陈益峰, 周创兵. 基于孔隙分布的变形土土水特征曲线模型[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(8): 1451-1462. (HU Ran, CHEN Yifeng, ZHOU Chuangbing. A water retention curve model for deformable soils based on pore size distribution[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(8): 1451-1462. (in Chinese))
- [10] 高游, 李泽, 孙德安, 等. 考虑初始孔隙比影响的单/双峰土-水特征曲线模型研究[J]. *岩土力学*, 2022, **43**(6): 1441-1452. (GAO You, LI Ze, SUN Dean, et al. Unimodal and bimodal soil-water characteristic curves model considering the effect of initial void ratio[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2022, **43**(6): 1441-1452. (in Chinese))
- [11] 陶高梁, 孔令伟. 不同初始孔隙比土体进气值及土-水特征曲线预测[J]. *岩土工程学报*, 2018, **40**(增刊 1): 34-38. (TAO Gaoliang, KONG Lingwei. Prediction of air-entry value and soil-water characteristic curve of soils with different initial void ratios[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(S1): 34-38. (in Chinese))
- [12] 王铁行, 卢靖, 岳彩坤. 考虑温度和密度影响的非饱和黄土土-水特征曲线研究[J]. *岩土力学*, 2008, **29**(1): 1-5. (WANG Tiehang, LU Jing, YUE Caikun. Soil-water characteristic curve for unsaturated loess considering temperature and density effect[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, **29**(1): 1-5. (in Chinese))
- [13] 王协群, 邹维列, 骆以道, 等. 考虑压实度时的土水特征曲线和温度对吸力的影响[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(3): 368-372. (WANG Xiequn, ZOU Weilie, LUO Yidao, et al. SWCCs and influence of temperature on matrix suction under different compaction degrees[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(3): 368-372. (in Chinese))
- [14] GRANT S A, SALEHZADEH A. Calculation of temperature effects on wetting coefficients of porous solids and their

- capillary pressure functions[J]. *Water Resources Research*, 1996, **32**(2): 261-270.
- [15] VAHEDIFARD F, CAO T D, THOTA S K, et al. Nonisothermal models for soil-water retention curve[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2018, **144**(9): 04018061.
- [16] XIAO Y, LIU S, SHI J Q, et al. Temperature-dependent SWCC model for unsaturated soil[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2024, **24**(5): 04024071.
- [17] 陈正汉, 谢定义, 王永胜. 非饱和土的水气运动规律及其工程性质研究[J]. *岩土工程学报*, 1993, **15**(3): 9-20. (CHEN Zhenghan, XIE Dingyi, WANG Yongsheng. Experimental studies of laws of fluid motion, suction and pore pressures in unsaturated soil[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1993, **15**(3): 9-20. (in Chinese))
- [18] 龚壁卫, 吴宏伟, 王斌. 应力状态对膨胀土 SWCC 的影响研究[J]. *岩土力学*, 2004, **25**(12): 1915-1918. (GONG Biwei, WU Hongwei, WANG Bin. Study on the influence of stress state on SWCC of expansive soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, **25**(12): 1915-1918. (in Chinese))
- [19] 方祥位, 陈正汉, 申春妮, 等. 剪切对非饱和土土-水特征曲线影响的探讨[J]. *岩土力学*, 2004, **25**(9): 1451-1454. (FANG Xiangwei, CHEN Zhenghan, SHEN Chunni, et al. A study on effect of shear on soil-water characteristic curve of an unsaturated soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, **25**(9): 1451-1454. (in Chinese))
- [20] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性[J]. *岩土工程学报*, 1999, **21**(1): 85-93. (CHEN Zhenghan. Deformation, strength, yield and water change characteristics of remolded unsaturated loess[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, **21**(1): 85-93. (in Chinese))
- [21] 黄海, 陈正汉, 李刚. 非饱和土在  $p-s$  平面上屈服轨迹及土-水特征曲线的探讨[J]. *岩土力学*, 2000, **21**(4): 316-321. (HUANG Hai, CHEN Zhenghan, LI Gang. A study on yield locus of unsaturated soils on  $p-s$  plane and soil-water characteristic curve[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2000, **21**(4): 316-321. (in Chinese))
- [22] HU R, CHEN Y F, LIU H H, et al. A water retention curve and unsaturated hydraulic conductivity model for deformable soils: consideration of the change in pore-size distribution[J]. *Géotechnique*, 2013, **63**(16): 1389-1405.
- [23] 周葆春, 孔令伟. 考虑体积变化的非饱和膨胀土土水特征[J]. *水利学报*, 2011, **42**(10): 1152-1160. (ZHOU Baochun, KONG Lingwei. Effect of volume changes on soil-water characteristics of unsaturated expansive soil[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, **42**(10): 1152-1160. (in Chinese))
- [24] 邹维列, 张俊峰, 王协群. 脱湿路径下重塑膨胀土的体变修正与土水特征[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(12): 2213-2219. (ZOU Weilie, ZHANG Junfeng, WANG Xiequn. Volume change correction and soil-water characteristics of remodeling expansive soil under dehydration path[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(12): 2213-2219. (in Chinese))
- [25] 陈正汉. 非饱和土与特殊土力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2022. (CHEN Zhenghan. *Mechanics for Unsaturated and Special Soils*[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2022. (in Chinese))
- [26] LU N. Generalized soil water retention equation for adsorption and capillarity[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2016, **142**(10): 04016051.
- [27] REVIL A, LU N. Unified water isotherms for clayey porous materials[J]. *Water Resources Research*, 2013, **49**(9): 5685-5699.
- [28] 翟钱, 朱益瑶, 叶为民, 等. 全吸力范围非饱和土水力渗透系数的计算[J]. *岩土工程学报*, 2022, **44**(4): 660-668. (ZHAI Qian, ZHU Yiyao, YE Weimin, et al. Estimation of hydraulic conductivity of unsaturated soils under entire suction range[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, **44**(4): 660-668. (in Chinese))
- [29] CAI G Q, LIU Y, ZHOU A N, et al. Temperature-dependent water retention curve model for both adsorption and capillarity[J]. *Acta Geotechnica*, 2022, **17**(11): 5157-5186.
- [30] 林志强, 钱建固, 时振昊. 毛细-吸附作用下考虑孔隙比影响的单/双峰土体持水曲线模型[J]. *岩土力学*, 2021, **42**(9): 2499-2506. (LIN Zhiqiang, QIAN Jiangu, SHI Zhenhao. Modeling unimodal/bimodal soil-water retention curves considering the influence of void ratio under capillarity and adsorption[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2021, **42**(9): 2499-2506. (in Chinese))
- [31] QIAN J G, LIN Z Q, SHI Z H. Soil-water retention curve model for fine-grained soils accounting for void ratio-dependent capillarity[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2022, **59**(4): 498-509.
- [32] ZHOU A N, SHENG D C, LI J. Modelling water retention and volume change behaviours of unsaturated soils in non-isothermal conditions[J]. *Computers and Geotechnics*,

- 2014, **55**: 1-13.
- [33] PHAM T A, SUTMAN M. Modeling the combined effect of initial density and temperature on the soil-water characteristic curve of unsaturated soils[J]. *Acta Geotechnica*, 2023, **18**(12): 6427-6455.
- [34] 秦冰, 陈正汉, 孙发鑫, 等. 高吸力下持水曲线的温度效应及其吸附热力学模型[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(10): 1877-1886. (QIN Bing, CHEN Zhenghan, SUN Faxin, et al. Temperature effect on water retention curve under high suction and its modeling based on thermodynamics of sorption[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(10): 1877-1886. (in Chinese))
- [35] ZHOU A N, HUANG R Q, SHENG D C. Capillary water retention curve and shear strength of unsaturated soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2016, **53**(6): 974-987.
- [36] 费锁柱, 谭晓慧, 董小乐, 等. 基于土体孔径分布的土水特征曲线预测[J]. *岩土工程学报*, 2021, **43**(9): 1691-1699. (FEI Suozhu, TAN Xiaohui, DONG Xiaole, et al. Prediction of soil-water characteristic curve based on pore size distribution of soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, **43**(9): 1691-1699. (in Chinese))
- [37] GAO Y, SUN D A. Soil-water retention behavior of compacted soil with different densities over a wide suction range and its prediction[J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, **91**: 17-26.
- [38] KONG L W, WANG M, GUO A G, et al. Effect of drying environment on engineering properties of an expansive soil and its microstructure[J]. *Journal of Mountain Science*, 2017, **14**(6): 1194-1201.
- [39] ROMERO E, GENS A, LLORET A. Suction effects on a compacted clay under non-isothermal conditions[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**(1): 65-81.
- [40] VILLAR M V, LLORET A. Influence of temperature on the hydro-mechanical behaviour of a compacted bentonite[J]. *Applied Clay Science*, 2004, **26**(1/2/3/4): 337-350.
- [41] GENS A. Specification of laboratory benchmark 3-Heating test with no water infiltration performed by UPC[M]. Barcelona: Centre International de Méthodes Numériques en Enginyeria, 2007.
- [42] CAI G Q, ZHAO C G, LI J, et al. A new triaxial apparatus for testing soil water retention curves of unsaturated soils under different temperatures[J]. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 2014, **15**(5): 364-373.