

DOI: 10.11779/CJGE20231220

# 基于频散特性的层状介质面波自由场反演

薛耀辉<sup>1</sup>, 董志骞<sup>\*1,2</sup>, 李 钢<sup>1</sup>, 余丁浩<sup>1</sup>, 王 睿<sup>1</sup>, 张 昊<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学海岸与海洋工程全国重点实验室, 辽宁 大连 116024; 2. 建筑安全与环境国家重点实验室, 北京 100013)

**摘 要:** 面波自由场反演是实现土-结相互作用 (SSI) 体系地震动输入以及揭示结构真实地震响应行为的重要步骤之一。现有反演方法将地表地震动全部作为体波考虑, 仅对体波自由场进行反演。为了弥补忽略面波带来的反演精度不足, 提出了一种层状介质场地基于频散特性的面波自由场反演方法, 为 SSI 体系地震响应分析提供准确的面波激励。该方法针对频散面波多模态相互耦合、难以分离的问题, 采用平均能流密度来表征各频散模态的参与量, 并结合频域动力刚度矩阵计算了模态参与系数; 然后采用模态参与系数对各频散模态进行解耦, 将地表面波分量分配给各单阶频散模态进行单模态面波自由场反演; 最后利用模态叠加原理将所有单模态面波自由场合成多模态面波自由场。方法的准确性和应用性分析结果表明, 所提反演方法能够准确地还原地下真实的面波自由场以及揭示频散面波对 SSI 体系地震响应的重要影响, 可用于为 SSI 体系抗震设计、风险评估等工作提供定量的指导。

**关键词:** 面波自由场反演; SSI 体系; 层状介质; 频散特性; 能流密度

中图分类号: P315.9; TU973.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)06-1270-11

**作者简介:** 薛耀辉(1995—), 男, 博士研究生, 主要从事地震波场反演、地震动信号处理等方面的研究工作。E-mail: xueyaohui1995@163.com。

## Surface-wave free-field inversion based on dispersion property in layered media

XUE Yaohui<sup>1</sup>, DONG Zhiqian<sup>\*1,2</sup>, LI Gang<sup>1</sup>, YU Dinghao<sup>1</sup>, WANG Rui<sup>1</sup>, ZHANG Hao<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. State Key

Laboratory of Building Safety and Built Environment, Beijing 100013, China)

**Abstract:** The surface-wave free-field inversion is one of the important steps in realizing the seismic inputs to the soil-structure interaction (SSI) systems and further revealing the real seismic response behaviors. Currently the available inversion methods regard all ground motions as the body-wave components alone and invert only the body-wave free fields. To make up for the lack of neglecting surface waves in inversion implementations, a surface-wave free-field inversion method based on the dispersion property is proposed in this study to provide more accurate surface-wave excitation for the seismic analysis of the SSI systems resting on layered media. With the problem that multiple modes of the dispersive surface waves are coupled to each other and difficult to separate, the proposed method employs the average energy flow density to characterize the participation volume of dispersive modes and then calculates the mode participation factors using the frequency-domain dynamic stiffness matrix. The calculated mode participation factors are used to decouple the dispersive modes and assign the ground surface waves to each single mode, allowing for the inversion of single-mode surface-wave free fields. Finally, all single-mode surface-wave free fields are superimposed to form the multi-mode wavefields through the mode superposition theory. The findings from the analysis of accuracy and applicability of the proposed inversion method demonstrate its capability to effectively recover the actual underground surface-wave free fields, and shed light on the notable impact of dispersive surface waves on the seismic responses of the SSI systems, thus providing quantitative guidance for the seismic design and risk assessment of the SSI systems.

**Key words:** surface-wave free-field inversion; SSI system; layered media; dispersion property; energy flow density

## 0 引 言

合理的地震动输入机制以及准确的地震动激励是结构地震响应分析和抗震计算的前提。隧道、地铁、管廊等地下结构以及重力坝、核电厂、综合体等深基

**基金项目:** 国家自然科学基金项目 (52038002, 52225804); 建筑安全与环境国家重点实验室/国家建筑工程技术研究中心开放课题基金项目 (BSBE2023-07)

**收稿日期:** 2023-12-12

**\*通信作者** (E-mail: zqdong@dlut.edu.cn)

础地上结构在地震作用下与周围土体存在不可忽略的土-结相互 (SSI) 作用, 共同构成了 SSI 体系。为揭示 SSI 体系的地震响应行为以及破坏机理和失效模式, 现有研究普遍采用有限元数值计算作为工程分析的重要手段。而为实现有限元数值分析中的地震动输入, 波动法<sup>[1]</sup>、人工边界子结构法<sup>[2]</sup>、区域缩减 DRM 法<sup>[3]</sup>等逐渐形成了将地下自由场转化为截断土域人工边界处等效节点荷载的地震动输入机制。其中, 地下自由场作为 SSI 体系的地震激励源, 其准确性直接影响最终的地震响应结果。

自由场是一次地震中综合考虑震源特性、传播路径和局部场地效应的产物<sup>[4]</sup>。然而, 在地震工程领域, 由于强震加速度仪和地震计等数据采集仪通常安置于地表, 各强震数据库记录的多为地表地震动数据。地下采集装置的匮乏导致地下自由场数据难以直接获取。此外, 受限于地球内部构造的复杂性、震源模型的不确定性以及传播路径的随机性等因素, 通过正演技术获取地下自由场的准确性又难以保证。基于此, 地震动反演技术应运而生<sup>[5]</sup>。地震动反演是通过已知的地表地震动数据和局部场地条件来推算未知的地下地震动数据、进而获取地下自由场的过程。反演概念的提出较早可追溯到 20 世纪七八十年代, 近几十年以来各类反演方法, 包括波幅系数法<sup>[6-7]</sup>、HVRs 法<sup>[8]</sup>、盲辨识法<sup>[4]</sup>、动力刚度矩阵法<sup>[9]</sup>、波函数时域法<sup>[10]</sup>等已经由频域过渡到时域、由一维拓展到多维。然而, 这些方法均属于单震相反演法, 其在计算时将地表地震动数据全部作为体波考虑, 仅对体波自由场进行反演, 而忽略了面波的影响。面波是主导地表地震动记录的震相之一, 主要包括 Rayleigh 波和 Love 波两类。面波能量在地表以下一个波长的深度范围内尤为显著, 且对 SSI 体系地震响应有着不可忽略的影响。刘晶波等<sup>[11]</sup>、Meza-Fajardo 等<sup>[12]</sup>以及 Carolina 等<sup>[13]</sup>大量研究充分证实了面波激励在工程地震输入中的重要性, 并提出应将面波纳入 SSI 体系的抗震设计。为此, 发展基于地表真实地震波信号, 且同时考虑体波与面波的自由场反演方法对揭示 SSI 体系的真实地震响应行为具有重要的意义。

Li 等<sup>[14]</sup>补充了针对于岩石半空间场地的 Rayleigh 面波自由场反演, 进而提出了考虑体波与 Rayleigh 面波的多震相反演方法。然而, 在工程应用更为典型和常见的层状介质场地中, 面波自由场反演研究尚处于空白。与半空间相比, 层状介质场地面波种类不仅包括 Rayleigh 面波, 还包括 Love 面波。此外, 两类面波均表现出特有的频散特性, 即面波的传播相速度与地震波频率相关<sup>[15]</sup>。构成面波的各简谐分量由基阶频散模态与高阶频散模态共同形成, 并以各自不同的速

度进行传播。Tokimatsu 等<sup>[16]</sup>、Xia 等<sup>[17]</sup>和 Beaty 等<sup>[18]</sup>研究表明, 高阶模态能量可占据整个面波能量中相当大的比例, 和基阶模态同样重要。因此, 面波自由场在层状介质中的反演应考虑多阶频散模态的联合作用。然而, 组成面波的各频散模态之间相互耦合, 难以定量识别和分离, 各频散模态参与系数的确定成为层状介质场地面波自由场反演的难点问题。

本文聚焦于层状介质场地频散面波自由场的反演, 提出通过能流密度表征各频散模态参与量的方法, 并结合频域动力刚度矩阵对 Rayleigh 和 Love 两类面波的模态参与系数进行推导; 进而采用模态参与系数对各耦合模态进行解耦, 实现多模态频散面波自由场的反演; 最后将面波自由场与体波自由场相结合, 构建层状介质场地多震相总自由场, 并应用于某综合体结构地震输入, 通过结构响应分析揭示频散面波对 SSI 体系抗震设计的重要影响。

## 1 频散面波反演原理

基于对无限长土柱的刚度离散化, 频域动力刚度矩阵可方便地用于构建地表控制运动的自由场<sup>[19]</sup>, 即对自由场反演。Liang 等<sup>[9]</sup>借助于频域动力刚度矩阵成功解决了体波自由场的反演问题。对于面波而言, 由于其本质上是由非均匀体波干涉叠加的波形产物, 因而频域动力刚度矩阵同样适用。Rayleigh 波是由非均匀 P 波与非均匀 SV 波在 P-SV 平面内叠加产生的二维椭圆极化面波, 其传播将引起土层质点的平面内弯曲运动。而 Love 波是由非均匀 SH 波在垂直 P-SV 平面上产生的一维线性极化面波, 其传播将引起土层质点的平面外扭转运动。基于二者极化平面的正交性, 三维面波自由场反演可解耦为二维 Rayleigh 面波反演与一维 Love 面波反演。

基于动力刚度矩阵法的层状介质面波自由场反演, 其反演参数由地表地震动 3 个维度的面波记录以及局部场地条件 (各土层厚度、土层密度、剪切波速、压缩波速、阻尼比) 组成。根据层状介质场地参数建立 Rayleigh 面波与 Love 面波作用下的整体动力平衡方程分别如式 (1), (2) 所示。等式左右两边向量分别表示各层状介质质点在界面处的外荷载与位移幅值;  $[K]_R$  与  $[K^0]_R$  分别为上覆各层状介质与下卧半空间的平面内局部动力刚度矩阵;  $[K]_L$  和  $k_L^0$  分别为相应的平面外局部动力刚度矩阵。根据波动理论, 基于地表控制点的面波自由场不存在入射波, 即式中等号左侧的外荷载向量为零向量。为使对应的齐次方程组具有非零位移解, Rayleigh 面波与 Love 面波的整体动力刚度矩阵  $[K]_R$  与  $[K]_L$  需满足行列式为零, 则出现求特

$$\begin{Bmatrix} P_X^1 \\ iR_Z^1 \\ P_X^2 \\ iR_Z^2 \\ \vdots \\ P_X^N \\ iR_Z^N \\ P_X^0 \\ iR_Z^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K^1]_R & & & \\ & [K^2]_R & & \\ & & \ddots & \\ & & & [K^N]_R \\ & & & & [K^0]_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_X^1 \\ iW_Z^1 \\ U_X^2 \\ iW_Z^2 \\ \vdots \\ U_X^N \\ iW_Z^N \\ U_X^0 \\ iW_Z^0 \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_Y^1 \\ Q_Y^2 \\ \vdots \\ Q_Y^N \\ Q_Y^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K^1]_L & & & \\ & [K^2]_L & & \\ & & \ddots & \\ & & & [K^N]_L \\ & & & & [K^0]_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_Y^1 \\ V_Y^2 \\ \vdots \\ V_Y^N \\ V_Y^0 \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

征值和特征向量的问题。其中,矩阵的特征值对 $(\omega, V_R)$ 与 $(\omega, V_L)$ 构成了各自面波的频散曲线。频散曲线描述了层状介质场地中面波各频率与传播相速度之间的对应关系,其示意图如图1所示:多个频散模态共同组成了 Rayleigh 波与 Love 波的特定频率谐波分量。基阶模态起始于频率 $f=0$  Hz 且贯穿于整个频率范围;对于高阶模态而言,存在一个截止频率,只有当大于截止频率时,高阶模态才会被激发。而与整体动力刚度矩阵特征值匹配的特征向量表征了面波位移幅值在各分层界面的分布,称为位移模态振型。类似于结构动力学中振型向量,位移模态振型在同一频率下的不同模态之间相互正交,两两独立。基于此,多模态频散面波自由场的反演可利用模态叠加原理定义为频域内所有单一模态面波自由场的线性叠加之和,从而将复杂多模态问题分解为简单的单模态问题。然而,在特定频率下的各频散模态相互耦合,其分别携带的地表面波成分难以定量识别,造成单模态面波自由场反演受阻。为此,准确确定各模态的参与系数以解耦各频散模态成为频散面波自由场反演的关键。

## 2 频散面波自由场反演方法

### 2.1 模态参与系数

本文基于层状介质场地面波的多模态频散特性,采用平均能流密度来计算各频散模态的参与系数。根据能量守恒定律,面波在传播过程中将其携带的能量转化为土层质点的机械能,形成能量交互。对于不同模态的频散面波,其携带的能量不同,进而产生地表

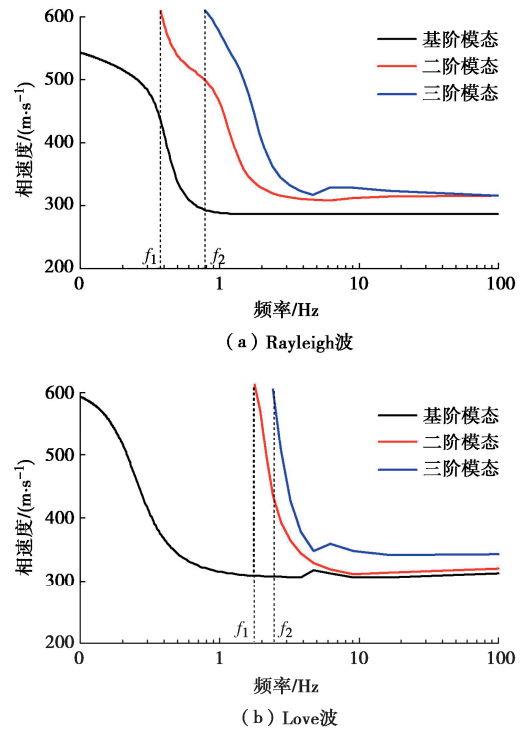


图1 Rayleigh 面波与 Love 面波的频散曲线

Fig. 1 Dispersion curves of Rayleigh and Love waves

不同的运动分量。因此,能量作为频散面波和已知地表地震动之间的纽带,可用于有效解决面波模态的参与问题。作为评估地震波能量的主要指标之一,平均能流密度描述了地震波在单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的能量:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} T(t) \dot{U}(t) dt \quad (3)$$

式中:  $T(t)$  和  $\dot{U}(t)$  分别为地震波传播引起土层质点的应力和速度张量时程。平均能流密度将地震波的传播转化为土层质点的响应, 建立起地震波运动学特征与土层介质动力学特征之间的联系。对于面波而言, 平均能流密度可将其多模态频散特性通过土层质点的应力和速度响应来表示: 在给定频率  $\omega$  下, 面波传播相速度  $V_R$  或  $V_L$  存在多组模态解, 分别生成不同模态对应的速度和应力, 进而生成不同的 Rayleigh/Love 面波平均能流密度, 对应于不同的频散模态参与量。此时, 模态参与系数即为各频散模态的平均能流密度相对比值。基于此, 本节采用平均能流密度来推导两类面波的模态参与量, 并计算其模态参与系数, 为后续频散面波自由场反演中多模态的解耦奠定基础。

对于 Rayleigh 面波而言, 其在传播过程中引起各分层介质土层质点的水平速度  $\dot{U}_x^j$  和竖向速度  $\dot{W}_z^j$ , 以及对应的正应力  $\sigma_x^j$  和剪切应力  $\tau_{xz}^j$ 。根据公式 (3), 可定义 Rayleigh 面波在任意第  $j$  层层状介质中的平均能流密度为

$$\bar{P}_R^j(x, z, \omega) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left\{ \text{Re} \left[ \sigma_x^j(x, z, \omega) \exp(i\omega t) \right] \text{Re} \left[ \dot{U}_x^j(x, z, \omega) \exp(i\omega t) \right] + \text{Re} \left[ \tau_{xz}^j(x, z, \omega) \exp(i\omega t) \right] \text{Re} \left[ \dot{W}_z^j(x, z, \omega) \exp(i\omega t) \right] \right\} dt \quad (4)$$

式中:  $\text{Re}$  为复数实部符号。当引入欧拉公式与三角函数正交关系, Rayleigh 面波平均能量密度可简化整理为

$$\bar{P}_R^j(x, z, \omega) = \frac{\text{IP} \left[ \sigma_x^j(x, z, \omega), \dot{U}_x^j(x, z, \omega) \right]}{2} + \frac{\text{IP} \left[ \tau_{xz}^j(x, z, \omega), \dot{W}_z^j(x, z, \omega) \right]}{2} \quad (5)$$

式中:  $\text{IP}$  为应力与速度的内积, 表示为应力 (或速度) 在速度 (或应力) 投影方向上的乘积, 满足

$$\left. \begin{aligned} \text{IP}(\sigma_x^j, \dot{U}_x^j) &= \text{Re} \left[ \sigma_x^j(x, z, \omega) \right] \text{Re} \left[ \dot{U}_x^j(x, z, \omega) \right] + \text{IM} \left[ \sigma_x^j(x, z, \omega) \right] \text{IM} \left[ \dot{U}_x^j(x, z, \omega) \right], \\ \text{IP}(\tau_{xz}^j, \dot{W}_z^j) &= \text{Re} \left[ \tau_{xz}^j(x, z, \omega) \right] \text{Re} \left[ \dot{W}_z^j(x, z, \omega) \right] + \text{IM} \left[ \tau_{xz}^j(x, z, \omega) \right] \text{IM} \left[ \dot{W}_z^j(x, z, \omega) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:  $\text{IM}$  为复数虚部符号。而对于 Love 面波, 其在传播过程中引起土层质点的水平速度  $\dot{V}_y^j$  和相应的剪切应力  $\tau_{xy}^j$ 。因此, Love 面波在任意第  $j$  层层状介质中的平均能流密度定义为

$$\bar{P}_L^j(x, z, \omega) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \text{Re} \left[ \tau_{xy}^j(x, z, \omega) \exp(i\omega t) \right] \cdot \text{Re} \left[ \dot{V}_y^j(x, z, \omega) \exp(i\omega t) \right] dt \quad (7)$$

基于层状介质场地面波的多模态频散特性, 其在

各频率下的总平均能流密度是组成其频散特性的各模态平均能流密度之和。满足:

$$\sum_{m=1}^{m=n} N_{R/L,m}(\omega) \bar{P}_{R/L,m}^j(\omega) = \bar{P}_{R/L}^j(\omega) \quad (\omega_{m-1} \leq \omega \leq \omega_m) \quad (8)$$

式中:  $\bar{P}_{R/L}^j(\omega)$  为 Rayleigh/Love 面波在频率  $\omega$  下通过第  $j$  层层状介质的总平均能流密度;  $\bar{P}_{R/L,m}^j(\omega)$  为其中任意第  $m$  阶模态对应的平均能流密度, 即该模态的参与量;  $N_{R/L,m}(\omega)$  为相应第  $m$  阶模态参与系数;  $n$  为在  $\omega_{n-1}$  与  $\omega_n$  两阶相邻模态的起始频率所组成的频率区间内的模态总数。为了确定其中模态参与系数  $N_{R/L,m}(\omega)$  的定值, 则需要首先计算各频散模态对应的平均能流密度。

由式 (4), (7) 可知, Rayleigh/Love 平均能流密度是关于空间位置的频域变量, 因此任意第  $j$  层土层介质内任意空间坐标  $(x, z)$  均可作为其计算参考点。鉴于反演过程中地表控制点处的地震动已知, 本文选取该参考点坐标 ( $j=1$  且  $x=z=0$ ) 进行计算。特别地, 在该地表控制点处, 应力边界条件满足剪切应力  $\tau_{xz}^1 = 0$ , 因此与  $Z$  方向相关的平均能流密度项变为 0, 即 Rayleigh 面波的地表平均能流密度只取决于地表水平速度  $\dot{U}_x^1$  和地表正应力  $\sigma_x^1$ , 简化为

$$\bar{P}_R^1(\omega) = \frac{\text{Re} \left[ \sigma_x^1(x=0, z=0, \omega) \right] \text{Re} \left[ \dot{U}_x^1(x=0, z=0, \omega) \right]}{2} + \frac{\text{IM} \left[ \sigma_x^1(x=0, z=0, \omega) \right] \text{IM} \left[ \dot{U}_x^1(x=0, z=0, \omega) \right]}{2} \quad (9)$$

类似地, Love 面波地表平均能流密度可表示为

$$\bar{P}_L^1(\omega) = \frac{\text{Re} \left[ \tau_{xy}^1(x=0, z=0, \omega) \right] \text{Re} \left[ \dot{V}_y^1(x=0, z=0, \omega) \right]}{2} + \frac{\text{IM} \left[ \tau_{xy}^1(x=0, z=0, \omega) \right] \text{IM} \left[ \dot{V}_y^1(x=0, z=0, \omega) \right]}{2} \quad (10)$$

由式 (9), (10) 可知, 计算 Rayleigh 面波和 Love 面波地表平均能流密度的关键在于确定相应的地表控制点速度和应力。对于 Rayleigh 面波而言, 其频域内地表控制点的速度  $\dot{U}_x^1$  以及应力  $\sigma_x^1$  可分别由位移对频率  $\omega$  求微分和对空间位置求偏微分计算得到

$$\dot{U}_x^1(x=0, z=0, \omega) = i\omega U_x^1(x, z, \omega) \quad (11)$$

$$\sigma_x^1(x=0, z=0, \omega) = (\lambda^* + 2\mu^*) \frac{\partial U_x^1(x, z, \omega)}{\partial x} +$$

$$\lambda^* \frac{\partial W_z^1(x, z, \omega)}{\partial z} \quad (12)$$

式中:  $\lambda^*$  和  $\mu^*$  为地表以下第 1 层介质内考虑阻尼特性的复拉梅常数;  $U_x^1(x, z, \omega)$  与  $W_z^1(x, z, \omega)$  为该层的自由场位移, 其表达式可根据频域动力刚度矩阵法确定:

$$\begin{aligned} U_X^1(x, z, \omega) &= \left\{ \begin{aligned} & l_x \left[ A_p^j e^{i\omega z/V_R^*} + B_p^j e^{-i\omega z/V_R^*} \right] \\ & -m_x \tilde{t} \left[ A_{SV}^j e^{i\omega \tilde{t}/V_R^*} - B_{SV}^j e^{-i\omega \tilde{t}/V_R^*} \right] \end{aligned} \right\} e^{-i\omega x/V_R^*}, \\ W_Z^1(x, z, \omega) &= \left\{ \begin{aligned} & -l_x \tilde{s} \left[ A_p^j e^{i\omega z/V_R^*} - B_p^j e^{-i\omega z/V_R^*} \right] \\ & -m_x \left[ A_{SV}^j e^{i\omega \tilde{t}/V_R^*} + B_{SV}^j e^{-i\omega \tilde{t}/V_R^*} \right] \end{aligned} \right\} e^{-i\omega x/V_R^*}. \end{aligned} \quad (13)$$

式中:  $A_p^j$  和  $A_{SV}^j$  分别为第 1 层介质内生成 Rayleigh 面波所对应的非均匀 P 波和 SV 波的入射位移幅值;  $B_p^j$  和  $B_{SV}^j$  分别为相应非均匀 P 波和 SV 波的反射位移幅值;  $V_R^*$  为考虑场地阻尼特性的复 Rayleigh 波速;  $l_x$ ,  $m_x$ ,  $\tilde{s}$ ,  $\tilde{t}$  为与复 Rayleigh 波速、复压缩波速  $V_P^*$ 、复剪切波速  $V_S^*$  相关的参数。对于 Love 面波, 同样根据频域动力刚度矩阵法可计算其地表控制点速度  $\dot{V}_Y^1$  和应力  $\tau_{XY}^1$  为

$$\dot{V}_Y^1(x=0, z=0, \omega) = i\omega V_Y^1(x, z, \omega), \quad (14)$$

$$\tau_{XY}^1(x=0, z=0, \omega) = \mu^* \frac{\partial V_Y^1(x, z, \omega)}{\partial x}, \quad (15)$$

$$V_Y^1(x, z, \omega) = A_{SH}^1 e^{i\omega \tilde{z}/V_L^* - i\omega x/V_L^*} + B_{SH}^1 e^{-i\omega \tilde{z}/V_L^* - i\omega x/V_L^*}. \quad (16)$$

式中:  $A_{SH}^1$  和  $B_{SH}^1$  分别为地表以下第 1 层介质内生成 Love 面波所对应的非均匀 SH 波的入射位移幅值和反射位移幅值;  $V_L^*$  为考虑场地阻尼特性的复 Love 波速。在实际工程应用中, 地表控制点处的面波速度可由其位移记录轻易计算得到。然而, 由于难以开展位移对于空间的偏微分计算, 地表控制点处的面波应力通常不可知, 导致地表平均能流密度的定量计算难以实现。为此, 本文采用速度和应力模态振型向量中对应于地表的元素作为地表位移和应力的代替, 以计算各模态的相对平均能流密度。由于模态参与系数描述了各频散模态参与量的相对占比, 通过计算各模态相对平均能流密度的比值也可获得最终的模态参与系数。其中, 速度和应力模态振型表征了面波各频散模态的速度和应力幅值在各分层界面的分布, 可由位移模态振型通过式 (11) ~ (16) 计算得到。将各模态速度和应力振型中对应于地表的元素值代入式 (9), (10) 即可得到表征 Rayleigh/Love 面波各模态参与量的  $\bar{P}_{R,m}^1(\omega)$  和  $\bar{P}_{L,m}^1(\omega)$ 。进而将其代入式 (8), 即可推导 Rayleigh 面波与 Love 面波各频散模态的参与系数为

$$N_{R,m}(\omega) = \frac{\bar{P}_{R,m}^1(\omega)}{\sum_{m=1}^{m=n} \bar{P}_{R,m}^1(\omega)} \quad (\omega_{m-1} \leq \omega \leq \omega_m), \quad (17)$$

$$N_{L,m}(\omega) = \frac{\bar{P}_{L,m}^1(\omega)}{\sum_{m=1}^{m=n} \bar{P}_{L,m}^1(\omega)} \quad (\omega_{m-1} \leq \omega \leq \omega_m). \quad (18)$$

特别地, 在仅由基阶模态控制的频率范围内, 其基阶

模态参与系数恒为“1”。

## 2.2 频散面波自由场反演

由于地表地震动是由体波与面波等多震相组成的混合波形, 因此面波自由场的反演首先需要进行震相分离。本文基于各震相的极化差异性, 采用 Meza-Fajardo 等<sup>[20]</sup>提出的归一化内积 (NIP) 方法进行 Rayleigh 面波与 Love 面波的识别和提取。其中, Rayleigh 面波的提取过程如下所示:

$$\begin{aligned} \text{NIP}(R, \hat{V}) &= \frac{\text{Re}[S_R(\tau, f)] \text{Re}[S_{\hat{V}}(\tau, f)]}{A_R(\tau, f) A_{\hat{V}}(\tau, f)} + \\ & \frac{\text{IM}[S_R(\tau, f)] \text{IM}[S_{\hat{V}}(\tau, f)]}{A_R(\tau, f) A_{\hat{V}}(\tau, f)} \approx 1. \end{aligned} \quad (19)$$

式中:  $S_R(\tau, f)$  和  $S_{\hat{V}}(\tau, f)$  分别为径向分量与改变  $\pi/2$  相位的垂直分量的 S 变换时频域值;  $A_R(\tau, f)$  和  $A_{\hat{V}}(\tau, f)$  分别为径向分量与改变  $\pi/2$  相位的垂直分量的时频域幅值。

基于上述提取的地表控制点面波, 其各频散模态对应的分量可由 2.1 节推导的模态参与系数进行频域分配获得。各频散模态的解耦流程如下:

(1) 将提取的地表控制点面波时域分量转为频域, 利用傅里叶变换分解为各个由单一频率成分组成的谐波分量。

(2) 将地表 Rayleigh 面波的各谐波水平分量  $U_{X,R}(\omega)$  乘以 Rayleigh 模态参与系数  $N_{R,m}(\omega)$ , 以计算分配给各频散模态的地表 Rayleigh 面波水平分量, 如下所示:

$$U_{X,m}^1(x=0, z=0, \omega) = U_{X,R}(x=0, z=0, \omega) N_{R,m}(\omega). \quad (20)$$

(3) 提取各频散模态的 Rayleigh 面波水平位移模态振型和竖向位移模态振型中对应于地表的元素, 并计算各模态竖向相对于水平元素的比值  $K$ ; 进而分别乘以 (1) 中得到的各频散模态地表 Rayleigh 面波水平分量, 以计算分配给各频散模态的地表 Rayleigh 面波竖向分量, 如下所示:

$$W_{Z,m}^1(x=0, z=0, \omega) = -iK U_{X,m}^1(x=0, z=0, \omega). \quad (21)$$

(4) 将地表 Love 面波的各谐波水平分量  $V_{Y,L}(\omega)$  乘以 Love 模态参与系数  $N_{L,m}(\omega)$ , 以计算分配给各频散模态的地表 Love 面波水平分量, 如下所示:

$$V_{Y,m}^1(x=0, z=0, \omega) = V_{Y,L}(x=0, z=0, \omega) N_{L,m}(\omega). \quad (22)$$

由于式 (19) 中 NIP 方法提取的 Rayleigh 内积并非严格等于“1”, 因而水平径向分量与竖向分量相位差也并非严格的  $\pi/2$ 。这导致 Rayleigh 分量引起的地表剪切应力  $\tau_{XZ}^1 \neq 0$ , 与反演计算过程的初边界应力条件相矛盾。因此, 为了满足 Rayleigh 面波各阶频散模态的严格椭圆极化特征, 步骤 (3) 中以各模态 Rayleigh

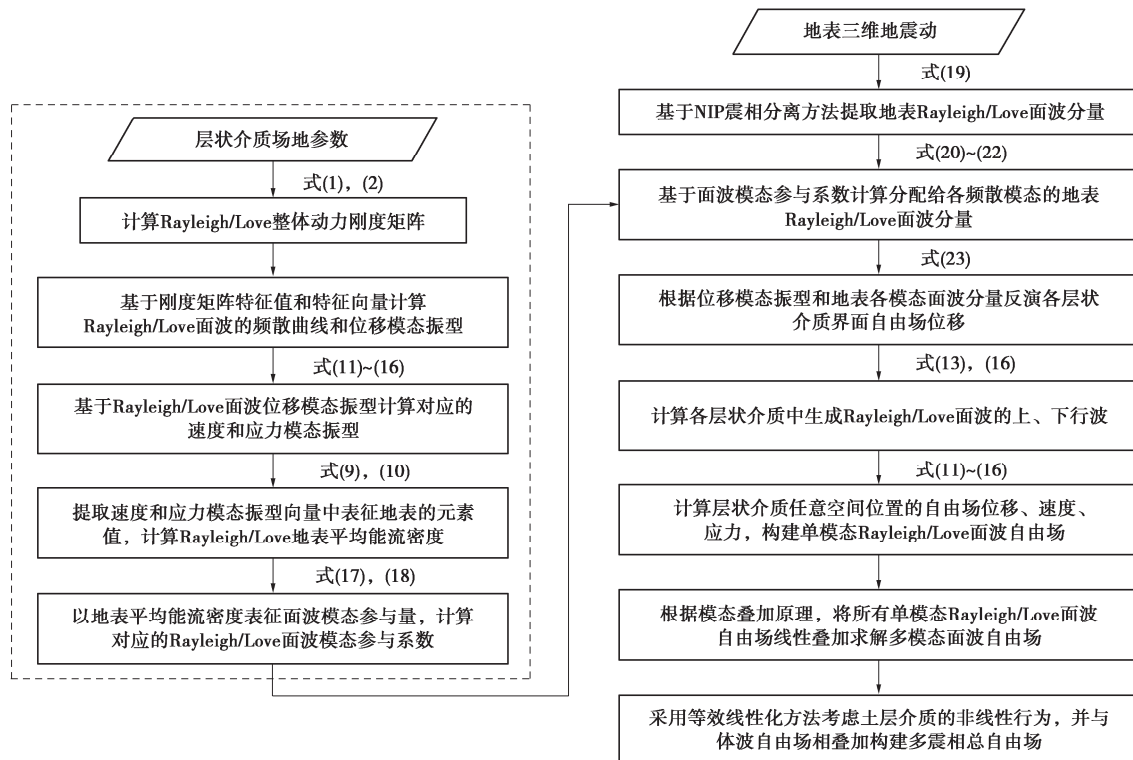


图2 层状介质场地多震相自由场反演流程图

Fig. 2 Flow chart of multi-phase free-field inversion in layered media

面波水平分量为标准, 通过位移模态振型的相对关系对竖向分量进行幅值折算, 以保证 Rayleigh 面波的极化率。同时, 式 (21) 中乘法因子  $-i = e^{-i(\pi/2)}$  使得水平与竖向分量具有严格的  $\pi/2$  相位差, 以保证 Rayleigh 面波的标准椭圆极化特性。

基于各模态在地表控制点处的面波分量, 本文利用位移模态振型反演各单模态面波自由场。由于位移模态振型表示了沿土层深度方向各界面处的位移幅值比, 因此地表控制点垂直向下的界面位移可根据地表位移进行折减, 如下所示:

$$U_m^j(x=0, z^j, \omega) = \frac{\phi_m(x=0, z^j, \omega)}{\phi_m(x=0, z=0, \omega)} U_m^1(x=0, z=0, \omega) \quad (23)$$

式中:  $U_m^j(x=0, z^j, \omega)$  表示频率  $\omega$  对应的第  $m$  阶频散模态在第  $j$  层界面处的面波位移, 包括 Rayleigh 面波水平位移  $U_{x,m}^j(x=0, z^j, \omega)$  和竖向位移  $W_{z,m}^j(x=0, z^j, \omega)$ , 以及 Love 面波水平位移  $V_{y,m}^j(x=0, z^j, \omega)$ ;  $U_m^1(x=0, z=0, \omega)$  表示该模态在地表面处对应的面波位移;  $\phi_m$  为第  $m$  阶频散模态对应的面波位移模态振型向量, 分子和分母分别代表位移振型对应于第  $j$  层界面和地表处的向量元素值。基于上述反演得到层状介质上下界面在  $x=0$  处的位移, 可将其转到局部坐标系中求解其它空间位置处的自由场位移。例如, 在第

$j$  层层状介质的局部坐标中, 上下界面处的位移可分别由整体位移  $U_m^j(x=0, z^j, \omega)$  和  $U_m^{j+1}(x=0, z^{j+1}, \omega)$  转化为局部位移  $U_m^j(x'=0, z'=0, \omega)$  和  $U_m^{j+1}(x'=0, z'=h^j, \omega)$ 。该上下界面处的局部位移代入式 (13), (16) 时, 可计算得到第  $j$  层层状介质中的上行波值 ( $A_p^j, A_{sv}^j, A_{sh}^j$ ) 与下行波值 ( $B_p^j, B_{sv}^j, B_{sh}^j$ )。进而, 将上、下行波值进行回代, 通过改变空间坐标位置即可获得整个位移自由场。而速度和应力自由场通过对位移自由场进行微分和偏微分得到。至此, 各单模态面波自由场反演工作全部完成。根据模态叠加原理, 将所有单模态面波自由场叠加最终形成多模态频散面波自由场。

最后, 将反演得到的多模态面波自由场与 Liang 等<sup>[9]</sup>反演方法得到的体波自由场相叠加, 形成层状介质场地考虑体波与面波的多震相总自由场, 流程如图 2 所示。基于极化平面一致性准则, Rayleigh 面波自由场与 P-SV 体波自由场共同组成了 P-SV 平面内多震相总波场; 而 Love 面波自由场与 SH 体波自由场则共同组成了平面外多震相总波场。反演过程中, 通过等效线性化方法迭代计算反演后土层的剪切应变, 根据相邻两次反演结果剪切应变差小于 1% 来建立目标函数。

3 方法验证

3.1 验证 1

为了验证层状介质场地频散面波自由场反演方法的准确性，本节采用层状介质场地的特例一半空间场地进行验算。当层状介质各土层参数与下覆半空间参数一致时，层状介质场地即为半空间场地。此时，场地中的面波成分只存在 Rayleigh 波。选取了如图 3 所示 Li 等<sup>[14]</sup>采用的半空间场地模型：场地密度  $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$ ，剪切波速  $V_s = 1000 \text{ m/s}$ ，泊松比  $\nu = 0.22$ ，各层状介质厚度均为  $h = 50 \text{ m}$ 。其中，控制点  $O$  处的 Rayleigh 波记录选为其文中以非均匀 SV 波复数角入射产生的地表面波，面波位移时程如图 4 所示。

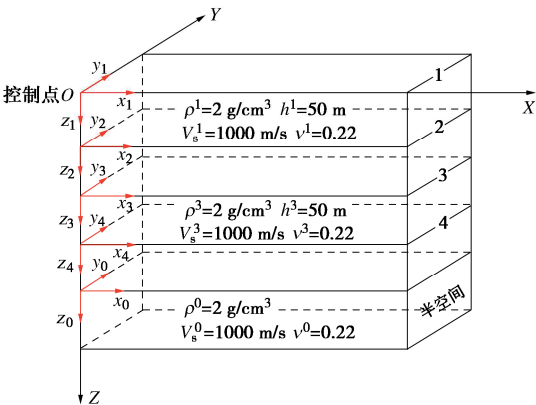


图 3 半空间场地模型

Fig. 3 Model of half-space

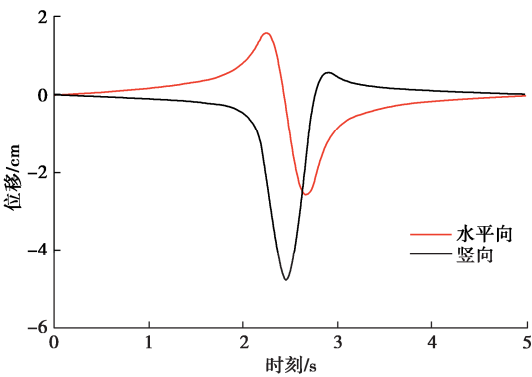


图 4 控制点  $O$  处 Rayleigh 面波位移时程

Fig. 4 Time histories of displacement of Rayleigh waves at control point  $O$

采用本文所提出的频散面波自由场反演方法对控制点处的 Rayleigh 面波进行反演，计算其自由场结果，并与 Li 等<sup>[14]</sup>提出的半空间面波反演方法结果进行对比。图 5 给出了两种反演方法在任意  $P(100, 100, 150)$  点处的自由场位移和自由场应力对比。结果显示，两种方法的自由场反演结果高度一致，从而证明了本研究面波自由场反演方法的准确性。

3.2 验证 2

为了进一步验证频散面波自由场反演方法的准确性及普适性，从日本 Kik-net 台网选取了 3 类典型层状介质场地（递增型、软夹型、硬夹型）下任意 6 组含有地下钻孔记录及相应地表地震记录的台阵数据。其中，台站处的场地参数从（sites list (bosai.go.jp)）查阅。钻孔记录虽然缺乏下行波，但其依旧是目前反演领域最具权威性的证明参考。且随着钻孔深度的增加，下行波的影响逐渐减弱。表 1 列出了选取地震动的基本信息。鉴于所选取的 6 组地震动钻孔深度均大于  $100 \text{ m}$ ，下行波对自由场的影响可以忽略不计。此外，从面波的能量占比可以发现，Rayleigh 面波能量占比最大可超过  $70\%$ ，起主导性的作用，充分证明了反演中考虑面波震相的重要性的必要性。

图 6 为所选 3 类典型场地各自钻孔深度处的多震相反演结果与钻孔记录在径向、切向与竖向 3 个维度的位移时程对比结果， $\delta$  为 PGD 幅值误差。可以发现，6 组反演结果与真实钻孔记录具有极高的吻合度，其相位保持高度一致，且三向峰值位移的平均误差仅为  $3.06\%$ ， $7.63\%$ ， $3.34\%$ 。该误差主要来源于等效线性化过程对土层非线性行为的近似估计。由于本文反演是在频域框架下开展的，土层的非线性行为通过等效线性化方法采用等效的剪切模量和阻尼比来表示。等效线性化方法是频域处理非线性的经典方法之一，其将非线性问题转化为线性问题，从而使得反演过程中存在不可避免的误差。然而结果表明，该反演误差均较小，小于工程应用可接受的  $10\%$  阈值。

钻孔记录与反演记录中同时包括体波与面波成分，鉴于 Liang 等<sup>[9]</sup>提出的体波自由场反演方法已经得到证实，上述工程应用可接受的误差全部来源于面波反演，其充分验证了本文频散面波自由场反演方法

表 1 选取的地震动信息

Table1 Information of selected earthquake events

事件（年份）	震级 ( $M_w$ )	台站（场地类别）	震中距/ km	地表 PGA/( $\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$ ) 径向/切向/竖向	地表（钻孔）面波能量占比/% Rayleigh/Love 波	钻孔深 度/m
Tottori (2000)	6.61	HRSH07（软夹型）	127.69	88.10/73.13/42.59	33/30 (29/34)	102
Tottori (2000)	6.61	HYGH12（软夹型）	115.44	57.27/76.97/27.85	58/27 (70/26)	100
Niigata (2004)	6.63	TCGH07（递增型）	72.65	91.15/125.75/66.18	56/32 (73/35)	100
Chuetsu (2007)	6.80	FKSH02（硬夹型）	113.75	34.17/36.46/14.76	40/26 (57/26)	100
Iwate (2008)	6.90	IWTH12（递增型）	133.63	71.68/83.90/36.68	58/22 (50/26)	100
Iwate (2008)	6.90	FKSH11（硬夹型）	208.91	35.18/23.39/12.47	38/39 (54/40)	115

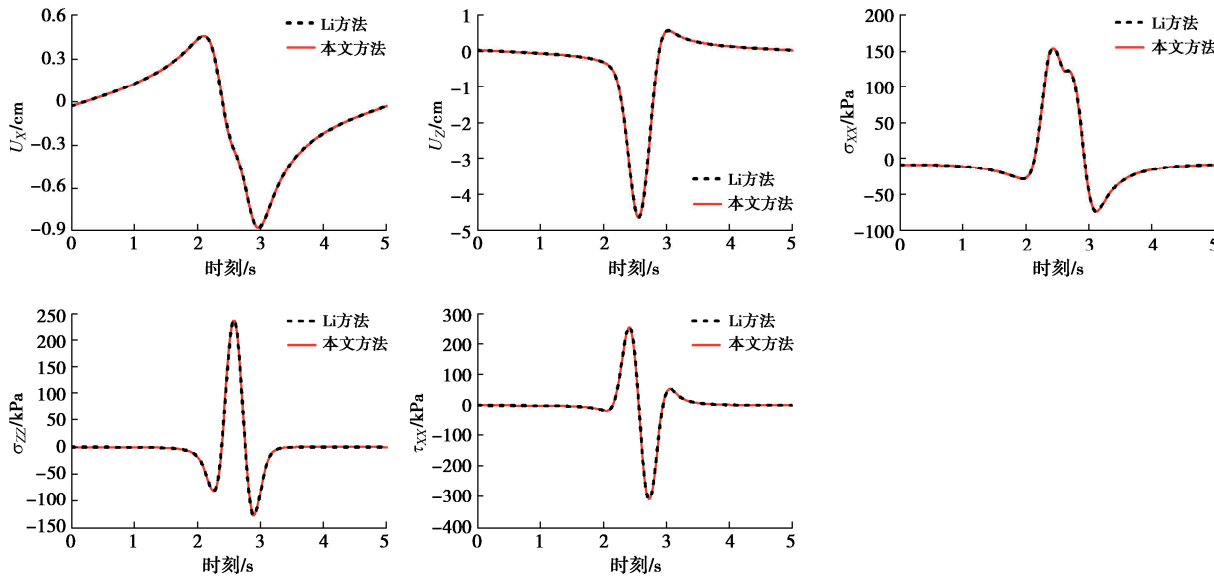


图 5 两种反演方法在  $P$  点处的位移和应力自由场结果对比

Fig. 5 Comparison of free-field displacements and stresses at point  $P$  between two inversion methods

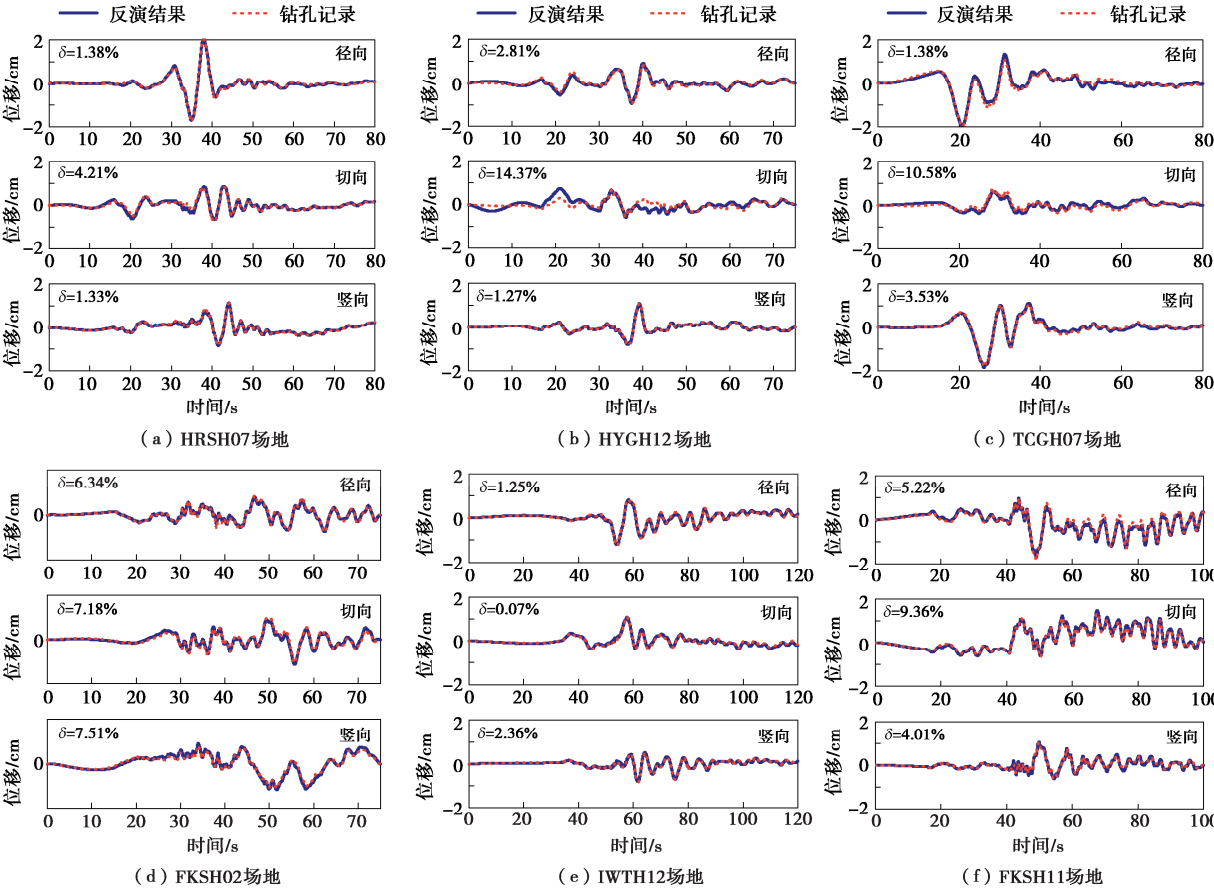


图 6 反演结果与真实钻孔记录位移时程对比

Fig. 6 Comparison of time histories of displacement between inverted results and real downhole recordings

的准确性。同时，其准确性在 3 类不同的场地下均适用，不受场地参数制约，进而证明了该方法对于层状介质场地的普适性。

4 工程应用

4.1 工程概况与结构模型

对于城市综合体这类以公共交通为导向、贯穿地上地下城市空间、且集多功能于一体的综合性建筑结构，其地上和地下部分相耦合，地下埋深位于面波一个波长的深度范围内。Rayleigh 面波引起的弯曲运动以及 Love 面波引起的扭转运动对结构的地震响应影响不可忽略。本文选取某综合体高层建筑进行频散

面波反演方法的工程应用性分析。该结构有限元模型的材料信息、构件信息、接触设置、单元类型、本构关系等详见文献[14]。值得注意的是,不同于文献[14]中的半空间土层模型,本文 SSI 有限元模型中土层选用层状介质,如图 7 所示。

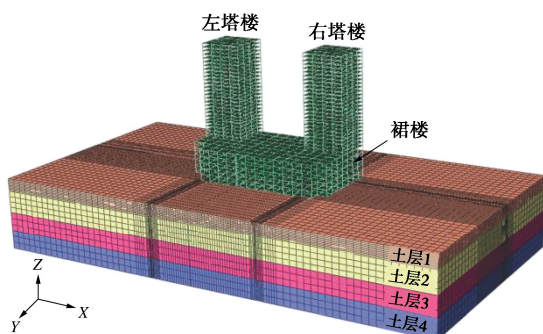


图 7 土-结构有限元模型

Fig. 7 Finite element mode for soil-structure

## 4.2 结构响应

为了探究面波对综合体结构响应的影响,选取 2008-Iwate 地震 FKSH11 台站处的地表地震动进行多震相自由场反演和传统单震相自由场反演,并将自由场结果转化为人工边界处的等效节点荷载进行地震输入。图 8 对比了两种反演工况下的自由场位移与自由场应力幅值随土层深度的变化。可以发现,两种反演方法得到的位移结果近乎相等,其差异性主要体现在应力上。多震相反演由于考虑了 Rayleigh 面波的影响

而产生了比单震相反演更显著的正应力  $\sigma_{xx}$  与剪应力  $\tau_{xz}$ 。相比之下,正应力  $\sigma_{zz}$  对面波影响的敏感性则较低,几乎没有变化。此外,由于考虑了 Love 面波的影响,多震相反演方法在剪应力  $\tau_{xy}$  与  $\tau_{yz}$  也呈现放大的效应。根据波动法<sup>[1]</sup>,当自由场转化为人工边界处的等效节点荷载进行地震输入时,等效荷载是由自由场位移,自由场速度和自由场应力共同作用产生的。鉴于多震相与单震相反演得到的自由场位移和自由场速度基本一致,两者自由场应力的不同将导致输入结构的地震荷载具有显著的差异。在 FKSH11 场地下,多震相输入将产生更大的等效节点荷载,进而导致输入综合体结构后的地震响应及损伤破坏更为严重。

图 9 给出综合体上部结构左塔楼在 Iwate (FKSH11) 地震作用下,由多震相和单震相输入产生层间位移角、层绝对加速度、层绝对位移响应结果对比。如图 9 所示,考虑面波的多震相输入与不考虑面波的单震相输入造成明显的响应差异,且差异主要分布于塔楼顶部。其中, X 方向的响应差异由 Rayleigh 面波主导, Y 方向的响应差异由 Love 面波主导。在 FKSH11 场地,由于多震相反演导致的人工边界节点荷载基本上均大于单震相反演,所以其引起的层间位移角、加速度、位移响应也相应偏大。其中,考虑面波的放大效应在 Y 方向的层间位移角上最为显著,放大率约应。如图 10 所示,由于面波的参与,多震相输入引起更严重的

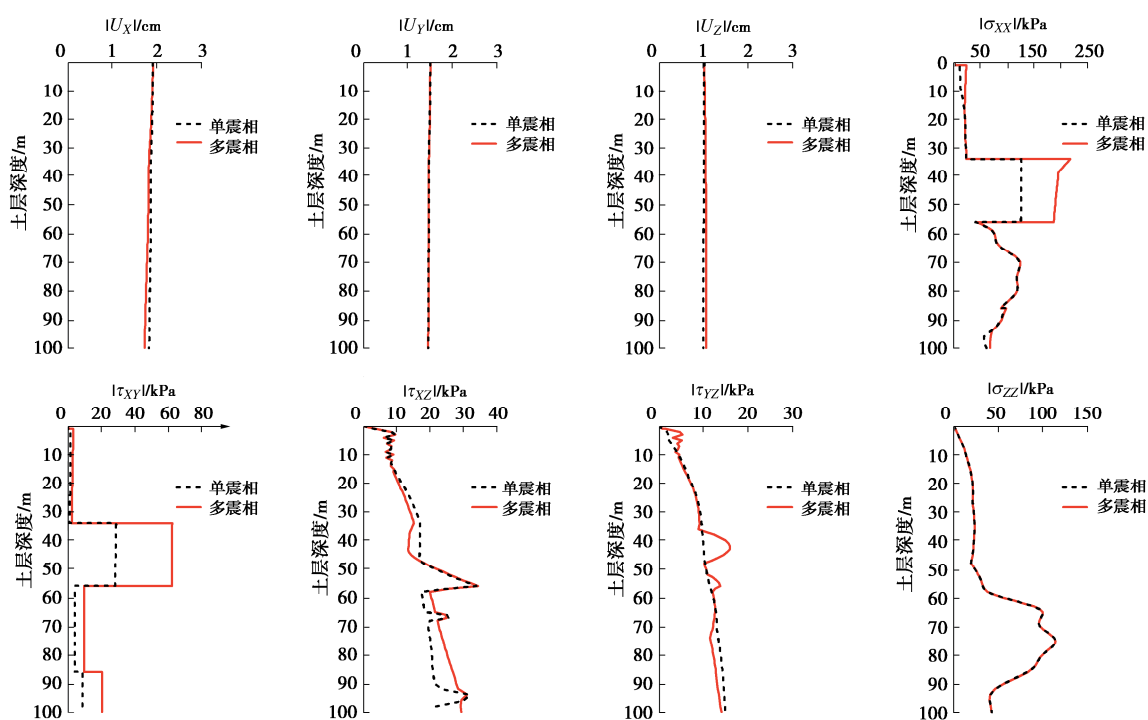


图 8 FKSH11 场地多震相反演与单震相反演自由场响应对比

Fig. 8 Comparison of inverted free-field responses between multi-phase and single-phase inversion methods at FKSH11 site

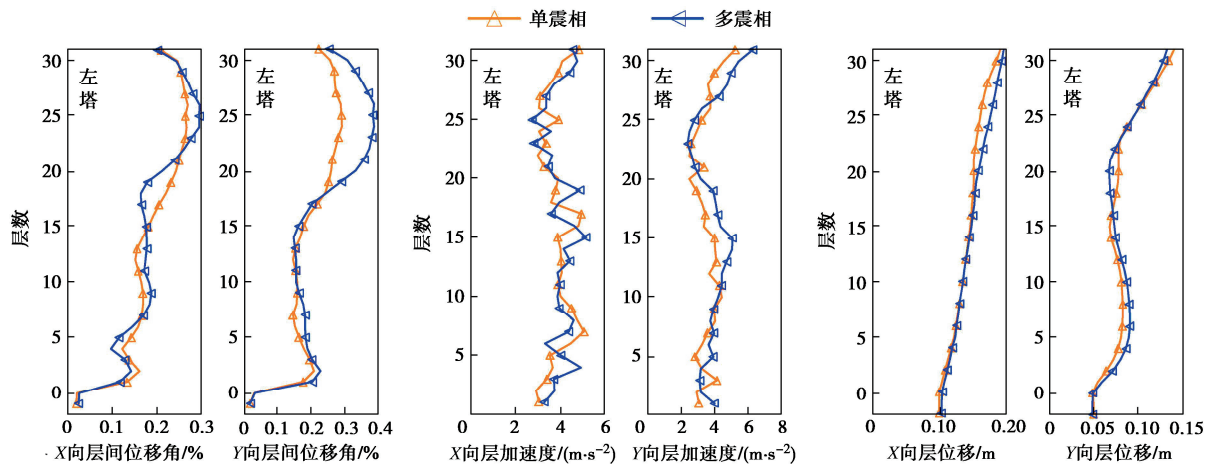


图9 FKSH11 场地综合体结构左塔楼地震响应

Fig. 9 Seismic responses exhibited by left tower of urban complex building at FKSH11 site

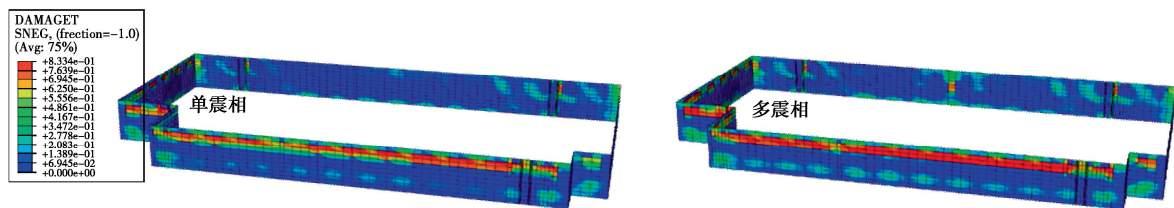


图10 FKSH11 场地综合体结构地下连续墙塑性损伤

Fig. 10 Plastic damages exhibited by basement exterior wall of urban complex building at FKSH11 site

损伤破坏,其损伤呈现带状贯通的形式。由此可见,面波引起的结构响应在整个地震分析中占有重要的比例,按现有不考虑面波的反演方法进行结构设计,其设计容易偏于不安全。综上,本文面波自由场反演方法对评估综合体结构等 SSI 体系真实的地震响应以及服务结构设计计算等方面具有重要的工程应用性。

## 5 结 论

本文以实现 SSI 体系准确的地震输入为出发点,提出了一种针对于层状介质场地的面波自由场反演方法,用于弥补现有反演方法中忽略面波导致的精度不足。该方法基于层状介质面波的多模态频散特性,着重推导了 Rayleigh/Love 两类面波的模态参与系数以实现模态解耦;进而对解耦后各单模态面波分量进行反演以叠加形成多模态频散面波自由场。通过方法验证和工程应用性分析,主要得到以下 3 点结论。

(1)所提出的面波自由场反演方法充分考虑了真实的多模态频散特性,能够准确地还原地下面波自由场,为土-结相互作用体系地震动输入提供准确的面波激励。

(2)层状介质中频散面波对自由场的响应影响主要体现于应力。考虑面波的多震相反演与传统单震相反演形成的自由场应力具有显著的差异,进而导致输入结构的地震荷载以及形成的结构响应各有不同。

(3)频散面波对综合体结构的地震响应具有显著

的放大效应,因而在结构抗震设计中发挥着不可替代的作用。与之相比,现有不考虑面波的反演方法容易导致结构设计偏于不安全。

## 参考文献:

- [1] 刘晶波, 吕彦东. 结构—地基动力相互作用问题分析的一种直接方法[J]. 土木工程学报, 1998, 31(3): 55-64. (LIU Jingbo, LÜ Yandong. A direct method for analysis of dynamic soil-structure interaction[J]. China Civil Engineering Journal, 1998, 31(3): 55-64. (in Chinese))
- [2] 刘晶波, 谭 辉, 宝 鑫, 等. 土-结构动力相互作用分析中基于人工边界子结构的地震波动输入方法[J]. 力学学报, 2018, 50(1): 32-43. (LIU Jingbo, TAN Hui, BAO Xin, et al. The seismic wave input method for soil-structure dynamic interaction analysis based on the substructure of artificial boundaries[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2018, 50(1): 32-43. (in Chinese))
- [3] BIELAK J. Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, part I: theory[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2003, 93(2): 817-824.
- [4] GHAHARI S F, ABAZARSA F, JEONG C, et al. Blind identification of site effects and bedrock motion from surface response signals[J]. Soil Dynamics and Earthquake

- Engineering, 2018, **107**: 322-331.
- [5] 胡聿贤, 朱镜清, 朱莉, 等. 频域中的结构振动输入反演[J]. 地震工程与工程振动, 1981, **1**(1): 41-55. (HU Yuxian, ZHU Jingqing, ZHU Li, HU Yong. Identification of input to vibrational structure in frequency domain[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1981, **1**(1): 41-55. (in Chinese))
- [6] IDRIS I M, SUN J I. User's Manual for SHAKE91- A Computer Program for Conducting Equivalent Linear Seismic Response Analyses of Horizontally Layered Soil Deposits: Center for Geotechnical Modeling[R]. California: Department of Civil & Environmental Engineering, University of California, 1992.
- [7] BARDET JP, ICHII K, LIN CH. EERA: A Computer Program for Equivalent-Linear Earthquake Site Response Analyses of Layered Soil Deposits[R]. Los Angeles: Department of Civil Engineering, University of Southern California, 2000.
- [8] NAGASHIMA F, KAWASE H, MATSUSHIMA S. Estimation of horizontal seismic bedrock motion from vertical surface motion based on horizontal-to-vertical spectral ratios of earthquake motions[C]//16th World Conference on Earthquake Engineering. Santiago, Chile, 2017.
- [9] LIANG J W, ZHANG A Z, HE Y, et al. 2D nonlinear inversion of bedrock motion from the surface motion of a layered half-space[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2019, **106**: 149-159.
- [10] FELDGUN V R, KARINSKI Y S, YANKELEVSKY D Z, et al. A new analytical approach to reconstruct the acceleration time history at the bedrock base from the free surface signal records[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, **85**: 19-30.
- [11] 刘晶波, 王文晖, 刘祥庆, 等. Rayleigh波作用下地下结构地震反应影响分析[J]. 振动与冲击, 2013, **32**(16): 95-99. (LIU Jingbo, WANG Wenhui, LIU Xiangqing, et al. Influence analysis on seismic response of underground structures under propagation of Rayleigh waves[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, **32**(16): 95-99. (in Chinese))
- [12] MEZA FAJARDO K C, PAPAGEORGIOU A S. Ductility demands of tall buildings subjected to base rocking induced by Rayleigh waves[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2019, **48**(10): 1174-1194.
- [13] CAROLINA F, PERRAUD Y, CHATZIGOGOS C. Seismic Fragility Functions of Bridge Pylons: Effects of Rayleigh-Surface Waves[C]// Third European Conference on Earthquake Engineering and Seismology-3ECEES, Bucharest, Romania, 2022.
- [14] LI G, XUE Y H, WANG R, et al. Multiphase wavefield inversion methodology for seismic analysis of soil-structure interaction systems[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2023, **173**: 108081.
- [15] THOMSON W T. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium[J]. Journal of Applied Physics, 1950, **21**(2): 89-93.
- [16] TOKIMATSU K, TAMURA S, KOJIMA H. Effects of multiple modes on Rayleigh wave dispersion characteristics [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **118**(10): 1529-1543.
- [17] XIA J H, MILLER R D, PARK C B, et al. Inversion of high frequency surface waves with fundamental and higher modes[J]. Journal of Applied Geophysics, 2003, **52**(1): 45-57.
- [18] BEATY K S, SCHMITT D R, SACCHI M. Simulated annealing inversion of multimode Rayleigh wave dispersion curves for geological structure[J]. Geophysical Journal International, 2002, **151**(2): 622-631.
- [19] WOLF J P. Dynamic Soil-Structure Interaction[M]. Englewood Cliffs, N J: Prentice-Hall, 1985.
- [20] MEZA-FAJARDO K C, PAPAGEORGIOU A S, SEMBLAT J F. Identification and extraction of surface waves from three-component seismograms based on the normalized inner product[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2015, **105**(1): 210-229.