

DOI: 10.11779/CJGE20231124

# 考虑泊松效应的流泥轴对称真空过滤理论

蔡袁强, 叶晓倩, 史 吏\*

(浙江工业大学土木工程学院, 浙江 杭州 310014)

**摘 要:** 真空预压处理流泥地基时, 仅排水板附近的土体得到明显加固, 以排水板为轴线形成一个凸出地表的“土柱”。土柱作为流泥地基真空预压处理的特有现象, 导致流泥地基淤堵严重、处理效果差。根据流泥固液两相的连续、运动、平衡以及土柱移动边界方程, 并考虑土柱土体泊松效应, 在柱坐标系下建立了流泥轴对称真空过滤模型, 获得了流泥地基真空预压过程中的土柱生长规律和土柱淤堵性状, 并与 PIV 试验进行了对比验证。结果表明: 土柱内渗透系数降幅高达 97%, 致密土柱是淤堵的本质; 泊松效应和真空荷载幅值对土柱半径以及流泥固结效果的影响十分明显; 低幅值真空荷载有利于形成半径小且较为疏松的淤堵区, 从而缓解淤堵性状。

**关键词:** 流泥; 真空预压; 过滤; 土柱; 淤堵; 固结; 泊松效应

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)02-0243-12

**作者简介:** 蔡袁强(1965—), 男, 博士, 教授, 主要从事地基处理、基础工程学、土动力学等方面的教学和科研工作。

E-mail: caiyq@zju.edu.cn。

## Radial filtration model for prefabricated vertical drain treatment of slurry considering Poisson's effects

CAI Yuanqiang, YE Xiaoqian, SHI Li

(College of Civil Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** During the vacuum preloading treatment of slurry ground, the significant improvement is only observed in the soil adjacent to the prefabricated vertical drain (PVD), resulting in the formation of a protruding "soil column" with the PVD as its axis. The presence of soil column, as a unique phenomenon of slurry ground pre-treatment, leads to severe clogging and ineffective treatment results. An axisymmetric vacuum filtration model is established in the coordinate system using the continuity, kinematic and equilibrium equations for both liquid and solid phases of slurry. The moving boundary condition and Poisson's effects associated with the soil column are also incorporated. The growth pattern and clogging behavior of soil columns are investigated through the model and verified by comparing the predicted results with the particle image velocity (PIV) ones. The results show that reduction of permeability coefficient within the soil column is up to 97%, indicating that the dense soil column is the essence of clogging. Furthermore, notable influences of the Poisson's effects and negative pressure on the growth and compression behavior of the soil column are observed. The low amplitude negative pressure promotes formation of the relatively small loose soil columns, thereby mitigating the clogging behavior.

**Key words:** slurry; vacuum preloading; filtration; soil column; clogging behavior; consolidation; Poisson's effect

## 0 引 言

工程开挖钻探泥浆、河道航道底泥疏浚以及滩涂整治均会形成流泥地基, 具有颗粒极细、含水率超高和基本不具备强度等特性。流泥土颗粒接近悬浮状态, 不具有稳定的土骨架。工程中通常采用排水板真空预压法加固流泥地基<sup>[1]</sup>。但工程实践表明, 真空预压在处理吹填流泥时会出现严重的淤堵现象<sup>[2]</sup>——即在真空预压早期就出现明显的排水速率陡降、地基沉降和强度增长缓慢等问题, 从而严重影响地基处理效果。现场实测发现<sup>[3]</sup>, 真空荷载施加一段时间后, 土体加

固强度呈现明显的不均匀性——仅排水体附近的土体得到明显加固, 以排水板为轴线形成一个凸出地表的“土柱”, 土柱是流泥地基真空预压淤堵的主要原因<sup>[4]</sup>。

为何天然软基没有“土柱”和淤堵现象, 而流泥地基有? 现有研究<sup>[5]</sup>发现, 在排水板真空压力的驱动下, 处于悬浮状态的流泥土颗粒朝着排水板迁移运动,

**基金项目:** 离岸岛群深厚软土地基交通基础设施建设关键技术 (2023YFB2604200); 国家自然科学基金项目 (52278377, U2006225); 浙江省自然科学基金项目 (LZ22E080009)

**收稿日期:** 2023-11-24

\*通信作者 (E-mail: 418194187@qq.com)

在滤膜表面逐渐堆积形成致密泥皮 (filtration cake)。泥皮孔隙比小、渗透性差, 严重阻碍外围淤泥的排水固结——从而导致了淤堵现象。泥皮 (土柱) 形成过程本质上是过滤, 即固液分离<sup>[6]</sup>, 如图 1 (a) 所示。固液分离技术及其背后的过滤理论在化工、水处理领域发展较成熟, 形成了成熟的“过滤理论”<sup>[7]</sup>及其应用技术。

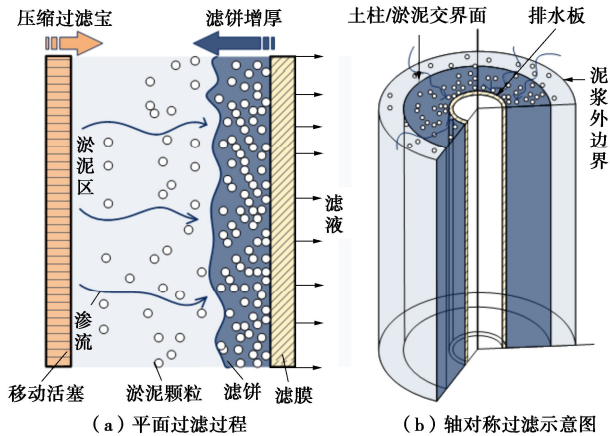


图 1 平面过滤过程及轴对称过滤示意图

Fig. 1 (a) unidimensional coordinate; (b) cylindrical coordinate

现有固结理论内含了稳定土骨架的假定<sup>[8]</sup>, 研究多在 Gibson 大应变固结理论的基础上, 考虑土体压缩渗透性的非线性变化、径向和竖向双向渗流以及非达西渗流等因素<sup>[9-14]</sup>。然而, 其无法考虑土颗粒的迁移运动及土柱形成过程, 不能直接用于流泥地基的排水固结计算。以建立固结理论必需的本构方程为例, 现有固结理论基本采用  $e-\lg p_s$  和  $k-\lg p_s$  形式的压缩和渗透本构, 适用于具有土骨架、初始有效应力  $p_s > 0$  的情形。但流泥土颗粒从初始的悬浮状态到相互接触形成土柱, 是一个有效应力从无到有的过程, 必须采用有效应力  $p_s$  能低至零的压缩和渗透本构方程。

事实上, 已有学者在单井固结理论的基础上, 通过不均匀固结<sup>[15]</sup>或等效涂抹<sup>[16]</sup>的概念来描述流泥的土柱现象。土柱的低渗透系数虽能用涂抹效应等效, 涂抹区的大小却往往是固定的<sup>[17-18]</sup>。但在流泥真空预压过程中, 淤泥颗粒不断迁移堆积, 土柱半径随时间不断扩大<sup>[5]</sup>。与此同时, 土柱内土体骨架随着超孔压消散也在经历固结压缩过程。因此, 土柱发展受到表面颗粒堆积 (导致土柱增大) 和土柱土体固结压缩 (导致土柱缩小) 的综合作用, 具有明显的时空效应, 应采用过滤理论进行描述。

化工、水处理领域的现有过滤理论多针对超高含水率 (900%) 的悬液, 过滤形成的滤饼厚度通常较薄, 从而将过滤过程简化成一维平面问题<sup>[19]</sup>。流泥地基的真空预压处理显然是以排水板为轴的轴对称问题, 如图 1 (b) 所示, 现有一维过滤理论并不适用。针对性

的, Shi 等<sup>[20]</sup>在柱坐标系下建立了流泥地基的轴对称真空过滤模型, 描述了流泥地基真空预压过程中土柱生长情况, 但未考虑土柱土体的泊松效应。如前所述, 淤泥土颗粒向排水板迁移, 受到滤膜阻隔逐渐在排水板表面堆积。土柱/流泥界面上的土颗粒刚刚附着 (见图 1), 此处土骨架有效应力较低, 土体处于流塑状态。相较而言, 离排水边界 (排水板滤膜) 更近的土柱土体具有更高的有效应力和更强的土骨架结构。显然, 土柱不同位置的土体泊松比 (及其决定的侧压力系数) 并不相同。

已有研究表明土体侧压力系数  $k_0$  与土的密度、含水率、固结状态等性质密切相关<sup>[21]</sup>。现有轴对称过滤和固结模型往往用单向应变取代体积应变, 从而忽略了泊松效应, 即认为侧压力系数  $k_0=1$ 。事实上, 忽略泊松效应会高估固结速率<sup>[22]</sup>。流泥地基真空预压处理时, 土柱增长是与土柱土体孔隙比 (含水率) 和固结状态 (例如渗透、压缩性) 变化相辅相成的, 应考虑土体泊松效应对流泥地基真空过滤过程的影响。

本文根据流泥固液两相的连续、运动、平衡及土柱移动边界方程, 并考虑了土体泊松效应, 在柱坐标系下建立了流泥轴对称真空过滤模型, 获得了流泥地基真空预压过程中的土柱生长规律和土柱淤堵性状, 并与粒子图像测速 (PIV) 试验结果对比, 验证了本文模型的正确性。最后, 基于数值模型分析了泊松效应和真空荷载幅值对土柱半径以及固结性状的影响。

## 1 土柱生长控制方程

取单板负担区域, 建立如图 2 所示的以 PVD 为排水中心的轴对称模型。在柱坐标系  $(r, \theta, z)$  下研究流泥轴对称过滤问题, 其中土柱内部孔隙水径向向内渗流, 土颗粒径向向内迁移, 液固两相表观流速分别记为  $q_r$ ,  $q_{sr}$ , 泥面高度记为  $H(t)$  ( $H(0)=H_0$ ), PVD 等效半径记为  $r_w$ , 流泥柱体半径记为  $Z(t)$  ( $Z(0)=S$ )。真空梯度作用下流泥土颗粒向排水板迁移、逐渐堆积形成土柱, 土柱半径 (即图 2 中的土柱/流泥界面位置) 记为  $L(t)$ 。

### 1.1 基本假定

(1) 由于真空压力梯度在土颗粒上引起的渗透力是其自重的 5~10 倍<sup>[23]</sup>, 过滤过程中不考虑土颗粒的自重沉降运动。

(2) 流泥固液两相均只发生径向位移, 同时忽略两相移动的惯性力。

(3) 流泥均质且不含气体, 土柱区土骨架不发生蠕变变形。

(4) 流泥区域的土颗粒分布均匀且固相体积分数

保持不变。

(5) 存在一个阈值固含率  $\varepsilon_s^0$  用于划分土柱 ( $p_s > 0$ ) 和流泥 ( $p_s = 0$ )。

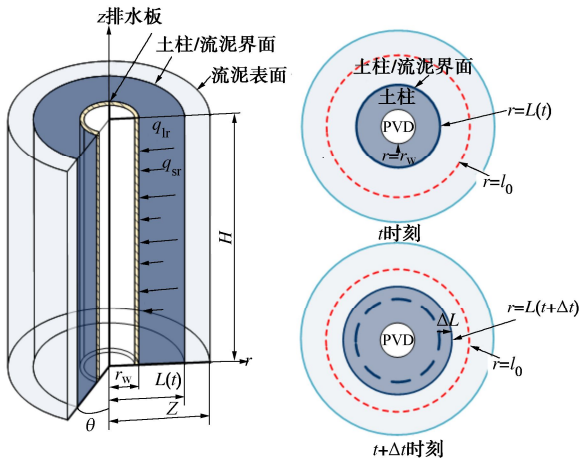


图2 流泥轴对称过滤模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of formation and growth

## 1.2 连续方程

对于互不相溶的固液两相流动而言<sup>[8]</sup>, 柱坐标系下的流泥液相和固相连续性方程为

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_{lr}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_{sr}) \quad (2)$$

式中:  $\varepsilon_s$  为流泥固含率, 表示固相体积占总体积的比值;  $\varepsilon$  为孔隙度,  $\varepsilon_s + \varepsilon = 1$ 。

## 1.3 运动方程

对于固相流速不可忽略的两相流动而言, 遵循广义达西定律:

$$\frac{q_{lr}}{1 - \varepsilon_s} - \frac{q_{sr}}{\varepsilon_s} = \frac{1}{1 - \varepsilon_s} \frac{K}{\mu} \frac{\partial p_l}{\partial r} \quad (3)$$

式中:  $\mu$  为液相黏度;  $K$  为渗透率;  $p_l$  为流相液体压力。

## 1.4 平衡方程

对土柱内部的微元体进行受力平衡分析, 如图3所示。孔隙水径向流动对土颗粒施加径向的渗流力, 渗流力在土骨架中接触传递, 从而产生土骨架压缩应力, 即有效应力  $p_s$ 。单元体  $r$  处的径向压缩应力为  $p_s$ , 土骨架具有泊松效应, 环向压缩应力则为  $k_0 p_s$ 。  $k_0$  ( $k_0 \leq 1$ ) 为侧土压力系数, 线弹性状态下可由泊松比唯一确定。对于如图3所示的微元体, 其平衡方程如下:

$$d(r p_l) d\theta + d(r p_s) d\theta = (p_s + k_0 p_s) dr \sin(d\theta) \quad (4)$$

进一步化简可得

$$\frac{\partial (p_s + p_l)}{\partial r} + \frac{1 - k_0}{r} p_s = 0 \quad (5)$$

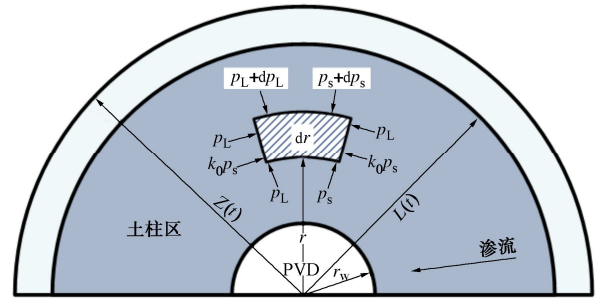


图3 土柱内土单元应力平衡分析

Fig. 3 Stress equilibrium analysis for soil element within soil column

## 1.5 渗透压缩本构

过滤理论通常假定滤饼固含率  $\varepsilon_s$  和渗透率  $K$  是有效应力  $p_s$  的唯一函数<sup>[24]</sup>。现有过滤理论多采用幂函数形式的渗透压缩本构:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s^0 \left( 1 + \frac{p_s}{p_a} \right)^\beta \quad (6)$$

$$K = K_0 \left( 1 + \frac{p_s}{p_a} \right)^{-\delta} \quad (7)$$

式中:  $\varepsilon_s^0$  和  $K_0$  为  $p_s = 0$  时的阈值固含率和阈值渗透率;  $p_a$  是量纲为 kPa 的经验参数;  $\beta$  和  $\delta$  为表征土体压缩性的无量纲经验参数。

通过关系式  $e = (1 - \varepsilon_s) / \varepsilon_s$  和  $k = \gamma_w K / \mu$ , 可将固含率和渗透率化为岩土领域熟悉的孔隙比  $e$  和渗透系数  $k$ , 从而可将式(6), (7)化为岩土领域熟悉的  $e-p_s$  和  $k-p_s$  本构。同样地,  $p_s = 0$  的阈值孔隙比  $e_g$  和阈值渗透系数  $k_g$  即为土柱/流泥界面的临界孔隙比和临界渗透系数, 表征了土颗粒由分散 ( $p_s \rightarrow 0$ ) 到接触形成骨架 ( $p_s \geq 0$ ) 的相变点。

应指出, 岩土领域固结理论的渗透压缩本构多为对数形式<sup>[25]</sup>, 即  $e-\lg p_s$  和  $k-\lg p_s$ 。对数形式本构只适用于具有初始有效应力的天然沉积土 (即  $p_s > 0$ , 否则对数函数奇异), 不能反映有效应力从无到有的相变过程, 无法直接用于土柱生长问题。

## 1.6 平衡方程

由连续方程(1)和(2)可得

$$\frac{\partial}{\partial r} (r q_{lr} + r q_{sr}) = 0 \quad (8)$$

排水板只允许孔隙水通过, 则  $q_{sr=r_w} = 0$ ,  $q_{lr=r_w} = q_{lw}$ ,  $q_{lw}$  为液相通过排水板滤膜的流速, 对式(8)沿径向积分:

$$r q_{lr} + r q_{sr} = r_w q_{lw} \quad (9)$$

结合式(3)和(9), 任意半径  $r$  处的液相表观流速  $q_{lr}$  可表示为

$$q_{lr} = \varepsilon_s \frac{K}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial r} + (1 - \varepsilon_s) \frac{r_w}{r} q_{lw} \quad (10)$$

将式(10)代入液相连续性方程(1)可得柱坐标系下描述土柱形成生长的基本控制方程:

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \varepsilon_s \frac{K}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial r} \right) + \frac{r_w}{r} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial r} \quad (11)$$

## 2 边界及初始条件

### 2.1 边界条件

忽略排水板滤膜自身的压缩性,液相流经排水板滤膜的表观流速  $q_{lw}$ :

$$q_{lw} = \frac{K_m}{\mu} \left( \frac{\partial p_1}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (12)$$

将式(7)代入式(12),可得排水板滤膜位置( $r=r_w$ )的流速边界条件:

$$q_{lw} = \frac{K_m}{\mu \Delta r_m} (P_0 - p_{sw}) = \frac{K_0}{\mu} R (P_0 - p_{sw}) \quad (13)$$

式中:  $P_0$  为真空荷载;  $p_{sw}$  为滤膜处的压缩应力;  $K_m$  和  $\Delta r_m$  分别为排水板滤膜的渗透率和厚度;  $R = K_m / (K_0 \Delta r_m)$  为过滤介质的阻力,表示流相流经滤膜时的流动阻力,与滤膜渗透率、滤膜厚度以及阈值渗透率  $K_0$  相关。相比于直接测量滤膜的渗透率和厚度,阻力  $R$  可通过流泥过滤试验获得,即初始过滤阶段的滤饼厚度可忽略不计,过滤排水速度由滤膜自身的流动阻力控制,从而  $R$  为过滤时间趋于零时的极限流阻。

如前所述,土柱/流泥区边界为有效应力从无到有的相变位置,从而  $r=L(t)$  位置始终处于临界状态,此处边界条件为

$$p_s = 0; \varepsilon_s = \varepsilon_s^0 \quad (14)$$

### 2.2 移动边界条件

#### (1) 土柱边界移动

如前所述,土柱会随着土颗粒的不断附着堆积而增大,土柱/流泥界面位置本质上是移动边界。如图2所示, $t$ 时刻土柱/流泥界面位于  $r=L(t)$ 。经过时间增量  $\Delta t$ ,土柱半径增大  $\Delta L$ ,即土柱/流泥界面移动至  $r=L(t)+\Delta L$  处。在  $t+\Delta t$  时刻,  $r=L(t)$  位置的土骨架因其外围的土颗粒径向移动堆积而压缩 ( $p_s > 0$ )。根据处于径向范围  $r_w \leq r \leq l_0$ , 单位高度  $dH$  区间内的固相土颗粒质量守恒,可得

$$\begin{aligned} q_{sr=L^+} \Delta t 2\pi L \rho_s &= \left( \int_{r_w}^{L+\Delta L} 2\pi r \varepsilon_s(r, t+\Delta t) dr + \int_{L+\Delta L}^{l_0} 2\pi r \varepsilon_{s0} dr \right) \rho_s - \\ &\quad \left( \int_{r_w}^L 2\pi r \varepsilon_s(r, t) dr + \int_L^{l_0} 2\pi r \varepsilon_{s0} dr \right) \rho_s \quad (15) \end{aligned}$$

式中:  $q_{sr=L^+}$  为流泥区固相表观流速;  $\rho_s$  为固相土颗粒密度;  $\varepsilon_{s0}$  为流泥区的固含率  $\varepsilon_{s0} < \varepsilon_s^0$ 。

将式(15)等式两侧除以  $2\pi \rho_s \Delta t$ , 整理可得

$$\begin{aligned} q_{sr=L^+} L &= \int_{r_w}^L r \frac{[\varepsilon_s(r, t+\Delta t) - \varepsilon_s(r, t)]}{\Delta t} dr + \\ &\quad \frac{1}{\Delta t} \int_L^{L+\Delta L} r [\varepsilon_s(r, t+\Delta t) - \varepsilon_{s0}] dr \quad (16) \end{aligned}$$

式(16)右端第二项的积分区间  $[L, L+\Delta L]$  代表刚形成的土柱区域,对于无限小的时间增量  $\Delta t \rightarrow 0$ , 可有  $\varepsilon_s(r, t+\Delta t) = \varepsilon_s^0$ , 则

$$q_{sr=L^+} L = \int_{r_w}^L r \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} dr + \frac{1}{\Delta t} \int_L^{L+\Delta L} r (\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}) dr \quad (17)$$

关于  $\Delta t \rightarrow 0$  取极限并忽略高阶小量  $\Delta L^2$ , 可得

$$q_{sr=L^+} = \frac{1}{L} \int_{r_w}^L r \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} dr + (\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}) \frac{dL}{dt} \quad (18)$$

根据基本假定(4),土柱/流泥界面处流泥侧的表观液相流速  $q_{lr=L^+}$  和表观固相流速  $q_{sr=L^+}$  关系如下:

$$\frac{q_{sr=L^+}}{q_{lr=L^+} + q_{sr=L^+}} = \varepsilon_{s0} \quad (19)$$

结合式(19),(9),流泥侧的表观固相流速  $q_{sr=L^+}$  可表示为

$$q_{sr=L^+} = \frac{1}{L} \varepsilon_{s0} r_w q_{lw} \quad (20)$$

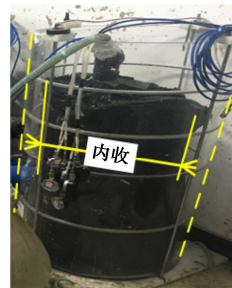
将式(20)代入式(18),可得柱坐标系下  $H$  高度位置土柱/流泥界面的移动边界条件:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}} \frac{r_w}{L} q_{lw} - \frac{1}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}} \frac{1}{L} \int_{r_w}^L r \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} dr \quad (21)$$

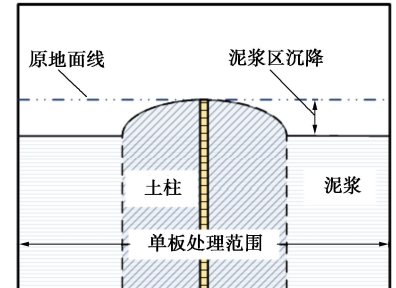
#### (2) 泥浆边界移动

对于用密封膜整体包裹住泥浆放置于模型桶内进行真空预压的模型试验而言,泥浆外边界可以径向自由移动(如图4(a)所示)。此时,在假定(4)的约束下,泥浆区的缩小可以简化为高度保持  $H_0$  不变,但外边界  $Z(t)$  不断内收的移动边界问题。根据单板负担区域(初始半径为  $S$ , 高度为  $H_0$  的圆柱体)内固相质量守恒,可得  $Z(t)$  控制方程:

$$\frac{dZ}{dt} = -\frac{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{s0}} \frac{L(t)}{Z(t)} \frac{dL}{dt} - \frac{1}{\varepsilon_{s0}} \frac{1}{Z(t)} \int_{r_w}^L r \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} dr \quad (22)$$



(a) 泥浆区径向收缩



(b) 泥浆区竖向沉降

图4 流泥真空预压工况

Fig. 4 Operating conditions of vacuum preloading for slurry



对于直接将泥浆倒入模型桶或是现场单板负担区域而言, 泥浆外侧面没有密封膜包覆, 受限于泥浆流体的连续性约束, 泥浆外侧面不会内收。此时, 泥浆区的缩小可考虑为泥浆液面  $H(t)$  的下降, 如图 4 (b) 所示。同样根据单板负担区域内固相质量守恒, 可有  $H(t)$  控制方程:

$$M_s = \rho_s H(t) \int_{r_w}^L 2\pi r \varepsilon_s dr + \rho_s H(t) \int_L^S 2\pi r \varepsilon_{s0} dr + \rho_s \int_{H(t)}^{H_0} \int_{r_w}^L 2\pi r \varepsilon_s dr dH \quad (23)$$

式中:  $M_s$  为单板负担区内的固相总质量;  $S$  为单板负担区域等效半径。

### 2.3 初始条件

$t=0$  时刻, 土柱/流泥边界  $L(0)=r_w$ ; 对于泥浆外侧面内收的情况, 泥浆液面恒等于  $H_0$ , 外侧面初始位置  $Z(0)=S$ ; 对于泥浆外侧面不移动的情况, 其径向半径恒等于  $S$ , 泥浆液面初始位置  $H(0)=H_0$ 。

## 3 自由边界问题模型

由移动边界条件 (21) 可知, 土柱基本方程 (11) 所控制的求解域随时间不断变化, 其边界待定, 需与控制方程耦合求解。因而, 本文所描述的土柱径向生长过程为自由边界问题<sup>[26]</sup>。

在自由边界上, 除了边界条件 (13), (14) 以外, 还必须增加 Stefan 边界条件。Stefan 条件定义在相变边界上, 通常属于物理约束, 可表示自由边界的局部速度。式 (21) 即为存在于土柱/流泥相变界面上的 Stefan 条件, 由界面上的固含率变化速率决定界面的局部移动速度。

将边界条件 (13) 代入移动边界条件 (21) 可得

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}} \frac{r_w}{L} \frac{K_0}{\mu} R(P_0 - p_{sw}) - \frac{1}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}} \frac{1}{L} \int_{r_w}^L r \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} dr \quad (24)$$

将边界条件 (13)、平衡方程 (5) 代入基本控制方程 (11), 整理可得

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = \frac{k_0}{\mu} (\varepsilon_s^0)^{\delta/\beta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \varepsilon_s^{1-\frac{\delta}{\beta}} \left( \frac{dp_s}{dr} + (1-k_0) \frac{p_s}{r} \right) \right] + \frac{r_w}{r} \frac{K_0}{\mu} R(P_0 - p_{sw}) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial r} \quad (25)$$

将渗透压缩本构代入式 (25), 整理可得固含率  $\varepsilon_s$  为变量的基本控制方程:

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = \frac{A_k}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{r}{\beta} \varepsilon_s^{-m} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial r} + (1-k_0) \varepsilon_s^{1-m} \right] +$$

$$\frac{r_w}{r} \Gamma(P_0 - p_{sw}) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial r} \quad (26)$$

$$\text{式中: } m = \frac{\delta-1}{\beta}, \quad A_k = p_a \frac{k_0}{\mu} (\varepsilon_s^0)^n, \quad \Gamma = \frac{K_0}{\mu} R.$$

综上, 方程 (22) (或 (23)), (24), (26) 共同构成了考虑  $k_0$  系数的土柱生长自由边界问题模型。自由边界问题只在特定初始和边界条件下才有封闭解答, 因而下节将介绍有限差分数值求解方法。

## 4 数值求解

本文所考虑的边界移动是随时间平滑单调变化的, 可通过引入新的空间坐标变量, 将移动边界问题化为固定域, 从而方便求解。

### 4.1 固定移动边界条件

引入新的无量纲空间变量  $\eta$ , 对于任意时刻  $t$ , 将移动边界固定在  $\eta=1$ :

$$\eta = \frac{r - r_w}{L(t) - r_w} \quad (27)$$

对固含率进行坐标变换, 即  $\varepsilon_s(r, t) \rightarrow \varepsilon_s(\eta, t)$ , 可有

$$\left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial r} \right)_t = \left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \right)_t \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{L - r_w} \left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \right)_t \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \right)_r &= \left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \right)_t \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial t} + \left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \right)_\eta \\ &= -\frac{\eta}{L - r_w} \frac{dL}{dt} \left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \right)_t + \left( \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \right)_\eta \quad (29) \end{aligned}$$

通过式 (27) ~ (29), 即可获得用空间变量  $\eta$  描述的土柱生长自由边界模型, 其中基本控制方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} &= \frac{A_k}{\eta(L - r_w) + r_w} \frac{1}{L - r_w} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{1}{\beta} \varepsilon_s^{-m} \left( \eta + \frac{r_w}{L - r_w} \right) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \right] + \\ &\quad \frac{A_k}{\eta(L - r_w) + r_w} \frac{1}{L - r_w} \left[ (1-m)(1-k_0) \varepsilon_s^{-m} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} - \varepsilon_s^{1-m} \frac{\partial k_0}{\partial \eta} \right] + \\ &\quad \frac{1}{L - r_w} \left( \eta \frac{dL}{dt} + \frac{r_w}{\eta(L - r_w) + r_w} \Gamma(P_0 - p_{sw}) \right) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \quad (30) \end{aligned}$$

边界条件:

$$\eta = 1, \quad p_s = 0, \quad \varepsilon_s = \varepsilon_s^0 \quad (31)$$

$$\eta = 0, \quad \left( \frac{\partial p_s}{\partial \eta} \right) = -(L - r_w) \left[ R(P_0 - p_{sw}) \left( 1 + \frac{p_{sw}}{p_a} \right)^\delta + \frac{(1-k_0)}{r_w} p_{sw} \right] \quad (32)$$

土柱/流泥边界条件:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_{s0} r_w \Gamma(P_0 - p_{sw}) - (L - r_w) \int_0^1 [\eta(L - r_w) + r_w] \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} d\eta}{-L \varepsilon_{s0} + 2(L - r_w) \int_0^1 \varepsilon_s \eta d\eta + r_w \int_0^1 \varepsilon_s d\eta} \quad (33)$$

流泥区外边界  $Z(t)$  :

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{\varepsilon_{s0} - \varepsilon_s^0}{\varepsilon_{s0}} \frac{L(t)}{Z(t)} \frac{dL}{dt} + \frac{1}{\varepsilon_{s0}} \frac{L - r_w}{Z(t)} \frac{dL}{dt} - \left[ \frac{L}{L - r_w} \varepsilon_s^0 - 2 \int_0^1 \varepsilon_s \eta d\eta - \frac{r_w}{L - r_w} \int_0^1 \varepsilon_s d\eta \right] - \frac{1}{\varepsilon_{s0}} \frac{L - r_w}{Z} \int_0^1 [\eta(L - r_w) + r_w] \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} d\eta \quad (34)$$

泥浆液面高度  $H(t)$  :

$$M_s = 2\pi\rho_s \int_{H(t)}^{H_0} \int_0^1 [\eta(L - r_w) + r_w] \varepsilon_s d\eta dH + 2\pi\rho_s H(t) \left[ \int_0^1 [\eta(L - r_w) + r_w] \varepsilon_s d\eta + (S^2 - L^2) \varepsilon_{s0} \right] \quad (35)$$

#### 4.2 数值求解初始条件

方程组 (30) ~ (35) 在  $t=0$  (即  $L(0)=0$ ) 处存在奇点。需要获得  $t_0$  ( $t_0 \rightarrow 0$ ) 时刻的近似解, 并将其作为上述方程组的初始条件进行求解。  $t_0$  时刻, 排水速度由排水板滤膜流动阻力控制, 土柱很薄可近似认为不可压缩。因此, 可忽略初始时刻的固相表观流速, 广义达西定律退化为

$$\frac{K}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial r} = q_{lw} \quad (r_w \leq r \leq L(t_0)) \quad (36)$$

将式 (7), (13) 代入式 (36),

$$R(P_0 - p_{sw}) - \left(1 + \frac{p_s}{p_a}\right)^{-\delta} \frac{\partial p_s}{\partial r} = 0 \quad (37)$$

将式 (37) 在  $r=r_w$ ,  $p_s=p_{sw}$  至  $r=L_0$ ,  $p_s=0$  范围内积分, 获得初始时期土柱厚度:

$$L_0 = \frac{p_a}{R(1-\delta)} \frac{\left(1 + \frac{p_{sw}}{p_a}\right)^{1-\delta} - 1}{p_0 - p_{sw}} + r_w \quad (38)$$

将式 (38) 等式两侧对变量  $p_{sw}$  微分:

$$\frac{dL_0}{dp_{sw}} = \frac{p_a}{R(1-\delta)} \cdot \frac{(1-\delta) \left(1 + \frac{p_{sw}}{p_a}\right)^{-\delta} (p_0 - p_{sw}) + \left(1 + \frac{p_{sw}}{p_a}\right)^{1-\delta} - 1}{(p_0 - p_{sw})^2} \quad (39)$$

对于土柱刚形成初始时期  $t_0$ , 假设土柱内部的液相流速为常数, 因此此时移动边界条件 (21) 可退化为

$$\frac{dL_0}{dt} = \frac{\varepsilon_{s0} r_w + L_0 - r_w}{L_0} \frac{1}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}} \frac{RK_0}{\mu} (P_0 - p_{sw}) \quad (40)$$

结合式 (39), (40) 可得

$$\frac{dp_{sw}}{dt} = \frac{\varepsilon_{s0} r_w + L_0 - r_w}{(\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}) L_0} \frac{R^2 (1-\delta) K_0}{\mu p_a} \quad (41)$$

$$\frac{(P_0 - p_{sw})^3}{\frac{1-\delta}{p_a} \left(1 + \frac{p_{sw}}{p_a}\right)^{-\delta} (p_0 - p_{sw}) + \left(1 + \frac{p_{sw}}{p_a}\right)^{1-\delta} - 1} \quad (41)$$

式 (41) 仅在土柱形成初期有效, 即  $t \leq t_0$  且  $t_0 \approx 10^{-4} s$ 。结合初始条件  $t=0$ ,  $p_{sw}=0$ , 积分可得  $p_{sw}$  表达式:

$$p_{sw} = \frac{\varepsilon_{s0} r_w + L_0 - r_w}{L_0} \frac{1}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s0}} \frac{R^2 K_0 P_0^2}{\mu} t_0 \quad (42)$$

由此, 可获得  $t_0$  时刻内的土柱初始厚度  $L_0$ , 土柱半径移动速度  $dL_0/dt$  以及排水板滤膜处的固相压缩压力  $p_{sw}$ , 对式 (37) 积分:

$$\frac{p_a}{1-\delta} \left[ \left(1 + \frac{p_s}{p_a}\right)^{1-\delta} - 1 \right] = R(P_0 - p_{sw})(L_0 - r) \quad (43)$$

结合式 (38) 和 (43), 可得初始  $t_0$  时刻土柱半径  $L_0$  内的固相压缩压力  $p_s$  分布:

$$\left(1 + \frac{p_s}{p_a}\right)^{1-\delta} = \left(1 + \frac{p_{sw}}{p_a}\right)^{1-\delta} - \left[ \left(1 + \frac{p_{sw}}{p_a}\right)^{1-\delta} - 1 \right] \frac{r - r_w}{L_0 - r_w} \quad (44)$$

#### 4.3 数值积分

上述初始条件和控制方程式 (30)、边界条件 (31), (32)、土柱/流泥移动边界条件 (33) 以及泥浆区外边界 (33), (34) 构成了求解考虑  $k_0$  系数土柱生长自由边界模型的方程组, 移动边界需和控制方程耦合求解, 采用显式差分求解该偏微分方程组, 占用计算机内存巨大, 求解也较困难。故采用直线法混合求解, 节点划分如图 5 所示。

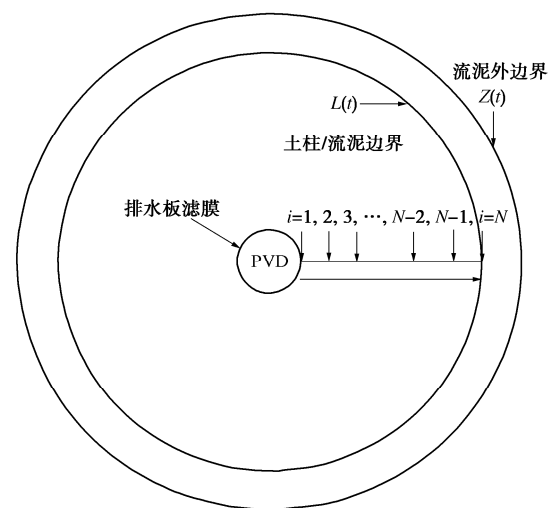


图5 节点划分

Fig. 5 Distribution of grid points

将空间变量  $\eta$  划分为  $N-1$  个均匀网格, 式 (30) 用  $N-2$  个常微分方程组表示, 节点  $i$  所对应的表达式如下。

(1) 当  $i=1$  时,  $\eta=0$

$$\frac{d\varepsilon_s^1}{dt} = \frac{A_k}{\beta(L-r_w)^2} \left[ \frac{(\varepsilon_s^{-m})^{1+1/2} \varepsilon_s^2 - 2(\varepsilon_s^{-m})^1 \varepsilon_s^1 + (\varepsilon_s^{-m})^{1/2} \varepsilon_s^f}{\Delta\eta^2} \right] - \frac{A_k}{L-r_w} \frac{1}{r_w} (\varepsilon_s^{1-m})^1 \frac{k_0^1 - k_0^f}{2\Delta\eta} + \frac{\Gamma(p_0 - p_{sw})}{L-r_w} \frac{\varepsilon_s^2 - \varepsilon_s^f}{2\Delta\eta} + \frac{A_{kk}}{L-r_w} \frac{1}{r_w} \left[ (1-m)(1-k_0^1)(\varepsilon_s^{-m})^1 \frac{\varepsilon_s^2 - \varepsilon_s^f}{2\Delta\eta} \right] \quad (45)$$

式中:  $\Delta\eta = \frac{1}{N-1}$ ;  $\varepsilon_s^{1+1/2} = \frac{\varepsilon_s^1 + \varepsilon_s^2}{2}$ ,  $\varepsilon_s^{1/2} = \frac{\varepsilon_s^1 + \varepsilon_s^f}{2}$ ;  $\varepsilon_s^f$

为排水板滤膜内部虚拟节点的固含率。将边界条件 (32) 用中心差分格式代替, 即可得到  $p_s^f$  与  $p_{sw}$  的关系:

$$p_s^f = 2\Delta\eta(L-r_w)R(p_0 - p_{sw}) \left( 1 + \frac{p_{sw}}{p_a} \right)^\delta + 2\Delta\eta(1-k_0) \frac{(L-r_w)}{r_w} p_{sw} + p_s^2 \quad (46)$$

则虚拟节点处的  $\varepsilon_s^f$  可通过本构关系式 (5) 确定。

(2) 当  $2 \leq i \leq N-2$  时

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_s^i}{dt} = & \frac{1}{\beta(L-r_w)\Delta\eta^2} \frac{A_k}{\eta_i(L-r_w) + r_w} \cdot \\ & \left[ \left( \eta_{i+1/2} + \frac{r_w}{L-r_w} \right) (\varepsilon_s^{i+1/2})^{-m} \varepsilon_s^{i+1} - \right. \\ & 2 \left( \eta_i + \frac{r_w}{L-r_w} \right) (\varepsilon_s^i)^{-m} \varepsilon_s^i + \\ & \left. \left( \eta_{i-1/2} + \frac{r_w}{L-r_w} \right) (\varepsilon_s^{i-1/2})^{-m} \varepsilon_s^{i-1} \right] + \\ & \frac{1}{(L-r_w)} \frac{A_k}{\eta_i(L-r_w) + r_w} \cdot \\ & \left[ (1-m)(1-k_0^i)(\varepsilon_s^i)^{-m} \frac{\varepsilon_s^{i+1} - \varepsilon_s^{i-1}}{2\Delta\eta} - \right. \\ & \left. (\varepsilon_s^i)^{1-m} \frac{k_0^{i+1} - k_0^{i-1}}{2\Delta\eta} \right] + \frac{1}{L-r_w} \frac{\varepsilon_s^{i+1} - \varepsilon_s^{i-1}}{2\Delta\eta} \cdot \\ & \left[ \eta_i \frac{dL}{dt} + \frac{r_w}{\eta_i(L-r_w) + r_w} \Gamma(p_0 - p_{sw}) \right] \quad (47) \end{aligned}$$

式中:  $\varepsilon_s^{i+1/2} = \frac{\varepsilon_s^{i+1} + \varepsilon_s^i}{2}$ ;  $\varepsilon_s^{i-1/2} = \frac{\varepsilon_s^{i-1} + \varepsilon_s^i}{2}$ , 且  $p_{sw} = p_s^1$ ,

$\varepsilon_s^0 = \varepsilon_s^N$ 。

将土柱移动边界 (36) 的差分形式与上述常微分方程组耦合求解 (即代入  $i=N-1$ ), 迭代循环求解, 直到迭代前后计算的  $dL/dt$  差值  $\leq 0.01\%$ 。最后通过数值积分即可求出任意时刻对应的土柱半径  $L$ 、流泥区边界  $Z$ 、 $H$  以及土柱内部固含率  $\varepsilon_s$  等分布情况。

## 5 对比验证

为验证流泥轴对称真空过滤模型的适用性, 选取 Sun 等<sup>[5]</sup>开展的高含水率流泥真空预压 PIV 试验结果进行对比验证。该模型试验装置由模型箱、抽真空装置及监测系统构成。模型箱尺寸为 560 mm (长)  $\times$  300 mm (宽)  $\times$  600 mm (高), 箱体中部垂直固定长为 300 mm, 截面为 100  $\times$  4 mm  $\times$  4 mm 的 PVD 排水板, 装入流泥后顶部用薄膜密封。PVD 的封头通过手型连接器和密闭管连接到真空泵以施加 80 kPa 的真空荷载。选取初始含水率分别为 2 倍、2.5 倍液限 ( $w_0=106\%$ ,  $133\%$ ) 的温州流泥以及 2.5 倍液限 ( $w_0=100\%$ ) 的台州流泥真空预压模型试验, 试验土样的基本参数如表 1 所示。

表 1 流泥土样基本参数

物理参数	相对质量密度 $G_s$	液限 $w_L/\%$	塑限 $w_p/\%$	平均粒径 $d_{50}/\mu\text{m}$
台州流泥	2.67	40	23	11
温州流泥	2.68	53	32	5

针对上述模型试验, 利用流泥轴对称真空过滤理论模型进行土柱半径和孔压消散模拟计算, 计算参数如表 2 所示, 其中流泥渗透压缩本构以及排水板流动阻力由真空过滤试验<sup>[27]</sup>获得。

为探究  $k_0$  条件 (即泊松效应) 对流泥真空预压淤堵性状的影响, 设置了 3 种工况: 工况 C1 和 C2 的  $k_0$  取恒定值, 分别为 1 和 0.55; 工况 C3 的  $k_0$  随固结而线性变化, 即  $k_0=1-0.45p_s/P_0$ 。限于文章篇幅, 此处仅展示台州土的对比较验证结果, 温州土对比结果见附录。

图 6 所示为台州土土柱半径预测与实测值对比结果。根据流泥径向位移场, 分别采用零压缩法 (方法 1) 和零位移法 (方法 2) 获得土柱半径试验值<sup>[23]</sup>。方

表 2 计算参数取值

Table 2 Parameters used in PIV validation of proposed theory

土样	本构参数					真空荷载	PVD 流动阻力	PVD 等效半径	泥浆初始高度	等效影响区半径
	$\varepsilon_s^0$	$\delta$	$\beta$	$p_a/\text{kPa}$	$K_0/10^{-15}\text{m}^2$	$P_0/\text{kPa}$	$R/\text{m}^{-1}$	$r_w/\text{m}$	$H_0/\text{m}$	$S/\text{m}$
台州流泥	0.3675	0.8548	0.1067	1.3	9.283	80	21.8	0.033	0.3	0.267
温州流泥	0.3832	0.6596	0.076	1.3	3.601	80	100	0.033	0.3	0.267

法 2 通过临界移动速度 ( $0.1 \text{ mm/h}$ ) 状态的土单元坐标获取土柱半径; 而方法 1 通过零压缩应变状态的土单元坐标获取土柱半径。方法 1 确定的土柱边界内含了流泥土单元压缩应力从无到有的临界状态, 而本文过滤理论定义的移动边界同样反映了流泥有效应力从无到有的转折状态, 因此本文理论结果天然契合方法 1 获得的试验值。由于土柱/流泥边界处为土体流固状态转折点 ( $p_s = 0$ ), 泊松比天然接近流体泊松比 (即  $\nu = 0.5$ ), 因此 C1 工况对土柱半径发展的预测效果最好, 而 C2 工况预测差异值最大。

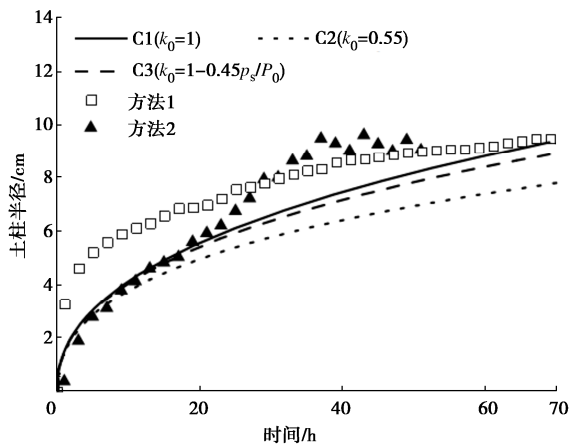
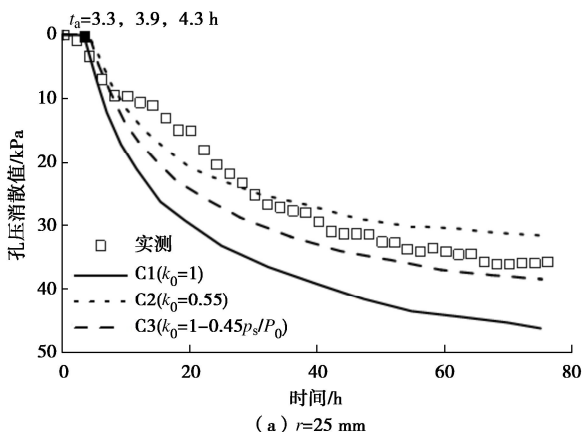


图 6 土柱半径随时间变化

Fig. 6 Variation of radius of soil column with time

图 7 为孔压实测结果, 可知流泥真空预压的孔压消散具有显著的迟滞效应, 以距排水板  $r=50 \text{ mm}$  位置的孔压测点为例, 在  $0 \sim 16 \text{ h}$  内孔压基本不消散。由图 7 可知, 距排水板距离越远, 迟滞效应越明显, 距离排水板  $r=50 \text{ mm}$  测点处的孔压开始消散时刻相比  $r=25 \text{ mm}$  测点处推迟约  $12 \text{ h}$ 。孔压开始消散本质上反映了该处土体产生有效应力, 即形成了土骨架, 亦土柱边界生长至测点位置。从而 C1 ( $k_0 = 1$ ) 工况所预测的孔压消散时刻 ( $t_a = 3.3, 16 \text{ h}$ ) 与实测更加吻合。



(a)  $r=25 \text{ mm}$

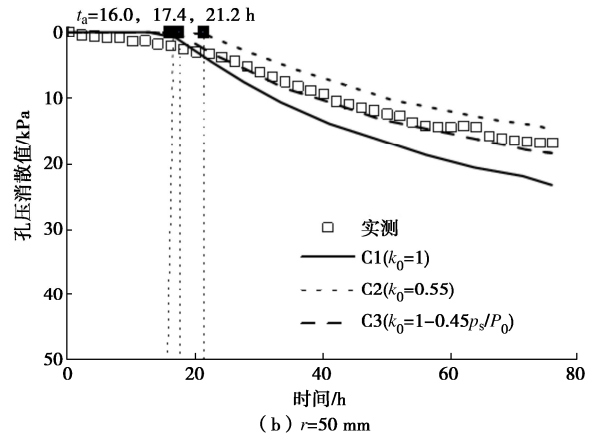


图 7 孔压消散随时间变化

Fig. 7 Variation of pore water dissipation with time

而就孔压消散时变过程及最终孔压消散量而言, C3 ( $k_0 = 1 - 0.45 p_s / P_0$ ) 工况预测值与实测值更加吻合。这是因为, 排水板近端土骨架形成较早, 固结压缩程度高, 接近一般土体的固结压缩状态; 而距排水板远端的土体骨架发育较晚, 固结程度低, 土体仍接近流体。因此基于流态压缩性质的 C1 ( $k_0 = 1$ ) 工况会高估计近端土体的孔压消散速度, 而基于一般土体压缩状态的 C2 ( $k_0 = 0.55$ ) 工况预测的孔压消散值又会低估远端的孔压消散速率。考虑  $k_0$  系数变化的 C3 ( $k_0 = 1 - 0.45 p_s / P_0$ ) 工况能反映流泥真空预压过程中土柱土体的不均匀压缩性质, 因此与实测值更吻合。

## 6 参数分析

本节以 2 倍液限的台州土为例, 根据考虑  $k_0$  系数变化的轴对称真空过滤模型, 分析不同真空荷载幅值对流泥真空预压淤堵程度的影响。

对于泥浆区不发生径向收缩的情况 (详见 2.2 (1) 节), 随过滤排水, 泥浆区液面  $H(t)$  必然下降; 当泥浆液面下降至 0, 过滤阶段结束。如图 8 所示,  $20 \text{ kPa}$  真空荷载作用下泥浆液面下降最快, 随真空荷载增大, 过滤阶段持续时间增长,  $20, 40, 60 \text{ kPa}$  真空荷载相较  $80 \text{ kPa}$  真空荷载作用下的过滤时间分别缩短了  $44.7\%, 32.3\%, 18.1\%$ 。

图 9 给出了过滤结束时刻不同真空荷载下的土柱形态。由于泥浆区液面的下降, 形成了向上“凸起”的土柱, 契合工程现场观察到的突出于地表的“土桩”现象<sup>[3]</sup>。低真空荷载幅值下土柱内部的压缩程度更小, 所形成的土柱孔隙比更高, 体积更大。

对于泥浆外边界可在径向自由移动的情况 (详见 2.2 (1) 节), 当土柱/泥浆移动边界  $L(t)$  和泥浆径向移动外边界  $Z(t)$  重合, 则表示过滤阶段结束。如图 10 所示, 不同真空荷载下的最终土柱大小以及过滤结束



时间的规律与图9一致。若允许侧边界的径向移动, 排水板有效过滤排水面积不变, 则过滤时间会明显缩短。工程实际中, 流泥真空预压更接近泥面下降的工况, 排水板有效过滤排水面积随泥浆液面下降而减小, 从而过滤时间更长。

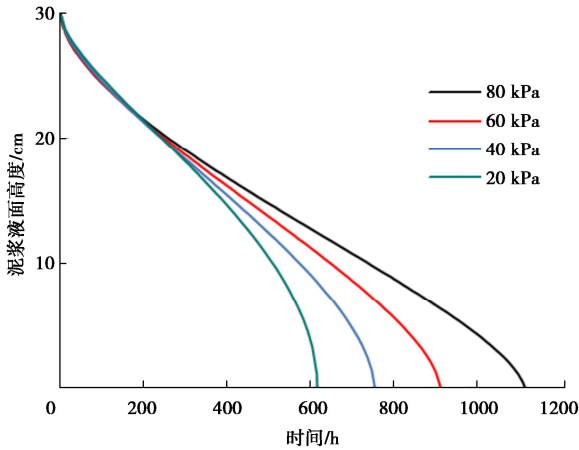


图8 泥浆液面高度随时间变化曲线

Fig. 8 Heights of slurry surface versus time

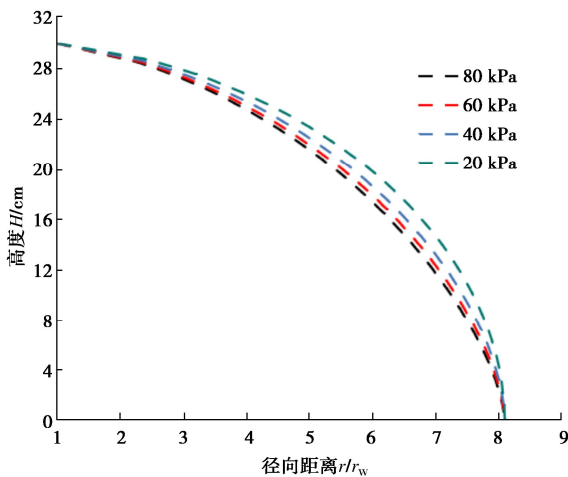


图9 真空荷载幅值对土柱大小的影响

Fig. 9 Effects of negative pressure on size of soil column

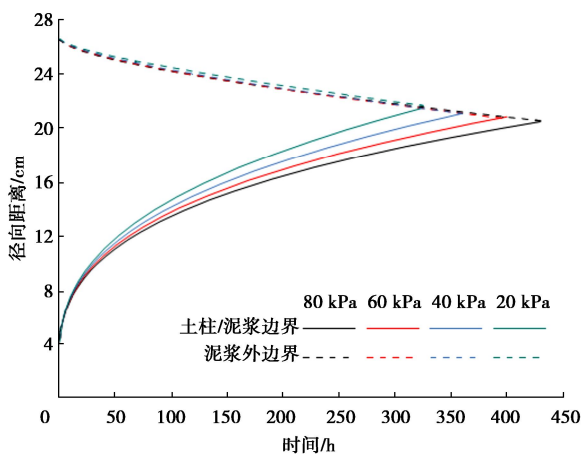
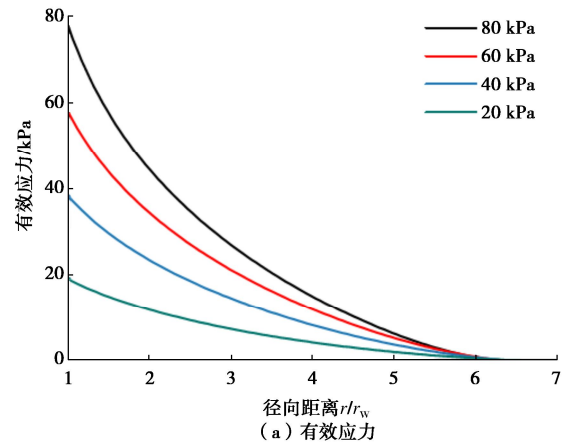


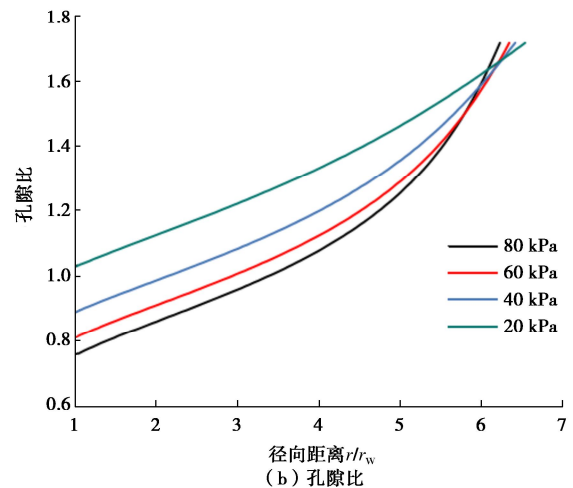
图10 径向移动边界位置随时间变化曲线

Fig. 10 Radial moving boundary versus time

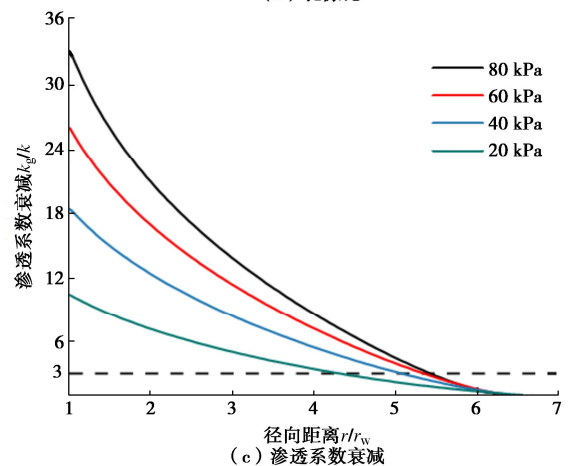
对于泥浆外边界可径向移动的工况, 图11给出了过滤阶段结束时不同真空荷载下土柱内部的淤堵性状。真空荷载越大, 土柱内部不均匀压缩越剧烈, 靠近排水板处土柱越密实, 渗透系数衰减更剧烈。80 kPa真空荷载下, 过滤阶段结束时的土柱内部渗透系数衰减 $k_g/k$ 为33, 土柱内部径向渗透系数降幅高达97%; 而20 kPa真空荷载下, 渗透系数衰减 $k_g/k$ 也超过10。



(a) 有效应力



(b) 孔隙比



(c) 渗透系数衰减

图11 土柱内部淤堵性状

Fig. 11 Internal clogging characteristics of soil column

对于这种高含水率流泥地基, 现有研究多认为等效淤堵区与非淤堵区的渗透系数比约3~6<sup>[17]</sup>, 以渗透系数比 $k_g/k=3$ 划分淤堵区, 可以发现过滤过程中土

柱内部的淤堵区范围是动态变化的,如图 12 所示。

可以发现真空荷载越大,淤堵区半径增长越快,过滤结束时的淤堵区越大,淤堵范围在土柱区的占比越高。20, 40, 60 kPa 真空加载相较 80 kPa 真空加载的淤堵区范围缩小了 25.3%, 7.4%, 1.4%; 20, 40, 60, 80 kPa 真空加载下的淤堵区范围分别占土柱区 59%, 75%, 80%, 85%。高幅值真真空荷载下,土柱土体固结压缩程度更高(导致土柱缩小),淤堵程度更严重,也影响了土柱表面颗粒堆积(导致土柱增大),进而形成更密实紧凑的淤堵土柱。

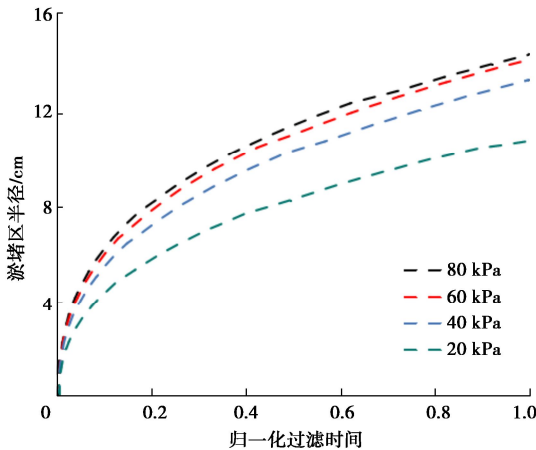


图 12 淤堵区半径随时间变化曲线

Fig. 12 Radii of clogging column

图 13 给出了不同真空荷载下排水板滤膜处流速的时程曲线。高幅值真空荷载下,初始排水速率大,而流速衰减越剧烈,低幅值真空荷载下初始排水速率小,流速衰减慢。100 h 后,20 kPa 真空荷载下的排水速率超过 80 kPa 真空荷载下的排水速率。

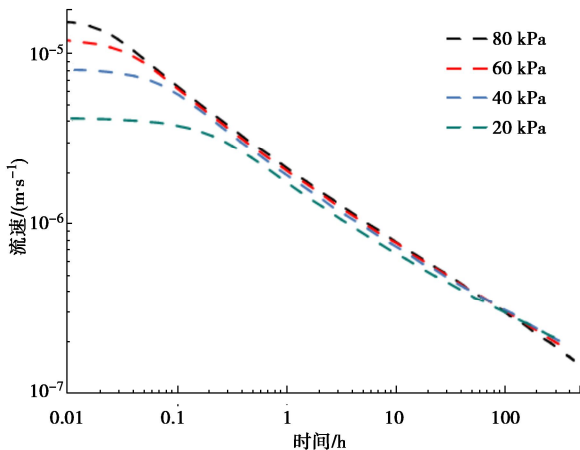


图 13 排水板滤膜处表观流速随时间变化曲线

Fig. 13 Temporal variation in apparent flow velocity of water drained through PVD membrane

高含水率流泥处于泥水混合状态,水土两相具有显著的流动性。真空预压过程中,高幅值真空荷载驱动下孔隙水初始渗流快,土颗粒也在高渗流力作用下

向排水中心快速迁移,形成低渗透性的淤堵区,堵塞径向排水通道,排水速率陡降;低幅值真空荷载下,水土两相初始流速较慢,渗流力小,土体压缩程度较低,土柱内部淤堵程度小且流速衰减更平缓,土柱表面颗粒堆积更快,过滤时间更短。因而低幅值真空荷载有利于稳定排水速率,形成半径小且较为疏松的淤堵区,从而缓解淤堵性状。

## 7 结 论

(1)流泥轴对称过滤理论可以有效预测淤堵土柱的大小及其生长过程。

(2)土柱内径向渗透系数降幅高达 97%,致密土柱的形成是造成流泥预压处理淤堵的本质原因。

(3)考虑过滤过程中土体的泊松效应能合理反映土柱颗粒堆积和土体固结压缩的对土柱发展的综合作用。忽略土体泊松效应的影响会高估孔压消散在土体内部的发展及其传递效率。

(4)真空荷载幅值会显著影响土柱的渗透性状,从而表现出不同的淤堵程度。低幅值真空荷载有利于稳定排水速率,形成半径小且较为疏松的淤堵区,从而缓解淤堵性状。

## 参考文献:

- [1] CHU J, BO M W, CHOA V. Improvement of ultra-soft soil using prefabricated vertical drains[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2006, **24**(6): 339-348.
- [2] CAI Y Q, QIAO H H, WANG J, et al. Experimental tests on effect of deformed prefabricated vertical drains in dredged soil on consolidation via vacuum preloading[J]. Engineering Geology, 2017, **222**: 10-19.
- [3] 鲍树峰, 娄 炎, 董志良, 等. 新近吹填淤泥地基真空固结失效原因分析及对策[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(7): 1350-1359. (BAO Shufeng, LOU Yan, DONG Zhiliang, et al. Causes and countermeasures for vacuum consolidation failure of newly-dredged mud foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(7): 1350-1359. (in Chinese))
- [4] 蔡袁强. 吹填淤泥真空预压固结机理与排水体防淤堵处理技术[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(2): 201-225. (CAI Yuanqiang. Consolidation mechanism of vacuum preloading for dredged slurry and anti-clogging method for drains[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(2): 201-225. (in Chinese))
- [5] SUN H L, HE Z L, GENG X Y, et al. Formation mechanism of clogging of dredge slurry under vacuum preloading by using digital image technology[J]. Canadian Geotechnical Journal,

- 2021, **99**: 1-7.
- [6] CHI T E. Introduction to cake filtration analyses, experiments, and applications[M]. Amsterdam: Elsevier, 2006.
- [7] STAMATAKIS K, CHI T E. Cake formation and growth in cake filtration[J]. Chemical Engineering Science, 1991, **46**(8): 1917-1933.
- [8] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报, 1989, **11**(2): 3-17. (XIE Kanghe, ZENG Guoxi. Consolidation theories for drain wells under equal strain condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, **11**(2): 3-17. (in Chinese))
- [9] 江辉煌, 赵有明, 刘国楠, 等. 砂井地基的大变形固结[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(2): 302-308. (JIANG Huihuang, ZHAO Youming, LIU Guonan, et al. Large strain consolidation of soft ground with vertical drains[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(2): 302-308. (in Chinese))
- [10] 曹玉鹏, 孙宗军, 丁建文, 等. 高含水率疏浚泥轴对称大应变固结模型[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(10): 1904-1910. (CAO Yupeng, SUN Zongjun, DING Jianwen, et al. Axisymmetric large-strain consolidation model for dredged clay with high water content[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(10): 1904-1910. (in Chinese))
- [11] 黄朝煊. 吹填土地基非线性大应变固结计算研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, **39**(增刊 2): 3595-3606. (HUANG Chaoxuan. Research on nonlinear large strain consolidation of dredger fill[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, **39**(S2): 3595-3606. (in Chinese))
- [12] 李传勋, 谢康和. 考虑非达西渗流和变荷载影响的软土大变形固结分析[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(6): 1002-1009. (LI Chuanxun, XIE Kanghe. Large-strain consolidation of soft clay with non-Darcian flow by considering time-dependent load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(6): 1002-1009. (in Chinese))
- [13] 洪振舜. 吹填土的一维大变形固结计算模型[J]. 河海大学学报, 1987, **15**(6): 27-36. (HONG Zhenshun. One-dimensional mathematical model for large-strain consolidation of dredged-fill soil[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 1987, **15**(6): 27-36. (in Chinese))
- [14] 周亚东, 王保田, 邓 安. 分段线性电渗-堆载耦合固结模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(12): 2311-2316. (ZHOU Yadong, WANG Baotian, DENG An. Piecewise-linear model for electro-osmosis-surge preloading coupled consolidation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(12): 2311-2316. (in Chinese))
- [15] WANG P, HAN Y B, WANG J, et al. Deformation characteristics of soil between prefabricated vertical drains under vacuum preloading[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2019, **47**(6): 798-802.
- [16] ZHOU Y, CHAI J C. Equivalent ‘smear’ effect due to non-uniform consolidation surrounding a PVD[J]. Géotechnique, 2017, **67**(5): 410-419.
- [17] INDRARATNA B, RUJIKIATKAMJORN C, SATHANANTHAN I. Radial consolidation of clay using compressibility indices and varying horizontal permeability[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, **42**(5): 1330-1341.
- [18] 卢萌盟, 白 垚, 杨 康. 考虑排水板淤堵时空变化的多元复合地基固结性状研究[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(8): 1564-1573. (LU Mengmeng, BAI Yao, YANG Kang. Consolidation behaviors of multi-reinforcement composite ground considering time- and depth-dependent clogging effects of prefabricated vertical drains[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(8): 1564-1573. (in Chinese))
- [19] STICKLAND A D, WHITE L R, SCALES P J. Models of rotary vacuum drum and disc filters for flocculated suspensions[J]. AIChE Journal, 2011, **57**(4): 951-961.
- [20] SHI L, YIN X, YE X Q, et al. Radial filtration model of clogging column for prefabricated vertical drain treatment of slurry[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2023, **149**(1): 04022118.
- [21] KU T, MAYNE P W. Evaluating the in situ lateral stress coefficient ( $K_0$ ) of soils via paired shear wave velocity modes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **139**(5): 775-787.
- [22] 雷国辉, 许 波, 张旭东. 堆载预压径竖向固结等体积应变解答[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(1): 76-84. (LEI Guohui, XU Bo, ZHANG Xudong. Equal volumetric strain solutions for radial and vertical consolidation with vertical drains under surcharge preloading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(1): 76-84. (in Chinese))
- [23] SHI L, JIANG J W, WANG Q Q, et al. Numerical study on movements of soil particles forming clogging layer during vacuum preloading of dredged slurry[J]. Granular Matter, 2021, **23**(4): 92.
- [24] TILLER F M, KWON J H. Role of porosity in filtration: XIII. Behavior of highly compactible cakes[J]. AIChE Journal, 1998, **44**(10): 2159-2167.

[25] GENG X, YU H S. A large-strain radial consolidation theory for soft clays improved by vertical drains[J]. Géotechnique, 2017, **67**(11): 1020-1028.

[26] JAVIERRE E, VUIK C, VERMOLEN F J, et al. A comparison of numerical models for one-dimensional Stefan problems[J]. Journal of Computational and Applied

Mathematics, 2006, **192**(2): 445-459.

[27] SHI L, YIN X, SUN H L, et al. A new approach for determining compressibility and permeability characteristics of dredged slurries with high water content[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2022, **59**(6): 965-977.

附录

2.5 倍液限及 2 倍液限温州土的土柱生长规律及考虑泊松效应的土柱淤堵性状理论预测与 PIV 试验结果对比如图 14~16 所示。

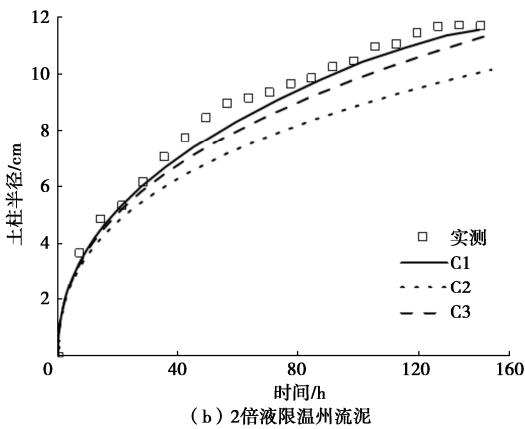
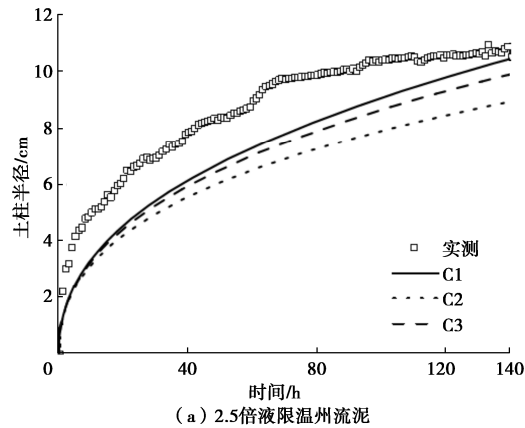


图 14 土柱半径随时间变化

Fig. 14 Variation of radius of soil column with time

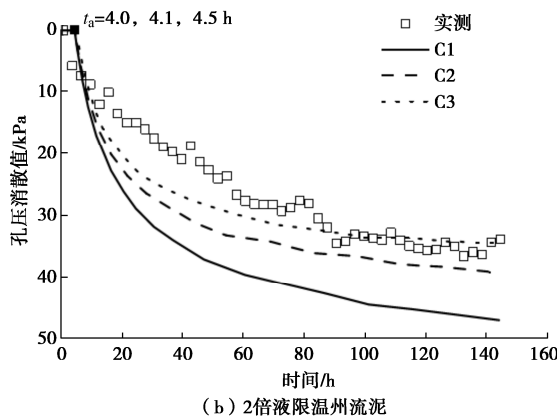
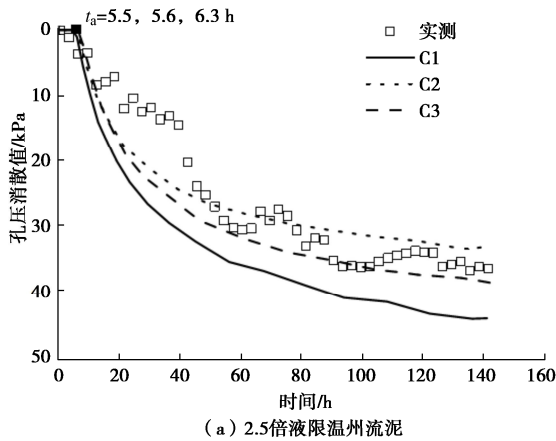


图 15 孔压消散随时间变化:  $r=25$  mm

Fig. 15 Variation of pore water dissipation with time:  $r=25$  mm

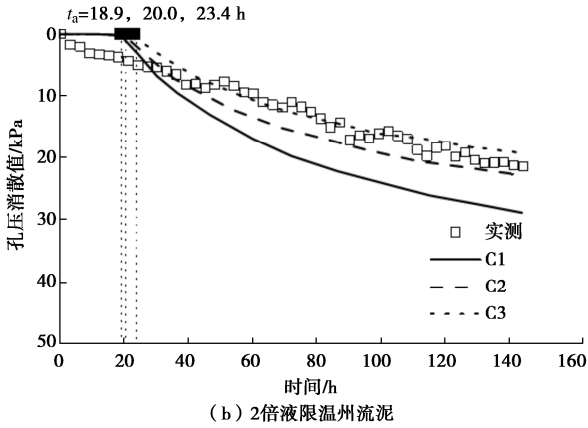
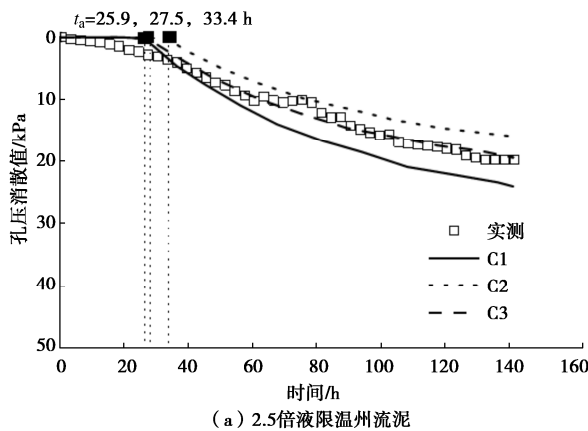


图 16 孔压消散随时间变化:  $r=50$  mm

Fig. 16 Variation of pore water dissipation with time:  $r=50$  mm