

DOI: 10.11779/CJGE20231061

应力-渗流-溶蚀耦合作用下三维岩石裂隙渗透特性 数值计算研究

申林方¹, 吕倩文¹, 刘文连², 张家明^{*1}, 杨鸿忠¹, 李 泽¹

(1. 昆明理工大学建筑工程学院, 云南 昆明 650500; 2. 中国有色金属工业昆明勘察设计院, 云南 昆明 650051)

摘 要: 基于格子 Boltzmann 方法采用双分布函数分别模拟渗流速度场与溶质浓度场的演化过程, 建立了三维岩石裂隙应力-渗流-溶蚀耦合作用机制的数值计算模型, 并讨论了渗流流速、法向应力、溶蚀反应速率等因素对裂隙渗透特性演化规律的影响。结果表明: 在渗流流速较低时, 壁面溶蚀出来的离子得不到及时输运, 使得出口处浓度较高溶蚀速度慢, 裂隙结构呈“喇叭口”状。增大法向应力会减小裂隙开度, 减慢溶质的运移速率, 使得裂隙出口处的溶蚀速率显著降低, 从而限制了其渗透率的发展。当壁面溶蚀反应速率较小时, 裂隙渗透率呈持续缓慢增长的状态; 随着溶蚀反应速率增加, 出口处的溶蚀量会明显小于入口处, 导致出口处壁面发生显著溶蚀之前, 裂隙渗透率发展缓慢, 此后渗透率便呈急速突变增长趋势。研究成果能够为酸蚀作用下岩石裂隙渗透能力的定量评价提供重要理论支撑。

关键词: 岩石裂隙; 应力-渗流-溶蚀耦合; 渗透特性; 格子 Boltzmann 方法; 数值计算

中图分类号: TU45

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)02-0428-10

作者简介: 申林方(1982—), 女, 博士, 教授, 主要从事水岩多场耦合方面的研究工作。E-mail: linfangshen@126.com。

Numerical study on permeability properties of three-dimensional rock fracture under coupled stress-seepage-dissolution process

SHEN Linfang¹, LÜ Qianwen¹, LIU Wenlian², ZHANG Jiaming¹, YANG Hongzhong¹, LI Ze¹

(1. Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; 2. Kunming

Prospecting Design Institute of China Nonferrous Metals Industry, Kunming 650051, China)

Abstract: Based on the lattice Boltzmann method, the evolution of seepage velocity field and solute concentration field is simulated by the double-distribution functions, and a numerical model is proposed to study the coupling mechanism of stress-seepage-dissolution in three-dimensional rock fracture. The evolution of fracture permeability properties is discussed considering the effects of seepage velocity, normal stress and dissolution rate. The results show that when the seepage velocity is low, the ions dissolved from the fracture wall cannot be transported in time, which results in a higher concentration and a lower dissolution rate at the outlet, the dissolved fracture is shaped as a "bell mouth". Increasing the normal stress decreases the fracture width and slows down the solute transport rate, which significantly reduces the dissolution at the fracture outlet, limiting the development of its permeability. When the wall dissolution rate is low, the fracture permeability shows a continuous and slow growth. As the dissolution rate increases, the dissolution amount at the outlet is significantly less than that at the inlet, which leads to a slow development of fracture permeability until the wall surface at the outlet exhibits significant dissolution, and the fracture permeability shows a rapid growth trend. The results can provide important theoretical support for the quantitative evaluation of permeability of rock fracture under acid corrosion.

Key words: rock fracture; stress-seepage-dissolution coupling; permeability property; lattice Boltzmann method; numerical simulation

0 引 言

在能源开采过程中, 为了提高裂隙性油气藏的产量, 常采用酸化压裂技术对岩石的裂隙网络进行改造, 提高其渗透能力。在酸化压裂过程中, 岩石裂隙受到应力-渗流-溶蚀耦合作用, 使得其渗透特性演化机制

非常复杂^[1-2]。一方面应力作用会改变裂隙的开度与水力传导特性^[2], 从而影响其溶质输运过程; 另一方面

基金项目: 国家自然科学基金项目 (42167022)

收稿日期: 2023-11-30

*通信作者 (E-mail: zhangjiaming@kust.edu.cn)

裂隙壁面的矿物溶解受控于渗流场, 而渗流-溶蚀作用使得裂隙壁面的几何形貌发生实时演化^[3], 进一步改变其渗透特性。因此, 考虑岩体裂隙的应力-渗流-溶蚀耦合作用机制, 研究其渗透特性的演化规律具有重要的理论研究价值和工程应用前景。

国内外学者针对岩体裂隙应力-渗流-溶蚀耦合作用下的渗透特性演化, 开展了大量的研究工作。在试验研究方面, 盛金昌等^[1]针对石灰岩开展了渗流-应力-化学耦合作用下的裂隙渗透试验, 并讨论了各因素对裂隙渗透特性的影响。王珂等^[3]基于石灰岩裂隙渗透试验, 分析了应力-渗流侵蚀耦合作用下裂隙的几何形貌特征与渗流特性的演化规律。段玲玲等^[4]开展了裂隙灰岩长期浸泡试验, 分析了水岩作用下裂隙灰岩渗透特性的变化规律。Gan 等^[5]基于单裂隙灰岩的渗流-溶蚀试验, 分析了溶蚀作用下裂隙渗透系数的演化规律。Wang 等^[6]根据 CO₂ 水溶液溶蚀灰岩裂隙试验, 研究了其溶解扩展过程。然而, 由于受到宏观试验条件的限制, 试验研究难以准确获取渗流过程中裂隙内可溶性溶质浓度、裂隙壁面微观几何形貌以及粗糙壁面影响下渗流流态的实时演化, 并从本质上揭示岩石裂隙的应力-渗流-溶蚀耦合作用机制以及裂隙渗透特性的演化规律。因此数值模拟技术成为了研究应力作用下岩石裂隙渗流传质过程的重要手段。为此, 速宝玉等^[7]建立了描述单裂隙内二维渗流-溶蚀耦合作用的微分方程组, 并采用有限单元法对方程组进行了数值求解。霍吉祥等^[8]针对粗糙单裂隙的渗流-溶解过程进行了数值计算, 并探讨了表面反应和扩散迁移共同作用下灰岩裂隙的溶蚀机制。姚池等^[2]基于有限单元法研究了应力条件对裂隙网络内渗流与溶质运移的影响。李博等^[9]构建了具有粗糙表面的三维交叉裂隙模型, 并采用有限单元法研究了交叉口几何形貌和裂隙开度对裂隙渗流传质的影响。王俊光等^[10]采用有限差分法建立了等效连续岩体渗流与应力耦合作用的数值模型。张超等^[11]基于 FLAC^{3D} 研究了应力-渗流耦合作用下岩体的破坏过程。然而, 有限单元法、有限差分法等基于连续介质理论发展起来的传统数值计算方法, 虽然计算理论清晰、求解过程快捷, 但不能准确描述粗糙裂隙面的复杂几何形貌与流体间的相互作用机制, 以及由此引起的渗流传质问题。

格子 Boltzmann 方法具有宏观离散、微观连续的特点^[12], 在多场耦合作用、化学反应扩散、多孔介质渗流等领域取得了非常成功的应用^[12-14]。为此, 基于格子 Boltzmann 方法, 并考虑裂隙渗流过程中流体与粗糙壁面间的流固耦合作用、可溶性岩石的溶解机制、渗流作用下溶质运移过程等, 建立了三维粗糙岩石裂隙应力-渗流-溶蚀耦合作用的数值计算模型, 并讨论

了渗流流速、法向应力、溶蚀反应速率等因素对裂隙渗透特性演化规律的影响。

1 理论计算模型

1.1 岩石裂隙渗流-溶蚀耦合作用机制

假定岩石裂隙内的流体流动为层流, 且满足动量守恒和质量守恒方程:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla(\nabla \mathbf{u}) \quad , \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad 。 \quad (2)$$

式中: ρ 为流体密度; \mathbf{u} 为流体的渗流流速; t 为时间; p 为压力; ν 为流体的运动黏度。

裂隙中的溶质运移满足对流-扩散方程:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) C = \nabla(D \nabla C) \quad 。 \quad (3)$$

式中: C 为溶质浓度; D 为溶质的扩散系数。

假设岩石成分全部可溶, 如酸蚀灰岩过程, 在裂隙壁面处的溶蚀反应满足一阶动力学反应模型^[15]:

$$D \frac{\partial C_w}{\partial n} = k_r (C_w - C_{eq}) \quad 。 \quad (4)$$

式中: C_w 为固-液界面处的溶质浓度; n 为固体壁面指向流体的法线方向; k_r 为溶蚀反应速率; C_{eq} 为溶质的平衡态浓度。

1.2 裂隙法向变形机制

不考虑岩石基质变形及破坏, 裂隙在法向应力作用下会逐渐闭合, 其内部过流空间受到压缩。Bandis 等^[16]建立了有效法向应力与岩石裂隙的闭合行为间的联系:

$$\sigma_n = \frac{\Delta u k_{n0} u_{\max}}{u_{\max} - \Delta u} \quad 。 \quad (5)$$

式中: σ_n 为有效法向应力; Δu 为岩石裂隙的闭合位移; k_{n0} 为初始法向刚度系数, 本文 k_{n0} 取为 20 GPa/m; u_{\max} 为岩石裂隙的最大闭合位移, 取为初始平均开度 e_0 。

对式(5)变换可得到裂隙闭合位移与有效法向应力间的关系为

$$\Delta u = \frac{\sigma_n e_0}{k_{n0} e_0 + \sigma_n} \quad 。 \quad (6)$$

则岩石裂隙开度与法向应力的关系可表示为

$$e = e_0 - \Delta u = e_0 \left(1 - \frac{\sigma_n}{k_{n0} e_0 + \sigma_n} \right) \quad 。 \quad (7)$$

式中: e 为法向应力作用下的裂隙开度。

2 格子 Boltzmann 数值模型

2.1 速度场演化模型

选用 Qian 等^[17]提出的 D3Q19 模型 (3 维空间, 19 个离散速度) 来模拟渗流速度场的演化, 其离散速度如图 1 所示。不考虑外力影响, 离散速度场的演化方程为

$$f_{\alpha}(\mathbf{r} + \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\tau_f} [f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t) - f_{\alpha}(\mathbf{r}, t)] \quad (\alpha = 0, 1, 2, 3, \dots, 18) \quad (8)$$

式中: $f_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$, $f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t)$ 分别为 t 时刻空间 \mathbf{r} 处 α 方向速度场的粒子分布函数和平衡态分布函数; Δt 为时间步长; τ_f 为速度场的无量纲弛豫时间; \mathbf{e}_{α} 为 α 方向的速度矢量, 对于 D3Q19 模型, 19 个方向的速度矢量构成集合 \mathbf{e} :

$$\mathbf{e} = c \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: c 为格子速度, $c = \Delta x / \Delta t$, Δx 为格子步长。

速度场的平衡态分布函数 $f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t)$, 可表示为

$$f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t) = \rho \omega_{\alpha} \left[1 + \frac{\mathbf{e}_{\alpha} \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_{\alpha} \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (10)$$

式中: c_s 为格子声速, $c_s^2 = c^2 / 3$; ω_{α} 为 α 方向上的权重系数, 其取值为

$$\omega_{\alpha} = \begin{cases} 1/3 & (\alpha = 0) \\ 1/18 & (\alpha = 1 \sim 6) \\ 1/36 & (\alpha = 7 \sim 18) \end{cases} \quad (11)$$

计算模型中宏观变量 (密度 ρ 、速度 \mathbf{u} 、压力 p 及运动黏度 ν 等) 与微观参数间的关系, 可表示为

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \sum_{\alpha=0}^{18} f_{\alpha} \\ \mathbf{u} &= \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^{18} f_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} \\ p &= \rho c_s^2 \\ \nu &= c_s^2 \left(\tau_f - \frac{1}{2} \right) \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

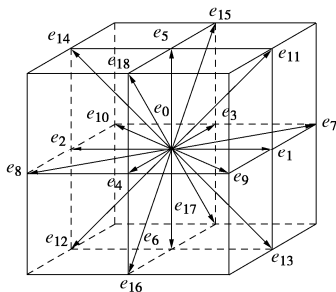


图 1 D3Q19 模型

Fig. 1 D3Q19 model

2.2 浓度场演化模型

由溶质运移的对流-扩散方程式 (3) 可知, 浓度与速度呈线性关系, 这就意味着较少的离散速度即可

满足标量浓度的传输^[14]。为了提高计算效率, 采用 D3Q7 模型 (不考虑 $\mathbf{e}_7 \sim \mathbf{e}_{18}$ 离散速度方向) 来模拟浓度场的溶质运移, 其演化方程为

$$g_{\alpha}(\mathbf{r} + \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = g_{\alpha}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\tau_g} [g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t) - g_{\alpha}(\mathbf{r}, t)] \quad (\alpha = 0, 1, 2, 3, \dots, 6) \quad (13)$$

式中: $g_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$, $g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t)$ 分别为 t 时刻空间 \mathbf{r} 处 α 方向浓度场的粒子分布函数和平衡态分布函数; τ_g 为浓度场的无量纲弛豫时间。

浓度场的平衡态分布函数, 可表示为

$$g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t) = C \omega_{\alpha} \left[1 + \frac{\mathbf{e}_{\alpha} \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_{\alpha} \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (14)$$

对于 D3Q7 模型, 当 $\alpha=0$ 时权重系数 $\omega_{\alpha}=1/4$; 其它情况 $\omega_{\alpha}=1/8$ 。速度 \mathbf{u} 则根据渗流场的演化过程由式 (12) 求得, 由此实现渗流速度场与浓度场间的耦合作用。

宏观浓度 C 和扩散系数 D 可表示为

$$\left. \begin{aligned} C &= \sum_{\alpha=0}^6 g_{\alpha} \\ D &= c_s^2 \left(\tau_g - \frac{1}{2} \right) \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

2.3 固液界面追踪

为了对固液界面进行实时追踪, 采用 Kang 等^[18]提出的固相更新方法进行数值计算, 其固相体积的演化方程为

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} = A V_m k_r (C_w - C_{\text{eq}}) \quad (16)$$

式中: V_w 为固液界面处浓度所对应的体积; A 为反应表面面积; V_m 为溶质的摩尔体积。

初始时刻固体节点的控制体积为 V_w^0 , 而流体节点的体积则视为 0。当固液界面处的溶质浓度低于平衡浓度时, 壁面固体就会开始溶解, 固体节点体积逐渐减小。当固体节点体积 V_w 减小为 0 时, 则将该固体节点更新为流体节点。

2.4 边界条件

为了模拟固液界面处的无滑移边界条件, 采用具有二阶精度的半反弹格式来表征流体与固体之间的相互作用, 其演化方程可表示为

$$f_{-i}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}_f, t) \quad (17)$$

式中: \mathbf{x}_f 为与固体壁面相邻的流体节点; i 为流体节点指向固体壁面的方向, 而 $-i$ 则表示其相反方向。

对于固液界面处的浓度场, 采用 Zhang 等^[19]提出的浓度半反弹格式, 其分布函数为

$$g_{-i}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = -g_i(\mathbf{x}_f, t) + 2\omega_i C_w \quad (18)$$

在格子 Boltzmann 模型中, 采用 Guo 等^[20]提出的非平

衡外推格式来实现裂隙两端的压力边界, 其分布函数可表示为

$$f_a(\mathbf{x}_b, t) = f_a^{\text{eq}}(\mathbf{x}_b, t) + [f_a(\mathbf{x}_{\text{bf}}, t) - f_a^{\text{eq}}(\mathbf{x}_{\text{bf}}, t)] \quad (19)$$

式中: \mathbf{x}_b 为边界节点; \mathbf{x}_{bf} 为与边界相邻的流体节点。

3 三维粗糙裂隙模型构建

3.1 粗糙裂隙壁面生成

为了模拟裂隙壁面起伏状态的随机性, 采用 Fournier 等^[21]提出的中心插值法构建三维粗糙裂隙面。首先, 针对计算域 4 个角点设置初始高度 H_1, H_2, H_3, H_4 , 如图 2(a) 所示; 然后根据插值公式 (20) 计算得到计算域各边中点以及中心位置处的高度, 如图 2(b) 所示。最后, 对重新构建方格的各边中点及中心位置高度进行插值, 如图 2(c) 所示, 以此类推, 直至构建的三维裂隙面满足需求。

$$\left. \begin{aligned} H_{12} &= \frac{H_1 + H_2}{2} + h_{\max} \cdot \delta, \\ H_{23} &= \frac{H_2 + H_3}{2} + h_{\max} \cdot \delta, \\ H_{34} &= \frac{H_3 + H_4}{2} + h_{\max} \cdot \delta, \\ H_{41} &= \frac{H_1 + H_4}{2} + h_{\max} \cdot \delta, \\ H_{1234} &= \frac{H_1 + H_2 + H_3 + H_4}{4} + h_{\max} \cdot \delta \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: δ 为 0~1 之间的随机数; h_{\max} 为预设的最大起伏高度。

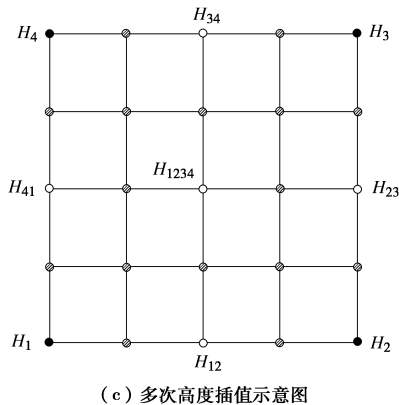
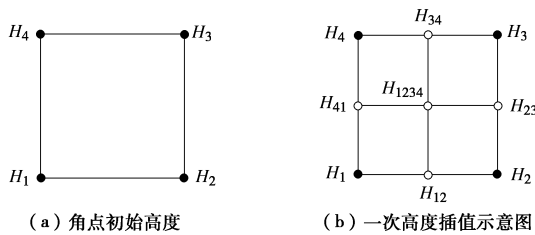


图2 中心插值法示意图

Fig. 2 Diagram of midpoint interpolation method

将 $6.4 \text{ mm} \times 6.4 \text{ mm}$ 的计算域划分成 $N_x \times N_y = 64 \times 64$ 的网格, 4 个角点的高度 H_1, H_2, H_3, H_4 分

别设置为 0.0 mm , h_{\max} 取为 0.7 mm , 采用中心插值法构建了三维粗糙裂隙面, 如图 3 所示。

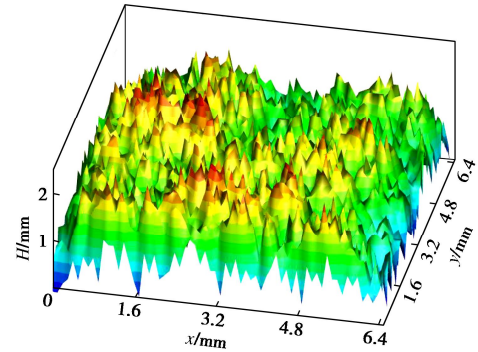


图3 中心插值法生成的三维粗糙裂隙面

Fig. 3 Three-dimensional rough fracture surface generated by midpoint interpolation method

3.2 三维粗糙裂隙结构构建

根据文献^[22]的粗糙裂隙结构构建方法, 首先考虑裂隙的空间位置将生成的粗糙裂隙面设置成下壁面, 然后将其向上抬升 2.5 mm , 再水平错动 0.5 mm , 即可得到岩石裂隙上壁面, 如图 4(a) 所示, 最后将上壁面至 $z=6 \text{ mm}$ 以及下壁面至 $z=0 \text{ mm}$ 区域填充为岩石基质, 则完成了三维粗糙裂隙结构的构建, 如图 4(b) 所示。针对裂隙两端产生的不平整壁面, 为了减小出、入口固相边界对岩石裂隙渗流流动的影响, 在数值计算中在两端各设置了长为 0.5 mm 的光滑裂隙区域。

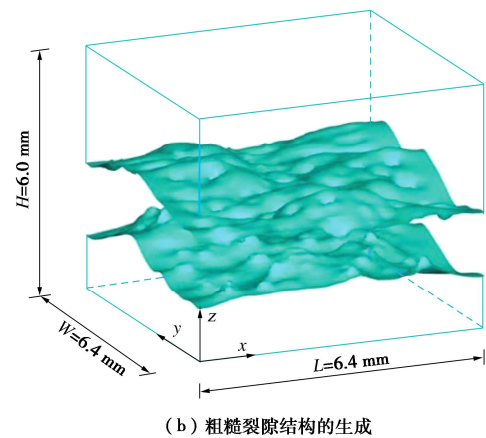
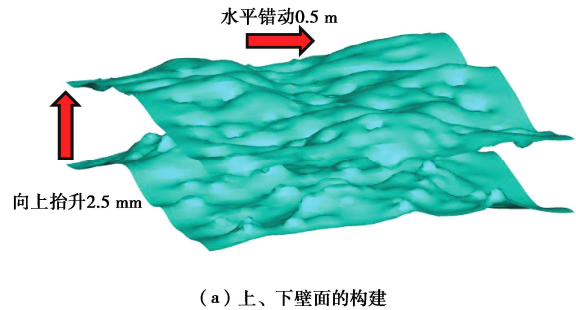


图4 三维粗糙裂隙结构构建示意图

Fig. 4 Diagram for generating three-dimensional rough fracture structure

针对上述构建的三维粗糙岩石裂隙的初始开度以

及法向应力 $\sigma_n=20, 40$ MPa 作用下的开度分布进行了统计分析, 如图 5 所示。从图 5 中可以看出: 裂隙开度分布表现出了强烈的随机性, 且近似呈正态分布。同时, 错动后裂隙的开度均值略有减小; 而在法向应力 20, 40 MPa 的作用下, 其开度均值则分别减小为 1.79, 1.39 mm。

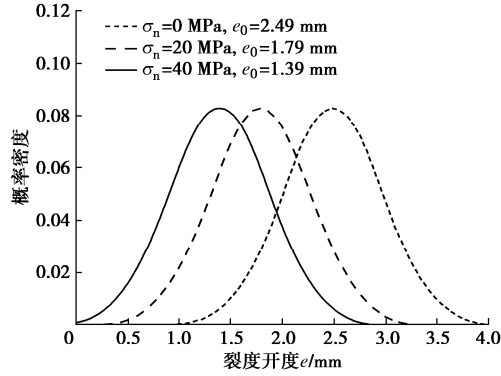


图 5 不同法向应力作用下的裂隙开度分布

Fig. 5 Distribution of fracture aperture under different normal stresses

4 模型验证

4.1 对流-扩散问题验证

为了验证溶质运移的对流-扩散问题, 基于格子 Boltzmann 方法建立了如图 6 所示的数值模型。模型中计算参数均采用格子单位, 计算范围为 $N_x \times N_y \times N_z = 200 \times 50 \times 50$ 。流体处于匀速流动状态, 且流速 $u=0.002$ 。在初始时刻, 流体中溶质浓度为 $C=0$, 然后从左侧入口处注入浓度 $C_0=1$ 的溶质, 溶质的扩散系数为 $D=0.288$ 。该问题可以由对流-扩散方程来描述, 即

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (21)$$

该问题的初始条件和边界条件为

$$\left. \begin{aligned} C(x, t)|_{t=0} &= 0 & (0 \leq x < +\infty), \\ C(x, t)|_{x=0} &= C_0 & (t > 0), \\ C(x, t)|_{x \rightarrow +\infty} &= 0 & (t > 0). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

对流-扩散方程问题的解析解为^[23]

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x-ut}{2\sqrt{Dt}} \right) - \exp \left(\frac{ux}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x+ut}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (23)$$

针对上述问题进行数值计算, 并选取通道中心处 ($y=25, z=25$) 在计算时步 $N=2000$ 和 $N=5000$ 时, 溶质浓度分布的本文数值解与解析解进行了分析对比, 如图 7 所示。由图 7 可知, 本文数值解与解析解高

度吻合, 最大误差仅为 2.7%, 这充分证明了所提出计算模型在处理溶质运移对流-扩散问题方面的准确性。

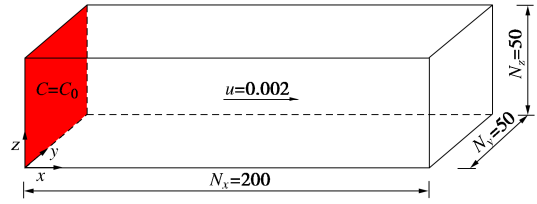


图 6 对流-扩散问题示意图

Fig. 6 Diagram of convection diffusion problem

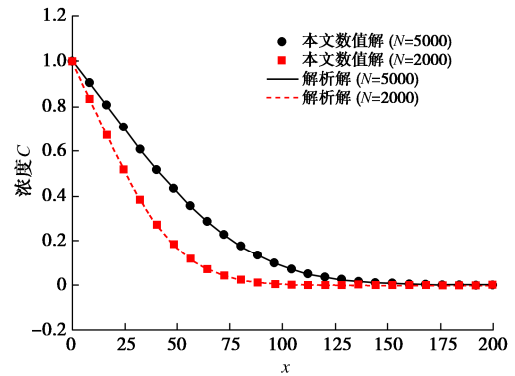


图 7 溶质浓度分布的本文数值解与解析解对比

Fig. 7 Comparison between proposed numerical and analytical solutions for solute concentration distribution

4.2 稳态的反应-扩散问题验证

为了验证稳态的反应-扩散问题, 建立了如图 8 所示的计算模型, 计算参数均采用格子单位。计算网格为 $N_x \times N_y \times N_z = 200 \times 50 \times 50$ 。初始时刻, 流体中溶质浓度为 $C=0$, 计算模型的左边界为恒定浓度 $C_0=10$, 上边界为化学反应边界, 其溶质的平衡态浓度为 $C_{eq}=1$, 浓度扩散系数为 $D=0.288$ 。下边界和右边界为浓度零通量边界。该反应-扩散问题可由 Laplace 方程来描述:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = 0 \quad (24)$$

边界条件可表示为

$$\left. \begin{aligned} -D \frac{\partial C}{\partial y} &= k_r (C - C_{eq}) & (\text{上边界}), \\ \frac{\partial C}{\partial y} &= 0 & (\text{下边界}), \\ C &= C_0 & (\text{左边界}), \\ \frac{\partial C}{\partial x} &= 0 & (\text{右边界}). \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

该反应-扩散问题的解析解可表示为^[24]

$$C(x, y) = (C_0 - C_{eq}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\beta_n H)}{N_n^2 \beta_n}.$$

$$\frac{\cosh[\beta_n(x-L)]}{\cosh(\beta_n L)} \cdot \cosh(\beta_n y) + C_{eq} \quad (26)$$

式中： H 为计算域的高度； L 为计算域长度； N_n 和 β_n 的取值可由下式求得

$$N_n^2 = \frac{H}{2} \left[1 + \frac{\sin(2\beta_n H)}{\beta_n H} \right] \quad (27)$$

$$(\beta_n H) \tan(\beta_n H) = \frac{k_r H}{D} \quad (28)$$

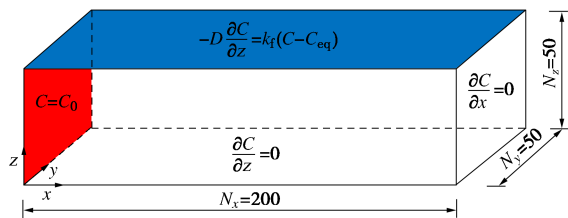


图 8 反应-扩散问题示意图

Fig. 8 Diagram of reaction diffusion problem

针对化学反应速率 $k_r=0.02, 0.06$ 的两种情况进行数值计算，在截面 $y=25$ 处浓度分布的本文数值解与解析解的等值线图对比，如图 9 所示，其中虚线为本文数值解，实线为解析解。从图 9 中可以发现本文数值解与解析解具有较高的吻合度，且在 $k_r=0.02, 0.06$ 两种工况下溶质浓度场的最大相对误差仅为 1.5% 和 3.4%，故所建立的模型可准确求解反应-扩散问题。

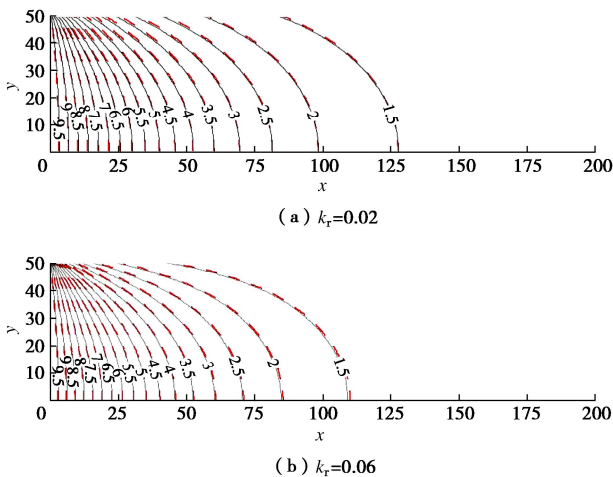


图 9 本文数值解与解析解的浓度等值线图对比

Fig. 9 Comparison between proposed numerical of iso-concentrations contours and analytical solution

4.3 网格精度验证

为了分析网格精度对计算结果的影响，基于格子 Boltzmann 方法计算了格子步长 $\Delta x=0.4, 0.2, 0.1, 0.05$ mm 时的光滑平板 Poiseuille 流。计算域为 $10\text{ mm} \times 2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ ，流体的运动黏度为 $1 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ 。经计算得到四种情况下的流速最大相对误差及计算耗时，如

表 1 所示。随着格子步长的减小，流速的最大相对误差显著降低。当 $\Delta x=0.05\text{ mm}$ 时，其流速最大相对误差仅比 0.1 mm 时减小了 0.007% ，而计算耗时则增加了 27 倍。故为了兼顾计算精度和效率，在后续的数值计算中， Δx 取为 0.1 mm 。

表 1 格子步长对计算结果影响

Table 1 Influences of lattice space on computational results			
格子步长/mm	计算网格	最大相对误差/%	计算耗时/s
0.4	25×5×5	0.150	0.13
0.2	50×10×10	0.036	1.67
0.1	100×20×20	0.009	49
0.05	200×40×40	0.002	1323

5 分析讨论

为了研究应力-渗流-溶蚀耦合作用下岩石裂隙渗透特性的演化规律，基于格子 Boltzmann 方法针对所建立的三维粗糙吻合错动裂隙，如图 4 所示，开展了法向应力作用下裂隙渗流溶蚀过程的数值计算。计算区域为 $L \times W \times H=6.4\text{ mm} \times 6.4\text{ mm} \times 6.0\text{ mm}$ ，所采用的网格为 $64 \times 64 \times 60$ 。在压差的驱动下裂隙发生渗流流动，流体的运动黏度为 $\nu=1 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ 。在初始时刻裂隙内的溶质浓度处于平衡状态 $C=1000\text{ mol}/\text{m}^3$ ，溶质的扩散系数为 $D=1 \times 10^{-7}\text{ m}^2/\text{s}$ 。渗流过程中在裂隙左侧入口处注入 $C_0=100\text{ mol}/\text{m}^3$ 的流体，岩石壁面处的溶蚀反应速率为 $k_r=6 \times 10^{-6}\text{ m}/\text{s}$ 。所采用的参数主要参考文献[14]设置。

5.1 渗流流速对裂隙渗透特性的影响

为了研究渗流流速对裂隙渗透特性的影响，基于格子 Boltzmann 方法，针对法向应力为 $\sigma_n=0\text{ MPa}$ ，初始平均渗流流速 u_0 分别为 $1.4 \times 10^{-5}, 2.8 \times 10^{-5}, 4.1 \times 10^{-5}\text{ m}/\text{s}$ 时，粗糙裂隙的渗流溶蚀演化进程进行了数值计算。

图 10 为裂隙渗流溶蚀 100 s 后的几何形貌。从图中可以发现当平均渗流流速较小时，在裂隙入口处的壁面溶蚀速率要显著快于出口处，使得其几何形貌呈“喇叭口”状。随着初始渗流流速的增大，裂隙溶蚀量逐渐增大，且裂隙壁面粗糙度降低，其几何形貌逐渐趋于扁平状。这主要由于在渗流流速较低时，溶质输运速度较慢，壁面溶蚀出来的离子得不到及时的输送，从而导致入口处离子浓度较低溶蚀速度快，而出口处离子浓度较高溶蚀速度慢。此时，裂隙内部 $y=3.2\text{ mm}$ 截面处的溶质浓度分布如图 11 所示。由图 11 可知，随着渗流流速的增加，裂隙内部溶质传输速率较快，使得其浓度较低，溶蚀速率逐渐加快，高浓度区主要分散在壁面附近。

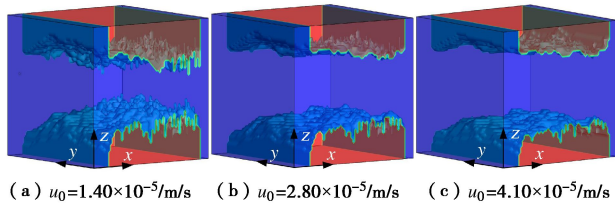


图 10 不同渗流流速作用下的裂隙溶蚀形貌

Fig. 10 Corrosion morphology of fractures under different flow velocities

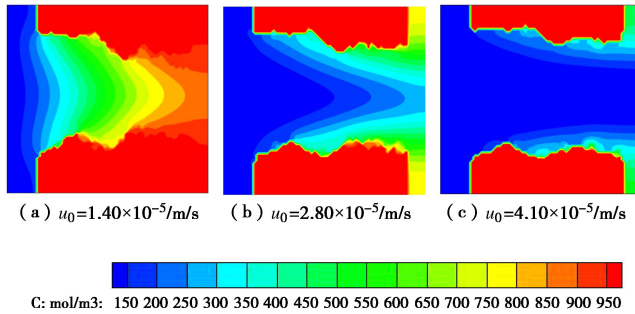


图 11 不同渗流流速作用下的溶质浓度分布

Fig. 11 Distribution of solute concentration under different flow velocities

图 12 为不同渗流流速作用下裂隙渗透率的时程演化曲线。在溶蚀初期,受裂隙内溶质浓度分布(入口端浓度低,出口端浓度高)的影响,溶蚀主要发生于裂隙的入口端。此时,由于裂隙出口端的溶蚀速率较慢,壁面对渗流流动的抑制作用显著,使得该阶段渗透率发展缓慢,且渗流速率越小该阶段的持续时间越长。随着裂隙渗流溶蚀过程的进行,其渗透率逐渐呈均匀快速增加的趋势。由于裂隙渗流流速越低,其出口端的溶蚀速率越小,从而抑制裂隙整体渗透率的发展。在溶蚀渗流末期,由于渗流流速较大时,其壁面溶蚀发展较为均匀,且几何形貌呈扁平状,使得其后期的渗透率发展较为缓慢。

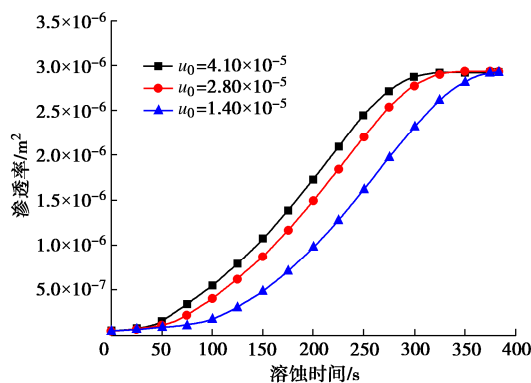


图 12 不同渗流流速作用下裂隙渗透率时程演化曲线

Fig. 12 Evolution curves of time history of fracture permeability under different flow velocities

5.2 法向应力对裂隙渗透特性的影响

法向应力会改变裂隙的开度,从而影响其渗流溶蚀机制。为了研究法向应力对裂隙渗透特性的影响,基于格子 Boltzmann 方法,针对初始平均渗流流速 u_0 为 1.4×10^{-5} m/s,法向应力分别为 $\sigma_n=0, 10, 20$ MPa、 $\sigma_n=30, 40$ MPa 时,裂隙的渗流-溶蚀演化过程进行了数值计算。

不同法向应力作用下裂隙渗流溶蚀 200 s 后的几何形貌如图 13 所示。由图 13 可知,随着法向应力的增大,一方面固体壁面的溶蚀量逐渐减小;另一方面裂隙呈“喇叭口”状越显著。当法向应力为 0 MPa 时,裂隙的开度最大,渗流流速也越大,有利于裂隙内溶出离子的运输,使得裂隙壁面溶蚀速率加快。在 $y=3.2$ mm 截面位置处,溶质浓度分布如图 14 所示。随着裂隙法向应力的增大,其开度逐渐减小,渗流流速及溶出的离子运移速率减慢。在裂隙入口处溶质浓度较低溶蚀速率较快;而在出口处从上游输运过来的离子与溶蚀出来的离子融合在一起使得其浓度较高,且较低的渗流流速使得此处离子得不到及时输出,溶蚀速率减慢。

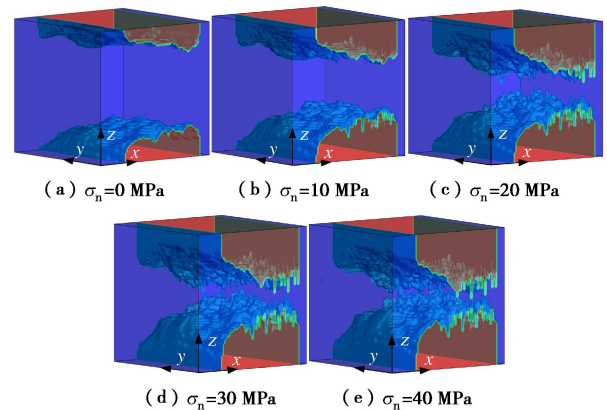


图 13 不同法向应力作用下裂隙的溶蚀形貌

Fig. 13 Corrosion morphologies of fractures under different normal stresses

图 15 为不同法向应力作用下岩体裂隙渗透率的时程演化曲线。由图 15 可知,在渗流溶蚀反应初期裂隙渗透率增长速度缓慢,且法向应力越大渗透率低速增长的持续时间越长。究其原因:法向应力作用使得裂隙开度减小,渗流流速减小不利于溶出离子的运输,使得裂隙出口处的溶蚀速率显著降低。而裂隙的渗透率受控于开度最小的位置,因此,法向应力越大,裂隙的渗透率越小,且在渗流溶蚀反应初期其低渗透率的持续时间也越长。

5.3 溶蚀反应速率对裂隙渗透特性的影响

溶蚀反应速率是控制渗流过程中裂隙壁面结构演化的重要参数。为了研究溶蚀反应速率对裂隙渗透特

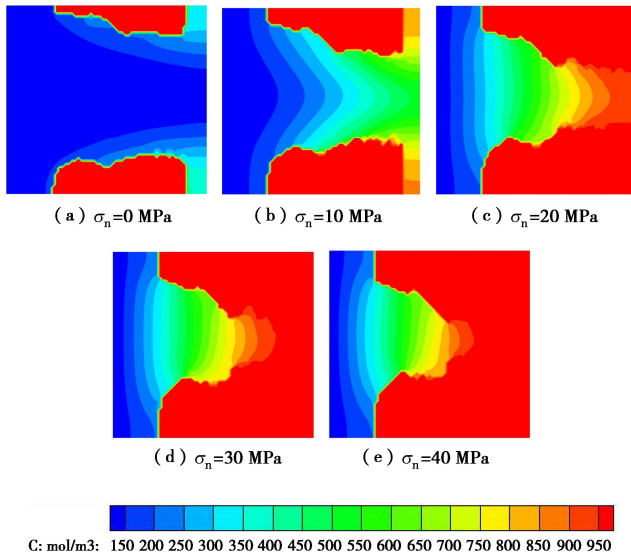


图 14 不同法向应力作用下的溶质浓度分布

Fig. 14 Distribution of solute concentration under different normal stresses

性的影响, 针对法向应力为 $\sigma_n=0$ MPa, 初始平均渗流流速 u_0 为 1.4×10^{-5} m/s, 溶蚀反应速率分别为 $k_r = 6 \times 10^{-6}$, 6×10^{-5} , 6×10^{-4} m/s 时, 粗糙裂隙结构的渗流-溶蚀演化过程进行了数值计算。

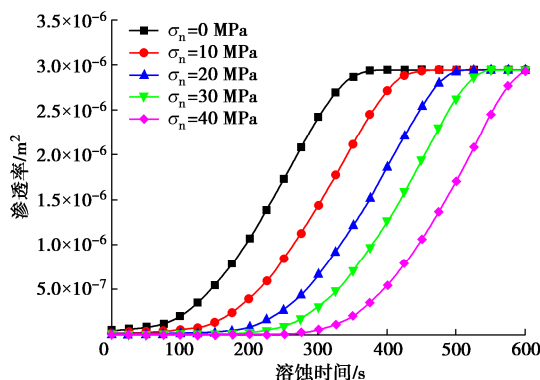


图 15 不同法向应力作用下裂隙渗透率时程演化曲线

Fig. 15 Evolution curves of time history of fracture permeability under different normal stresses

当壁面溶蚀率分别达到 25%, 50%, 75% 的时刻, 在不同溶蚀反应速率情况下粗糙裂隙的溶蚀形貌如图 16 所示。从图 16 中可以看出, 随着壁面溶蚀反应速率的减小, 达到相同溶蚀率所需的反应时间显著延长, 当溶蚀反应速率分别为 $k_r = 6 \times 10^{-4}$, 6×10^{-5} , 6×10^{-6} m/s 时, 溶蚀率达到 50% 时所需时间分别为 46, 68, 175 s。同时, 随着溶蚀反应速率的增加, 裂隙入口段的溶蚀逐渐加剧, 出口段的溶蚀程度则明显减弱。这主要是由于渗流输运溶质与溶蚀输出溶质综合作用的结果, 当溶蚀反应速率较大时, 在入口附近由于溶质浓度较低、溶蚀反应速率较快, 在渗流的作用下入口

处溶蚀出来的离子迅速向出口处传输, 使得出口处的浓度显著增加, 从而抑制该位置处的溶蚀反应。当溶蚀速率较小时, 裂隙内所溶出离子能够得到有效的输运, 使得裂隙通道内的溶质浓度显著降低, 有助于裂隙壁面的整体溶蚀, 从而促进渗流的发展。当溶蚀率为 50% 时, 在 $y=3.2$ mm 截面位置处 3 种溶蚀速率情况下裂隙内的浓度分布如图 17 所示。

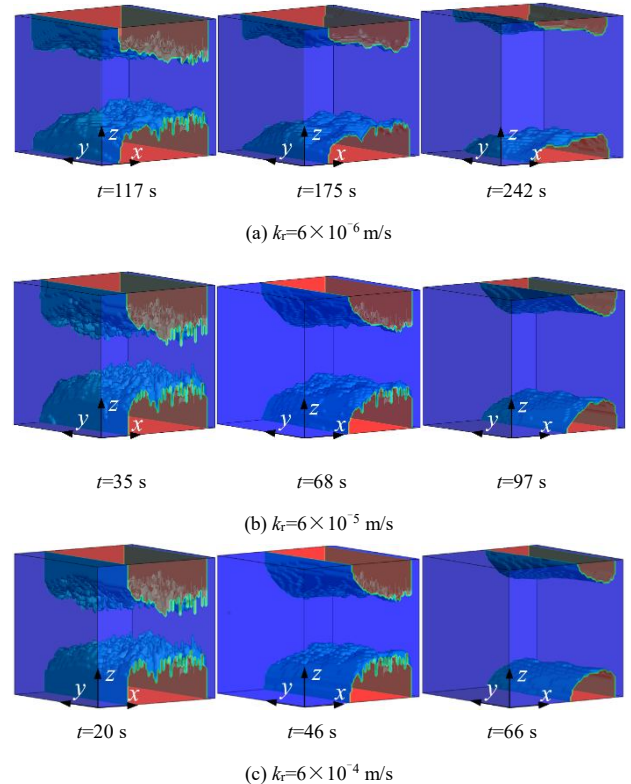


图 16 不同溶蚀反应速率作用下的裂隙溶蚀形貌

Fig. 16 Corrosion morphology of fractures under different dissolution rates

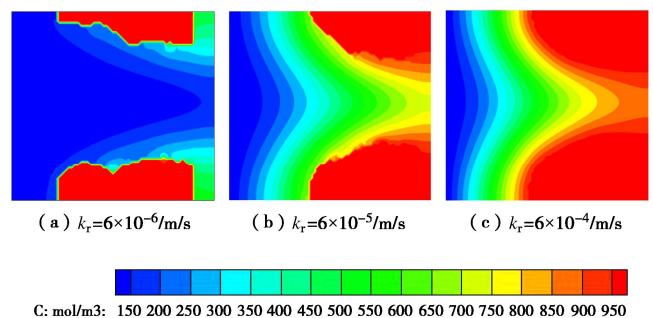


图 17 不同溶蚀反应速率作用下的溶质浓度分布

Fig. 17 Distribution of solute concentration under different dissolution rates

不同溶蚀反应速率作用下裂隙渗透率的演化规律如图 18 所示。由图 18 可知, 当溶蚀反应速率为 $k_r = 6 \times 10^{-6}$ m/s 时, 由于壁面溶蚀较慢, 且裂隙通道呈扁平状, 因此渗透率的增长速率较慢且完成整体溶蚀所需时间较长。当溶蚀反应速率为 $k_r = 6 \times 10^{-4}$, 6×10^{-5} m/s

时, 壁面整体溶蚀较快故所需时间较短。但由于出口处的溶蚀量要显著小于入口处, 其对整体渗流的抑制作用显著, 使得裂隙渗透率发展缓慢。随着出口处壁面的快速溶蚀, 裂隙渗透率呈突变式增长并迅速达到最终的稳定状态。

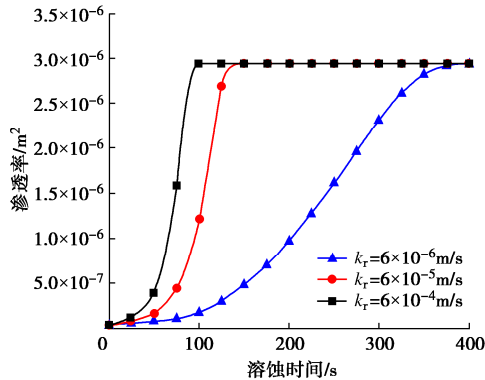


图 18 不同溶蚀反应速率作用下裂隙渗透率时程演化曲线

Fig. 18 Evolution curves of time history of fracture permeability under different dissolution rates

6 结 论

基于格子 Boltzmann 方法建立了模拟三维粗糙岩石裂隙应力-渗流-溶蚀耦合作用的数值模型, 并讨论了渗流流速、法向应力以及溶蚀反应速率等因素对岩石裂隙渗透特性演化规律的影响, 得到以下 4 点结论。

(1) 当渗流流速较小时, 溶质输运速度较慢, 在入口处溶质浓度低溶蚀速率快, 而在出口处溶出的离子浓度高溶蚀速度慢, 使得裂隙几何形貌呈“喇叭口”状。随着渗流流速的增大, 壁面溶蚀速率加快, 几何形貌逐渐趋于扁平状。

(2) 增加法向应力会减小裂隙开度以及渗流流速, 不利于溶出离子的及时输运和壁面溶蚀反应的持续发展, 从而降低裂隙出口处的溶蚀量, 导致其在初始时刻低渗透率的持续时间延长。

(3) 当溶蚀反应速率较小时, 达到相同溶蚀率所需时间会显著延长。同时, 随着溶蚀反应速率的增加, 出口段的溶蚀程度则明显减弱, 裂隙几何形貌呈“喇叭口”状的现象加剧。

(4) 较小的溶蚀反应速率会延长裂隙的溶蚀时间, 使裂隙的渗透率持续缓慢增长; 当溶蚀反应速率较大时, 出口处的溶蚀量明显小于入口处, 导致裂隙渗透率在渗流溶蚀初期发展缓慢, 直至出口段壁面的快速溶蚀, 裂隙渗透率呈急速增长趋势。

参考文献:

[1] 盛金昌, 李凤滨, 姚德生, 等. 渗流-应力-化学耦合作用下

岩石裂隙渗透特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(5): 1016-1025. (SHENG Jinchang, LI Fengbin, YAO Desheng, et al. Experimental study of seepage properties in rocks fracture under coupled hydro-mechanochemical process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(5): 1016-1025. (in Chinese))

[2] 姚 池, 姜清辉, 位 伟, 等. 复杂裂隙岩体水-力耦合模型及溶质运移模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(8): 1656-1665. (YAO Chi, JIANG Qinghui, WEI Wei, et al. Numerical simulation of hydro-mechanical coupling and solute transport in complex fractured rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(8): 1656-1665. (in Chinese))

[3] 王 珂, 盛金昌, 郜会彩, 等. 应力-渗流侵蚀耦合作用下粗糙裂隙渗流特性研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(增刊 1): 30-40. (WANG Ke, SHENG Jinchang, GAO Huicai, et al. Study on seepage characteristics of rough fractures under the coupling effect of stress-seepage erosion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(S1): 30-40. (in Chinese))

[4] 段玲玲, 邓华锋, 齐 豫, 等. 水-岩作用下单裂隙灰岩渗流特性演化规律研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(11): 3671-3679, 3768. (DUAN Lingling, DENG Huafeng, QI Yu, et al. Study on the evolution of seepage characteristics of single-fractured limestone under water-rock interaction[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(11): 3671-3679, 3768. (in Chinese))

[5] GAN L, LIU Y, XU T, et al. Experimental investigation of the seepage characteristics of a single fracture in limestone with different roughness and seepage fluids[J]. Journal of Hydrology, 2023, **622**: 129699.

[6] WANG J X, YU Q C. Experimental investigations of the process of carbonate fracture dissolution enlargement under reservoir temperature and pressure conditions[J]. Geofluids, 2018, **2018**: 5971421.

[7] 速宝玉, 张文捷, 盛金昌, 等. 渗流-化学溶解耦合作用下岩石单裂隙渗透特性研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(11): 3361-3366. (SU Baoyu, ZHANG Wenjie, SHENG Jinchang, et al. Study of permeability in single fracture under effects of coupled fluid flow and chemical dissolution[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(11): 3361-3366. (in Chinese))

[8] 霍吉祥, 宋汉周, 杜京浓, 等. 表面反应和扩散迁移联合控制的粗糙单裂隙渗流-溶解耦合模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(5): 1013-1021. (HUO Jixiang, SONG

- Hanzhou, DU Jingnong, et al. Coupled fluid flow and chemical dissolution model based on surface reaction and mass transfer control in a rough fracture[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(5): 1013-1021. (in Chinese))
- [9] 李 博, 黄嘉伦, 钟 振, 等. 三维交叉裂隙渗流传质特性数值模拟[J]. 岩土力学, 2019, **40**(9): 3670-3678. (LI Bo, HUANG Jialun, ZHONG Zhen, et al. Numerical simulation on hydraulic and solute transport properties of 3D crossed fractures[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(9): 3670-3678. (in Chinese))
- [10] 王俊光, 梁 冰. 渗透水压力作用下裂隙岩体渗流与应力耦合分析[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2009, **28**(增刊 1): 178-180. (WANG Junguang, LIANG Bing. Analysis of coupled seepage and stress fields in rock mass by considering hydrodynamic seepage pressure[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2009, **28**(S1): 178-180. (in Chinese))
- [11] 张 超, 宋卫东, 李 腾, 等. 破碎岩体应力-渗流耦合模型及数值模拟研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2021, **38**(6): 1220-1230. (ZHANG Chao, SONG Weidong, LI Teng, et al. Study on stress seepage coupling model and numerical simulation of fractured rock mass[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2021, **38**(6): 1220-1230. (in Chinese))
- [12] MOHAMAD A A. Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes[M]. London: LondonSpringer, 2011
- [13] TIAN Z W, XING H L, TAN Y L, et al. Reactive transport LBM model for CO₂ injection in fractured reservoirs[J]. Computers & Geosciences, 2016, **86**: 15-22.
- [14] CHEN L, KANG Q, VISWANATHAN H S, et al. Pore-scale study of dissolution-induced changes in hydrologic properties of rocks with binary minerals[J]. Water Resources Research, 2014, **50**(12): 9343-9365.
- [15] 张 婷, 施保昌, 柴振华. 多孔介质内溶解与沉淀过程的格子 Boltzmann 方法模拟[J]. 物理学报, 2015, **64**(15): 154701. (ZHANG Ting, SHI Baochang, CHAI Zhenhua. Lattice Boltzmann simulation of dissolution and precipitation in porous media[J]. Acta Physica Sinica, 2015, **64**(15): 154701. (in Chinese))
- [16] BANDIS S C, LUMSDEN A C, BARTEN N R. Fundamentals of rock joint deformation[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1983, **20**(6): 249-268.
- [17] QIAN Y H, D'HUMIERES D, LALLEMAND P. Lattice BGK models for navier-stokes equation[J]. Europhysics Letters, 1992, **17**(6): 479-484.
- [18] KANG Q, LICHTNER P C, ZHANG D. Lattice Boltzmann pore-scale model for multicomponent reactive transport in porous media [J]. Journal of Geophysical Research, 2006, **111**: B05203.
- [19] ZHANG T, SHI B, GUO Z, et al. General bounce-back scheme for concentration boundary condition in the lattice Boltzmann method[J]. Physical Review E, 2012, **85**(2): 016701.
- [20] GUO Z L, ZHENG C G, SHI B C. Non-equilibrium extrapolation method for velocity and pressure boundary conditions in the lattice Boltzmann method[J]. Chinese Physics, 2002, **11**(4): 366-374.
- [21] FOURNIER A, FUSSELL D, CARPENTER L. Computer rendering of stochastic models[J]. Communications of the ACM, 1982, **25**(6): 371-384.
- [22] ZOU L, JING L, CVETKOVIC V. Shear-enhanced nonlinear flow in rough-walled rock fractures[J]. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2017, **97**: 33-45.
- [23] SAUTY J P. An analysis of hydrodispersive transfer in aquifers[J]. Water Resources Research, 1980, **16**(1): 145-158.
- [24] KANG Q, LICHTNER P C, ZHANG D. An improved lattice Boltzmann model for multicomponent reactive transport in porous media at the pore scale[J]. Water Resources Research, 2007, **43**(12): 2578-2584.