

DOI: 10.11779/CJGE20230990

考慮埋深的黏性回填挡墙抗震转动稳定性上限分析

李东阳¹, 马志宏¹, 刘杰^{2*}, 尹吉丽³, 孙勃岩³

(1. 中国矿业大学(北京)力学与土木工程学院, 北京 100083; 2. 河北工程大学土木工程学院, 河北 邯郸 056009;
3. 国信司南地理信息技术有限公司, 北京 100097)

摘要: 在挡土墙抗震稳定性的研究中,往往假定墙体的埋深为零,导致墙前回填土的作用被忽略。基于极限上限分析理论,考虑了埋深因素对黏性回填挡土墙抗震稳定性的影响。采用斜条分法,将墙前与墙后的回填土微分成平行于破裂面的刚性土条。建立了挡土墙绕墙趾转动,墙前与墙后填土分块滑动的墙-土系统。根据功-能平衡方程,推导了挡墙抗震加速度系数的表达式,讨论了地震作用下的填土高度、内摩擦角、填土黏聚力、墙-土摩擦角对挡土墙抗震转动稳定性的影响。结果表明:当墙前回填土高度与墙后回填土高度比值(H_2/H_1)大于0.15时,地震屈服加速度系数将急剧增大,此时若忽略墙前回填土的作用则会低估挡土墙的抗震稳定性。最后,通过与极限平衡理论的方法进行对比,证实了该方法计算的准确性。

关键词: 挡土墙; 极限上限理论; 埋置深度; 地震屈服加速度; 转动稳定性

中图分类号: TU432 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)06-1181-09

作者简介: 李东阳(1980—),男,博士,副教授,主要从事城市地下空间和岩土工程方面的研究工作。E-mail: 201113@cumtb.edu.cn。

Upper-bound limit analysis of seismic rotational stability of retaining walls with cohesive backfill considering embedment depth

LI Dongyang¹, MA Zhihong¹, LIU Jie², YIN Jili³, SUN Boyan³

(1. College of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining Technology- Beijing, Beijing 100083, China; 2. College of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056009, China; 3. Guoxin Sinan Geo-Information Technology Co., Beijing 100097, China)

Abstract: For most researches on the seismic stability of retaining walls, the embedment depth of the wall is often assumed to be zero, resulting in the role of backfill in front of the wall being neglected. Based on the theory of the upper bound limit analysis, the impact of embedment depth on the seismic stability of retaining walls with cohesive backfill is investigated. The diagonal slice method is employed to differentiate the backfill in front of and behind the wall into rigid soil slices parallel to the rupture surface. A wall-soil system in which the retaining wall rotates around the toe of the wall and the fill in front of and behind the wall slides in pieces is established. According to the work-energy balance equation, the expression for the seismic acceleration coefficient of the retaining wall is derived, and the effects of filling height, internal friction angle, filling cohesion and wall-soil friction angle on the seismic rotational stability of the retaining wall under seismic action are discussed. The results show that when the ratio of the height of backfill in front of the wall to the height of backfill behind the wall (H_2/H_1) is greater than 0.15, the coefficient of seismic yield acceleration will increase dramatically, and the seismic stability of the retaining wall will be underestimated if the effects of backfill in front of the wall are neglected at this time. Finally, the accuracy of the proposed method is confirmed by comparing with the method of the limit equilibrium theory.

Key words: retaining wall; upper-bound limit analysis; embedment depth; seismic yield acceleration; rotational stability

0 引言

挡土墙作为最常见的支护结构,被广泛的应用于各种工程当中。由于近年来地震的频发,许多学者对挡土墙的抗震稳定性进行了研究。Mononobe 和 Okabe 提出了一种计算无黏性回填土地震土压力的方法来分

析常规设计下挡土墙的抗震稳定性(简称 M-O 法)。Saran 等^[1]将 M-O 法推广到黏性回填土地震土压力的

基金项目: 国家自然科学基金项目(41771083)

收稿日期: 2023-10-11

*通信作者 (E-mail: jielucqu@cqu.edu.cn)

计算当中。Shukla 等^[2-4]在前人研究的基础上,推导了地震作用下黏性土挡土墙主被动土压力的计算公式,对其抗震稳定性进行了分析。

在挡土墙抗震稳定性研究中,研究者常假定挡土墙直接作用于地面^[5-8],但在实际工程中,挡土墙往往具有一定的埋深。当挡土墙绕墙趾旋转时,墙前回填土将会产生被动土压力,此时被动土压力会阻碍墙体的旋转和倾斜,在地震作用下,该阻碍作用会更加明显。近年来,有学者提出了评估考虑埋深挡土墙稳定性的方法。Teodoru^[9]利用改进的朗肯土侧压力理论对考虑埋深的挡土墙稳定性进行了分析,改进了工程设计。Kristian^[10]推导了埋深状态下挡土墙的极限承载力计算公式。Chowdhury^[11]通过计算侧向土压力分析了埋深状态下挡土墙的稳定性。

上述有关挡土墙稳定性研究均基于极限平衡理论。应用极限平衡理论评估挡土墙抗震稳定性时,必须要确定地震土压力的大小及作用位置。然而时至今日,其分布与作用位置仍存在争议,多数学者在确定地震土压力的作用位置时仍需事先做出假设^[12-14]。极限上限分析理论与极限平衡理论完全不同,该方法的优点是不需要事先假定地震土压力的作用位置与大小分布^[15-17]。Li 等^[18]基于极限上限分析理论,研究了无埋深挡土墙的抗震滑动稳定性。在其研究基础之上,Zhang 等^[19]评估了考虑埋深挡土墙的抗震滑动稳定性。刘杰等^[20]扩展了 Zhang 等^[19]的研究,分析了考虑埋深挡土墙的抗震转动稳定性,推导了地震加速度系数的计算公式。但以上基于极限上限分析理论的研究均假设墙前后回填土是无黏性的,不考虑土体黏聚力和墙-土界面的摩擦对挡土墙抗震稳定性的影响。

本文基于极限分析上限理论,对考虑埋深的黏性回填挡土墙的抗震转动稳定性进行研究。基于斜条分法,建立挡土墙绕墙趾旋转,墙前后土楔体分块滑动的墙-土系统。依据功-能平衡方程,对地震加速度系数 k_h 的计算公式进行推导,避免了传统极限平衡理论中求解地震土压力大小与作用位置的难题,为评估挡土墙的抗震稳定性问题提供了新的思路。

1 理论方法

1.1 基本假设

理论模型做如下假设:①如图 1 所示,墙-土系统由挡土墙、墙前和墙后回填土组成;②墙-土体系无限长,忽略端部效应,满足平面应变条件;③墙前后回填土表面水平,墙后回填土高度与挡土墙相等;④回填土均匀且不考虑地下水影响;⑤墙前后土楔体的破裂面分别看成两穿过墙踵(I_1 点)与墙趾(J_1 点)的平面^[18-20];⑥挡土墙仅产生绕墙趾(J_1 点)的转动,

忽略滑动。此外,模型仍然满足极限分析理论的其它基本假设,遵循极限分析理论的相关流动性法则。

1.2 理论模型

如图 1 所示,墙后回填土高度(H_1)与挡土墙高度相同,墙前回填土高度为 H_2 。挡土墙宽度为 B ,绕墙趾(J_1)以角速度 ω 旋转。破坏区土楔体分别由 $J_1J_2J_3$ 和 $I_1I_2I_3$ 两部分组成。挡土墙两侧土楔体的破裂面倾角分别为 β_2 和 β_1 。

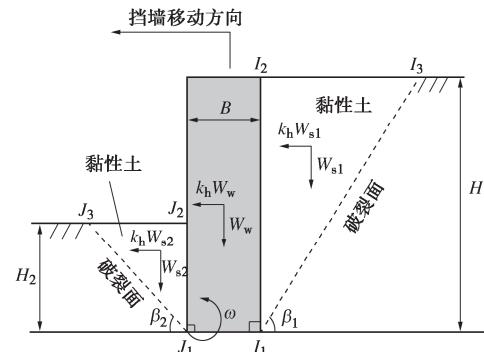


图 1 考虑埋深的黏性回填挡土墙纯转动破坏模型

Fig. 1 Pure rotation failure model for retaining wall with cohesive backfill considering embedment depth

根据极限分析上限理论,建立了挡土墙纯转动破坏模式下墙-土系统的能量平衡方程。当墙-土系统的外部荷载做功功率大于自身内能耗散功率时,墙-土系统发生破坏。

由图 1 可知,作用在破坏模型上的外部荷载包括:①挡土墙自重(W_w);②作用于挡土墙的水平地震惯性力($k_h W_w$);③墙后破坏区土楔体($I_1I_2I_3$)重力(W_{s1});④墙前破坏区土楔体($J_1J_2J_3$)的重力(W_{s2});⑤作用于土楔体($I_1I_2I_3$)的水平地震惯性力($k_h W_{s1}$);⑥作用于土楔体($J_1J_2J_3$)的水平地震惯性力($k_h W_{s2}$)。

墙-土系统的内能耗散功率包括:①墙-土界面处黏聚力做功功率;②墙前后填土内部黏聚力做功功率。

如图 2 所示,将破坏区土楔体 $I_1I_2I_3$ 和 $J_1J_2J_3$ 划分为无穷多个平行于破裂面 I_1I_3 和 J_1J_3 的刚性土条。每个刚性土条可近似看做平行于破裂面 I_1I_3 和 J_1J_3 的平行四边形。根据几何关系可知,墙前后任一刚性土条的面积 dA_2 , dA_1 分别为

$$dA_2 = \cot\beta_2 (H_2 - x) dx, \quad (1)$$

$$dA_1 = B \cot\beta_1 \sec^2\theta (H_1 - B \tan\theta) d\theta. \quad (2)$$

在图 2 中,点 Q 为挡土墙前壁面上任意一点, β_2 为破裂面 J_1J_3 的倾角, x 为变化值,当 $x=0$ 时, Q 到达墙趾处(J_1 点),当 $x=H_2$ 时, Q 到达埋深顶部(J_2 点)。 P 点为挡土墙后壁上任意一点, β_1 为破裂面 I_1I_3 的倾角, θ 为变化值, $d\theta$ 为 θ 的微分值。当 $\theta=0$ 时, P 到达墙踵(点 I_1),当 $\theta=\arctan(H_1/B)$ 时, P 到达

墙顶 (点 I_2)。

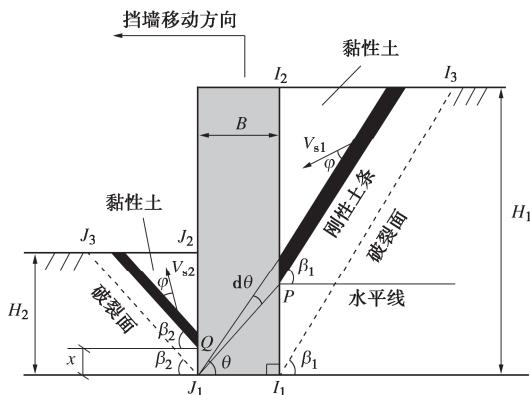


图 2 挡土墙前后刚性土条的划分

Fig. 2 Division of rigid soil slices before and behind retaining wall

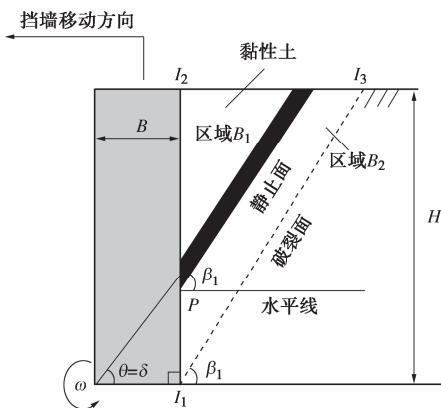


图 3 墙后的不同运动区域

Fig. 3 Division of different motion areas behind wall

1.3 墙后土楔体的离散模型及速度场建立

图 4 为墙后土楔体中任一刚性土条的划分, 其中墙-土界面黏聚力为 c_w , 填土内黏聚力为 c 。

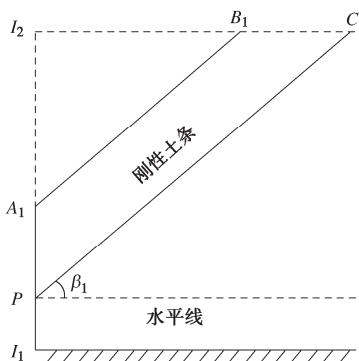


图 4 墙后破坏区土楔体中任一刚性土条

Fig. 4 Any rigid soil slice in soil wedge of failure zone behind wall

根据几何关系, 可得出微分单元 A_1P 的长度为

$$\begin{aligned} \overline{A_1P} &= d(B \tan \theta) \\ &= B \sec^2 \theta d\theta \quad . \end{aligned} \quad (3)$$

A_1P 长度内的单位墙-土界面黏聚力 dC_{w1} 为

$$\begin{aligned} dC_{w1} &= c_w \overline{A_1P} \\ &= c_w B \sec^2 \theta d\theta \quad . \end{aligned} \quad (4)$$

其中 θ 为图 2 中 J_1P 线的倾角, B 为挡土墙的宽度, A_1P 的长度为

$$\begin{aligned} \overline{A_1P} &= H_1 - \overline{I_1P} \\ &= H_1 - B \tan \theta \quad . \end{aligned} \quad (5)$$

刚性土条顶边与水平面平行, 根据几何关系得到 B_1C_1 的长度

$$\begin{aligned} \overline{B_1C_1} &= \overline{A_1P} \cot \beta_1 \\ &= B \cot \beta_1 \sec^2 \theta d\theta \quad . \end{aligned} \quad (6)$$

再通过求解几何关系可得到刚性土条 C_1P 的长度

$$\begin{aligned} \overline{C_1P} &= \frac{\overline{I_2P}}{\sin \beta_1} \\ &= \frac{H_1 - B \tan \theta}{\sin \beta_1} \quad . \end{aligned} \quad (7)$$

因此, 相邻刚性土条间的黏聚力 C_{cl} 为

$$\begin{aligned} C_{cl} &= c \overline{C_1P} \\ &= c \frac{H_1 - B \tan \theta}{\sin \beta_1} \quad . \end{aligned} \quad (8)$$

式中: H_1 为挡土墙高度; β_1 为破裂面倾角。

根据文献[21, 22], 挡土墙绕墙趾 J_1 发生转动时, 墙后破坏区土楔体 ($I_1I_2I_3$) 被静止面分成两部分 (如图 3 所示, B_1 区域处于主动状态, B_2 区域处于被动状态)。因此, P 点与相邻刚性土条间的速度矢量关系如图 5, 6 所示。

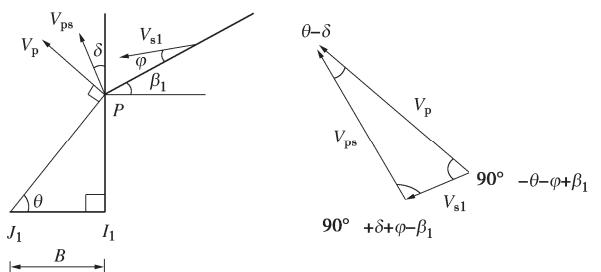


图 5 $\theta > \delta$ 时速度矢量关系

Fig. 5 Relation of velocity vectors for case $\theta > \delta$

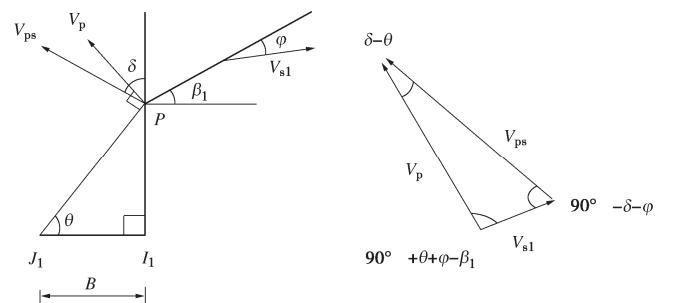


图 6 $\theta < \delta$ 时速度矢量关系

Fig. 6 Relation of velocity vectors for case $\theta < \delta$

图 5 中, V_p 为挡土墙墙背上任意点 P 的速度, V_{s1}

为刚性土条的速度。 V_{ps} 为 P 点与刚性土条之间的相对速度, 与挡土墙呈 δ 夹角。其中, δ 为墙-土之间的摩擦角, φ 为内摩擦角。当 P 以角速度 ω 绕墙趾 J_1 旋转时, 根据图 5 中几何关系可知

$$V_p = \frac{\omega B}{\cos \theta} \quad . \quad (9)$$

当 $\theta > \delta$ 时, B_1 区域的刚性土条向挡土墙移动, 根据速度矢量关系可得

$$V_{s1} = V_p \frac{\sin(\theta - \delta)}{\cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} \quad . \quad (10)$$

将式 (9) 代入式 (10), 得到 V_{s1}

$$V_{s1} = \frac{\omega B \sin(\theta - \delta)}{\cos \theta \cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} \quad . \quad (11)$$

当 $\theta < \delta$ 时, B_2 区域的刚性土条背离挡土墙运动, 同样可得到式 (10)。根据极限分析上限定理^[23], 在狭窄过渡层 (速度不连续面) 两侧的刚性土条速度变化 δu 必须伴随着一个分离速度 $\delta v = \delta u \tan \varphi$ 。图 4 中, C_1P 为狭窄过渡层 (速度不连续面), 因此 C_1P 两侧相对速度为 dV_{s1} , 可以由速度矢量关系得到

$$dV_{s1} = \frac{\omega B [\cos(\delta - \theta) \cos \theta - \sin(\delta - \theta) \sin \theta]}{\cos^2 \theta \cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} d\theta \quad . \quad (12)$$

同样的, 根据速度矢量关系

$$V_{ps} = V_p \frac{\cos(\beta_1 - \theta - \varphi)}{\cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} \quad . \quad (13)$$

将式 (9) 代入式 (13), 得到

$$V_{ps} = \frac{\omega B \cos(\beta_1 - \theta - \varphi)}{\cos \theta \cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} \quad . \quad (14)$$

1.4 墙前土楔体的离散模型及速度场建立

图 7 为墙前破坏区土楔体中任一刚性土条的划分, 其中墙-土界面摩擦力为 c_w , 土体内黏聚力为 c 。

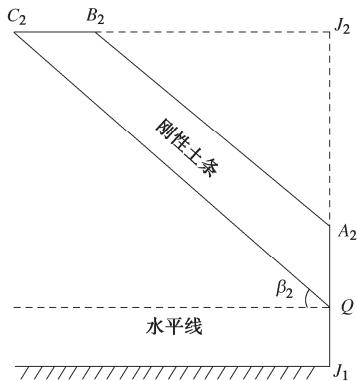


图 7 墙前破坏区土楔体中任一刚性土条

Fig. 7 Any rigid soil slice in soil wedge of failure zone in front of wall

根据图 2 的破坏模型, J_1Q 的长度为 x , A_2Q 是 J_1J_2 长度范围内的任意微分单元, 则

$$\overline{J_1Q} = x \quad , \quad (15)$$

$$\overline{A_2Q} = dx \quad . \quad (16)$$

与微分单元 A_2Q 所对应的单位墙-土界面摩擦力 dC_{w2} 可表示为

$$dC_{w2} = c_w \overline{A_2Q} = c_w dx \quad . \quad (17)$$

J_2Q 的长度为

$$\overline{J_2Q} = H_2 - \overline{J_1Q} = H_2 - x \quad . \quad (18)$$

由于刚性土条的顶面与水平面平行, 因此可以通过求解几何关系得到 B_2C_2 的长度

$$\overline{B_2C_2} = \cot \beta_2 dx \quad . \quad (19)$$

H_2 为墙前埋深高度, β_2 为破裂面倾角。通过求解几何关系, 可得到刚性土条长度 QC_2 的值

$$\overline{QC_2} = \frac{H_2 - x}{\sin \beta_2} \quad . \quad (20)$$

因此, 相邻刚性土条界面间的黏结力

$$C_{c2} = c_{c2} \overline{QC_2} = c_{c2} \frac{H_2 - x}{\sin \beta_2} \quad . \quad (21)$$

如图 8 所示, Q 为挡墙前壁面上任意一点, 当挡土墙绕墙趾 J_1 旋转时, 根据速度相容原理, 可得到 Q 点与相邻刚性土条之间的速度关系。

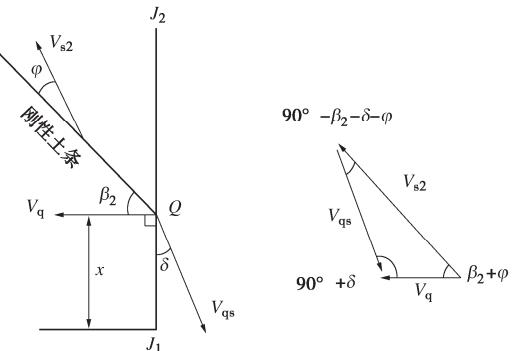


图 8 墙前破坏区土楔体速度矢量关系

Fig. 8 Relation of velocity vectors of wedge in failure zone in front of wall

如图 8 所示, V_q 为 Q 点的速度, V_{s2} 为刚性土条的速度。 V_{qs} 为点 Q 与刚性土条之间的相对速度, 与墙体之间的夹角为 δ , 其中 δ , φ 与前文含义一致。任意点 Q 以角速度 ω 绕墙趾 J_1 旋转, 则 V_q , V_{s2} , V_{qs} 可表示为

$$V_q = \frac{\omega x}{\sin \frac{\pi}{2}} = \omega x \quad , \quad (22)$$

$$V_{s2} = V_q \frac{\cos \delta}{\cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} \quad , \quad (23)$$

$$V_{qs} = \frac{V_q \sin(\beta_2 + \varphi)}{\cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} \quad . \quad (24)$$

将式(22)代入式(23)和式(24), 可得

$$V_{s2} = \frac{\omega x \cos \delta}{\cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} \quad , \quad (25)$$

$$V_{qs} = \frac{\omega x \sin(\beta_2 + \varphi)}{\cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} \quad . \quad (26)$$

同时, 根据上述窄过渡层(速度不连续面)的特点, 图7中 QC_2 两侧的相对速度为 dV_{s2} , 故 dV_{s2} 可表示为

$$\begin{aligned} dV_{s2} &= d \left[\frac{\omega x \cos \delta}{\cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} \right] \\ &= \frac{\omega \cos \delta}{\cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} dx \quad . \end{aligned} \quad (27)$$

1.5 墙-土系统重力做功功率

挡墙重力做功功率为墙重与速度 V_p 的矢量积, 可表示为

$$\dot{W}_{wg} = -\frac{1}{2} \omega \gamma_c B^2 H_1 \quad . \quad (28)$$

重力对墙后土楔体做功功率为墙后每个刚性土条重力做功功率的累加, 可表示为

$$\dot{W}_{sg1} = \int_{A_1} \gamma_s V_{s1} \sin(\beta_1 - \varphi) dA_1 \quad . \quad (29)$$

将式(2), (11)代入式(29)可得

$$\begin{aligned} \dot{W}_{sg1} &= \int_{A_1} \gamma_s V_{s1} \sin(\beta_1 - \varphi) dA_1 \\ &= \int_0^{\arctan\left(\frac{H_1}{B}\right)} \gamma_s V_{s1} \sin(\beta_1 - \varphi) B \cot \beta_1 \sec^2 \theta (H_1 - B \tan \theta) d\theta \\ &= \gamma_s \omega \frac{\sin(\beta_1 - \varphi) \cot \beta_1}{\cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} f_1 \quad . \end{aligned} \quad (30)$$

式中参数 f_1 为

$$f_1 = -\frac{1}{48} B^2 \left(\frac{H_1^2}{B^2} + 1 \right)^{3/2} [9H_1 \cos(3\varphi - \delta) - 5B \sin(3\varphi - \delta) - 9H_1 \cos(\varphi + \delta) + 3B \sin(\varphi + \delta) + 3H_1 \cos(\varphi - \delta) - 3H_1 \cos(3\varphi + \delta) + 9B \sin(3\varphi - \delta) + B \sin(3\varphi + \delta)] \quad , \quad (31)$$

$$\varphi = \arctan(H_1/B) \quad . \quad (32)$$

重力对墙前土楔体做功功率为墙前每个刚性土条重力做功功率的累加为

$$\dot{W}_{sg2} = \int_{A_2} \gamma_s V_{s2} \sin(\beta_2 + \varphi) dA_2 \quad . \quad (33)$$

将式(1), (25)代入式(33)可得

$$\dot{W}_{sg2} = \int_{A_2} \gamma_s V_{s2} \sin(\beta_2 + \varphi) dA_2$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{H_2} \gamma_s \frac{\omega x \cos \delta}{\cos(\delta + \varphi + \beta_2)} \sin(\beta_2 + \varphi) \cot \beta_2 (H_2 - x) dx \\ &= -\gamma_s \frac{\omega \cos \delta \sin(\beta_2 + \varphi) \cot \beta_2 H_2^3}{6 \cos(\delta + \varphi + \beta_2)} \\ &= -\omega \gamma_s \sin(\beta_2 + \varphi) f_2 \quad . \end{aligned} \quad (34)$$

式中参数 f_2 为

$$f_2 = \frac{\cos \delta \cot \beta_2 H_2^3}{6 \cos(\delta + \varphi + \beta_2)} \quad . \quad (35)$$

1.6 墙-土系统地震力做功功率

地震力由M-O的拟静力分析法确定。地震力对挡墙做功功率为地震力与挡墙速度 V_p 的矢量积, 可以表示为

$$\dot{W}_{eg} = \frac{1}{2} k_h \gamma_c \omega B H_1^2 \quad . \quad (36)$$

地震力对墙后土楔体做功功率为地震力与每个刚性土条速度 V_{s1} 的矢量积之和, 可表示为

$$\dot{W}_{es1} = \int_{A_1} k_h \gamma_s V_{s1} \cos(\beta_1 - \varphi) dA_1 \quad . \quad (37)$$

将式(2), (11)代入式(37), 可得

$$\begin{aligned} \dot{W}_{es1} &= \int_{A_1} k_h \gamma_s V_{s1} \cos(\beta_1 - \varphi) dA_1 \\ &= \int_0^{\arctan\left(\frac{H_1}{B}\right)} k_h \gamma_s V_{s1} \cos(\beta_1 - \varphi) B \cot \beta_1 \sec^2 \theta (H_1 - B \tan \theta) d\theta \\ &= k_h \gamma_s \omega \frac{\cos(\beta_1 - \varphi) \cot \beta_1}{\cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} f_1 \quad . \end{aligned} \quad (38)$$

式中参数 f_1 同上文一致

地震力对墙前土楔体做功功率为地震力与每个刚性土条速度 V_{s2} 的矢量积之和, 可表示为

$$\dot{W}_{es2} = \int_{A_2} k_h \gamma_s V_{s2} \cos(\beta_2 + \varphi) dA_2 \quad . \quad (39)$$

将式(1), (25)代入式(39), 可得

$$\begin{aligned} \dot{W}_{es2} &= \int_{A_2} k_h \gamma_s V_{s2} \cos(\beta_2 + \varphi) dA_2 \\ &= \int_0^{H_2} k_h \gamma_s \frac{\omega x \cos \delta}{\cos(\delta + \varphi + \beta_2)} \cos(\beta_2 + \varphi) \cot \beta_2 (H_2 - x) dx \\ &= \gamma_s k_h \frac{\omega \cos \delta \cos(\beta_2 + \varphi) \cot \beta_2 H_2^3}{6 \cos(\delta + \varphi + \beta_2)} \\ &= k_h \omega \gamma_s \sin(\beta_2 + \varphi) f_2 \quad . \end{aligned} \quad (40)$$

式中参数 f_2 同上文一致。

1.7 墙-土系统能量耗散功率

墙-土系统的能量耗散功率是填土的内部能量耗散功率与墙-土界面处的能量耗散功率之和。由于填土塑性区为变形体, 在任一速度不连续面上都存在能量耗散, 故墙后土体内部的能量耗散功率为

$$\dot{D}_{s1} = \int \cos \varphi C_{cl} dV_{s1} \quad . \quad (41)$$

将式(8), (12)代入式(41)可得

$$\begin{aligned}
\dot{D}_{s1} &= \int \cos\varphi C_{c1} dV_{s1} \\
&= \int_0^{\arctan\left(\frac{H_1}{B}\right)} \cos\varphi c_{c1} \frac{H_1 - B \tan\theta}{\sin\beta_1} dV_{s1} \\
&= \frac{c_{c1} \cos\varphi \omega B}{\cos(\beta_1 - \delta - \varphi) \sin\beta_1} \left(B \sec\delta - B \cos\delta - 2H_1 \sin\delta + \frac{H_1^2 \cos\delta}{2B} \right) \quad (42)
\end{aligned}$$

墙-土界面黏聚力 c_w 与相对速度 V_{ps} 之间的夹角为 δ , 单位长度墙-土界面黏聚力为 dC_{w1} 。因此, 墙后墙-土界面的总能量耗散功率为

$$\dot{D}_{w1} = \int \cos\delta V_{ps} dC_{w1} \quad , \quad (43)$$

$$\begin{aligned}
\dot{D}_{w1} &= \int \cos\delta V_{ps} dC_{w1} \\
&= \int_0^{\arctan\left(\frac{H_1}{B}\right)} \cos\delta \frac{\omega B \cos(\beta_1 - \theta - \varphi)}{\cos\theta \cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} c_{w1} B \sec^2\theta d\theta \\
&= \frac{\cos\delta \omega B^2 c_{w1}}{\cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} \int_0^{\arctan\left(\frac{H_1}{B}\right)} \frac{\cos(\beta_1 - \theta - \varphi)}{\cos\theta} \sec^2\theta d\theta \\
&= \frac{\cos\delta \omega B^2 c_{w1}}{\cos(\beta_1 - \delta - \varphi)} \left\{ \frac{H_1 \sin\varphi \sin\beta_1}{B} + \right. \\
&\quad \left. \cos\varphi \cos\beta_1 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{H_1^2}{B^2}}} - 1 \right) - \right. \\
&\quad \left. \frac{H_1^2}{2B^2} (\sin\varphi \cos\beta_1 - \cos\varphi \sin\beta_1) \right\} \quad . \quad (44)
\end{aligned}$$

与上述类似, 故墙前土体内部的能量耗散功率为

$$\dot{D}_{s2} = \int \cos\varphi C_{c2} dV_{s2} \quad . \quad (45)$$

将式 (21), (23) 代入式 (45) 可得

$$\begin{aligned}
\dot{D}_{s2} &= \int \cos\varphi C_{c2} dV_{s2} \\
&= \int_0^{H_2} \cos\varphi c_{c2} \frac{H_2 - x}{\sin\beta_2} \frac{\omega \cos\delta}{\cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} dx \\
&= \frac{c_{c2} \omega \cos\varphi \cos\delta H_2^2}{2 \sin\beta_2 \cos(\delta + \beta_2 + \varphi)} \quad . \quad (46)
\end{aligned}$$

墙前墙-土界面的总能量耗散功率为

$$\dot{D}_{w2} = \int \cos\delta V_{qs} dC_{w2} \quad . \quad (47)$$

将式 (17), (26) 代入式 (47) 可得

$$\begin{aligned}
\dot{D}_{w2} &= \int \cos\delta V_{qs} dC_{w2} \\
&= \int_0^{H_2} \cos\delta \frac{\omega x \sin(\beta_2 + \varphi)}{\cos(\beta_2 + \delta + \varphi)} c_{w2} dx \\
&= \frac{\cos\delta \omega \sin(\beta_2 + \varphi) c_{w2} H_2^2}{2 \cos(\beta_2 + \delta + \varphi)} \quad . \quad (48)
\end{aligned}$$

1.8 求解 k_h 与 k_{cr}

根据极限分析上限理论^[23], 墙-土系统外荷载做功功率等于其内能耗散功功率, 列出的功-能平衡方程

为

$$\dot{W}_{wg} + \dot{W}_{eg} + \dot{W}_{sg1} + \dot{W}_{sg2} + \dot{W}_{es1} + \dot{W}_{es2} = \dot{D}_{s1} + \dot{D}_{s2} + \dot{D}_{w1} + \dot{D}_{w2} \quad (49)$$

将上文等式带入式 (49), 可得到水平地震加速度系数 k_h 的表达式

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2} \omega \gamma_c B^2 H_1 - \int_{A_1} \gamma_s V_{s1} \sin(\beta_1 - \varphi) dA_1 + \int_{A_2} \gamma_s V_{s2} \sin(\beta_2 + \varphi) dA_2 + \\
&k_h = \frac{\int \cos\delta V_{ps} dC_{w1} + \int \cos\varphi C_{c2} dV_{s2} + \int \cos\delta V_{qs} dC_{w2} + \int \cos\varphi C_{c1} dV_{s1}}{\frac{1}{2} \gamma_c \omega B H_1^2 + \int_{A_1} \gamma_s V_{s1} \cos(\beta_1 - \varphi) dA_1 + \int_{A_2} \gamma_s V_{s2} \cos(\beta_2 + \varphi) dA_2} \quad (50)
\end{aligned}$$

由式 (50) 可知, k_h 是由 β_1 和 β_2 控制的函数, 根据极限分析上限理论^[23], 当 k_h 到达临界值 k_{cr} 时, 墙-土系统处于临界破坏状态, 因此 β_1 和 β_2 应满足 $\partial k_h / \partial \beta_1 = 0$ 和 $\partial k_h / \partial \beta_2 = 0$ 。此时, $\beta_1 = \beta_{1cr}$, $\beta_2 = \beta_{2cr}$ 。由于无法得到 β_{1cr} 和 β_{2cr} 的解析解, 本文采用 β_{1cr} 和 β_{2cr} 的数值解来求解 k_{cr} 。

2 参数分析

2.1 墙前填土高度 H_2 对 k_{cr} 的影响

定义参数: $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_d = 20 \text{ kN/m}^3$; $\delta = 15^\circ$; $c = 24 \text{ kPa}$; $c_w = 2/3c$; $\varphi = 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$; $B = 3.3 \text{ m}$ 。

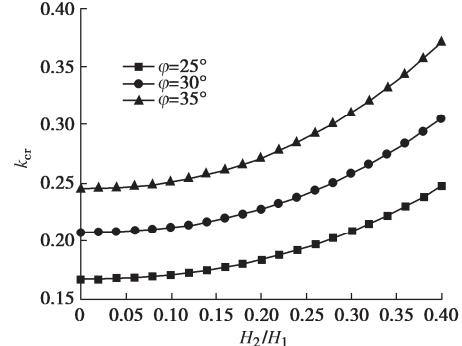


图 9 k_{cr} 随 H_2/H_1 的变化

Fig. 9 Variation of k_{cr} with H_2/H_1

从图 9 中可知:

(1) 当 $\varphi = 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$ 时, k_{cr} 与 H_2 呈正相关。当 H_2/H_1 小于 0.15 时, k_{cr} 曲线上升缓慢, 此时墙前填土高度 (H_2) 对挡土墙抗震稳定性影响不大。

(2) 当 H_2/H_1 大于 0.15 时, k_{cr} 曲线急速上升, 此时若忽略墙前填土高度 H_2 的影响, 将低估挡土墙的抗震稳定性。

因此, 在墙前填土高度 H_2 较大时, 不能忽略其对挡土墙抗震稳定性的影响。

2.2 墙前黏聚力 c_2 对 k_{cr} 的影响

定义参数: $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_d = 20 \text{ kN/m}^3$; $\delta = 15^\circ$; $H_1 = 10 \text{ m}$; $c = 24 \text{ kPa}$; $c_w = 2/3c$; $c_{w2} = 2/3c_2$; $\varphi = 30^\circ$;

$B=3.3$ m。

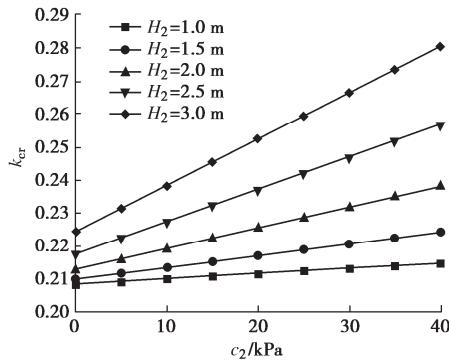


图 10 k_{cr} 随 c_2 的变化

Fig. 10 Variation of k_{cr} with cohesive force c_2

本节分析挡土墙前后填土黏聚力不同时的破坏情况, 其中 c_2 为墙前填土黏聚力的值, c_{w2} 为墙前墙-土界面的摩擦力。根据图 10 可知: k_{cr} 与 c_2 几乎呈线性正相关, 并且斜率随 H_2 的增大而增大。尤其是 $H_2>1.5$ m 后, 曲线斜率的增大程度加快。

由此可见, 当墙前填土高度大于 1.5 m 时, 可以显著提高挡墙的抗震稳定性。

2.3 墙前内摩擦角 φ_2 对 k_{cr} 的影响

定义参数: $\gamma_c=25\text{ kN/m}^3$; $\gamma_d=20\text{ kN/m}^3$; $\delta=15^\circ$; $H_1=10\text{ m}$; $c=24\text{ kPa}$; $c_w=2/3c$; $c_2=30\text{ kPa}$; $c_{w2}=2/3c_2$; $\varphi=30^\circ$; $B=3.3\text{ m}$ 。

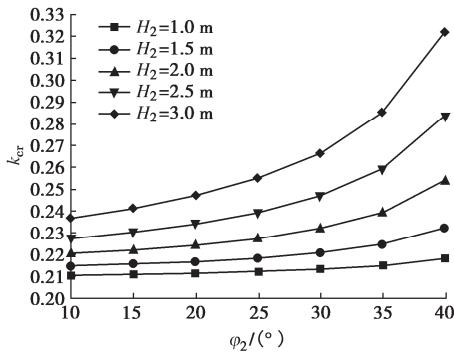


图 11 k_{cr} 随内摩擦角 φ_2 的变化

Fig. 11 Variation of k_{cr} with friction angle φ_2

本节分析墙前填土与墙后填土内摩擦角不同时的破坏情况, 式中 φ_2 为墙前填土内摩擦角。由图 11 可知: 当 φ_2 大于 20° 时, k_{cr} 曲线的增长速度加快。同时, k_{cr} 曲线的变化趋势随墙前填土 H_2 高度的增大而增大, 尤其是 H_2 大于 1.5 m 时, k_{cr} 曲线的变化趋势急速增大。因此, 再次证明了前两节论述的正确性。

2.4 墙-土摩擦角 δ 对 k_{cr} 的影响

定义参数: $\gamma_c=25\text{ kN/m}^3$; $\gamma_d=20\text{ kN/m}^3$; $c=24\text{ kPa}$; $c_w=2/3c$; $H_1=10\text{ m}$; $H_2=1.8\text{ m}$; $\varphi=25^\circ$, 30° , 35° ; $B=3.3\text{ m}$ 。

从图 12 中可以看出, 当 $\varphi=25^\circ$, 30° , 35° 时, k_{cr} 的值与墙-土摩擦角 δ 的值呈正相关。当 $\varphi=30^\circ$ 时, 当墙土摩擦角 δ 由 10° 变为 25° 时, k_{cr} 增加大约 65%。这意味着增大墙面的粗糙度可以显著提高挡土墙的抗震转动稳定性。

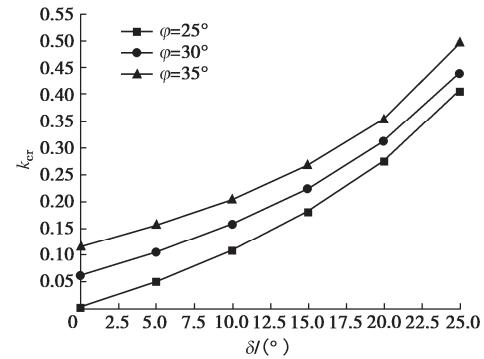


图 12 k_{cr} 随墙-土摩擦角 δ 的变化

Fig. 12 Variation of k_{cr} with wall-soil friction angle δ

综上所述, 可知影响挡土墙稳定性最重要的参数为墙前填土高度 H_2 与挡墙高度 H_1 的比值 (H_2/H_1), 其余参数的计算结果能够从侧面验证其计算结果的准确性。

3 对比验证

为了证实本文计算方法的准确性, 采用 Shukla 等^[2-4]提出的计算黏性土地震土压力的方法, 分别求解出地震主动土压力 P_{AE} 与地震被动土压力 P_{PE} , 再将所得结果带入弯矩平衡方程, 可以求得地震加速度系数 k_h 的值。

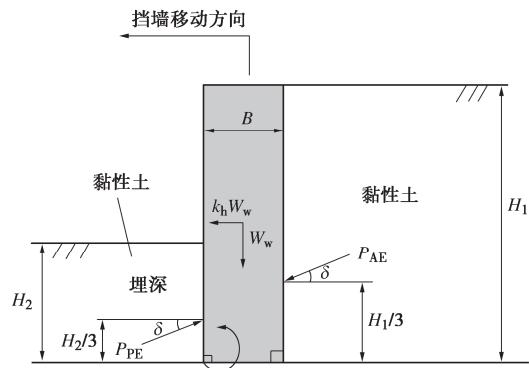


图 13 极限平衡理论下挡墙破坏模型

Fig. 13 Model for rotational failure of retaining wall in limit equilibrium method

如图 13 所示, 作用在挡土墙上的外荷载为: ①挡土墙自重 W_w ; ②作用在挡土墙上的水平地震惯性力 $k_h W_w$ (为了简化理论计算难度, 本文沿用刘杰等^[20]对水平地震惯性力 $k_h W_w$ 作用位置的假设); ③地震主

动土压力 P_{AE} ; ④地震被动土压力 P_{PE} 。根据 Shukla 等^[2-4]所述方法, P_{AE} 与 P_{BE} 均作用于土体所覆盖墙体的 1/3 高度处, 因此, 可以推导出力矩平衡方程为

$$\frac{1}{2}H_1k_hW_w + \frac{1}{3}H_1P_{AE}\cos\delta = P_{AE}\sin\delta B + \frac{1}{3}H_2P_{PE}\cos\delta + \frac{1}{2}W_wB. \quad (51)$$

根据 Shukla 等^[3], 地震主动土压力 P_{AE} 的计算公式为

$$P_{AE} = \left[\frac{1}{2}\gamma_s H_1^2 \cot\beta_1 + \cot\beta_1 \bar{c} H_1 \cot(\beta_1 - \varphi) - k_h \frac{1}{2} \gamma_s H_1^2 \cot\beta_1 \cot(\beta_1 - \varphi) - H_1(\bar{c} + c_w) \right] / \sin\delta - \cos\delta \cot(\beta_1 - \varphi) \quad (52)$$

其中 $\bar{c} = c$ 。

同时, 根据 Shukla 法^[4], 地震被动土压力 P_{PE} 的计算公式为

$$P_{PE} = \left[\frac{1}{2}\gamma_s H_2^2 \cot\beta_2 + \cot(\beta_2 + \varphi) k_h \frac{1}{2} \gamma_s H_2^2 \cot\beta_2 - c H_2 \cot\beta_2 \cot(\beta_2 + \varphi) + c H_2 \right] / \cos\delta + \sin\delta \cot(\beta_2 + \varphi) \quad (53)$$

将式 (52), (53) 代入式 (51) 可得水平地震加速度系数 k_h 的表达式

$$k_h = \left\{ \frac{\left[\frac{1}{2}\gamma_s H_1^2 \cot\beta_1 + \cot\beta_1 \bar{c} H_1 \cot(\beta_1 - \varphi) - H_1(\bar{c} + c_w) \right] \left(\sin\delta B - \frac{H_1 \cos\delta}{3} \right)}{\sin\delta - \cos\delta \cot(\beta_1 - \varphi)} + \frac{\left[\frac{1}{2}\gamma_s H_2^2 \cot\beta_2 - c H_2 \cot\beta_2 \cot(\beta_2 + \varphi) + c H_2 \right] H_2 \cos\delta}{3[\cos\delta + \sin\delta \cot(\beta_2 + \varphi)]} + \frac{1}{2}W_wB \right\} / \left\{ \frac{H_1 W_w}{2} - \frac{\left[\frac{1}{2}\gamma_s H_1^2 \cot\beta_1 \cot(\beta_1 - \varphi) \right] (H_1 \cos\delta + \sin\delta B)}{\sin\delta - \cos\delta \cot(\beta_1 - \varphi)} - \frac{\frac{1}{2}\gamma_s H_2^2 \cot\beta_2 \cot(\beta_2 + \varphi) H_2 \cos\delta}{3[\cos\delta + \sin\delta \cot(\beta_2 + \varphi)]} \right\} \quad (54)$$

根据 k_h 的表达式可知: k_h 是关于破裂面倾角 β_1 和 β_2 的函数。通过求解二元函数方程的极值, 能够得到地震屈服加速度系数 k_{cr} 的取值, 此时 $\beta_1 = \beta_{1cr}$, $\beta_2 = \beta_{2cr}$ 。由于无法得到 β_{1cr} 和 β_{2cr} 的解析解, 依旧采用 β_{1cr} 和 β_{2cr} 的数值解来求解 k_{cr} 。

定义参数: $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_d = 20 \text{ kN/m}^3$; $c = 24, 30 \text{ kPa}$; $c_w = 2/3c$; $\delta = 15^\circ$; $H_1 = 10 \text{ m}$; $H_2 = 1.8 \text{ m}$; $B = 3.3 \text{ m}$ 。由图 14 可以看出, 计算结果与极限平衡理论的计算结果非常接近, 误差控制在 5% 以内, 该算例很好的证明了本文方法的有效性。在用极限平衡理论求解地震屈服加速度系数 k_{cr} 时, 需要确定地震主动土压力和地震被动土压力的大小及作用点, 然后推导出弯矩平衡

方程的表达式。然而, 地震土压力的大小和分布至今仍存争议, 并无明确的、公认的说明。本文根据极限上限分析理论和墙-土系统功-能平衡的原理, 即可直接推导出地震加速度系数 k_h 的表达式, 可以避免求解地震土压力的过程。

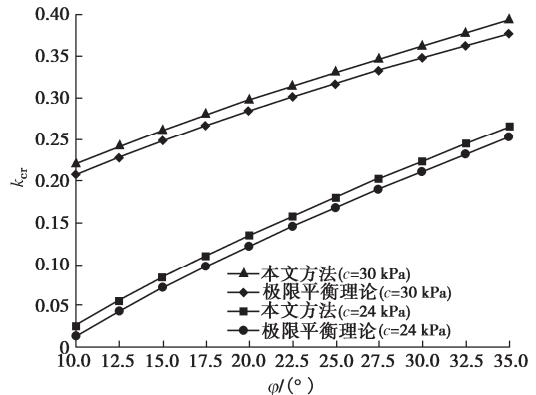


图 14 与极限平衡理论所得结果的对比

Fig. 14 Comparison of results by proposed method and limit equilibrium method

4 结 论

(1) 基于极限上限分析理论, 研究了考虑埋置深度的黏性土回填挡土墙抗震转动稳定性。建立了挡土墙绕墙趾旋转, 墙前后土楔体分块滑动的墙-土系统, 得到了地震加速度系数的表达式。

(2) 结果表明, 埋深对黏性回填挡土墙的抗震稳定性有积极作用, 当埋设深度与墙后填土高度比值大于 0.15 时, 该影响不可忽略, 若忽略则会低估挡墙的稳定性。同时, 合理的增设埋深可有效提高挡墙稳定性。

参考文献:

- [1] SARAN S, PRAKASH S. Dimensionless parameters for static and dynamic earth pressures behind retaining walls[J]. Indian Geotechnical J, 1968, 7(3): 295-310.
- [2] SHUKLA S K, GUPTA S K, SIVAKUGAN N. Active earth pressure on retaining wall for $c-\phi$ soil backfill under seismic loading condition[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(5): 690-696.
- [3] SHUKLA S K. Dynamic active thrust from $c-\phi$ soil backfills[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(3): 526-529.
- [4] SHUKLA S K, HABIBI D. Dynamic passive pressure from $c-\phi$ soil backfills[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(5/6): 845-848.

- [5] 张瀚文, 蒋良滩, 杜美玲, 等. 重力式挡土墙抗震稳定性检算最不利状态选取探讨[J]. 防灾减灾工程学报, 2024, 44(2): 372-380. (ZHANG Hanwen, JIANG Liangwei, DU Meiling, et al. Exploration on selection of the most unfavorable state for seismic stability calculation of gravity retaining walls[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2024, 44(2): 372-380. (in Chinese))
- [6] 于昕左, 肖世国. 水平柔性拉筋式重力墙地震土压力拟静力分析方法[J]. 土木工程学报, 2019, 52(增刊2): 180-185. (YU Xinzuo, XIAO Shiguo. Quasi-static analysis method of seismic earth pressure of horizontal flexible tension bar gravity wall[J]. China Civil Engineering Journal, 2019, 52(S2): 180-185. (in Chinese))
- [7] 贾亮, 贺世开, 李刚, 等. 地震作用下加筋挡土墙内部稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(增刊1): 107-111. (JIA Liang, HE Shikai, LI Gang, et al. Internal stability of reinforced retaining wall under earthquake loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(S1): 107-111. (in Chinese))
- [8] 王桂林, 赵飞, 张永兴. 重力式挡土墙地震旋转位移下的屈服加速度[J]. 岩土力学, 2013, 34(6): 1579-1585. (WANG Guolin, ZHAO Fei, ZHANG Yongxing. Earthquake yield acceleration of seismic rotational displacement of gravity retaining wall[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(6): 1579-1585. (in Chinese))
- [9] TEODORU I B. Design charts for embedded earth retaining walls according to eurocode 7[C]// SGEM International Multidisciplinary Scientific GeoConference EXPO Proceedings, 15th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM2015, Science and Technologies in Geology, Exploration and Mining. Stef92 Technology, 2011.
- [10] KRABBENHOFT K. Plastic design of embedded retaining walls[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering, 2019, 172(2): 131-144.
- [11] CHOWDHURY S S. A study on lateral earth pressure against struttured retaining wall in cohesionless soil deposit[J]. International Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 13(2): 122-138.
- [12] 杨剑. 挡土墙地震被动土压力的拟动力分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2012, 32(3): 365-371. (YANG Jian. Study on passive earth pressure of vertical retaining walls by pseudo-dynamic analysis[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2012, 32(3): 365-371. (in Chinese))
- [13] RAJESH B G, CHOUDHURY D. Stability of seawalls using modified pseudo-dynamic method under earthquake conditions[J]. Applied Ocean Research, 2017, 65: 154-165.
- [14] RAJESH B G, CHOUDHURY D. Computation of sliding displacements of seawalls under earthquake conditions[J]. Natural Hazards, 2019, 96(1): 97-119.
- [15] LI X G, LIU J. Seismic rotational stability analysis of gravity retaining wall under heavy rainfall[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2021, 25(12): 4575-4584.
- [16] LIU J, LI X G. Upper-bound limit analysis on seismic rotational stability of waterfront retaining walls[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2022, 40(5): 554-562.
- [17] 马志宏, 郭督, 杨轶博, 等. 海啸作用下滨水挡土墙抗震转动稳定性上限分析[J]. 世界地震工程, 2023, 39(2): 230-238. (MA Zhihong, GUO Du, YANG Yibo, et al. Upper-bound limit analysis on rotational stability of waterfront retaining walls under earthquake and tsunami[J]. World Earthquake Engineering, 2023, 39(2): 230-238. (in Chinese))
- [18] LI X P, WU Y, HE S M. Seismic stability analysis of gravity retaining walls[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, 30(10): 875-878.
- [19] ZHANG X X, HE S M, SU Q, et al. Seismic stability analysis of pre-stressed rope of anti-slide retaining wall[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2013, 31(4): 1393-1398.
- [20] 刘杰, 黄达, 顾东明, 等. 考虑墙前填土作用下无黏性填土挡墙地震转动稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(11): 2144-2148. (LIU Jie, HUANG Da, GU Dongming, et al. Seismic rotating stability analysis of retaining wall backfilled by cohesionless soils considering influence of front cover soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(11): 2144-2148. (in Chinese))
- [21] ZENG X, STEEDMAN R S. Rotating block method for seismic displacement of gravity walls[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(8): 709-717.
- [22] HUANG D, LIU J. Upper-bound limit analysis on seismic rotational stability of retaining wall[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2016, 20(7): 2664-2669.
- [23] 陈惠发, 詹世斌. 极限分析与土体塑性[M]. 北京: 人民交通出版社, 1995. (CHEN Huifa, ZHAN Shibin. Limit Analysis and Soil Plasticity[M]. Beijing: China Communications Press, 1995. (in Chinese))