

DOI: 10.11779/CJGE20230751

# 砂土爆炸成坑离心模型试验相似律研究

管龙华<sup>1</sup>, 卢强<sup>3</sup>, 赵凤奎<sup>1,2</sup>, 张德志<sup>3</sup>, 汪玉冰<sup>\*1,2</sup>,

(1. 浙江大学超重力研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058;

3. 西北核技术研究所强脉冲辐射环境模拟与效应全国重点实验室, 陕西 西安 710024)

**摘要:** 传统弹坑相似律存在适用性和有效性不足的问题, 且爆炸成坑离心试验中的科氏力作用尚不明确。开展了砂土中的触地、浅埋爆炸成坑离心模型试验, 探究不同重力加速度、药量和埋深工况下的爆炸成坑规律。推导了浅埋和触地爆炸弹坑相似律, 给出了弹坑半径公式。对离心模拟爆炸成坑过程中的科氏力作用进行了定量分析和数值模拟。研究表明: 提出的弹坑相似律能够适用于触地和浅埋爆炸工况, 并针对干砂中的离心机试验和常重力试验弹坑数据取得了良好的归一化结果。科氏力主要通过改变土体抛掷回落运动轨迹来影响最终的弹坑形态, 浅埋爆炸成坑试验中明显观察到科氏力的影响, 弹坑轮廓向着离心机转动方向偏移; 触地爆炸弹坑则基本不受科氏力影响。使用更大半径的离心机设备以及在更高离心加速度下开展试验可以显著减小科氏力引起的弹坑偏移误差。研究结果对爆炸成坑效应的离心物理模拟技术和理论分析提供了参考和依据。

**关键词:** 爆炸成坑; 离心模型试验; 相似律; 科氏力

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)07-1462-09

**作者简介:** 管龙华(1998—), 男, 博士研究生, 主要从事地下爆炸效应超重力物理模拟等方面的研究工作。E-mail: glh@zju.edu.cn。

## Scaling laws for centrifuge modelling of explosion-induced cratering in sand

GUAN Longhua<sup>1</sup>, LU Qiang<sup>3</sup>, ZHAO Fengkui<sup>1,2</sup>, ZHANG Dezhi<sup>3</sup>, WANG Yubing<sup>1,2</sup>

(1. Center for Hypergravity Experiment and Interdisciplinary Research, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. MOE Key

Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 3. National Key Laboratory

of Intense Pulsed Radiation Simulation and Effect, Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

**Abstract:** There are shortcomings in generality and applicability for the traditional crater scaling laws, and the Coriolis effects on explosion cratering in centrifuge tests are still unclear. The centrifuge modelling including buried and surface explosions is performed to investigate the cratering effects under different centrifugal accelerations, charge weights and buried depths. The scaling laws on buried and surface explosion craters are derived, and the formula for the crater radius is given. The quantitative analysis and numerical simulation of the Coriolis effects on explosion cratering are carried out. The results show that the proposed crater scaling laws can be applied to both the buried and surface explosions in dry sand, and good uniformity is obtained for the crater data from both the centrifuge tests and 1g tests. The Coriolis force primarily affects the profile of the apparent crater by changing the motion trajectory of sand particles, and it is obviously observed in the buried explosion tests, and the crater profile is asymmetric and shift in the direction of centrifuge rotation. However, the Coriolis force has a negligible effect on the surface explosion cratering. The crater offset error can be significantly reduced by using a centrifuge with a larger beam radius and conducting tests at higher centrifugal accelerations. The research results provide reference and a basis for the centrifugal modelling and theoretical analysis of explosion cratering.

**Key words:** explosion cratering; centrifuge modelling; scaling law; Coriolis force

## 0 引言

国际形势复杂动荡, 先进技术打击武器和地下工程防御体系犹如新时代的“矛”和“盾”, 其斗争和对抗愈演愈烈。开展地下爆炸效应的研究, 既是对敌方地下工事造成精确打击的需要, 也是为我方打造安全

地下防护结构的重要依据, 对重大民用和军事工程都有重要意义。由于岩土介质中爆炸效应影响因素众多,

基金项目: 国家自然科学基金基础科学中心项目(51988101)

收稿日期: 2023-08-07

\*通信作者 (E-mail: wangyubing@zju.edu.cn)

难以获得其精确的理论解答,通常依赖于大量现场或模型试验总结的经验公式指导工程应用。超重力离心模拟能够使模型土体产生与原型相近的自重应力,且具有 $1/N^3$  ( $N$ 为模型比尺,离心加速度与地球重力加速度之比)能量相似关系,采用极少量的炸药,即可以模拟原型巨量炸药的爆破效果。因此利用离心模型试验研究地下爆炸效应具有无可比拟的优越性。

成坑效应是指炸药埋置深度较浅时,爆炸在地表形成弹坑的一种破坏效应,也是地下爆炸效应研究中最受关注的问题之一<sup>[1]</sup>。许多学者根据离心试验数据推导归纳了不同的弹坑相似律,用来预测各种规模的地下爆炸事件。20世纪60年代起, Pokrovsky等<sup>[2]</sup>开展离心模拟爆炸成坑试验研究,利用试验结果验证了弹坑经验公式。传统弹坑经验公式中不考虑重力的影响,认为成坑尺寸与药量的立方根成正比<sup>[3]</sup>,然而大量试验数据表明重力在大尺度爆炸成坑过程中起着重要作用。因此 Baker等<sup>[4]</sup>在量纲分析中加入了土体重度参数,提出了考虑土体自重的爆炸成坑相似律。20世纪70年代末,在美国政府资助下,波音公司 Schmidt等<sup>[5-8]</sup>开展了大量的爆炸成坑离心模拟试验,研究了爆炸弹坑的形成机制和影响因素,揭示了爆炸成坑的重力相关性,提出了考虑重力加速度的爆炸成坑相似律。Goodings等<sup>[9]</sup>在干砂中进行了大量爆炸成坑离心模型试验,发现土颗粒尺寸、形状以及土体强度对爆炸形成的弹坑的尺寸和形状有很大影响。Brownll等<sup>[10]</sup>开展了不同含水率砂土中的爆炸离心模型试验,研究含水率对爆炸成坑的影响,研究表明,饱和度0~20%区间内,成坑效率随饱和度增加而增加,而20%~70%区间内则基本不变。Hansen等<sup>[11]</sup>在干燥和部分饱和砂土中开展了爆炸离心模型试验,利用高速摄像机记录弹坑形成过程,研究了抛掷物的运动学和形态学特征。国内该领域的研究起步较晚,马立秋等<sup>[12]</sup>率先开展了砂土和黏土中的爆炸离心模型试验,总结了弹坑结果和土中加速度峰值衰减规律。范一锴等<sup>[13]</sup>开展了干砂中的爆炸成坑离心模型试验,研究了不同药量、不同埋深和不同离心加速度下的砂中爆炸成坑规律,并用试验结果标定了前人提出的弹坑相似律。

由于离心模型试验在旋转的模型箱中完成,科氏力作用对爆炸成坑试验结果的影响也需要重点关注。Kutter等<sup>[14]</sup>开展地下隧道抗爆动力响应离心试验,发现爆炸弹坑表现出明显的不对称性。Brownell等<sup>[10]</sup>、Gill等<sup>[15]</sup>在干砂和部分饱和砂中开展的爆炸成坑离心试验中也观察到弹坑形态发生明显偏移,指出科氏力作用会影响爆炸弹坑的形状。然而, Holsapple等<sup>[16]</sup>开展了大量干砂中的爆炸成坑离心试验,弹坑结果大多十分规则 and 对称,因此认为科氏力作用对爆炸成坑

影响不大。Steedman<sup>[17]</sup>、Hansen等<sup>[11]</sup>、范一锴等<sup>[13]</sup>以及马立秋等<sup>[12]</sup>开展的爆炸成坑离心模型试验中也没有观察到明显的科氏力作用。

综上所述,国外在利用离心机进行爆炸成坑效应的研究上起步较早,但受限于军事保密要求,公开的文献不多,而国内相关研究则较为初步。首先,弹坑相似关系的研究仍需完善, Baker弹坑相似律<sup>[4]</sup>主要基于现场试验数据,并没有直接表征重力加速度 $g$ 的作用,且进行参数替换后公式中的材料参数较难确定,不方便直接用于试验结果分析和工程应用。Schmidt弹坑相似律<sup>[5, 8]</sup>主要是基于触地爆炸和少量浅埋爆炸试验结果归纳得出,受限于离心机容量(66 g·t),其对炸药埋深稍大的试验的适用性还有待验证。另外,科氏力对爆炸成坑离心试验结果的影响未形成统一认识,仍需进一步探讨和研究。

鉴于此,本文开展了砂土介质中的浅埋和触地爆炸离心模型试验,研究地下爆炸成坑效应,并推导建立了弹坑尺寸相似关系,最后对爆炸成坑试验中的科氏力效应进行了定量分析。研究结果对爆炸成坑效应的离心物理模拟技术和理论分析提供了依据,对于民用和军事国防工程具有一定指导意义。

## 1 离心模型试验及结果

### 1.1 试验材料与设备

离心模型试验在浙江大学 ZJU-400 土工离心机上进行,其能够提供的最大有效载荷为 400 g·t,拥有 4.5 m 旋转半径,进行静力试验时能够提供 150g 的最大离心加速度。

爆源采用定制的微型装药药包,由微量主装药(黑索金炸药)、微量起爆药(叠氮化铅)、半导体桥点火元件、防静电软胶套等部分组成,分为 1000, 125, 25 mg TNT 当量 3 种型号,如图 1 所示。位于地面控制室的信号收发控制箱通过电滑环与位于离心机转轴处的信号接收与触发装置相连,触发装置另一端与模型箱内的爆源相连,实现远程控制起爆。

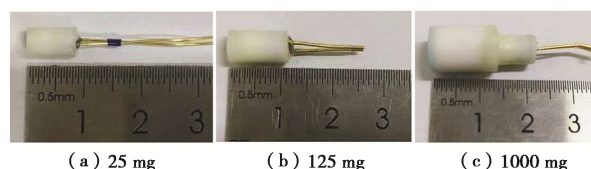


图1 定制微型爆源

Fig. 1 Fabricated explosive charges

离心试验模型箱采用碳钢厚壁圆筒模型箱,内部尺寸为 $\phi 950\text{ mm}\times 900\text{ mm}$ ,为减小爆炸应力波在边界的反射,在模型箱内壁布置 2 cm 厚的硅橡胶板作为吸

波缓冲材料。采用干燥的中密砂土介质进行制模，砂土选用中国 ISO 标准砂，平均粒径为 0.7 mm，土粒相对质量密度  $d_s=2.631$ ，最大孔隙比  $e_{\max}=0.624$ ，最小孔隙比  $e_{\min}=0.399$ 。采用砂雨法制备模型，控制模型土样相对密实度  $D_r=65\%$ ，密度  $\rho=1.778\text{ g/cm}^3$ 。

1.2 试验工况设计

本文共开展 4 组离心模型试验，具体模型布置和试验工况分别见图 2（图中 DoB 代表 depth of burial，爆源埋深）和表 1。CE-1 为浅埋爆炸试验组，1 g 炸药置于 8 cm 埋深，在 106g 加速度下引爆，模拟 1.2 t 炸药在 8.5 m 埋深下爆炸；CE-2~CE-4 为触地爆炸（爆源埋深  $d=0$ ）试验组，按照 modelling of models 原则进行设计，3 组模型试验对应同一原型，模拟 30 kg 炸药在地表爆炸。本研究主要关注浅层爆源附近的土体位移和弹坑尺寸，传统离心试验中按整个模型应力误差最小的设计原则不太合适，因此在本文实际试验过程中，取爆源所在高度平面（ $H=520\text{ mm}$  或  $H=600\text{ mm}$ ）的加速度值等于设计值（31g，62g，106g），以此确定实际的离心加速度输入值。当离心机加速到设计加速度值并稳定后，通过远程触发引爆炸药；试验期间使用 GoPro 运动相机（240FPS）拍摄抛掷成坑过程；试验结束停机后，使用三维激光扫描仪对表观弹坑轮廓和形状进行测量记录。

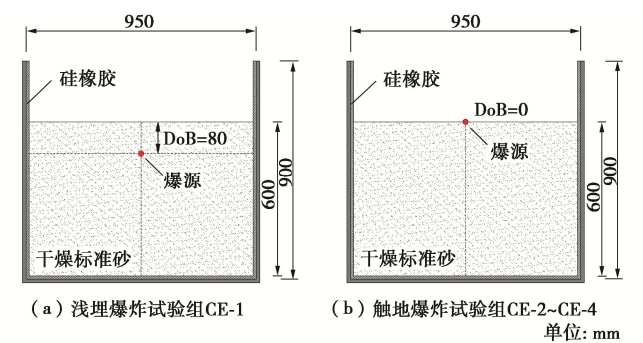


图 2 离心模型布置  
Fig. 2 Layout of centrifuge models

表 1 离心试验工况

Table 1 Test conditions

试验编号	爆源当量/mg	爆源埋深/cm	离心加速度/g
CE-1	1000	8	106
CE-2	1000	0	31
CE-3	125	0	62
CE-4	25	0	106

1.3 试验结果及分析

浅埋爆炸离心模型试验（CE-1）中，抛掷成坑过程如图 3 所示，最终形成的表观弹坑三维扫描结果及其沿离心机转动方向（ $x$  方向）和离心机转臂方向（ $y$  方向）的剖面图如图 4 所示。整个成坑过程大约在 37.5

ms（对应原型 3.9s）内完成，沿  $x$ ， $y$  两个方向测量的弹坑直径较为接近，表观弹坑平均直径为 176.68 mm（对应原型 18.73 m），弹坑体积为  $2.36\times10^5\text{ mm}^3$ （对应原型  $281.08\text{ m}^3$ ）。由图 3，4 可见，地表隆起至最高点的过程中，砂土穹顶接近标准的半球形；而回落轨迹和堆积位置相较初始位置有明显的偏移，弹坑形态在离心机转动方向表现出明显的不对称性，而沿着转臂方向的土体运动的堆积比较对称，最终形成了非对称的表观弹坑，表明浅埋工况下的爆炸成坑过程受到了科氏力的影响。关于科氏力作用的进一步分析将在后文展开。

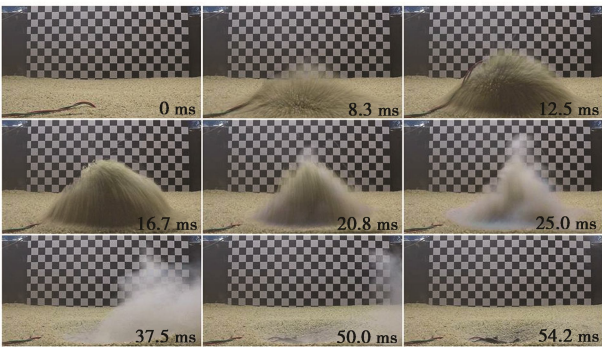


图 3 浅埋爆炸抛掷成坑过程（CE-1 试验组）  
Fig. 3 Cratering process of buried explosion test CE-1

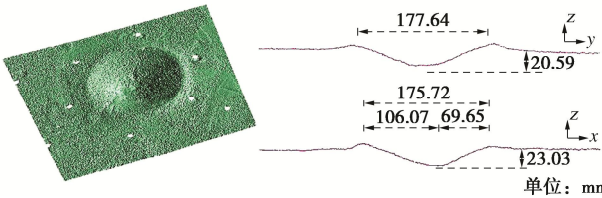
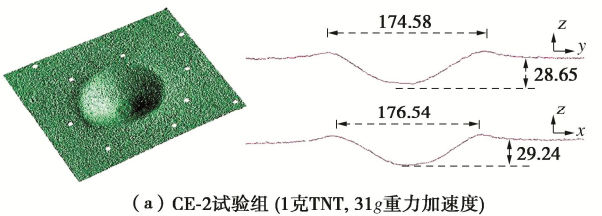


图 4 浅埋爆炸弹坑轮廓及剖面图（CE-1 试验组）  
Fig. 4 Apparent crater profiles of buried explosion test CE-1

触地爆炸离心模型试验（CE-2~CE-4）对应同一原型工况，互为相似试验组。形成的表观弹坑三维扫描结果和剖面尺寸如图 5 所示，由图 5 可见各组试验中沿着离心机转臂方向和转动方向上的弹坑尺寸十分接近，在 1000，125，25 mg 药量下，形成的表观弹坑平均直径分别为 175.56，91.67，55.45 mm，分别对应原型弹坑直径 5.44，5.68，5.88 m，3 组试验结果较为接近，证明了 modeling of models 试验组之间的相似性。且各组试验弹坑形态均较为对称，表明科氏力对于触地爆炸离心模型试验中的表观弹坑形成基本没有影响。



(a) CE-2试验组 (1克TNT, 31g重力加速度)



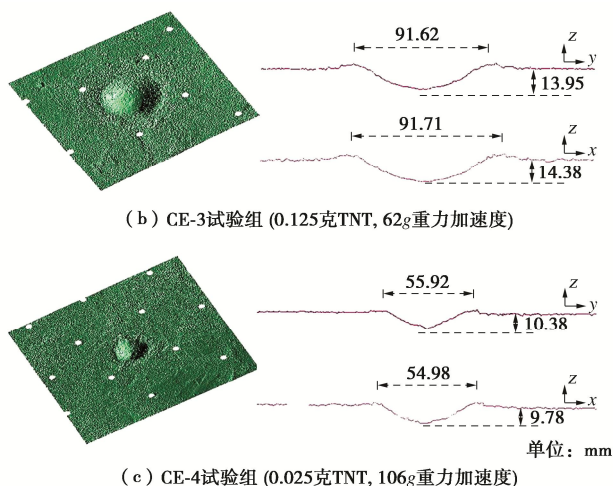


图 5 触地爆炸弹坑轮廓及剖面图 (CE-2~CE-4 试验组)

Fig. 5 Apparent crater profiles of surface explosion tests  
CE-2~CE-4

## 2 爆炸成坑相似律

本节将通过量纲分析和离心试验等手段研究爆炸成坑相似律。首先分析目前应用较为广泛的 Baker 弹坑公式和 Schmidt 弹坑公式的不足, 然后推导了能够综合描述浅埋和触地爆炸工况的弹坑相似关系式, 并根据离心试验结果对提出的相似关系进行了验证和标定, 给出了弹坑半径计算公式。

### 2.1 Baker 弹坑相似律

Baker 等<sup>[4]</sup>选取爆炸能量  $W$ 、炸药埋深  $d$ 、弹坑半径  $R$ 、土体密度  $\rho$ 、土体强度  $\sigma$  (应力量纲)、土体自重参数  $K$  (重度量纲) 共 6 个基本量进行了量纲分析, 得到 3 个无量纲数之间的关系:

$$\frac{R}{d} = f\left(\frac{W^{1/3}}{\sigma^{1/3}d}, \frac{W^{1/4}}{K^{1/4}d}\right). \quad (1)$$

Baker 等<sup>[4]</sup>在大量现场试验数据基础上, 综合考虑土体强度和重力加速度对爆炸成坑的影响, 并用  $\rho g$  和  $\rho c^2$  ( $c$  为土体中传播的地震波速) 分别替换  $\sigma$  和  $K$ , 采取了如下的成坑关系式:

$$\frac{R}{d} = f\left(\frac{W^{7/24}}{\rho_s^{7/24} g^{1/8} c^{1/3} d}\right). \quad (2)$$

然而 Baker 弹坑相似律主要基于现场试验数据, 进行参数替换后公式中的地震波速参数较难确定, 不方便直接用于离心试验结果分析和工程应用。且式(2)仅适用于炸药放置于一定埋深 ( $d>0$ ) 的爆炸情况, 无法应用于触地爆炸 ( $d=0$ ) 弹坑半径的计算。

### 2.2 Schmidt 弹坑相似律

Schmidt 等<sup>[5, 8]</sup>选取弹坑体积  $V$ , 炸药质量  $W$ , 炸药能量密度  $Q$ , 装药密度  $\delta$ , 埋深  $d$ , 土体密度  $\rho_s$ , 重力加速度  $g$ , 土体强度  $Y$  共 7 个基本量进行了量纲分

析, 得到 5 个无量纲数:

$$\pi_1 = \frac{\rho V}{W}, \pi_2 = \frac{g}{Q} \left(\frac{W}{\delta}\right)^{\frac{1}{3}}, \pi_3 = d \left(\frac{\delta}{W}\right)^{\frac{1}{3}}, \pi_4 = \frac{\rho}{\delta}, \pi_5 = \frac{Y}{\rho Q}. \quad (3)$$

触地爆炸工况下,  $\pi_3=0$ , 若不改变炸药和土体性质, 弹坑体积可由  $\pi_1$  和  $\pi_2$  两个无量纲数确定, 经过大量离心试验验证和标定, Schmidt 给出了触地爆炸弹坑相似关系式为

$$\pi_1 \pi_2^x = \text{const}. \quad (4)$$

对于炸药埋置在一定深度时产生的弹坑, 弹坑体积相似关系则需同时考虑  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  和  $\pi_3$  3 个无量纲数。Schmidt 给出弹坑体积拟合公式为:

$$\pi_1 \pi_2^{1/4} = f(\pi_3 \pi_2^{1/6}). \quad (5)$$

触地爆炸弹坑公式(4)得到了大量离心试验数据的验证, 适用性较好, 且仅涉及两个无量纲数, 应用较为方便。然而浅埋爆炸弹坑公式(5)涉及 3 个无量纲数, 弹坑公式较为复杂, 且式(5)主要是基于大量现场试验数据拟合得出, 拟合数据选择时未严格考虑土体性质的影响, 同时使用了黏性土和砂性土中爆炸弹坑数据。另外, 由于波音公司离心机容量的限制 ( $66 \text{ g}\cdot\text{t}$ ), Schmidt 等开展的离心机试验工况主要为触地爆炸和少量浅埋爆炸, 因此式(5)对炸药埋深稍大的成坑试验的适用性还有待验证。

将前人研究<sup>[18, 11, 13]</sup>中相关干砂中浅埋爆炸成坑的离心模型试验数据与本文试验结果按式(5)进行归纳拟合, 如图 6 所示, 可见无量纲组合数  $\pi_1 \pi_2^{1/4}$  和  $\pi_3 \pi_2^{1/6}$  大致呈现线性关系, 但试验数据分布较为离散, 公式拟合度不佳, 相关系数仅为 0.4434, 表明式(5)的可信度较低, 并不适合用于浅埋爆炸弹坑尺寸的预测。

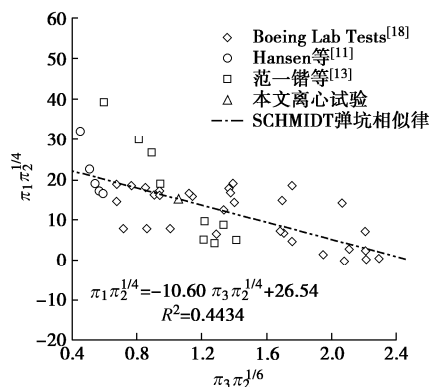


图 6 Schmidt 砂土中浅埋爆炸弹坑相似律验证与标定

Fig. 6 Validation and calibration of Schmidt's scaling law for buried explosion crater in sand

### 2.3 本文提出的弹坑相似律

典型地下爆炸成坑过程可分为 3 个基本阶段<sup>[19]</sup>:

首先是空腔形成阶段,为炸药能量与土体耦合的初始阶段,在土体内部形成对称的球形空腔;二是气相加速阶段,爆炸空腔中的爆轰气体推动土体向外运动,该过程中大部分爆炸能量耗费于加速指向自由表面的土体运动上,还有一部分用于克服被抛掷岩土与相邻土体间的黏聚力;最后是形态调整阶段,抛掷物在重力场中惯性飞散回落,回填初始弹坑并在地表附近形成堆积物。爆源埋置深度会显著影响以上 3 个阶段在爆炸成坑中发挥的作用<sup>[20]</sup>。基于此,本文从成坑 3 个阶段的能量耗散的角度出发,考虑爆炸能量  $E$ ,环境大气压力  $p_a$ ,埋深  $d$ ,土体密度  $\rho_s$ ,重力加速度  $g$ ,土体黏聚力  $\sigma_c$  等因素对表观弹坑半径  $B$  的影响,利用  $\pi$  定理可得到以下 4 个无量纲数:

$$\pi_1 = \frac{B}{d}, \pi_2 = \frac{E}{\rho_s g d^4}, \pi_3 = \frac{E}{p_a d^3}, \pi_4 = \frac{E}{\sigma_c d^3} \quad (6)$$

式中:  $\pi_1$  为几何相似无量纲数;  $\pi_2 \sim \pi_4$  为爆炸总能量与抛掷成坑过程消耗能量之比,  $\pi_2$  为土体抬升过程克服重力效应做功所消耗能量,  $\pi_3$  为抛掷过程克服空气阻力做功所消耗能量,  $\pi_4$  为土体单位体积应变能,则弹坑半径与其他影响参数间的关系可表示为

$$\frac{B}{d} = f\left(\frac{E}{\rho_s g d^4}, \frac{E}{p_a d^3}, \frac{E}{\sigma_c d^3}\right) \quad (7)$$

将地下爆炸抛掷成坑过程的影响参数按环境因素(重力加速度  $g$ ,环境大气压力  $p_a$ )和介质强度特性(土体黏聚力  $\sigma_c$ )分别考虑,式(7)可改写为

$$\frac{B}{d} = f\left[\frac{E}{(\rho_s g d + p_a) d^3}, \frac{E}{\sigma_c d^3}\right] \quad (8)$$

其中定义  $\bar{\pi}_2$ :

$$\bar{\pi}_2 = \frac{E}{(\rho_s g d + p_a) d^3} \quad (9)$$

无量纲数  $\bar{\pi}_2$  综合反映了重力、埋深以及大气压力对爆炸成坑的影响。

对于砂土、粉质黏土等黏聚力  $\sigma_c$  较小的材料,  $\pi_4$  可忽略,式(8)可简化为

$$\frac{B}{d} = f\left[\frac{E}{(\rho_s g d + p_a) d^3}\right] \quad (10)$$

即无黏性土中一定埋深下的爆炸弹坑相似关系可以通过  $\pi_1$  和  $\bar{\pi}_2$  两个无量纲数表征。

本文爆炸离心模型试验均在干砂介质中开展,弹坑相似律分析中土体黏聚力  $\sigma_c$  可忽略,浅埋爆炸试验得到的弹坑半径结果适用于式(10)的描述。将前人研究<sup>[18, 11, 13]</sup>中相关干砂中浅埋爆炸成坑的离心模型试验数据与本文试验结果按式(10)进行归纳,并绘制于双对数坐标轴上,如图 7 所示,两个无量纲数  $\pi_1$  和  $\bar{\pi}_2$  在对数坐标中表现为线性关系,其拟合公式为

$$\pi_1 \bar{\pi}_2^{-0.4737} = 0.1534 \quad (11)$$

大量试验数据之间存在良好的规律性,相关系数达到 0.9164,验证了所推导弹坑公式的合理性。通过式(11),在已知环境、土体和炸药基本参数的条件下,就可求出其他不同当量和埋深下的爆炸弹坑半径尺寸。

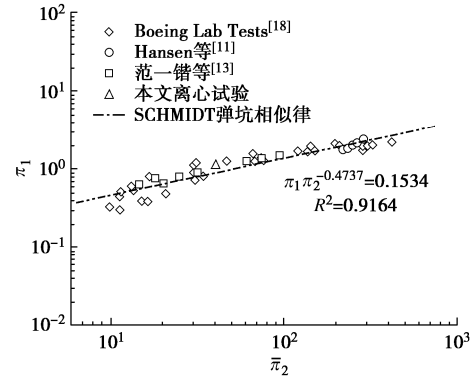


图 7 本文砂土中浅埋爆炸弹坑相似律验证与标定

Fig. 7 Validation and calibration of proposed scaling law for buried explosion crater in sand

对于触地爆炸工况,埋深  $d=0$ ,量纲分析中不考虑  $d$  的影响,在式(7)中用炸药等效半径  $r_a$  替代埋深  $d$ ,同时考虑炸药爆炸释放的总能量:

$$E = Q_v \cdot \frac{4}{3} \pi r_a^3 \quad (12)$$

式中:  $Q_v$  表示炸药单位体积释放的能量,可得

$$\pi_5 = \frac{B Q_v^{1/3}}{E^{1/3}}, \pi_6 = \frac{Q_v^{4/3}}{\rho_s g E^{1/3}}, \pi_7 = \frac{Q_v}{p_a}, \pi_8 = \frac{Q_v}{\sigma_c} \quad (13)$$

$$\frac{B Q_v^{1/3}}{E^{1/3}} = f\left(\frac{Q_v^{4/3}}{\rho_s g E^{1/3}}, \frac{Q_v}{p_a}, \frac{Q_v}{\sigma_c}\right) \quad (14)$$

式(14)中  $\pi_7$ ,  $\pi_8$  两项仅表征环境和材料参数的影响,其数值变化范围很小,可忽略其影响,则式(14)可简化为

$$\frac{B Q_v^{1/3}}{E^{1/3}} = f\left(\frac{Q_v^{4/3}}{\rho_s g E^{1/3}}\right) \quad (15)$$

即触地爆炸弹坑相似关系可以通过  $\pi_5$  和  $\pi_6$  两个无量纲数表征。

将前人研究<sup>[8,21]</sup>中相关干砂中触地爆炸成坑的离心模型试验数据与本文试验结果按式(15)进行归纳,结果如图 8 所示。由图 8 可见,本文分别在 31g, 62g 和 106g 下开展的 3 组相似试验数据结果基本重叠,符合相似第一定理,同样也证明了试验结果的可靠性。从 1g 常重力试验到 463g 超重力试验,两个无量纲数  $\pi_5$  和  $\pi_6$  在对数坐标中均呈现出良好的线性关系,验证了本文推导的触地爆炸弹坑相似律的合理性,其拟合公式为

$$\pi_5 \pi_6^{-0.1370} = 1.1627 \quad (16)$$

同样地, 在已知环境、土体和炸药基本参数的条件下, 就可求出其他不同当量的触地爆炸弹坑半径尺寸。

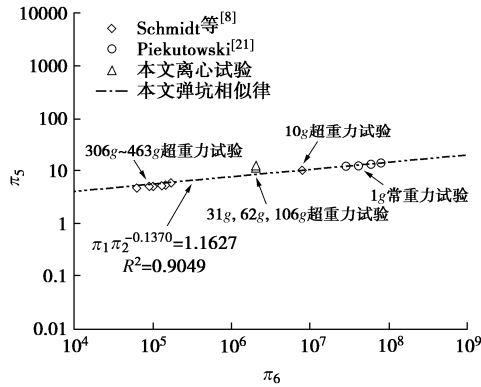


图8 本文砂土中触地爆炸弹坑相似律验证与标定

Fig. 8 Validation and calibration of proposed scaling law for surface explosion crater in sand

保持炸药、土体介质类型和环境大气压力不变, 式(15)可进一步简化为

$$\frac{B}{E^{1/3}} = f\left(\frac{1}{gE^{1/3}}\right) \quad (17)$$

特殊地, 对于互为相似的触地爆炸试验(modelling of models), 根据相似第一定理, 各组试验中的相似准数相等, 由此易得

$$B \propto E^{1/3}, \quad (18a)$$

$$B \propto \frac{1}{g}. \quad (18b)$$

此时的弹坑半径与爆炸能量的立方根和重力加速度的倒数正相关。

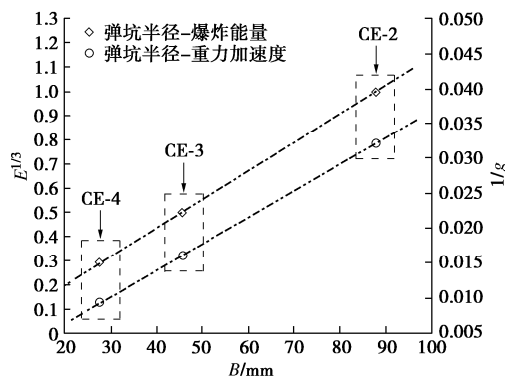


图9 触地爆炸试验弹坑相似关系(CE-2~CE-4)

Fig. 9 Similarities of surface explosion tests CE-2~CE-4

将本文不同药量和离心加速度工况下的3组触地爆炸试验结果按式(18a), (18b)进行整理归纳, 如图9所示, 弹坑半径  $B$  与爆炸能量的立方根  $E^{1/3}$ 、重力加速度的倒数  $1/g$  呈现良好的线性关系, 弹坑半径  $B$  随着  $E^{1/3}$  和  $1/g$  的增大而增大, 这表明该3组按相

似工况设计的模型试验获得了相似的结果, 证明了本文推导的触地弹坑相似关系式(18a), (18b)的正确性, 也反映了本文试验数据的可靠性。

其他工况下的爆炸成坑试验, 则仍需按式(8)综合考虑埋深、药量、重力加速度和土体黏聚力对弹坑尺寸的影响。

综上所述, 本文提出的弹坑相似律综合考虑了爆炸中成坑3个阶段中的各种影响因素, 能够适用于触地和浅埋爆炸工况, 并针对干砂中的大量离心机试验和常重力试验弹坑数据取得了良好的归一化结果, 且弹坑公式形式较为简洁, 仅涉及两个无量纲数, 便于应用。该方法可为爆炸成坑结果和规律的归纳分析提供一定指导和参考。

### 3 科氏力作用分析

离心模型试验在旋转的模型箱中完成, 模型内的物质运动将受到非惯性系效应的影响。非惯性系作用力包括均匀离心力、非均匀离心力和科氏力3部分<sup>[22]</sup>。本文开展的浅埋爆炸离心试验组中, 土体抛掷回落的运动轨迹以及最终表现弹坑的轮廓表现出明显的非对称性, 考虑为受到了离心机非惯性系效应的影响。建立超重力离心场中的运动坐标系如图10所示。

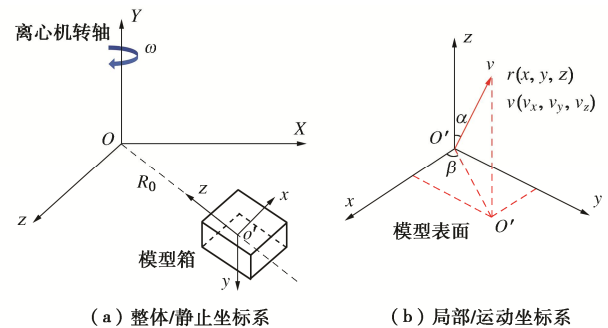


图10 离心模型坐标系

Fig. 10 Coordinate system in centrifuge

质点在离心超重力场中的运动控制方程为

$$m \frac{dv}{dt} = F + F_{R_0} + F_r + F_c, \quad (19a)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{R_0} &= -m\omega \times (\omega \times R_0) \\ F_r &= -m\omega \times (\omega \times r) \\ F_c &= -2m\omega \times v \end{aligned} \right\}. \quad (19b)$$

式中:  $F_{R_0}$  为均匀离心力;  $F_r$  为非均匀离心力;  $F_c$  为科里奥利力。

考虑土颗粒运动过程中受到的外力  $F$  主要为空气阻力<sup>[23]</sup>的作用:

$$F = \frac{1}{2} C_d \rho_a S v^2 \quad (20)$$

式中:  $C_d$  为空气阻力系数;  $\rho_a$  为空气密度;  $S$  为土颗

粒有效横截面积;  $v$  为土颗粒运动速度。综上可建立土颗粒运动控制方程, 并求得任一时刻土颗粒位置坐标的解析解:

$$\left. \begin{aligned} x &= (\lambda_1 + \lambda_3 t) \cos \omega t - (\lambda_2 + \lambda_4 t) \sin \omega t - \frac{F_x}{m\omega^2}, \\ y &= \lambda_5 + \lambda_6 t + \frac{F_y}{2m} t^2, \\ z &= (\lambda_1 + \lambda_3 t) \sin \omega t + (\lambda_2 + \lambda_4 t) \cos \omega t - \frac{F_z}{m\omega^2} - R_0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

其中,  $\lambda_1 \sim \lambda_5$  为和初始条件有关的常数, 表达如下:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= x_0 + \frac{F_x}{m\omega^2}, \\ \lambda_2 &= z_0 + R_0 + \frac{F_z}{m\omega^2}, \\ \lambda_3 &= v_{x0} + \omega z_0 + \omega R_0 + \frac{F_z}{m\omega}, \\ \lambda_4 &= v_{z0} - \omega x_0 - \frac{F_z}{m\omega}, \\ \lambda_5 &= y_0, \quad \lambda_6 = v_{y0}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

将浅埋爆炸抛掷成坑过程简化为具有一定初速度的土颗粒从爆源中心以不同的角度抛出, 在重力、空气阻力和非惯性系效应作用下回落堆积在地面形成最终表观弹坑。

由图 3 可见, 浅埋爆炸中模型表面隆起的砂土穹顶形状较为规则, 表明砂土颗粒的运动初速度的竖直分量占主导, 即出射速度  $v_0$  与  $z$  轴夹角  $\alpha$  较小, 大约分布在  $0 \sim 20^\circ$ 。根据图 3 中不同时刻的土表面隆起高度, 忽略土颗粒间的相互作用, 可计算出土颗粒由土表面出射的最大竖向初速度为  $v_0 = 12.82$  m/s。取土颗粒出射速度  $v_0 = 12.82$  m/s 进行计算, 以不同出射角  $\beta$  抛出 ( $\alpha = 20^\circ$ ) 的土颗粒运动轨迹模拟结果如图 11 所示。

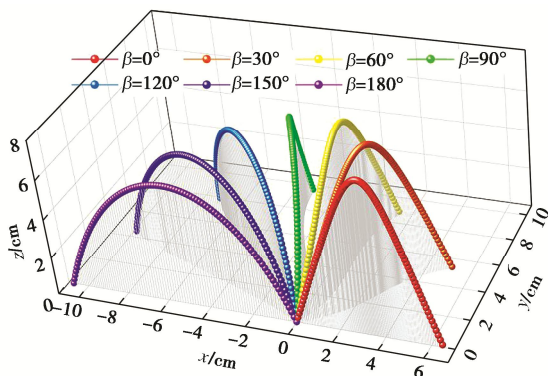


图 11 爆炸成坑中土颗粒抛掷轨迹模拟 (CE-1 试验组)

Fig. 11 Simulation of motion trajectory of sand particles in buried explosion test CE-1

进一步可计算以不同出射角  $\alpha$  和  $\beta$  抛出的土颗粒

在模型表面的落点, 以此表征最终的表现弹坑范围, 计算结果如图 12 所示, 落点位置整体向  $x$  轴负方向偏移, 以爆源中心为坐标原点, 土颗粒在  $x$  轴落点范围约为  $-10.9 \sim +6.5$  cm, 而在  $y$  轴比较对称, 落点范围约为  $-9.2 \sim 9.2$  cm; 将落点模拟结果与实测弹坑高程灰度图进行对比, 弹坑底部相较爆源初始位置发生了向  $x$  轴负方向的偏移, 导致弹坑形态在  $x$  方向表现出较明显的不对称性, 而在  $y$  方向的模拟落点和实测弹坑形态较为对称, 模拟结果与离心模型试验结果较为接近。另外, 由于爆源埋置于模型中心, 且最终成坑的范围较小, 非均匀离心力  $F_r$  可以忽略, 前文试验和模拟结果中出现的弹坑偏移主要考虑为科氏力  $F_c$  作用的结果。

由上述分析结果可得, 科氏力主要通过影响土颗粒抛掷回落的运动过程 (即成坑过程的第二、第三阶段) 来影响最终成坑形态, 对于浅埋爆炸试验组, 炸药上方具有一定厚度的覆盖土层, 成坑机制的 3 个阶段均起到重要作用, 因此观察到了科氏力作用引起的弹坑偏移; 而触地爆炸试验组中, 土体在爆炸荷载作用下主要向下方和两侧运动, 成坑机制的第一阶段占主导作用, 因此最终弹坑基本不受科氏力作用的影响。

前人研究中对于离心模拟爆炸成坑中的科氏力效应的矛盾主要来源于试验工况和测量手段的限制, 大部分学者开展的爆炸成坑离心试验中是将炸药放置在地表或较小埋深处, 土颗粒无法获得足够的竖向初速度, 成坑过程的第一阶段占主导, 因而在弹坑结果中没有观察到科氏力作用。其次是科氏力作用主要影响弹坑的形态对称性, 而对弹坑各个方向的半径尺寸影响不大, 以往研究中大多采用手工测量的方法, 难以获得精确的弹坑结果, 从而对科氏力作用造成误判, 本文采用的三维激光扫描手段则能较为准确地记录弹坑的轮廓和尺寸信息, 有利于精确定量分析离心模拟爆炸成坑过程中的科氏力作用。

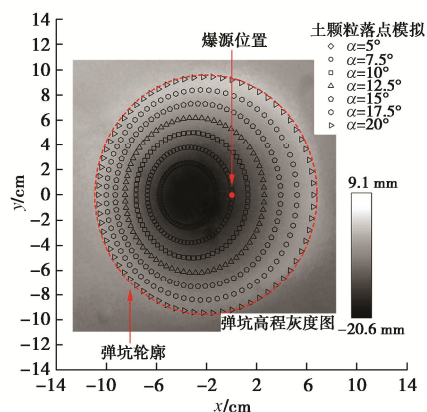


图 12 土颗粒落点模拟与试验结果对比 (CE-1 试验组)

Fig. 12 Comparison of simulated and experimental results of drop points of sand particles in buried explosion test CE-1



由式(19b)可知, 土体运动时受到的均匀离心力、非均匀离心力和科氏力3部分作用力的相对大小与离心机转动半径和转速有关, 因此可通过改变离心机半径或离心加速度来减小科氏力引起的弹坑偏移相对误差。本文给定坐标系中, 弹坑剖面向X轴负方向偏移, 定义弹坑相对偏移量 $\xi$ 为

$$\xi = \frac{(|x^-| - |x^+|)}{2 \times (|x^-| + |x^+|)} \times 100\% \quad (23)$$

假设浅埋爆炸成坑试验工况不变, 分别改变离心机半径和离心加速度, 计算得出弹坑偏移量的变化情况如图13所示。弹坑偏移量随着离心机半径和离心加速度的增大而减小, 即采用更大旋转半径的离心机设备以及在更高离心加速度下开展爆炸成坑试验可以显著减小科氏力引起的弹坑偏移, 减小实验误差。本文浅埋爆炸成坑试验在ZJU-400离心机(有效半径4.0 m)上进行, 试验弹坑偏移量 $\xi$ 约为12.2%。目前世界上已建成的最大离心机为美国陆军工程师兵团离心机(USACE), 其有效半径为6.0 m, 最高离心加速度350g; 另外浙江大学正在研发建设的超重力离心模拟与实验装置(CHIEF)<sup>[24]</sup>, 其3台主机之一的重载离心机有效旋转半径达7.5 m, 最大加速度可达500g。若保持本试验工况和初始条件不变, 在USACE和CHIEF重载机中开展成坑试验相较ZJU-400能够分别减小54.7%和70.1%的相对误差。

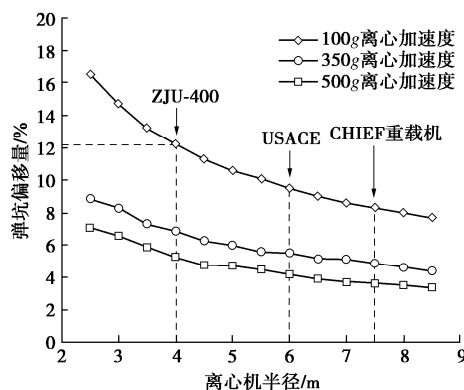


图13 弹坑偏移量随离心机半径和离心加速度变化

Fig. 13 Crater offset errors against centrifuge radius for different centrifugal accelerations

综上, 本文提出的科氏力分析方法能够定量计算浅埋爆炸离心试验中的弹坑偏移量, 计算结果与试验结果较为吻合, 解释了前人相关研究中的矛盾点; 同时利用该方法可以进一步预测不同工况下的弹坑偏移误差, 为相关成坑试验设计和结果分析提供一定参考。

## 4 结 论

利用ZJU-400土工离心机开展了砂土中的浅埋和

触地爆炸成坑离心模型试验, 探究不同重力加速度、药量和埋深工况下的爆炸成坑规律, 建立并验证了弹坑尺寸相似关系, 定量分析了离心模拟爆炸成坑过程中的科氏力效应, 得到以下3点结论。

(1) 根据爆炸成坑3个阶段中的能量分配, 分别推导了浅埋和触地爆炸弹坑尺寸相似律, 建立了弹坑半径与重力、埋深、药量等影响因素的函数关系。

(2) 开展了干砂中的爆炸成坑离心模型试验, 采用三维激光扫描记录了弹坑轮廓信息, 对提出的弹坑相似律进行了验证和标定, 给出了弹坑半径计算公式。其相比传统Schmidt弹坑公式能更好地预测浅埋爆炸弹坑尺寸。

(3) 科氏力主要通过改变土体抛掷回落运动轨迹来影响最终的弹坑形态, 浅埋爆炸试验中明显观察到科氏力的影响, 形成了非对称弹坑, 弹坑轮廓向着离心机转动方向偏移; 触地爆炸则基本不受科氏力影响。对科氏力引起的弹坑偏移进行了定量分析和数值模拟, 使用更大半径的离心机设备和采用更高的离心加速度可以显著减小科氏力引起的弹坑偏移误差。

本文研究对爆炸成坑效应的离心物理模拟技术和理论分析提供了依据, 对民用和军事地下爆炸工程具有一定的指导意义, 但对于其他类型岩土介质中的爆炸成坑效应还有待进一步的试验研究。

## 参考文献:

- [1] MANDAL J, GOEL M D, AGARWAL A K. Surface and buried explosions: an explorative review with recent advances[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2021, 28(7): 4815-4835.
- [2] 波克罗夫斯基 Г И, 费多罗夫 И С. 在变形介质中冲击与爆破作用[M]. 刘清荣, 黄文彬, 译. 北京: 中国工业出版社, 1965. (POKROVSKY G I, FYODOROV I S. Impact and Explosion Effects in a Deformable Medium[M]. LIU Qingrong, Huang Wenbin, Trans. Beijing: China Industry Press, 1965. (in Chinese))
- [3] HENRYCH J. 爆炸动力学及其应用[M]. 熊建国, 译. 北京: 科学出版社, 1987. (HENRYCH J. The Dynamics of Explosion and its Use[M]. XIONG Jianguo, trans. Beijing: Science Press, 1987. (in Chinese))
- [4] BAKER W E, WESTINE P S, DODGE F T. Similarity methods in engineering dynamics: theory and practice of scale modeling[M]. Amsterdam: Elsevier, 1991.
- [5] SCHMIDT R M. A centrifuge cratering experiment: development of a gravity-scaled yield parameter[C]// Impact and Explosion Cratering. New York, 1977.



- [6] SCHMIDT R M, HOLSAPPLE K A. Centrifuge Crater Scaling Experiment I: Granular Soils[R]. Seattle: Boeing Aerospace Company, 1978.
- [7] SCHMIDT R M, HOLSAPPLE K A. Centrifuge Crater Scaling Experiment II: Material Strength Effects[R]. Seattle, Washington, USA: Boeing Aerospace Company, 1979.
- [8] SCHMIDT R M, HOLSAPPLE K A. Theory and experiments on centrifuge cratering[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1980, **85**(B1): 235-252.
- [9] GOODINGS D J, FOURNEY W L, DICK R D. Geotechnical Centrifuge Modeling of Explosion Induced Craters: A Check for Scaling Effects[R]. Maryland: The University of Maryland, 1988.
- [10] BROWNELL K C, CHARLIE W A. Centrifuge Modeling of Explosion-induced Craters in Unsaturated Sand[R]. Fort Collins: Colorado State University, Fort Collins, 1992.
- [11] HANSEN C, PAK R Y S. Centrifuge characterization of buried, explosive-induced soil ejecta kinematics and crater morphology[J]. *Journal of Dynamic Behavior of Materials*, 2016, **2**(3): 306-325.
- [12] 马立秋, 张建民. 黏性土爆炸成坑和地冲击传播的离心模型试验研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, **30**(增刊 1): 3172-3178. (MA Liqiu, ZHANG Jianmin. Centrifugal model testing study of explosion-induced craters and propagation of ground shock in clay[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, **30**(S1): 3172-3178. (in Chinese))
- [13] 范一锴, 陈祖煜, 梁向前, 等. 砂中爆炸成坑的离心模型试验分析方法比较[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, **30**(增刊 2): 4123-4128. (FAN Yikai, CHEN Zuyu, LIANG Xiangqian, et al. Comparison of three methods for geotechnical centrifuge model tests of explosion cratering in sand[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, **30**(S2): 4123-4128. (in Chinese))
- [14] KUTTER B L, O'LEARY L M, THOMPSON P Y. Centrifugal modeling of the effect of blast loading on tunnels [C]// Addendum to Proceedings of the Second Symposium on the Interaction of Non-Nuclear Munitions with Structures. FL, USA, 1985.
- [15] GILL J J, KUENNEN S T. Half-space modeling of explosively-formed craters[C]// Proceedings of the International Conference on Centrifuge. 1991.
- [16] HOLSAPPLE K A, SCHMIDT R M. On the scaling of crater dimensions: 1. Explosive processes[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1980, **85**(B12): 7247-7256.
- [17] STEEDMAN R S. Centrifuge modeling for dynamic geotechnical studies[C]// Proceedings: 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. MO, USA, 1991.
- [18] HOLSAPPLE K A, Housen K R. Craters from impacts and explosions V 2.2.2[DB/OL]. <http://keith.aa.washington.edu/craterdata/scaling/index.htm>, 2017.
- [19] 钱七虎. 岩石爆炸动力学的若干进展[J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, **28**(10): 1945-1968. (QIAN Qihu. Some advances in rock blasting dynamics[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, **28**(10): 1945-1968. (in Chinese))
- [20] MANDAL J, GOEL M D, AGARWAL A K. Underground structures subjected to various blast loading scenarios: a scoping review[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2022, **29**(4): 2491-2512.
- [21] PIEKUTOWSKI A J. Laboratory-scale High-explosive Cratering and Ejecta Phenomenology Studies[R]. NM, USA: Air Force Weapons Lab, Air Force Systems Command, 1974.
- [22] 凌道盛, 施昌宇, 郑建靖, 等. 离心模型试验物质运动非惯性系效应[J]. *岩土工程学报*, 2021, **43**(2): 226-235. (LING Daosheng, SHI Changyu, ZHENG Jianjing, et al. Non-inertial effects on matter motion in centrifugal model tests[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, **43**(2): 226-235. (in Chinese))
- [23] CATALFAMO R S. Dynamic modeling of speed skiing[J]. *American Journal of Physics*, 1997, **65**(12): 1150-1156.
- [24] CHEN Y M, TANG Y, LING D S, et al. Hypergravity experiments on multiphase media evolution[J]. *Science China Technological Sciences*, 2022, **65**(12): 2791-2808.