

DOI: 10.11779/CJGE20230715

基于静力触探试验和变维联合后验分布的土层剖面 高效优化识别方法

曹子君¹, 胡超², 王亚飞³, 苗聪^{*4}, 刘涛⁵, 洪义⁶, 郑硕⁷

(1. 西南交通大学高速铁路线路工程教育部重点实验室, 智慧城市与交通学院, 四川 成都 611756; 2. 武汉大学水资源工程与调度全国重点实验室, 湖北 武汉 430072; 3. 中铁第四勘察设计院集团有限公司, 湖北 武汉 430063; 4. 香港城市大学土木与建筑工程系, 香港 999077; 5. 中国海洋大学山东省海洋环境与地质工程重点实验室, 山东 青岛 266100; 6. 浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310058; 7. 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司, 浙江 杭州 311122)

摘要: 基于静力触探试验数据的土体力学分类方法(如土体分类指数 I_c) 应用广泛。然而, 基于土体分类指数划分土层依赖于工程经验, 主观不确定性较大, 土体力学分层与基于钻孔取样的物性分层未必一致。在贝叶斯学习框架下, 提出了一种基于 I_c 数据和土层力学剖面参数联合概率分布的高效优化识别方法。所提方法基于全高斯概率模型推导土体分类指数 (I_c) 数据的似然函数, 利用模拟退火算法搜索土层剖面参数联合后验分布的最大值, 通过比较不同土层数目对应的联合后验分布最大值识别土层数目和土层厚度(边界)。最后, 通过杭州某地铁区间 CPT 数据和模拟数据说明了所提方法的合理性和有效性, 并结合土层识别结果说明了所提方法的分层原理和特点。结果表明: 所提方法基于 I_c 数据识别土体力学分层的计算效率显著提高, 适用于不同深度 CPT 数据分析, 计算流程较简便, 便于工程应用。

关键词: 静力触探试验; 土体力学分层; 贝叶斯方法; 空间变异性

中图分类号: TU413

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)02-0346-09

作者简介: 曹子君(1987—), 男, 教授, 主要从事岩土工程数据分析、不确定性表征与可靠度设计方面的研究工作。

E-mail: zijuncao@swjtu.edu.cn.

Efficient optimization identification method for soil stratification based on cone penetration test and joint posterior distribution of variable dimensionality

CAO Zijun¹, HU Chao², WANG Yafei³, MIAO Cong⁴, LIU Tao⁵, HONG Yi⁶, ZHENG Shuo⁷

(1. MOE Key Laboratory of High-Speed Railway Engineering, Institute of Smart City and Intelligent Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China; 2. State Key Laboratory of Water Resources Engineering and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 3. China Railway Siyuan Survey and Design Group Co., Ltd., Wuhan 430063, China; 4. Department of Architecture and Civil Engineering, City University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China; 5. Shandong Provincial Key Laboratory of Marine Environment and Geological Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China; 6. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 7. Power China Huadong Engineering Co., Ltd., Hangzhou 311122, China)

Abstract: The mechanical stratification of soils based on the cone penetration test data (such as soil classification index I_c) is widely applied. However, the soil stratification based on I_c depends on engineering experience, and the subjective uncertainty is prominent. The mechanical stratification of soils is not necessarily consistent with the stratification based on borehole sampling. An efficient optimization identification method based on I_c data and the joint probability density function of mechanical profile parameters of soils is proposed under the framework of the Bayesian learning. The proposed method utilizes a full Gaussian probabilistic model to derive the likelihood function and then optimizes the maxima of the joint probability density function of mechanical profile parameters of soils using the simulated annealing algorithm. Subsequently, the number of soil layers and the associated soil thicknesses or boundaries are obtained by comparing the maxima of the joint probability density function with respect to the different numbers of soil layers. Finally, the rationality and validity of the proposed method are illustrated by a set of CPT data obtained from a subway section in Hangzhou and the simulated data, and the stratification principle and characteristics of the proposed method are illustrated with

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52278368, 42277139)

收稿日期: 2023-07-27

*通信作者 (E-mail: congmiao@cityu.edu.hk)

the identification results of soil profiles. The results show that the calculation efficiency of the proposed method for identifying the mechanical stratification of soils based on the I_c data is significantly improved, and it is suitable for analyzing the CPT data with different sounding depths. The calculation procedure of the proposed approach is relatively simple and is convenient for engineering applications.

Key words: cone penetration test; mechanical soil stratification; Bayesian method; spatial variability

0 引言

根据勘探资料合理识别场地特征是岩土工程分析设计的基础, 包括土体参数、土层剖面信息等^[1]。静力触探试验 (cone penetration test, CPT) 因其具有操作误差小、可重复性高、快速提供土层沿深度分布的力学特性等优点, 在岩土工程场地勘察中广泛应用^[2-3]。比如, 利用 CPT 数据与土体力学性质相关的特征, 基于 CPT 数据的变化趋势解译土层信息, 根据土体沿深度分布的力学特性识别土层剖面, 与基于现场取样的室内土工试验土层划分结果对比分析, 为岩土工程设计提供依据^[4]。

为此, 文献中基于静力触探试验数据提出了土体分类指数 I_c 和基于 I_c 的土体经验分类图表^[5-10]。其中, 刘松玉等^[10]通过分析江苏省不同地质成因的 14 个试验场地中 95 套 CPTU 及其邻近钻孔数据信息, 发现 Robertson 等^[8]提出的土体分类图表对中国土体分类标准较为适用, 并对其进行修正, 使之与中国《岩土工程勘察规范 (GB 50021-2001)》^[11]中土体分类标准一致。因此, 在利用 CPT 数据计算得到 I_c 值后, 可以根据修正后的土体经验分类图表划分土层剖面。

需要指出, CPT 无法直接提供土样, 需要根据 I_c 值推断土体类别。然而, 基于 I_c 值的力学土体划分标准与根据钻孔取样的土体物性分类标准有所不同, 导致基于 CPT 和钻孔的土层划分结果存在差异^[12]。然而, 岩土体作为一种天然材料, 在形成过程中受到搬运介质、沉积环境等因素的影响, 具有碎散性、多相性和天然性, 导致其物理力学性质复杂, 相应的 I_c 值沿深度方向存在离散性和空间变异性。若仅利用沿深度变化的 I_c 值及土体经验分类图表划分土层剖面, 可能存在过多薄层, 与工程实际相悖。因此, 工程应用中往往根据工程经验将薄层合并, 以减少土层数目, 获得合理的土层剖面^[14]。然而, 不同工程师的判断标准及经验不同, 导致土层剖面划分结果存在差异, 存在主观不确定性。

针对上述问题, 文献中提出了基于机器学习模型的土层划分方法, 包括模糊集分析^[14]、聚类分析^[15-17]、小波分析^[18]、贝叶斯系统识别^[13, 19]和隐式马尔科夫随机场^[20-21]等。Cao 等^[19]提出了土层剖面自动识别与不确定性表征贝叶斯方法, 采用二阶平稳随机场模型表征 I_c 数据的空间变异性。相对于其它方法, Cao 等^[19]

所提方法不仅能够识别统计均匀的土层剖面, 而且能够定量表征土层边界的不确定性。然而, 由于需要通过高维积分计算不同土层数目的模型证据确定最可能土层剖面, 当 CPT 探测深度较深、数据量较大时, 该方法的计算效率显著降低; 另一方面, 由于模型证据的求解受到数据量的影响, 导致该方法对于测试深度较短的 CPT 数据 (如滨海滩地勘察) 的适用性较差。此外, 利用该方法识别土层剖面时, 需要提前假定土体参数的空间相关结构, 但是实际土层中土体力学参数的空间相关结构往往未知。因此, 如何在考虑空间变异性条件下根据 CPT 数据高效地划分土层力学剖面, 合理地反映不同土层土体力学响应的差异性仍是一个关键难点。

在贝叶斯学习框架下, 提出了一种基于静力触探试验和变维联合后验分布的土层剖面高效优化识别方法。基于模拟退火优化算法, 所提方法将基于 CPT 数据的土层力学分层问题定义为贝叶斯后验分布优化问题, 直接计算变维联合后验分布, 快速确定最可能土层剖面 (包括土层数目和土层厚度)。此外, 所提方法采用全高斯概率模型表征土体空间变异性, 无需假定土体参数空间相关结构。为此, 首先介绍了基于静力触探试验和变维联合后验分布的土层剖面高效优化识别方法及其计算流程, 通过杭州某地铁区间现场 CPT 数据和两套模拟 I_c 数据说明了所提方法的有效性和合理性, 并结合土层识别结果说明了所提方法的分层原理和特点。

1 基于 CPT 数据的土层力学剖面参数变维联合后验分布

1.1 给定 CPT 数据条件下土层识别贝叶斯方法

在给定一套 CPT 数据条件下, 划分土层剖面需要确定最可能土层数目 N 和土层厚度 $\underline{H}_N = [H_n, n = 1, 2, 3, \dots, N]$ (或相邻土层界面深度 $\underline{D}_N = [D_n, n = 1, 2, 3, \dots, N-1]$)。根据 CPT 数据划分土层可以定义为求解土层厚度 \underline{H}_N 和土层数目 N 的联合条件概率分布 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 。其中, $\underline{\xi} = [\xi_n, n = 1, 2, 3, \dots, N]$ 为根据 CPT 数据计算的 I_c 的对数值 (即 $\underline{\xi} = \ln \underline{I}_c$); $\xi_n = [\xi_{n,i}, i = 1, 2, 3, \dots, m_n]$ 表示第 n 个土层中 m_n 个 I_c 的对数值。在贝叶斯框架下, 该分布可以表示为^[19]

$$P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi}) = \frac{P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)P(\underline{H}_N, N)}{P(\underline{\xi})} \quad (1)$$

式中: $P(\underline{H}_N, N)$ 为土层厚度 \underline{H}_N 和土层数目 N 的联合先验概率分布; $P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)$ 为似然函数; $P(\underline{\xi}) = \iint P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)P(\underline{H}_N, N)d\underline{H}_N dN$ 为归一化常数, 与土层厚度 \underline{H}_N 和土层数目 N 无关。

需要指出, $P(\underline{H}_N, N)$ 为变维度概率密度函数, 即 \underline{H}_N 和 N 同时发生改变, 通常需要先确定最可能土层数目, 再划分最可能土层界面^[19]。为避免同时识别参数 \underline{H}_N 和 N 带来的求解难度, 根据条件概率公式对 $P(\underline{H}_N, N)$ 展开:

$$P(\underline{H}_N, N) = P(\underline{H}_N | N)P(N) \quad (2)$$

将式 (2) 代入式 (1) 可得

$$P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi}) = \frac{P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)P(\underline{H}_N | N)P(N)}{P(\underline{\xi})} \quad (3)$$

在给定 $\underline{\xi}$ 条件下, 通过设置一系列可能的 N 值 (即 $N = 1, 2, 3, \dots, N_{\max}$), 其中 N_{\max} 为 CPT 触探深度范围内可能的最大土层数目, 计算所有候选土层剖面 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 的最大值, 即可确定最可能的土层数目和对应的土层剖面, 分别用 N^* 和 \underline{H}_N^* 表示。由式 (3) 可知, 求解 \underline{H}_N 和 N 的联合后验分布 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 需要确定先验概率分布 $P(\underline{H}_N | N)$ 和 $P(N)$ 以及似然函数 $P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)$, 分述如下。

1.2 先验分布

先验分布 $P(\underline{H}_N, N)$ 反映了获取 CPT 数据之前的土层剖面信息, 包括土层数目和土层厚度。通过条件概率公式对 $P(\underline{H}_N, N)$ 展开后 (式 (2)), $P(N)$ 为 N 的先验概率分布, $P(\underline{H}_N | N)$ 为给定 N 值条件下 \underline{H}_N 的先验概率密度函数, 反映了获取现场勘察信息之前关于 \underline{H}_N 的信息。当 CPT 触探深度内最大可能土层数目为 N_{\max} 且无其它关于 N 的先验信息时, 可以假定每个可能的 N 值发生的概率相等^[19], 即取 $P(N) = 1/N_{\max}$ 。

当土层数目为 N 时, 土层厚度 \underline{H}_N 存在无数种组合, 但其深度之和始终等于 CPT 触探深度 H 。令 $\underline{h} = [h_1, h_2, \dots, h_N]$, 其中 $h_n = H_n / H$, 则 $h_1 + h_2 + \dots + h_N = 1$ 。假设 \underline{h} 服从 Dirichlet 分布, 其概率密度函数为^[22]

$$f(\underline{h}; \underline{\alpha}) = \frac{1}{B(\underline{\alpha})} \prod_{n=1}^N h_n^{\alpha_n-1} = \frac{\Gamma\left(\sum_{n=1}^N \alpha_n\right)}{\prod_{n=1}^N \Gamma(\alpha_n)} \prod_{n=1}^N h_n^{\alpha_n-1} \quad (4)$$

式中: $\underline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_N)$ 为 Dirichlet 分布的参数; $B(\underline{\alpha})$ 为归一化常数, 由多元 Beta 函数表示; $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数。 \underline{h} 分布在 $N-1$ 标准单纯形中, 且对于所有的 h_n 均满足 $h_n \geq 0$ 。如果对于土层厚度 \underline{H}_N 无更多先验信息时, $P(\underline{H}_N | N)$ 通常采用对称 Dirichlet 分布^[19], 此

时 $\underline{\alpha}$ 中所有元素取值相等, 则式 (4) 改写为

$$f(\underline{h}; \underline{\alpha}) = \frac{\Gamma(\alpha N)}{\Gamma(\alpha)^N} \prod_{n=1}^N h_n^{\alpha-1} \quad (5)$$

由于 $h_n = H_n / H$, \underline{H}_N 的先验分布可以表示为

$$P(\underline{H}_N | N) = \frac{\Gamma(\alpha N)}{\Gamma(\alpha)^N} \prod_{n=1}^N H_n^{\alpha-1} \cdot \frac{1}{H^{N\alpha-1}} \quad (6)$$

注意到, 在静力触探试验过程中, 上覆土层和下卧土层会对 CPT 探头锥尖位置处的测量值产生影响^[23], 该“影响区”范围可达 (10~20) 倍锥径^[24]。为合理考虑 CPT 触探过程中该影响区的存在, 同时避免划分不符工程实际的过小“薄层”, 工程师可以结合探头尺寸和工程地质报告设置最小土层厚度。根据最小土层厚度 Δh 和式 (6), \underline{H}_N 的先验分布可改写为

$$P(\underline{H}_N | N) = \frac{\Gamma(\alpha N)}{\Gamma(\alpha)^N} \prod_{n=1}^N \frac{(H_n - \Delta h)^{\alpha-1}}{(H - N\Delta h)^{N\alpha-1}} \quad (7)$$

此外, Fröhlich-Schnatter^[25]通过模拟试验发现, 当 Dirichlet 参数 α 的取值为 4 时, 正确模型后验概率远大于 $\alpha = 1$, 同时在避免过拟合能力方面, $\alpha = 4$ 优于其他值, 故式 (7) 中取 $\alpha = 4$ 。除了上述先验分布, 似然函数的推导也是求解贝叶斯后验分布的关键步骤, 如下所述。

1.3 似然函数

当土层数目为 N 时, 式 (1) 中的似然函数 $P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)$ 定量反映了 CPT 数据 $\underline{\xi}$ 提供的关于 N 层土体剖面的信息。假设土层剖面中不同土层之间的 $\underline{\xi}_n$ 相互独立, 则 $P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)$ 可以表示为

$$P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N) = \prod_{n=1}^N P(\underline{\xi}_n | \underline{H}_N, N) \quad (8)$$

式中: $P(\underline{\xi}_n | \underline{H}_N, N)$ 为第 n 个土层的似然函数。前面提到, 由于岩土体具有复杂的物理力学性质, 导致 I_c 数据剖面异常复杂, 存在离散性和空间变异性。为了合理地考虑岩土体的空间变异性, 需要在似然函数 $P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)$ 建立过程中引入描述 I_c 空间变异性的概率模型, 如 Cao 等^[19]采用的稳态随机场模型。对于稳态随机场, 通常需要假定同一土层内 I_c 的均值、标准差和波动范围, 且同一土层内不同测点的空间相关性由自相关函数表征。常见的自相关函数类型包括单指数型、三角函数型、余弦指数型、二阶马尔科夫型、平方指数型等^[26-27]。然而, 实际土层的自相关函数往往未知, 如何在划分土层剖面过程中合理选择自相关函数类型表征空间变异性仍不为所知。因此, 本文采用全高斯概率模型, 通过均值向量 $\underline{\mu}$ 和协方差矩阵 Σ 直接表征 CPT 数据的空间变异性, 无需假定其空间相关结构^[28]。根据 I_c 计算公式^[8-9], 本文采用对数正态随机场作为 I_c 的概率模型 $M_P(\underline{\theta})$, 其中 $\underline{\theta} = [\underline{\mu}_n, \Sigma_n, n = 1, 2, 3, \dots, N]$ 为模型参数, 则 $\underline{\xi} = \ln \underline{I}_c$ 为正态随机场。对

于第 n 层土体, $\xi_n = \ln I_{cn} \sim N(\underline{\mu}_n, \underline{\Sigma}_n)$ 。图 1 所示为土层划分示意图及本文采用的全高斯随机场模型。

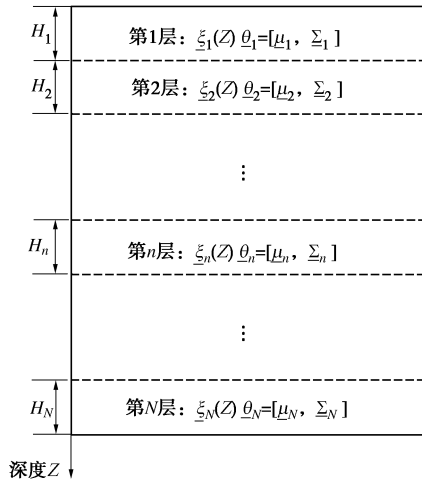


图 1 图土层划分示意图及全高斯随机场模型^[28]

Fig. 1 Illustration of full Gaussian random field model for soil stratification^[28]

为了得到似然函数的解析表达式, 本文采用正态-逆威沙特分布 (Normal-Inverse Wishart, NIW) 作为模型参数 $\theta_n = \{\underline{\mu}_n, \underline{\Sigma}_n\}$ 的先验分布 $P(\underline{\mu}_n, \underline{\Sigma}_n | \underline{H}_N, N)$, 第 n 个土层的似然函数可表示为^[28-29]

$$P(\xi_n | \underline{H}_N, N) = \frac{1}{\pi^{m_n/2}} \left(\frac{k_n}{k'_n} \right)^{m_n/2} \frac{|\underline{S}_n|^{v_n/2} \Gamma_{m_n}(v'_n/2)}{|\underline{S}'_n|^{v'_n/2} \Gamma_{m_n}(v_n/2)}. \quad (9)$$

式中: k_n 为缩放常数, 可取较小值 (如 0.01), 以保证本文所取 NIW 分布为弱信息先验分布; $k'_n = k_n + 1$, $v_n = m_n + 2$, $v'_n = v_n + 1$ 。关于式 (9) 中参数取值和详细说明参考相关文献^[28, 29]。

由上可知, 基于 CPT 数据识别最可能土层剖面等价于计算后验分布 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 的最大值。因此, 本文采用后验分布 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 定义目标函数, 通过模拟退火优化算法对其进行优化, 搜索 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 的最大值, 确定最可能土层剖面的 N^* 和 \underline{H}_N^* 值, 具体介绍如下。

2 土层识别优化目标函数

根据前文所述, 识别最可能土层剖面的关键在于计算后验分布 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 的最大值。本文将计算该问题转化为优化问题, 采用模拟退火算法快速确定目标函数的最大值, 高效识别最可能土层剖面。模拟退火算法在给定初始温度、降温函数等参数条件下引入了与温度相关的概率性接受准则, 从可行解随机出发, 持续进行“备选解-判断-接受/舍弃”的迭代过程, 具有跳出局部最优解, 逐步逼近全局最优解的优势^[30]。此外, Goffe 等^[30]对比了模拟退火算法与 3 种传统优化方法, 结果表明模拟退火算法不仅能找到全局最优

解, 而且鲁棒性较强。因此, 本文采用基于 Metropolis 准则的模拟退火算法优化土层剖面参数, 计算目标函数, 识别最可能土层剖面, 关于模拟退化算法详见文献^[30, 31]。

为了计算方便, 根据式 (3) 将后验分布 $P(\underline{H}_N, N | \underline{\xi})$ 展开, 并将其对数化后作为模拟退火算法的目标函数:

$$Y(\underline{H}_N, N) = \lg [P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N) P(\underline{H}_N | N) P(N)]. \quad (10)$$

由式 (10) 可知, 似然函数 $P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)$ 对计算 $Y(\underline{H}_N, N)$ 至关重要。根据式 (8), (9), $P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N)$ 可表示为

$$P(\underline{\xi} | \underline{H}_N, N) = \frac{1}{(101\pi)^{M/2}} \cdot \prod_{n=1}^N \sigma_n^{-m_n} \cdot \frac{\prod_{n=1}^N \Gamma\left(\frac{m_n+3}{2}\right)}{\left(\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\right)^N}. \quad (11)$$

式中: M 为 CPT 触探深度范围内数据点数目; σ_n 则为第 n 层 CPT 数据 ξ_n 的标准差。在给定一套数据条件下, 式 (11) 中第一项 $1/(101\pi)^{M/2}$ 为常数; 第三项 $\prod_{n=1}^N \Gamma[(m_n+3)/2] / [\Gamma(3/2)]^N$ 只与第 n 个土层内的数据量有关, 而与 I_c 值无关; 第二项 $\prod_{n=1}^N \sigma_n^{-m_n}$ 表明每一层土中数据的离散性对土层识别结果的影响显著, 即所提方法通过最大化目标函数倾向于首先识别数据离散性较小 (即 σ_n 较小) 且较厚 (即 m_n 较大) 的土层。

在给定土层数目 N 值条件下, 本文通过模拟退火算法搜寻目标优化函数 $Y(\underline{H}_N, N)$ 的最大值, 然后比较不同 N 对应的 $Y(\underline{H}_N, N)$ 的最大值, 确定最可能土层剖面, 即 N^* 和 \underline{H}_N^* 。值得注意的是, 尽管本文采用模拟退化算法搜寻给定 N 条件下的最可能土层剖面, 其它全局优化算法也可以用于本文所提方法。

3 计算流程

所提方法的计算流程主要包括以下 4 个步骤: ①通过岩土工程现场勘探获取一套 CPT 数据, 计算得到 I_c , 并将其转换为 ξ ; ②确定 CPT 勘探深度范围内最大可能土层数目 N_{\max} 和最小土层厚度 Δh ; ③在给定土层数 N 条件下, 采用模拟退火算法确定 $Y(\underline{H}_N, N)$ 的最大值及其对应的土层剖面; ④重复步骤③ N_{\max} 次, 比较不同 N 对应的目标函数 $Y(\underline{H}_N, N)$ 的最大值, 确定所有候选土层模型中 $Y(\underline{H}_N, N)$ 的最大值, 其相应的土层数目 N^* 和土层厚度 \underline{H}_N^* , 即为最可能土层剖面。

4 算例分析

4.1 场地概况

本节采用杭州某地铁线路区间勘探 CPT 数据说明所提方法,所采用的 CPT 数据如图 2 所示。本文采用 Robertson 等^[8]方法计算 I_c 值,其主要计算公式如下:

$$I_c = \sqrt{(3.47 - \lg Q)^2 + (\lg F + 1.22)^2} \quad (12)$$

式中: Q 为归一化锥尖阻力,由锥尖阻力 q_c (见图 2 (a)) 计算; F 为归一化摩阻比,利用 q_c 和侧壁摩阻力 f_s (见图 2 (b)) 计算。需要指出,通过式 (12) 计算 I_c 时涉及迭代计算,具体计算过程参考文献[8]。根据式 (12) 以及图 2 (a), (b) 所示的 CPT 数据 (即 q_c 和 f_s), 计算得到 I_c 值,如图 2 (c) 所示。图 2 (d) 为根据临近钻孔绘制的土层剖面图,钻探深度范围内土层根据物性共分为 5 层。根据钻探取土分层信息, 0~12.76 m 为砂质粉土, 12.76~15.80 m 为粉砂夹砂质粉土, 15.80~22.18 m 为砂质粉土, 22.18~26.38 m 为淤泥质粉质黏土夹黏质粉土, 26.38~34.00 m 为淤泥质黏土。值得注意的是, CPT 无法直接提供土样, 本文所提方法仅需利用图 2 (c) 所示的 I_c 数据划分土层, 图 2 (d) 所示钻孔剖面仅用来验证所提方法的合理性, 具体如下所述。

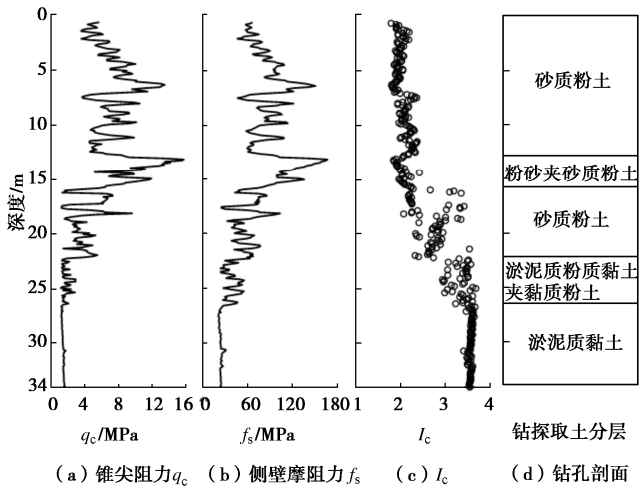


图 2 杭州某地铁区间内一套 CPT 数据

Fig. 2 CPT data obtained from some section of Hangzhou metro line

本算例选取 $N_{\max} = 10$ (即可能的土层数目取值范围为 1 到 10)。由于现场原位测试所用 CPT 探头截面积为 10 cm^2 , 锥径为 35.7 mm 。根据前文所述, 最小土层厚度 Δh 设为 0.7 m 。采用模拟退火算法计算每个可能 N 值对应的目标函数最大值, 识别最可能的土层数目和土层边界。

4.2 土层剖面识别结果

图 3 所示为每个 N 值对应的目标函数最大值。由图可知, 随着 N 值增加, 目标函数呈现先增加后降低的趋势, 当 $N = 4$ 时, 达到最大值 516.12, 即最可能土层数目为 4 层, 存在 3 个土层边界。图 4 (a) 采用

红色横实线展示了 3 个土层界面的位置。为了便于比较, 图中用黑色圆圈表示 I_c 数据, 灰色竖虚线表示不同土类的 I_c 边界^[10]。可以发现, 所提方法可以根据 I_c 的统计特征合理地划分土层剖面, 同一土层内的 I_c 数据具有相似的力学统计特性, 而不同土层间的统计特性则存在显著差异。比如, 图 4 (a) 中第 1 层和第 2 层 I_c 数据的趋势性并不明显, 均未表现出明显的趋势性, 但第 2 层的空间变异性更大。如前所述, 基于 I_c 和钻孔信息的土体分类标准有所差异。对比所识别剖面 (见图 4 (a)) 与钻孔剖面 (见图 4 (c)) 可知, 虽然根据钻孔信息划分的砂质粉土层与粉砂夹砂质粉土层在物性方面不同, 但是它们的 I_c 统计特征相似, 导致所提方法将其识别为一层, 如图 4 (a) 所示; 此外, 钻孔剖面第 1 层和第 3 层均为砂质粉土层, 然而其 I_c 值显著不同, 所提方法根据 I_c 数据识别出了深度位于 15.8 m 处的土层界面。

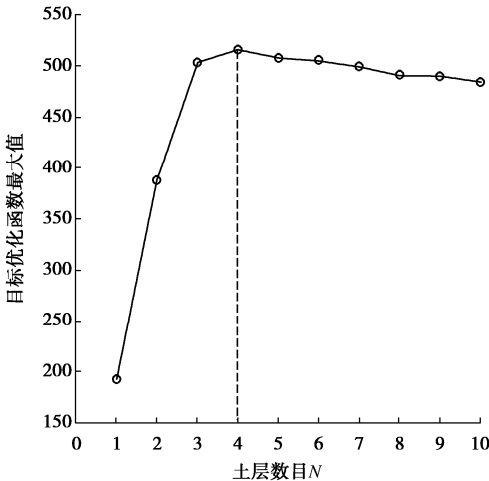


图 3 目标函数最大值

Fig. 3 Maximum values of objective optimization function

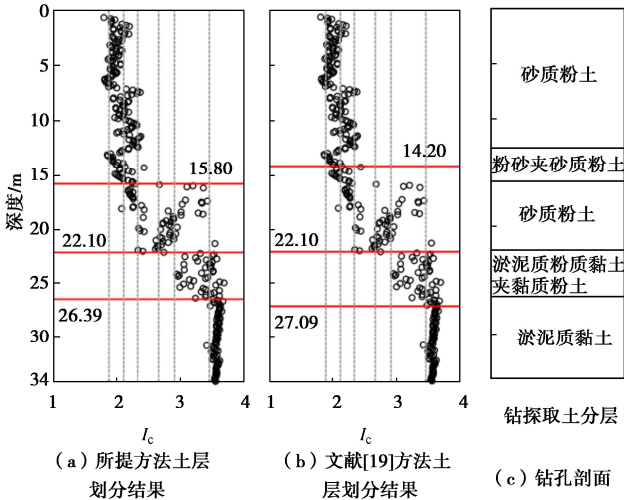


图 4 最可能土层剖面识别结果

Fig. 4 Most probable soil stratification

此外, 为了进一步验证所提方法的有效性, 基于

所提方法识别了杭州该地铁区间内其它 CPT 数据的土层剖面, 识别结果类似。篇幅所限, 根据所提方法对这些 CPT 数据的土层划分结果在此不做介绍。结果表明, 基于 I_c 的力学分层和基于钻孔的物性分层存在一定差异, 尽管物性相似, 土体力学响应也可能存在不同。例如, 所提方法将钻孔剖面上部的砂质粉土层和粉砂夹砂质粉土层识别为一层。所提方法能够基于 I_c 数据的统计特性较合理地识别力学分层剖面。在本算例中, 基于 I_c 数据识别的淤泥质粉质黏土夹黏质粉土层和淤泥质黏土层位置与钻孔剖面比较接近, 如图 4 (a), (c) 所示。表明所提方法在该场地能够有效地识别上述两个土层, 对滨海地区浅层勘探具有一定的应用价值。

4.3 对比分析

根据文献[19]所提方法划分土层剖面的结果如图 4 (b) 所示, 其中表征 I_c 数据的自相关函数假定为单指数型。对比图 4 (a), (b) 可知, 两者划分的土层剖面结果较为类似, 均为 4 层。在计算效率方面, 使用 16.0 GB 内存、3.20 GHz 主频的 Intel Core i7-8700 CPU 处理器的台式计算机, 采用 Cao 等^[19]所提方法耗时约为 4.86 h, 而本文所提方法仅需要 1.45 min, 显著提高基于 CPT 数据的土层识别, 说明了所提方法用于识别土层剖面的高效性。

5 方法验证及讨论

5.1 模拟数据 I

为了进一步说明所提方法, 本节基于对数正态随机场模型生成已知土层界面位置的 I_c 数据 (即模拟数据 I), 模拟数据时采用单指数型自相关函数表征空间相关性。令 I_{cn} 表示第 n 层土中 I_c 的对数正态随机场, 随机场模型参数 $\theta' = \{\mu'_n, \sigma'_n, \lambda'_n, n = 1, 2, 3, \dots, N\}$, 其中 $\mu'_n, \sigma'_n, \lambda'_n$ 分别为第 n 个土层的均值、标准差和波动范围。根据 I_c 对数随机场模型参数的取值范围^[19]以及 Robertson 等^[8]的 I_c 土分类表, 模拟数据 I 的随机场参数取值如图 5 (a) 所示。

本文采用矩阵分解法模拟 I_c 数据, 数据点间隔为 0.05 m, 总深度为 35 m, 共包括 5 层土, 其厚度分别为 2, 3, 5, 10, 15 m, 如图 5 (a) 所示。图 5 (b) 分别用黑色圆圈和红色实线展示了模拟数据 I 的剖面 and 该模拟场地实际土层界面位置。和现场 CPT 数据 (见第 4 节) 相比, 模拟场地的“实际”土层界面位置已知, 用于比较和说明所提方法的有效性。需要指出, 图 5 (a) 用于生成模拟场地的对数正态随机场模型及其参数仅用于模拟各层具有统计特性差异的 I_c 数据, 应用所提方法识别最可能土层剖面过程时不需要

这些信息。

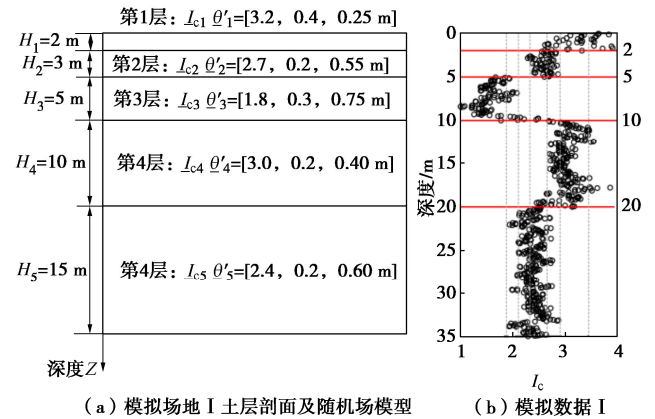


图 5 模拟场地 I 土层剖面与模拟数据

Fig. 5 Virtual site I and simulated data

本节仍取最大土层数目 $N_{\max} = 10$, 并设置最小土层厚度 $\Delta h = 0.7$ m, 采用模拟退火算法计算每个可能 N 值对应目标函数最大值。图 6 为不同 N 值对应的目标函数最大值, 当 $N = 5$ 时, 目标函数达到最大值, 因此所识别的最可能土层剖面数目为 5 层, 与真实模型相同。

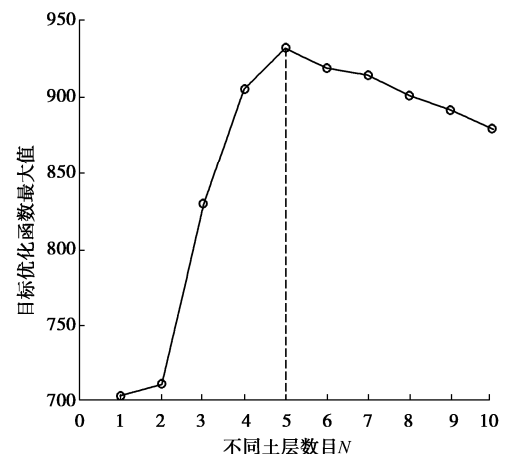


图 6 模拟场地 I 的目标函数最大值

Fig. 6 Maximum values of objective function for virtual site I

使用上述相同配置的台式计算机, 本文所提方法正确识别模拟数据 I 的最可能土层剖面仅需 2.03 分钟, 说明了所提方法在计算效率方面的优势。图 7 为模拟数据 I 的土层剖面划分结果。其中, 图 7 (a) 为 N 取值不同时根据模拟退火算法搜索的土层界面。然后, 比较不同土层数目对应的联合后验分布最大值 (见图 6), 识别最可能土层剖面, 如图 7 (b) 所示。由图可知, 当 $N = 2$ 时, 识别出土层界面深度为 20.00 m, 随着 N 值的增大, 逐渐识别出所有真实土层界面位置; 当 $N = 5$ 时, 识别的土层剖面与模拟场地真实模型土层剖面一致, 共包括 4 个界面深度, 如图 7 (b) 所示。需要指出, 本文所提方法识别的土层界面是服从联合后验分布的随机样本, 允许落在数据点之间。因此,

当 $N=5$ 时,土层界面的识别顺序依次为 20.04, 10.04, 5.04, 2.04 m。如前文所述,所提方法首先识别 I_c 离散性较小(方差较小)且较厚的土层(如第 5 层),以上结果验证了所提方法的合理性。

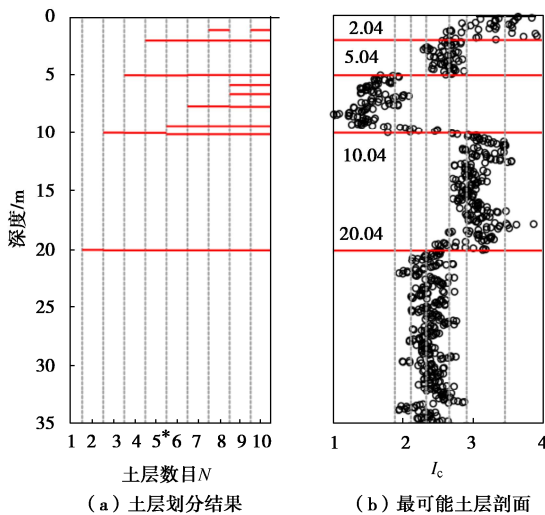


图 7 模拟场地 I 的土层划分结果

Fig. 7 Results of soil stratification for virtual site I

5.2 模拟数据 II

本文通过模拟数据 I 说明了 CPT 测试数据较深时,所提方法用于识别土层剖面的合理性。为了进一步说明所提方法对于浅层 CPT 测试数据的可靠性,本节基于对数正态随机场模型(见图 8(a))生成一套较短的 I_c 模拟数据(见图 8(b)),模拟过程和方法与前文相同,模拟深度为 5 m,包括厚度分别为 2, 3 m 的两个土层。由图 8(b)中灰色垂直虚线所示的 I_c 边界可知,模拟数据 II 中两层土的土体类型不同。为了说明所提方法对于浅层 CPT 数据力学分层的有效性,分别采用本文所提方法和文献[19]所提方法根据模拟数据 II 划分土层剖面。

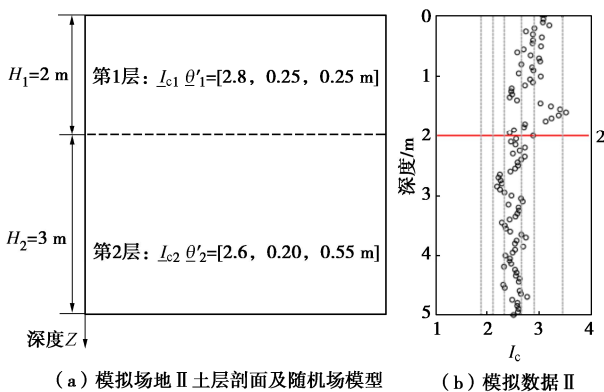


图 8 模拟场地 II 土层剖面与模拟数据 II

Fig. 8 Virtual site II and simulated data II

由于模拟场地 II 深度较浅,仅为 5 m,故本节取最大土层数目 $N_{\max}=5$ 。本节首先采用文献[19]所提方

法识别模拟场地 II 土层剖面。需要指出,该方法需要近似计算不同 N 值对应的模型证据对数值 $\ln P(\xi | N)$,具体算法流程可参见文献[19],计算结果如图 9(a)所示。采用本文所提方法划分模拟场地 II 的土层剖面时,首先设置最小土层厚度 $\Delta h=0.7$ m,然后通过模拟退火算法计算每个可能 N 值下目标函数最大值,如图 9(b)所示。

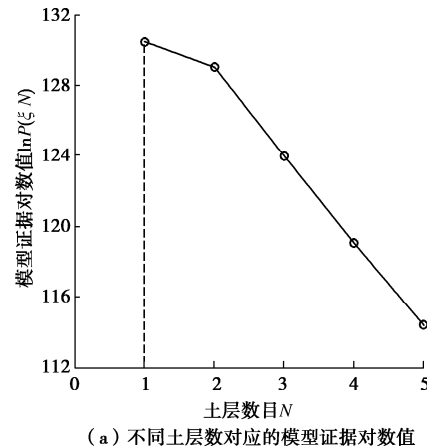


图 9 模拟场地 II 的计算结果

Fig. 9 Calculated results for virtual site II

由图 9(a)可知,当 N 的取值范围为 1~5 时,采用文献[19]所提方法计算的模型证据对数值逐渐减小,当 $N=1$ 时,模型证据最大,即文献[19]所提方法识别的最可能土层剖面为 1 层,未能根据浅层 CPT 数据识别出正确土层界面。由于文献[19]所提方法在 CPT 数据深度较浅时(如 5 m)无法准确计算模型证据,存在近似误差,难以有效识别土层数目。因此,当 CPT 数据较短时,应谨慎使用基于模型证据的贝叶斯土层识别方法。与之相反,本文所提方法利用模拟退火优化算法避免了耗时的模型证据近似求解,快速确定了最可能土层数目为 2 层(即 $N=2$ 时目标函数最大,如图 9(b)所示)。本文所提方法识别的最可能土层剖面数目与模拟场地 II 真实模型土层数目一致,说明了所提方法在浅层勘探的有效性。

模拟场地 II 土层划分结果如图 10 所示。由图 10 (a) 可知, 根据文献[19]所提方法, 虽然当 $N=2$ 时识别的土层剖面与模拟场地 II 较为稳合, 但该方法未能识别出正确的土层数 (见图 9 (a)), 因此无法根据浅层 CPT 数据正确识别土层界面。相对而言, 本文所提方法不仅能够正确识别最可能的土层数目, 所识别边界位置 $D_1^* = 1.84 \text{ m}$ 与真实边界深度 (2.00 m) 基本一致 (见图 10 (b)), 说明了所提方法在划分浅层 CPT 数据土层剖面时的有效性。此外, 在计算效率方面, 使用相同配置的台式计算机, 采用文献[19]所提方法耗时约为 31 min, 而本文所提方法仅需要 11 s。综上可知, 相对于基于模型证据的贝叶斯土层识别方法, 本文所提方法在浅层 CPT 数据分析方面具有一定优势, 适用于浅层 CPT 数据分析 (如基于滨海滩地浅层 CPT 数据的力学分层)。

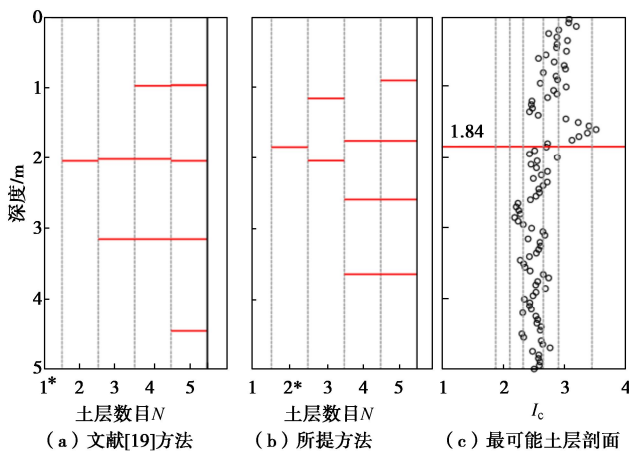


图 10 模拟场地 II 的土层划分结果

Fig. 10 Results of soil stratification for virtual site II

6 结 论

本文提出了一种基于静力触探试验和变维联合后验分布的土层剖面高效优化识别方法, 通过杭州某地铁区间 CPT 实测数据和模拟数据说明了所提方法的合理性和有效性。

(1) 所提方法通过模拟退火优化算法搜索土层剖面参数 (土层数目和土层厚度) 联合后验分布的最大值, 确定最可能土层剖面。在优化过程中, 采用基于全高斯概率模型推导的似然函数计算目标函数, 显著缩短了基于贝叶斯学习和 I_c 数据的土体力学分层方法的计算时间, 提高了土层识别计算效率, 便于工程应用。此外, 由于所提方法在土层识别过程无需计算模型证据, 不仅适合勘探深度较深的 CPT 数据分析, 也适用于较浅层 CPT 数据分析 (如滨海滩地勘探等)。

(2) 所提方法根据 I_c 数据的统计相似性进行力学分层, 倾向于首先识别数据离散性较小且较厚的土

层。基于 I_c 统计特征的力学分层结果与基于钻孔取样的物性分层结果存在一定差异, 物性分层结果未必能体现土层力学响应的统计相似性, 因此应该根据勘探目标选择合适的土体分类标准划分土层剖面。

(3) 所提方法仅根据 CPT 数据划分土层力学剖面, 未能考虑岩土工程勘探中可能获取的其它数据。近年来, 不同机器学习方法在岩土工程数据分析、反演、解译等方面得到了广泛应用。如何基于机器学习方法拓展所提方法, 合理地考虑多种勘探数据划分土层, 是本研究需要进一步探讨的问题。

参考文献:

- [1] BAECHER G B, CHRISTIAN J T. Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 2005.
- [2] LAFUERZA S, CANALS M, CASAMOR J L, et al. Characterization of deltaic sediment bodies based on in situ CPT/CPTU profiles: a case study on the Llobregat delta plain, Barcelona, Spain[J]. Marine Geology, 2005, 222: 497-510.
- [3] MIAO C, CAO Z J, XIAO T, et al. BayLUP: a Bayesian framework for conditional random field simulation of the liquefaction-induced settlement considering statistical uncertainty and model error[J]. Gondwana Research, 2023, 123: 140-163.
- [4] 蒋维三, 叶舟, 郑华平, 等. 杭州湾地区第四系浅层天然气的特征及勘探方法[J]. 天然气工业, 1997, 17(3): 20-23. (JIANG Weisan, YE Zhou, ZHENG Huaping, et al. Quaternary shallow gas characteristics in Hangzhou bay and the exploration method, [J]. Natural Gas Industry, 1997, 17(3): 20-23. (in Chinese))
- [5] ROBERTSON P K. Soil classification using the cone penetration test[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1990, 27(1): 151-158.
- [6] JEFFERIES M G, DAVIES M P. Use of CPTu to estimate equivalent SPT N_{60} [J]. Geotechnical Testing Journal, 1993, 16(4): 458-468.
- [7] 张诚厚, 施健, 戴济群. 孔压静力触探试验的应用[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(1): 50-57. (ZHANG Chenghou, SHI Jian, DAI Jiqun. The application of piezocone tests in China[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19(1): 50-57. (in Chinese))
- [8] ROBERTSON P K, WRIDE C F. Evaluating cyclic liquefaction potential using the cone penetration test[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, 35(3): 442-459.
- [9] ROBERTSON P K. Interpretation of cone penetration tests—a

- unified approach[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2009, **46**(11): 1337-1355.
- [10] 刘松玉, 蔡国军, 邹海峰. 基于 CPTU 的中国实用土分类方法研究[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(10): 1765-1776. (LIU Songyu, CAI Guojun, ZOU Haifeng. Practical soil classification methods in China based on piezocone penetration tests[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(10): 1765-1776. (in Chinese))
- [11] 岩土工程勘察规范: GB 50021—2001[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004. (Code for Investigation of Geotechnical Engineering: GB 50021—2001[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2004. (in Chinese))
- [12] ROBERTSON P K. Soil behaviour type from the CPT: an update[C]// 2nd International Symposium on Cone Penetration Testing. Huntington Beach, 2010.
- [13] WANG Y, HUANG K, CAO Z J. Probabilistic identification of underground soil stratification using cone penetration tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2013, **50**(7): 766-776.
- [14] ZHANG Z J, TUMAY M T. Statistical to fuzzy approach toward CPT soil classification[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1999, **125**(3): 179-186.
- [15] HEGAZY Y A, MAYNE P W. Objective site characterization using clustering of piezocone data[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, **128**(12): 986-996.
- [16] MOLINA-GÓMEZ F, VIANA DA FONSECA A, FERREIRA C, et al. Defining the soil stratigraphy from seismic piezocone data: a clustering approach[J]. *Engineering Geology*, 2021, **287**: 106111.
- [17] 蔡国军, 刘松玉, 童立元, 等. 基于聚类分析理论的 CPTU 土分类方法研究[J]. *岩土工程学报*, 2009, **31**(3): 416-424. (CAI Guojun, LIU Songyu, TONG Liyuan, et al. Soil classification using CPTU data based upon cluster analysis theory[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(3): 416-424. (in Chinese))
- [18] CHING J, WANG J S, JUANG C H, et al. Cone penetration test (CPT)-based stratigraphic profiling using the wavelet transform modulus maxima method[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2015, **52**(12): 1993-2007.
- [19] CAO Z J, ZHENG S, LI D Q, et al. Bayesian identification of soil stratigraphy based on soil behaviour type index[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2019, **56**(4): 570-586.
- [20] XIAO T, ZOU H F, YIN K S, et al. Machine learning-enhanced soil classification by integrating borehole and CPTU data with noise filtering[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2021, **80**(12): 9157-9171.
- [21] WANG X R, WANG H, LIANG R Y, et al. A semi-supervised clustering-based approach for stratification identification using borehole and cone penetration test data[J]. *Engineering Geology*, 2019, **248**: 102-116.
- [22] BISHOP C M. *Pattern Recognition and Machine Learning*[M]. New York: Springer, 2006.
- [23] ROBERTSON P K, CAMPANELLA R G. Interpretation of cone penetration tests. Part I: Sand[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1983, **20**(4): 718-733.
- [24] AHMADI M M, ROBERTSON P K. Thin-layer effects on the CPT q_c measurement[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2005, **42**(5): 1302-1317.
- [25] FRÜHWIRTH-SCHNATTER S. *Finite Mixture and Markov Switching Models*[M]. New York: Springer, 2006.
- [26] PHOON K K, QUEK S T, AN P. Identification of statistically homogeneous soil layers using modified Bartlett statistics[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2003, **129**(7): 649-659.
- [27] 张 征, 刘淑春, 鞠硕华. 岩土参数空间变异性分析原理与最优估计模型[J]. *岩土工程学报*, 1996, **18**(4): 40-47. (ZHANG Zheng, LIU Shuchun, JU Shuohua. The optimum estimation model and the principle of spatial variability analysis of rock and soil parameters[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, **18**(4): 40-47. (in Chinese))
- [28] 曹子君, 胡 超, 苗 聪, 等. 基于分层贝叶斯学习的滨海软土地层高效识别方法[J]. *地球科学*, 2023, **48**(5): 1730-1741. (CAO Zijun, HU Chao, MIAO Cong, et al. Efficient identification method of coastal soft soil stratum based on hierarchical Bayesian learning[J]. *Earth Science*, 2023, **48**(5): 1730-1741. (in Chinese))
- [29] MURPHY K P. *Machine Learning: a Probabilistic Perspective*[M]. Cambridge: MIT Press, 2012.
- [30] GOFFE W L, FERRIER G D, ROGERS J. Global optimization of statistical functions with simulated annealing[J]. *Journal of Econometrics*, 1994, **60**(1/2): 65-99.
- [31] DELAHAYE D, CHAIMATANAN S, MONGEAU M. *Simulated annealing: from basics to applications*[M]// *International Series in Operations Research & Management Science*. Cham: Springer International Publishing, 2018: 1-35.