

DOI: 10.11779/CJGE20230662

# 基于非线性 Baker 准则的深埋硐室拱顶稳定性分析

覃长兵<sup>1</sup>, 李跃阳<sup>2</sup>, 戴辰宇<sup>1</sup>, 石雨沙<sup>1</sup>, 仇文岗<sup>1</sup>

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 211189)

**摘要:** 针对 Hoek-Brown 和 Mohr-Coulomb 准则主要分别适用于岩体和土体的情形, 采用更具适用性的广义非线性 Baker 准则, 并结合极限分析上限方法, 旨在研究深埋硐室拱顶岩土体的动力稳定性。通过构建满足 Baker 准则下拱顶塌落的曲线型破坏机构, 考虑竖向地震荷载的影响, 计算内外力功率并建立功率平衡方程, 基于变分原理推导在有无竖向地震力作用时拱顶破坏机制的上限表达式, 从而求解得到破坏面形状、塌落拱高度和宽度的解析解。同时采用 ABAQUS 数值模拟验证解析解的有效性及合理性, 研究分析不同参数下拱顶破坏机制的变化规律。结果表明除岩土体特性参数外, 尤其是向上的竖向地震力对拱顶破坏范围有显著影响。

**关键词:** 深埋硐室; 拱顶稳定性; 非线性 Baker 准则; 竖向地震力; 上限分析

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)02-0296-09

作者简介: 覃长兵(1989—), 男, 博士, 教授, 主要从事边坡与隧道方面的教学与科研工作。E-mail: qinchangbing@cqu.edu.cn。

## Roof stability analysis of deeply-buried cavities based on nonlinear Baker criterion

QIN Changbing<sup>1</sup>, LI Yueyang<sup>2</sup>, DAI Chenyu<sup>1</sup>, SHI Yusha<sup>1</sup>, ZHANG Wengang<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China)

**Abstract:** The dynamic roof stability analysis of deeply-buried cavities is investigated by using the upper bound limit analysis method adopting a more general nonlinear Baker criterion, in contrast to the Hoek-Brown and Mohr-Coulomb criteria which are mainly applicable to rock and soil, respectively. A curved failure mechanism for roof collapse is proposed in the realm of the Baker criterion. The vertical seismic loading is considered herein. The balance equation for work rate is then established after computing the external and internal rates of work. Based on the variational principle, the upper-bound formulation for roof collapse mechanism is derived with/without considerations of the vertical earthquake effects. Accordingly, the closed-form solutions for the failure surface, collapse height and width are explicitly obtained. At the same time, the ABAQUS modelling is used to verify the robustness and validity of closed-form solutions. The parametric studies are carried out to investigate the change laws of the roof collapse mechanism under different parameters. The results indicate that apart from rock/soil properties, the upward seismic force has a significant effect on the failure region above the cavity roof.

**Key words:** deeply-buried cavity; roof stability; nonlinear Baker criterion; vertical seismic force; upper bound analysis

## 0 引言

城市地下空间开发及山区公路、铁路建设中广泛采用硐室形式实现互联互通。在硐室设计、施工以及运维过程中, 保障硐室拱顶稳定是防止围岩塌落及地表过大沉降的关键。由于岩土体参数复杂的空间变异性及不确定性, 导致拱顶稳定性分析困难重重, 尤其是对其开展解析解的理论研究。基于塑性力学的极限分析方法由于其可提供严格意义上的下限解和上限解, 在岩土工程稳定性问题分析中应用广泛。其中, 基于上限定理的上限分析法由于构建机动许可速度场相对容易, 分析过程简洁, 在边坡、隧道等稳定性分

析中得到了更广泛的应用<sup>[1-6]</sup>。

为了实现地下空间的有效开发及山区公路的合理跨越, 硐室或隧道的开挖埋深逐渐增大。根据岩土体的承拱效应和复杂地质环境, 安全合理的开挖设计是工程相关人员关注的核心问题。开展承载能力极限状态下的硐室拱顶围岩稳定性研究有助于回答这个问题。在极限分析上限法的理论框架下, 即将(或刚刚)破坏的拱顶岩土体重量是破坏荷载的上限, 可用于指

基金项目: 重庆市技术创新与应用发展专项重点项目(CSTB2022TIAD-KPX0101)

收稿日期: 2023-07-06

导支护结构的设计。Fraldi 等<sup>[7-9]</sup>基于 Hoek-Brown (HB) 强度准则和变分法理论, 构建了不同截面形式下隧道拱顶围岩塌落的平动破坏机制, 推导了极限状态下破坏面的解析表达式, 计算探讨了潜在的塌落范围及重量。随后, 该研究思路及方法得到了不断延伸, 包括考虑地下水渗流作用<sup>[10]</sup>和三维效应<sup>[11-12]</sup>, 进一步拓展了其应用范围, 更好地评估了深埋硐室及隧道的拱顶稳定性。

目前, 有关隧道拱顶稳定性的解析研究主要采用非线性 HB 强度准则。该准则尤其适用于紧密连锁的坚硬岩体, 在很差的岩体中也有应用, 但不适用于土体介质。考虑到复杂的岩土体地层特性, 为探寻可同时描述土体和岩体力学行为的强度准则, Baker<sup>[13]</sup>基于对伦敦黏土、沙丘砂、软海相黏土和圣比斯砂岩的一系列三轴测试, 提出了一种同时适用于岩体和土体的非线性 Baker 准则。该准则与线性 MC 和 HB 强度准则相比, 在岩/土体介质中具有更好的通用性。同时, 广义非线性 Baker 准则仅在浅埋硐室的掌子面稳定<sup>[14]</sup>以及地下硐室的围岩压力<sup>[15]</sup>问题中有少量研究, 还未开展深埋硐室拱顶稳定性的相关研究; 而且硐室拱顶稳定性分析也少有考虑地震荷载的作用; 因此有必要引入更为普适的强度准则, 并通过适当的方式考虑地震荷载作用, 以更好地评估相对复杂条件下深埋硐室的拱顶稳定性, 为硐室的安全设计及施工提供科学依据。

本文基于极限分析上限定理, 构建了一个待求解的曲线形拱顶塌落破坏面, 通过选用同时适用于岩质和土质的广义非线性破坏准则, 即 Baker 强度准则, 计算潜在破坏体上产生的内能耗散; 考虑拟静力法表示的竖向地震荷载作用, 并将其视为体力从而求解其所做的外力功率; 叠加其他外荷载如重力做功, 由变分法对所研究的问题进行求解优化, 推导潜在破坏面在重力和地震等荷载作用下的解析上限解及极限状态下拱顶破坏的范围, 以指导支护结构的设计。同时, 结合 ABAQUS 数值模拟, 验证并研究深埋硐室在有无竖向地震作用时拱顶破坏解析解的有效性。

## 1 广义非线性 Baker 准则

在岩体强度理论的发展进程中, Hoek 等<sup>[16]</sup>由大量试验及现场数据建立了适用于完整岩体或硬岩的强度经验公式, 经过不断发展广义的 HB 准则获得了广泛应用<sup>[17-19]</sup>。在大量三轴试验结果基础上, Baker<sup>[13]</sup>通过对幂律关系  $S(\sigma) = A\sigma^n$  进行推广, 提出了适合于岩质和土质(后续表述为“岩土”)的广义非线性 Baker 强度准则。其表达式为

$$\tau_n = p_a A \left( \frac{\sigma_n}{p_a} + T \right)^n \quad (1)$$

式中:  $\tau_n$  和  $\sigma_n$  分别为破坏面上的切向应力和法向应力;  $p_a$  为大气压力;  $A, n, T$  为无量纲强度参数, 且各参数的取值范围为  $A > 0, T \geq 0, 1/2 \leq n \leq 1$ 。其中,  $A$  为控制剪切强度大小的尺度参数;  $n$  为控制包络曲率的曲率参数,  $T$  为控制包络曲线在应力 ( $\sigma_n$ ) 轴上位置的位移参数, 代表无量纲的拉伸强度。具体参数取值可通过三轴试验迭代处理获得<sup>[20]</sup>。

在  $\tau-\sigma$  Mohr 平面, 广义 Baker 准则如图 1 所示。研究发现 Griffith 准则、Mohr-Coulomb (MC) 及 Hoek-Brown 强度准则都是其特例<sup>[21]</sup>, 因此非线性 Baker 准则具有更广泛的适用性。

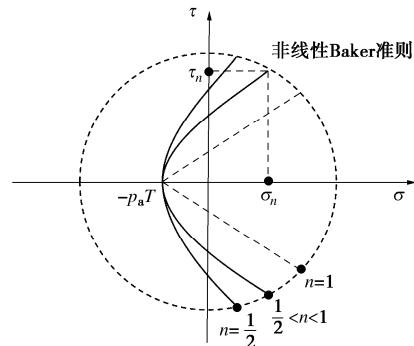


图 1 广义非线性 Baker 准则在 Mohr 平面  $\tau_n-\sigma_n$

Fig. 1 Generalized nonlinear Baker criterion in Mohr's plane

## 2 考虑地震力的极限分析上限定理

自 Chen<sup>[1]</sup>发表有关极限分析著作以来, 极限分析上限法在岩土工程稳定性问题评估中不断推广延伸。在虚功原理的框架下, 上限定理可描述为: 如果可构建一个满足机动许可条件的速度场, 由内外功率平衡方程确定的荷载必不小于极限状态下的真实荷载。当存在地震荷载时, 常采用拟静力法来表征地震效应, 以获得稳定性问题的解析解。通过将地震力视为体力作用于潜在破坏体上, 计算其所做的功(功率)并叠加到上限定理表达式中, 即

$$\int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV \geq \int_S T_i v_i dS + \int_V X_i v_i dV + \int_V k X_i v_i dV \quad (2)$$

式中:  $\sigma_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}$  为一给定速度场中的应力张量和应变率;  $T_i$  为作用于边界  $S$  上的面力荷载;  $X_i$  为潜在破坏范围  $V$  内的体力;  $v_i$  为速度场中的速度;  $k$  为地震力系数。

在上限分析中, 只需考虑破坏模式及能量耗散, 而无需使应力分布满足平衡条件; 因此在稳定性评估中可操作性较强, 分析过程简洁。同时, 针对该定理的适用条件及简化步骤, 做出以下假设: ①理想弹塑性岩土材料, 即不考虑应变软化和硬化材料特性; ②微小几何变形, 以满足虚功方程; ③材料屈服面外凸,

可由屈服函数和关联流动法则计算塑性应变速率; ④刚性破坏体, 体应变为零, 内部能量耗散仅发生于速度间断面上。

### 3 隧道拱顶稳定性分析

#### 3.1 拱顶破坏机制

机动许可速度场是开展上限稳定性分析的前提。在硐室开挖过程中, 由于顶部岩土体失去支撑, 可能发生松动进而导致坍塌, 形成破坏块体与周围稳定岩土体分离的速度间断面。在半无限空间体及均匀荷载作用下, 由速度间断面包络的拱顶岩土体呈现竖直塌落, 即平动的破坏机理。其中, 表征速度间断面的函数  $f(x)$  是待求解的目标, 满足关联流动法则、位移连续及应力边界条件。不同岩土体的强度本构关系直接影响  $f(x)$  的形状, 且在已有研究中主要使用非线性 HB 破坏准则。为了更具一般性, 本文采用广义 Baker 准则。根据岩土体中的承拱效应, 假定硐室周围岩土体为满足 Baker 准则的均质、各向同性材料, 即 Baker 岩土体; 同理可假定硐室拱顶塌落时呈现一拱形塌落面, 如图 2 所示。其中, 隧道埋深为  $H$ , 矩形隧道横截面宽度为  $2L_c$ ; 破坏块体塌落高度为  $h$ , 半宽为  $L$ 。针对深埋硐室,  $H \gg h$ 。当拱顶塌落发生时, 必须满足  $L_c \geq L$ 。

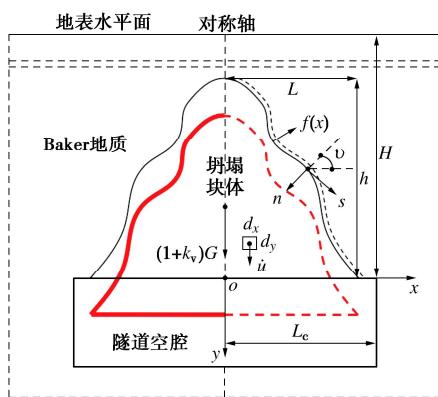


图 2 地震作用下 Baker 岩土体硐室拱顶坍塌机制

Fig. 2 Collapse mechanism of cavity crown under earthquake and Baker rock/soil medium

在竖向地震荷载作用下, 拱顶破坏力学机理只是在外力荷载中考虑了竖向的拟静力, 亦可理解为对重力进行了不同程度的放大或缩小(取决于竖向地震力的方向)。值得指出的是, 速度间断面  $f(x)$  的表达式与硐室几何形状无直接关系, 任意硐室截面形式下都可以采用未知的  $f(x)$  表征; 但塌落时的最终结果受截面形状影响。本文仅以矩形硐室截面形式为例进行介绍。

#### 3.2 内外功率及 $f(x)$ 求解

根据关联流动法则, 假设塑性势函数  $\Theta$  与 Baker

强度准则的屈服面一致, 由此塑性势函数及塑性应变速率 ( $\dot{\epsilon}_n$ ,  $\dot{\gamma}_n$ ) 分别表示为

$$\Theta = \tau_n - p_a A \left( \frac{\sigma_n}{p_a} + T \right)^n . \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_n &= \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial \sigma_n} = -\lambda n A \left( \frac{\sigma_n}{p_a} + T \right)^{n-1}, \\ \dot{\gamma}_n &= \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial \tau_n} = \lambda . \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:  $\lambda$  为标量参数。

由图 2 中的破坏机制, 结合几何关系, 可将塑性应变速率表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_n &= \left( \frac{\dot{u}}{\omega} \right) \frac{1}{\sqrt{1+f'(x)^2}}, \\ \dot{\gamma}_n &= -\left( \frac{\dot{u}}{\omega} \right) \frac{f'(x)}{\sqrt{1+f'(x)^2}} . \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $\dot{u}$  为塌落速度;  $\omega$  为塑性区厚度。

将式(5)代入式(4), 可得

$$\sigma_n = p_a [f'(x)nA]^{\frac{1}{1-n}} - Tp_a . \quad (6)$$

在机动许可速度场中, 正应力和切应力所产生的单位体积能量耗损功率为

$$\begin{aligned} \dot{D}_i &= \sigma_n \dot{\epsilon}_n + \tau_n \dot{\gamma}_n \\ &= \frac{\dot{u} P_a}{\omega \sqrt{1+f'(x)^2}} \left\{ [f'(x)nA]^{\frac{1}{1-n}} - T - f'(x)^{\frac{1}{1-n}} n^{\frac{n}{1-n}} A^{\frac{1}{1-n}} \right\} . \end{aligned} \quad (7)$$

根据刚性块体假设, 内能耗散仅在速度间断面上发生。通过将  $\dot{D}_i$  沿速度间断面积分, 可得总的内能耗散功率  $\dot{D}$ , 即

$$\begin{aligned} \dot{D} &= \int_0^L (\dot{D}_i \omega \sqrt{1+f'(x)^2}) dx \\ &= \int_0^L \dot{u} p_a \left[ -T + (1-n^{-1}) f'(x)^{\frac{1}{1-n}} (nA)^{\frac{1}{1-n}} \right] dx . \end{aligned} \quad (8)$$

作用在潜在破坏块体上的外力包括重力和竖向地震力。其中重力功率为

$$\dot{W}_\gamma = \int_0^L \dot{u} \gamma f(x) dx . \quad (9)$$

式中:  $\gamma$  为岩土体重度。

竖向地震荷载所做的功率为

$$\dot{W}_e = \int_0^L \dot{u} k_v \gamma f(x) dx . \quad (10)$$

式中:  $k_v$  为竖向地震力系数。

为了寻求极限状态下的有效塌落机制, 建立内外功率差值目标函数, 即

$$\begin{aligned} \Pi[f(x), f'(x), x] &= \dot{D} - \dot{W}_\gamma - \dot{W}_e \\ &= \int_0^L A[f(x), f'(x), x] dx \end{aligned}$$

$$= \int_0^L \dot{u} \left[ -p_a T - (1+k_v) \gamma f(x) + p_a (1-n^{-1}) f'(x)^{\frac{1}{1-n}} (nA)^{\frac{1}{1-n}} \right] dx . \quad (11)$$

式中,

$$\Lambda = \dot{u} \left[ -p_a T + p_a (1-n^{-1}) f'(x)^{\frac{1}{1-n}} (nA)^{\frac{1}{1-n}} - (1+k_v) \gamma f(x) \right] . \quad (12)$$

在所有可能的机动许可速度场中, 基于变分原理, 可得目标函数  $\Pi$  的一阶变分, 即欧拉-拉格朗日方程

$$\delta \Pi [f(x), f'(x), x] = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Lambda}{\partial f(x)} - \frac{\partial}{\partial f(x)} \left( \frac{\partial \Lambda}{\partial f'(x)} \right) = 0 . \quad (13)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Lambda}{\partial f(x)} &= -(1+k_v) \gamma \dot{u} , \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial f'(x)} &= -P_a n^{-1} f'(x)^{\frac{n}{1-n}} (nA)^{\frac{1}{1-n}} \dot{u} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将式 (14) 代入式 (13), 可得

$$\dot{u} \left[ p_a (1-n)^{-1} (nA)^{\frac{1}{1-n}} f'(x)^{\frac{2n-1}{1-n}} f''(x) - (1+k_v) \gamma \right] = 0 . \quad (15)$$

式 (15) 中的速度  $\dot{u}$  针对任意机动许可速度场都适用, 因此括号内的表达式必须为零。积分一次可得

$$[p_a (nA)^{\frac{1}{1-n}} n^{-1}] f'(x)^{\frac{n}{1-n}} - (1+k_v) \gamma x - \tau_0 = 0 . \quad (16)$$

式中:  $\tau_0$  为积分常数。通过数学变换可得

$$f'(x) = p_a^{\frac{n-1}{n}} n^{-1} A^{\frac{1}{n}} [(1+k_v) \gamma x + \tau_0]^{\frac{1-n}{n}} . \quad (17)$$

由于间断面  $f(x)$  相对于  $y$  轴对称, 因此在对称面  $x=0$  上需满足应力的剪切分量为零, 即剪应力为零:

$$\tau_{xy} \{x=0\} = 0 . \quad (18)$$

由应力分量之间的关系知

$$\tau_{xy} = \tau_n \cos 2\nu - \frac{1}{2} \sigma_n \sin 2\nu . \quad (19)$$

式中:  $\nu$  为间断面上任一点的外法线方向与水平线的夹角, 如图 2 所示。其中,  $\cot \nu = f'(x)$ , 且在对称面  $x=0$  上有

$$\cot \nu|_{x=0} = f'(x=0) = n^{-1} A^{\frac{1}{n}} (p_a^{-1} \tau_0)^{\frac{1-n}{n}} . \quad (20)$$

根据三角几何关系, 可得

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\nu &= \frac{f'(x)^2 - 1}{f'(x)^2 + 1} , \\ \sin 2\nu &= \frac{f'(x)^2}{f'(x)^2 + 1} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

将式 (21) 代入式 (19), 可得

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_0 \frac{(Q\tau_0^{\frac{1-n}{n}})^2 - 1}{(Q\tau_0^{\frac{1-n}{n}})^2 + 1} - \frac{1}{2} Q\tau_0^{\frac{1-n}{n}} \\ &\quad \left\{ p_a \left[ Q\tau_0^{\frac{1-n}{n}} nA \right]^{\frac{1-n}{n}} - Tp_a \right\} \end{aligned} \right\} . \quad (22)$$

式中,

$$Q = n^{-1} A^{\frac{1}{n}} p_a^{\frac{n-1}{n}} . \quad (23)$$

将式 (22) 代入式 (18), 可得  $\tau_0 = 0$ 。

将式 (17) 积分, 可得速度间断面  $f(x)$  的表达式为

$$f(x) = A^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{(1+k_v) \gamma}{p_a} \right]^{\frac{1-n}{n}} x^{\frac{1}{n}} - h . \quad (24)$$

式中:  $h$  为积分常数, 其物理含义为塌落拱高度。

由几何关系可知, 当  $x=L$  时, 曲线  $f(x)$  相交于平面  $y=0$ , 即

$$f(x=L) = 0 \Rightarrow L = A \left[ \frac{(1+k_v) \gamma}{p_a} \right]^{\frac{n-1}{n}} h^n . \quad (25)$$

为了获得  $f(x)$  的显式解, 还需要建立一个等式。

将式 (17), (24) 代入式 (11),  $\Pi$  可表示为

$$\Pi = \dot{u} \left\{ [(1+k_v) \gamma h - p_a T] L - p_a^{\frac{n-1}{n}} A^{\frac{1}{n}} \right. \\ \left. [(1+k_v) \gamma]^{\frac{1}{n}} \frac{1}{1+n} L^{\frac{1+n}{n}} \right\} . \quad (26)$$

根据内外功率平衡方程,  $\Pi=0$ , 可得塌落拱高度和半宽分别为

$$\left. \begin{aligned} h &= \left[ \left( \frac{n}{1+n} + k_v \right) \gamma \right]^{-1} T p_a , \\ L &= A (1+k_v)^{n-1} \left[ \frac{n}{1+n} + k_v \right]^{-n} \gamma^{-1} p_a T^n \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

因此, 在竖向地震荷载作用下, 采用非线性 Baker 准则时硐室拱顶塌落面的上限解析表达式为

$$f(x) = \left[ A^{-1} (1+k_v)^{1-n} (\gamma p_a^{-1})^{1-n} \right]^{\frac{1}{n}} x^{\frac{1}{n}} - \left[ \left( \frac{n}{1+n} + k_v \right) \gamma \right]^{-1} T p_a . \quad (28)$$

进一步, 可求解得到极限状态下塌落块体的重量, 用于指导硐室支护结构的安全设计。

$$P = -2 \int_0^L \gamma f(x) dx$$

$$= 2 A \gamma^{-1} (1+k_v)^{n-1} (1+n)^{-1} p_a^2 \left[ \left( \frac{n}{1+n} + k_v \right)^{-1} T \right]^{n+1} . \quad (29)$$

以上分析考虑了竖向地震荷载作用, 当硐室拱顶岩土体仅在其重力作用下发生临界失稳时, 即  $k_v=0$ , 可得塌落拱的解析表达式为

$$f(x) = A^{-\frac{1}{n}} \left( \frac{\gamma}{p_a} \right)^{\frac{1-n}{n}} x^{\frac{1}{n}} - \frac{1+n}{n\gamma} T p_a . \quad (30)$$

相应的，塌落高度及半宽分别为

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1+n}{n\gamma} T p_a , \\ L &= A \left( \frac{1+n}{n} \right)^n \frac{p_a T^n}{\gamma} . \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

## 4 比较和讨论

前面提到，HB 准则是广义非线性 Baker 准则的其中一种特例。为了便于后续讨论，在这里简要介绍 HB 准则。其中，由法向和切向应力表示的 HB 准则为

$$\tau_n = A \sigma_c \left[ \frac{\sigma_n + \sigma_t}{\sigma_c} \right]^B . \quad (32)$$

式中： $A, B$  为表征岩体强度的无量纲参数； $\sigma_c, \sigma_t$  分别为破坏时的压应力和拉应力。

当广义非线性 Baker 准则退化为 HB 准则时，需满足以下转换关系： $n = B, p_a = \beta \sigma_c, A_{\text{Baker}} = A_{\text{HB}} \beta^{B-1}, T = \sigma_t (\beta \sigma_c)^{-1}$ ，其中， $\beta$  为代换系数。

根据 Fraldi 等<sup>[7-9]</sup>的研究结果，当采用非线性 HB 准则时，极限状态下拱顶破坏机制的上限解析解为

$$\left. \begin{aligned} h^{HB} &= (\gamma B)^{-1} (1+B) \sigma_t , \\ L^{HB} &= AB^{-B} (1+B)^B \gamma^{-1} \sigma_c^{1-B} \sigma_t^B , \\ f(x)^{HB} &= [A^{-1} (\gamma \sigma_c^{-1})^{1-B}]^{\frac{1}{B}} x^{\frac{1}{B}} - (\gamma B)^{-1} (1+B) \sigma_t . \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

根据以上转换关系，发现采用 HB 准则与广义 Baker 准则的解析结果完全吻合，即式(33)与式(30)，(31)结果一致，验证了以上推导公式的正确性。

为了进一步验证以上解析解在有无竖向地震作用下的有效性，采用 ABAQUS 有限元进行数值模拟对比。建立的深埋隧道二维有限元模型如图 3 所示；其中，网格单元类型为 CAX4（四节点双线性轴对称四边形单元），单元数量为 10600 个。为了消除边界效应影响，模型尺寸见表 1。在有限元分析中，根据模型对称性仅考虑一半；同时在硐室开挖模拟中，不考虑施加衬砌结构。

表 1 有限元模型几何参数

Table 1 Geometric parameters of finite element model

H/m	B/m	H <sub>0</sub> /m	L <sub>c</sub> /m
40	50	5	10

在 ABAQUS 中，材料库中无广义非线性 Baker 准则的参数指标。前面提及 HB 以及 MC 准则均为 Baker 准则的特例；因此，可通过将 Baker 岩土体参数转换为 MC 强度参数后进行数值模拟。基于 Fraldi

等<sup>[22]</sup>中 HB 参数对应的 MC 参数，根据上述转换关系进而可得到相关的 Baker 参数，具体数值如表 2 所示（其中， $\beta=1/30$ ）。同时，假定岩土体的弹性常数为： $E=21 \text{ kPa}, n=0.1$ 。对于竖向地震荷载作用，为保证解析推导与数值模拟的一致性，将其作为静力荷载施加，在实际计算过程中选用相同的  $k_v$  即可。

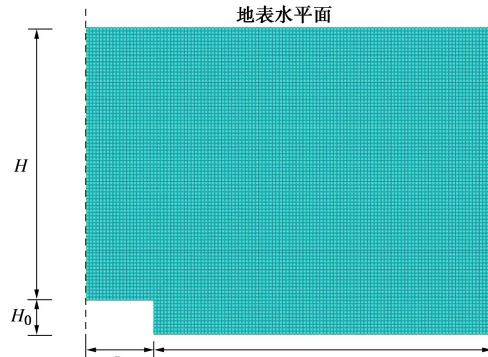


图 3 深埋岩土体隧道有限元模型

Fig. 3 Finite element model for deeply-buried tunnel

表 2 不同破坏准则下的岩土体参数值

Table 2 Rock/soil parameters under different failure criteria

$\gamma'$ (kN·m <sup>-3</sup> )	Baker 强度参数			HB 强度参数			MC 强度			
	A	n	T	$p_a/kPa$	A	B	$\sigma_c/kPa$	$\sigma_c/kPa$	$c/kPa$	$\phi/^\circ$
25	2.08	0.7	0.3	100	0.75	0.7	30	3000	115	51.6

当不考虑竖向地震荷载时，即  $k_v = 0$ ，数值计算与解析结果如图 4 所示。硐室开挖后，由于无衬砌支护，拱顶岩土体发生塌落破坏，形成塑性区，其塑性应变云图与本文计算的塌落拱解析解包络的破坏体吻合较好，验证了仅在自重作用下本文解析解的有效性。

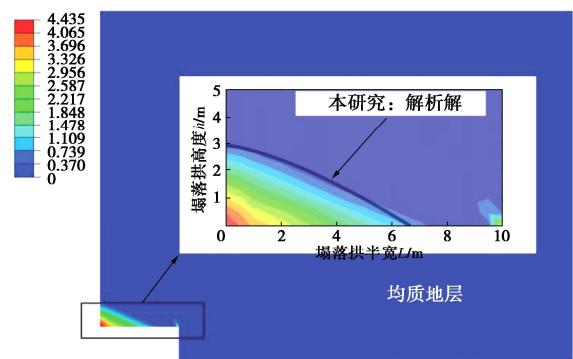


图 4 无竖向地震荷载下数值解与解析解对比

Fig. 4 Comparison of numerical and analytical solutions under no vertical earthquake

当考虑竖向地震效应时，且取  $k_v = -0.05$ ，结果比较如图 5 所示。同样发现，本文解析计算的塌落区域与数值分析中得到的塑性应变范围较好地吻合。误差主要来源于输入参数，即数值计算中使用的线性 MC 强度参数与解析法中采用的非线性 Baker 参数不完全

等效。在向上竖向地震荷载的作用下, 拱顶破坏的范围增大。由前述可知, 拱顶发生上述破坏的条件是硐室横截面(半)宽度不小于塌落破坏(半)宽度; 因此, 选用了  $k_v=0.05$  的计算结果进行比较。

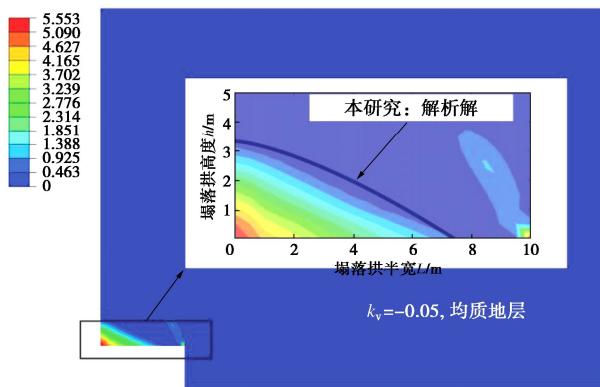


图 5 竖向地震荷载下数值解与解析解对比

Fig. 5 Comparison of numerical and analytical solutions under vertical earthquake effects

## 5 拱顶破坏机制上限解

基于以上分析及式(27), (28), 研究不同岩土体参数对拱顶破坏形状及范围的影响规律, 包括尺度参数  $A$ 、曲率参数  $n$ 、位移参数  $T$ 、岩土体重度  $\gamma$  以及竖直地震系数  $k_v$  的变化。对于深埋硐室, 大气压力  $p_a$  假设为定值, 不考虑其影响。其中, 基准输入参数为:  $A=0.7$ ,  $T=0.5$ ,  $p_a=100 \text{ kPa}$ ,  $n=0.5$ ,  $\gamma=25 \text{ kN/m}^3$ ,  $k_v=0$ 。

参数  $A$  对拱顶塌落区域的显著影响如图 6 所示。由于塌落拱的形状与范围是当拱顶岩土体发生极限破坏时得到的; 因此, 当  $A$  增大时, 岩土体强度变高, 需要更大的块体来使其达到极限状态, 塌落拱半宽  $L$  随之线性增大, 但高度  $h$  保持恒定。由式(27)可知, 塌落高度表达式与  $A$  无关。

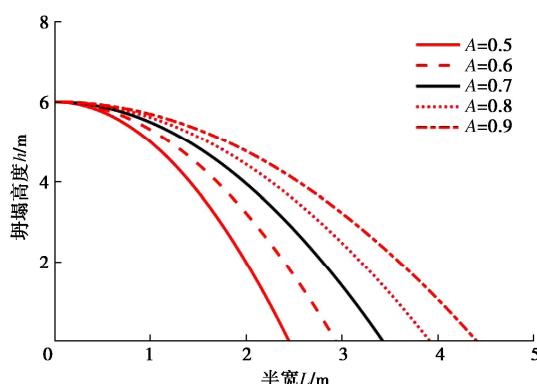


图 6 参数  $A$  影响下的塌落形状及范围

Fig. 6 Collapse shapes and dimensions under varying values of  $A$

图 7 给出了不同  $n$  值影响下硐室拱顶塌落时的破坏规模, 呈现出负相关的变化规律。随着  $n$  值增加, 塌落拱高度、半宽减小, 破坏块体重量也相应减小。值得注意的是, 当  $n$  值增加到 1.0 时, 广义 Baker 准则从非线性幂律关系退化为线性关系, 从而速度间断面由  $n$  值非 1.0 时的曲线变为直线, 也表征了曲率参数  $n$  对破坏面曲率的影响。

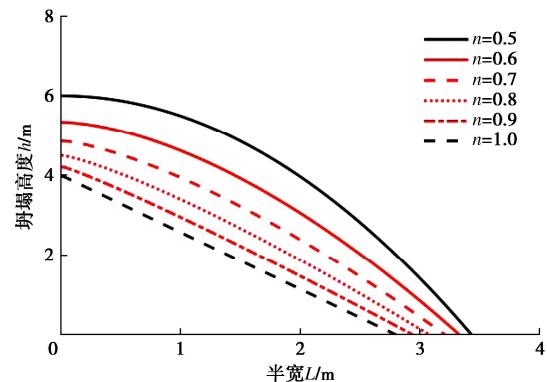


图 7 参数  $n$  影响下的塌落形状及范围

Fig. 7 Collapse shapes and dimensions under varying values of  $n$

图 8 表征无量纲抗拉强度  $T$  对拱顶塌落形状及范围有显著的影响。当  $T$  增大时, 塌落拱高度及宽度呈现增长趋势, 破坏范围相应陡增。由于  $T$  值增加, 意味着岩土体强度提高, 速度间断面上产生的内能耗散功率增加; 为了达到极限状态下的内外功率平衡, 需要更大的破坏块体提供外力功率, 因此破坏区域增大。

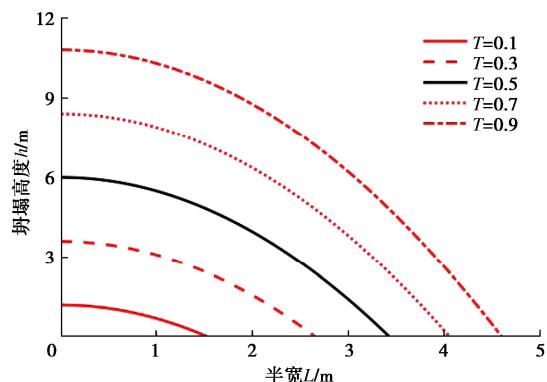


图 8 参数  $T$  影响下的塌落形状及范围

Fig. 8 Collapse shapes and dimensions under varying values of  $T$

由图 9 知, 岩土体重度的影响与参数  $T$  相反, 即当重度  $\gamma$  变大时, 塌落拱的几何参数及破坏区域减小, 呈现负相关的变化规律。由于岩土体重度是表征外部荷载功率的重要参数, 重度  $\gamma$  的增大使得外荷载做功显著增加, 因此需要减小塌落块体的破坏规模以此减小外荷载功率, 使其达到内外功率平衡状态。

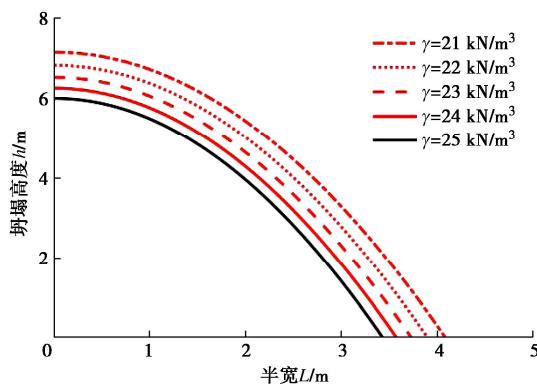
图 9 参数  $\gamma$  影响下的塌落形状及范围Fig. 9 Collapse shapes and dimensions under varying values of  $\gamma$ 

图 10 考虑了不同竖向地震荷载作用下的塌落拱形态。其中, 正值  $k_v$  表示地震力作用方向向下, 反之亦然。计算结果表明, 随着  $k_v$  增大, 拱顶破坏区域急剧减小。由于竖向地震力荷载被假定为一拟静力表示的体力, 其影响规律与岩土体重度一致。 $k_v$  值的增大可以表征为对原有重度的放大效应, 因而仅需较小的拱顶破坏体使其达到极限状态。相比较而言, 极限状态下向上的地震力需要的破坏块体明显大于向下的地震力情况。

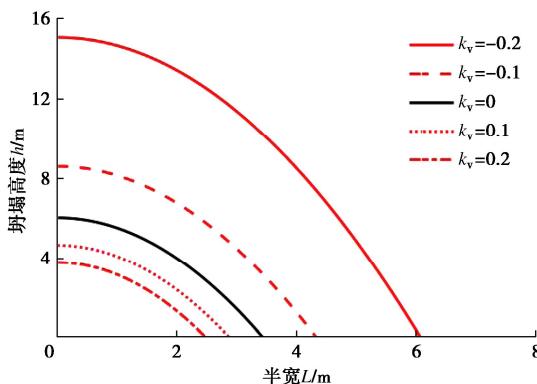
图 10 参数  $k_v$  影响下的塌落形状及范围Fig. 10 Collapse shapes and dimensions under varying values of  $k_v$ 

图 6~10 分别研究了岩土体特性参数及竖向地震荷载对硐室拱顶破坏形状及范围的影响。使岩土体强度变高的参数将使拱顶岩土体产生速度间断面更加困难, 而影响外荷载功率的参数有助于加速破坏块体的形成, 因此在达到极限状态下的内外功率平衡时, 导致了不同形状及范围的潜在破坏体。值得指出的是, 以上结果均是在所有情况都达到了极限状态, 即安全系数为 1.0 的情形, 破坏范围大不代表最危险情况, 仅代表达到同一极限状态下的破坏规模。

## 6 工程案例

本文依托某分离式土质隧道对解析结果进行工程

案例验证。隧址区位于黄土丘陵区, 隧道上部被黄土覆盖。隧道围岩主要由第四系上更新统风积物稍密黄土和中更新统离石组黄土组成, 如图 11 所示。隧道最大埋深 72.2 m, 最小埋深 6.8 m。隧道洞口宽度为 12.54 m, 高度为 10.13 m, 半径为 6 m。

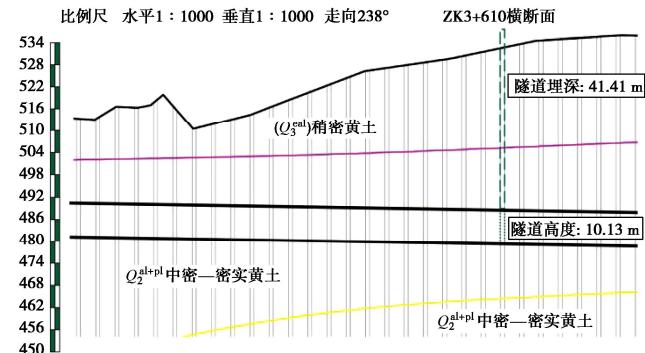


图 11 工程地质横断图

Fig. 11 Diagram of engineering geological cross section

围岩力学指标及相应的 Baker 参数见表 3。根据《公路隧道设计规范》及工程勘察报告确定隧道围岩分级为 IV 级。由式(34)计算得到该隧道压力拱高度  $h_q$  为 6.31 m, 围岩压力  $q$  为 113.66 kPa。

$$h_q = 0.45 \times 2^{S-1} [1 + 0.1 \times (B - 5)] \quad (34)$$

式中:  $B$  为隧道宽度;  $S$  为围岩等级。

表 3 隧道围岩力学参数

$\gamma(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$c/\text{kPa}$	$\varphi(^{\circ})$	$A$	$n$	$T$
18	30	24	0.45	0.7	0.67

本工程案例选择的隧道截面形式为圆形, 而前述推导的解析解针对矩形隧道。因此通过引入隧道截面表达式  $g(x)$  对围岩压力的计算表达式进行修正, 式(26)修正为

$$\begin{aligned} \Pi = & \dot{u} \left[ [(1+k_v)\gamma h - p_a T]L + \frac{(1+k_v)\gamma R^2}{2} \right. \\ & \left. \left[ \arcsin \frac{L}{R} - \frac{L}{R} \sqrt{1 - \left( \frac{L}{R} \right)^2} \right] - \right. \\ & \left. p_a^{\frac{n-1}{n}} A^{-\frac{1}{n}} [(1+k_v)\gamma]^{\frac{1}{n}} \frac{1}{1+n} L^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad (35) \end{aligned}$$

式中:  $R$  为圆形隧道半径。将式(35), (25) 联立即可求得圆形隧道的坍塌高度  $h$ , 坍塌宽度  $L$ 。

在此基础上, 圆形隧道拱顶的围岩压力计算式可表示为

$$\begin{aligned} P = & -2 \int_0^L \gamma (f(x) - g(x)) dx \\ = & 2A\gamma^{-1} (1+k_v)^{n-1} (1+n)^{-1} P_a^2 \left[ \left( \frac{n}{1+n} + k_v \right)^{-1} T \right]^{n+1} + \end{aligned}$$

$$(1+k_v)\gamma R^2 \left[ \arcsin \frac{L}{R} - \frac{L}{R} \sqrt{1 - \left( \frac{L}{R} \right)^2} \right] \quad (36)$$

在此, 选取位于深埋段的一个监测点 ZK3+610。本研究计算可得隧道塌落拱高度为 7.61 m, 半宽为 3.11 m。根据式 (36) 计算拱顶的垂直围岩压力, 并与依据规范计算的围岩压力值对比, 结果如表 4 所示。采用两种方法计算的结果误差为 4.4%, 具有很好的一致性, 满足工程需求, 表明本文方法和理论推导的有效性。因此, 在岩土体参数已知前提下, 该方法可以用于快速评估隧道顶板的坍塌块体, 从而指导衬砌结构的设计。

表 4 围岩压力结果对比

Table 4 Comparative results of pressure of surrounding rock

监测点桩号	埋深/ m	本文结 果/kPa	规范计算结果/ kPa	误差/ %
ZK3+610	41.41	118.63	113.66	4.4

## 7 结 论

在极限分析上限定理和广义非线性 Baker 准则的理论框架下, 构建了极限状态下硐室拱顶岩土体的塌落机制, 考虑了拟静力法表示的竖向地震荷载, 计算了潜在破坏体的内能耗散和外力功率, 基于变分原理和内外功率平衡方程, 推导了深埋硐室拱顶发生坍塌时破坏面形状及范围的上限解析解, 得到以下 3 点结论。

(1) 在相关参数等价转换后, 采用广义非线性 Baker 准则得到的解析解与 HB 准则得到的结果一致, 验证了本文理论公式推导的正确性; 同时亦可得到线性 MC 准则下的结果, 因此本文采用广义的 Baker 准则具有更好的适用性。

(2) 通过 ABAQUS 数值分析, 结果表明解析解与数值解有较好的一致性, 验证了在有无竖向地震荷载作用下本文解析结果的有效性; 然而, 本文方法显式给出了拱顶破坏机制的形状及尺寸, 具有快速、准确的优点。

(3) 研究讨论了岩土体相关参数及竖向地震荷载对深埋硐室拱顶破坏机制(破坏面形状、塌落高度及宽度)的影响。计算结果表明: 塌落范围随着尺度参数  $A$ 、位移参数  $T$  的增加而增大, 随着曲率参数  $n$ 、岩土体重度  $\gamma$ , 以及竖向地震力系数  $k_v$  的增加而减小。从拱顶破坏的范围来看, 竖向地震作用非常显著, 尤其是向上的地震力效应, 因此在开挖过程中需要重点关注。

## 参考文献:

- [1] CHEN W F. Limit Analysis and Soil Plasticity[M]. Amsterdam; New York: Elsevier Scientific Pub. Co, 1975.
- [2] MICHALOWSKI R L. Slope stability analysis: a kinematical approach[J]. Géotechnique, 1995, 45(2): 283-293.
- [3] 赵炼恒, 李亮, 杨峰, 等. 加筋土坡动态稳定性拟静力分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(9): 1904-1917. (ZHAO Lianheng, LI Liang, YANG Feng, et al. Dynamic stability pseudo-static analysis of reinforcement soil slopes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(9): 1904-1917. (in Chinese))
- [4] SLOAN S W. Geotechnical stability analysis[J]. Géotechnique, 2013, 63(7): 531-571.
- [5] 孙志彬, 潘秋景, 杨小礼, 等. 非均质边坡上限分析的离散机构及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(7): 1680-1688. (SUN Zhibin, PAN Qiujing, YANG Xiaoli, et al. Discrete mechanism for upper bound analysis of nonhomogeneous slopes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(7): 1680-1688. (in Chinese))
- [6] QIN C B, CHIAN S C. Kinematic analysis of seismic slope stability with a discretisation technique and pseudo-dynamic approach: a new perspective[J]. Géotechnique, 2018, 68(6): 492-503.
- [7] FRALDI M, GUARRACINO F. Limit analysis of collapse mechanisms in cavities and tunnels according to the Hoek - Brown failure criterion[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2009, 46(4): 665-673.
- [8] FRALDI M, GUARRACINO F. Analytical solutions for collapse mechanisms in tunnels with arbitrary cross sections[J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, 47(2): 216-223.
- [9] FRALDI M, GUARRACINO F. Evaluation of impending collapse in circular tunnels by analytical and numerical approaches[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2011, 26(4): 507-516.
- [10] YANG X L, QIN C B. Limit analysis of rectangular cavity subjected to seepage forces based on Hoek-Brown failure criterion[J]. Geomechanics and Engineering, 2014, 6(5): 503-515.
- [11] YANG X L, HUANG F. Three-dimensional failure mechanism of a rectangular cavity in a Hoek-Brown rock medium[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, 61: 189-195.

- [12] QIN C B, LI Y Y, YU J, et al. Closed-form solutions for collapse mechanisms of tunnel crown in saturated non-uniform rock surrounds[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2022, **126**: 104529.
- [13] BAKER R. Nonlinear Mohr envelopes based on triaxial data[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(5): 498-506.
- [14] ZHANG D B, MA Z Y, YU B, et al. Upper bound solution of surrounding rock pressure of shallow tunnel under nonlinear failure criterion[J]. Journal of Central South University, 2019, **26**(7): 1696-1705.
- [15] 刘智振. 非线性 Baker 破坏准则下地下硐室围岩压力上限解研究[D]. 湘潭: 湖南科技大学, 2017. (LIU Zhizhen. Study on Upper Bound Solution of Surrounding Rock Pressure in Underground Cavity under Nonlinear Baker Failure Criterion[D]. Xiangtan: Hunan University of Science and Technology, 2017. (in Chinese))
- [16] HOEK E, BROWN E T. Empirical strength criterion for rock masses[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1980, **106**(9): 1013-1035.
- [17] HOEK E, CARRANZA-TORRES C, CORKUM B. Hoek-Brown failure criterion: 2002 edition[C]// Proceedings of the North American Rock Mechanics Symposium. Toronto, 2002.
- [18] XU J S, YANG X L. Seismic stability analysis and charts of a 3D rock slope in Hoek-Brown media[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2018, **112**: 64-76.
- [19] 黄阜, 杨小礼, 赵炼恒, 等. 基于 Hoek-Brown 破坏准则的浅埋条形锚板抗拔力上限分析[J]. 岩土力学, 2012, **33**(1): 179-184, 190. (HUANG Fu, YANG Xiaoli, ZHAO Lianheng, et al. Upper bound solution of ultimate pullout capacity of strip plate anchor based on Hoek-Brown failure criterion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(1): 179-184, 190. (in Chinese))
- [20] JIANG J C, BAKER R, YAMAGAMI T. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability computations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(2): 308-325.
- [21] LIU Z Z, CAO P, LIN H, et al. Three-dimensional upper bound limit analysis of underground cavities using nonlinear Baker failure criterion[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2020, **30**(7): 1916-1927.
- [22] FRALDI M, CAVUOTO R, CUTOLI A, et al. Stability of tunnels according to depth and variability of rock mass parameters[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019, **119**: 222-229.

## 关于参加 2025 年世界隧道大会的通知

2025 年世界隧道大会暨国际隧道与地下空间协会（简称：ITA）第 51 届年会将于 2025 年 5 月 9~15 日在瑞典·斯德哥尔摩举办。本次大会将云集 ITA 会员国的代表进行议题交流和技术与设备展示。希望各会员单位踊跃派员参加，以增进我国与世界同行的交流。具体通知如下：

**一、大会主要议题：**隧道工程可持续发展的未来！

**二、分议题：**①创新掘进技术；②地下安全；③使用地下空间；④调查和地面表征；⑤地下空间规划设计常规隧道掘进；⑥常规隧道掘进；⑦机械掘进；⑧复杂的几何形状，包括轴和坡道；⑨注浆和地下水控制；⑩仪器仪表和监控；⑪操作、检查、维护；⑫合同方面、融资和风险管理；⑬气候变化的影响。

**三、会议议程：**5 月 9 日星期五 ITA-CET 培训，5 月 10 日星期六大会注册；ITA 培训；执委会会议；主人会等，5 月 11 日星期日成员国大会(第 1 场)，5 月 12 日星期一开幕式、主旨报告、展览，5 月 13 日星期二公开会议、技术会议、展览，

5 月 14 日星期三技术会议、青年大会技术会议、青年大会，5 月 15 日星期四技术参观。

**四、会议注册：**提前注册人员有优惠，请通过网站 ([www.wtc2025.se](http://www.wtc2025.se)) 进行会议注册。

**五、参会方式：**为了提高我国的学术水平、推动我国隧道及地下工程领域进步，并扩大我国的影响力，我会积极支持国内专家学者踊跃参会。

如需我分会帮助注册报名，请各参会单位于 2025 年 1 月 15 日前将参会名单报到分会秘书处（报名回执见附件）。

**联系方式：**联系人：常翔，张迅电话：020-32268653，E-mail：[sdgcfh@vip.163.com](mailto:sdgcfh@vip.163.com)，通讯地址：广东省广州市南沙区工业四路 2 号，邮编：511458。

**参展参会服务：**李云倩 13902287097（微信同号），吕少凰 15919220470（微信同号），董悦 18320682712（微信同号），蒋政 15920420215（微信 berry9082）。