

DOI: 10.11779/CJGE20230425

颗粒材料各向异性弹性波速与微观组构 CT 试验研究

梁晓敏¹, 顾晓强^{*1}, 翟崇朴², 魏德亨³

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 岩土与地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 西安交通大学航天航空学院机械结构强度与振动国家重点实验室, 陕西 西安 710049; 3. Institute of Geomechanics and Underground Technology, RWTH Aachen University, Aachen 52074)

摘要: 针对颗粒材料的各向异性力学特征, 利用带有两对弯曲元波速传感器的 GDS 圆柱扭剪仪, 从宏观上研究了不同应力条件下聚氯乙烯颗粒试样中不同方向压缩波和剪切波的波速特征及波速各向异性程度的演化规律。同时, 结合 X 射线 CT 扫描技术重构试样的三维结构模型, 提取了接触配位数、接触法向、颗粒长轴方向等微观组构参数, 并分析了其随应力状态改变的变化规律, 从微观层面揭示了宏观波速各向异性演化的内在机理。研究结果表明: 等向固结应力条件下, 试样中波速呈现出显著的初始各向异性, 即水平向波速大于竖向波速, 与颗粒长轴分布对波速的影响程度大于接触法向有关; 在水平向应力不变的不等向固结应力条件下, 竖向波速随竖向与水平向应力比的增加而增加, 水平向波速则随应力比增加先保持不变后减小, 波速的减小与接触配位数的降低有关。同时, 随应力比增加, 应力修正后竖向波速与水平向波速的比值先基本不变后逐渐增加并趋近于 1.0, 这与颗粒长轴及接触法向各向异性的演化有关。

关键词: 组构; 弹性波速; 各向异性; X 射线 CT 扫描; 三维重构; 应力比

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)07-1398-10

作者简介: 梁晓敏(1995—), 女, 博士, 主要从事砂土各向异性特性的宏观方面的研究工作。E-mail: liangxm@tongji.edu.cn。

Anisotropic wave velocities of granular materials and microscopic fabric using X-ray computed tomography

LIANG Xiaomin¹, GU Xiaoqiang¹, ZHAI Chongpu², WEI Deheng³

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, School of Aerospace Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. Institute of Geomechanics and Underground Technology, RWTH Aachen University, Aachen 52074, Germany)

Abstract: The anisotropy of wave velocities of granular materials is investigated from both the macroscopic and microscopic scales. The effects of stress states on the P- and S-wave velocities propagating along multiple directions in granular samples of PVC particles are examined in a cylindrical torsion-shear apparatus with two bender elements. Using the X-ray computed tomography, the fabric evolution of the specimen, including the coordination number, particle orientation and contact normal, during consolidation along different stress paths is analyzed. The results indicate that an initial stiffness anisotropy can be observed that the horizontal stiffness of the specimen is larger than that in the vertical direction, which is related to the long axes of particles. As the ratio of vertical to horizontal stress increases, the wave velocity along the vertical distribution of direction increases, while the horizontal wave velocity remains nearly constant before an obvious decrease. This trend is strongly associated with the variation of coordination number. Moreover, the ratio of vertical to horizontal stress-normalized wave velocity keeps almost unchanged and then gradually approaches to 1.0 as the stress ratio increases, which is related to the evolution of long axes of particles and normal fabric anisotropy of contact.

Key words: fabric; elastic wave velocity; anisotropy; X-ray computed tomography; 3D reconstruction; stress ratio

0 引言

在天然重力沉积或人工填筑过程中, 粒状土体颗粒的排布方式及复杂的应力状态会导致其在刚度^[1]、强度^[2]、渗透性^[3]等力学特性上呈现明显的各向异性

基金项目: 国家自然科学基金项目(52178344, 51822809); 上海市“曙光计划”项目(20SG22)

收稿日期: 2023-05-17

*通信作者(E-mail: guxiaoqiang@tongji.edu.cn)

特征。弹性波速是评价土体性质的重要物理力学指标之一^[4-5]。压电陶瓷弯曲元能方便快速地测定土体弹性波速,其已被广泛安装在三轴仪^[6]和固结仪^[7]等土工试验设备中用于砂土弹性波速及其各向异性特性的研究。研究表明,在等向应力状态下,天然砂土水平向和竖向的波速明显不同,即呈现初始各向异性。例如:砂雨法制备的 Ticino 砂试样的水平向波速大于竖向向^[8-10],而同样采用砂雨法制备的 Virginia 海滩砂试样的竖向向波速小于水平向^[11]。同时,砂土试样的制备方法对试样波速各向异性特征也有影响,例如:湿夯法制备的 Hostun 砂土试样的水平向波速小于竖向向,而振动法及砂雨法制备的试样水平方向波速则大于竖向向^[12]。另一方面,在不等向应力条件下,当竖向与水平向应力比($SR=\sigma_v/\sigma_h$)较小时, Ticino 砂试样不同方向的波速与该方向上的应力呈幂函数关系,而当应力比超过一定值后,沿小主应力方向传播的波速开始衰减,波速与应力间关系不再满足经验公式^[13]。Kuwanon 等^[10]认为波速的显著减低及各向异性程度的改变是由于颗粒试样发生剪胀,导致粒间接触分布发生变化,但其在实验中未能获取微观接触组构信息加以验证。针对这一试验现象,Gu 等^[14]采用离散元数值模拟了模量(或波速)随应力状态的演化情况,发现波速的衰减与接触配位数随应力比的增加而降低有关,而波速各向异性程度与接触法向组构各向异性相关。Gu 等^[15]还进一步建立了颗粒材料试样应力修正后的波速各向异性与接触法向组构各向异性的线性关系。

目前,从本质上探求颗粒材料复杂宏观特性的微观机理,广泛采取的手段仍为数值模拟^[14-15],通过试验获取试样微观组构的研究很少。然而,数值模拟需以试验结果作为模型建立的依据和验证,但对真实颗粒形状和试样微观结构的精细化模拟还十分困难。随着成像技术的发展,CT 扫描已经成为一种无损伤表征的新技术^[16],可通过其重构出颗粒土试样的三维构造,从而进一步获取试样的微观组构。国内已有研究大多利用 CT 扫描研究岩石及砂土内部孔隙特征^[17-18],而砂土微观接触组构信息的研究很少。国外已有研究中, Sun 等^[19]基于 CT 图像计算了砂土试样的颗粒长轴方向、接触法向和支矢量等组构参数,同时发现颗粒形状会影响砂土的固有组构各向异性。Imseeh 等^[20]和 Wiebicke 等^[21]利用 CT 扫描研究了剪切过程中砂土微观接触组构各向异性的演化,其与宏观应力应变曲线特性的变化一致。可见,颗粒材料微观组构对其宏观响应至关重要,但利用 CT 扫描等技术研究颗粒材料微观结构设备要求高、难度大、费时费力。如能

建立微观组构和波速各向异性的机理联系,从而利用宏观波速定量和快速表征微观组构,具有重要的理论意义和实用价值。因此,从试验手段探究粒状土宏观波速各向异性的微细观机理十分必要,而目前未见宏观微观相结合的试验研究。

综上所述,本文利用配置了两对弯曲元波速传感器的圆柱扭剪仪,从宏观上研究了不同应力条件下聚氯乙烯(PVC)颗粒试样中不同方向的压缩波(P波)及剪切波(S波)的波速变化情况,探讨了波速各向异性程度随应力状态的演化规律。在微观上,结合 CT 扫描图像重构试样的三维结构,并提取接触配位数、颗粒长轴方向、接触法向分布等微观组构参数,进而探讨颗粒材料宏观波速各向异性特征的微细观机理。

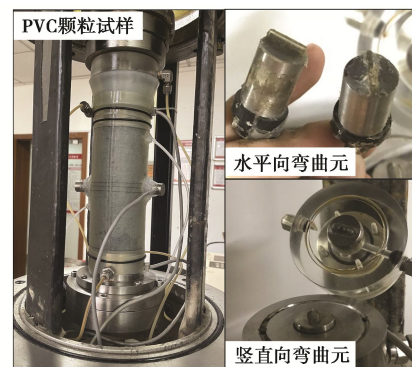
1 试验材料、设备、方案

1.1 试验材料及设备

试验材料采用单一粒径聚氯乙烯(PVC)颗粒,其表面光滑,长轴均长约为 4.0 mm,短轴均长约为 2.1 mm,平均等效粒径约为 2.85 mm。PVC 材料的相对质量密度 $G_s=1.75$,杨氏模量和泊松比分别为 3.92 GPa 和 0.32。PVC 颗粒的最大孔隙比 e_{max} 和最小孔隙比 e_{min} 分别为 1.0 和 0.728。试样采用干燥 PVC 颗粒通过分层压实法制备,制样时目标孔隙比为 0.730,为密实试样。试样为直径 70 mm,高 150 mm 的实心圆柱体。

采用 GDS 圆柱扭剪仪控制试样的应力状态。同时,在扭剪仪中安装了竖向和水平向弯曲元,可开展多方向波速测试(见图 1),包括竖直面波速 v_{PZ} 和 v_{SZY} ,水平向波速 v_{PX} 和 v_{SXY} ,倾斜向波速 $v_{P\theta}$ 和 $v_{S\theta Y}$,其中 θ 为弹性波传播方向与试样竖向对称轴所成夹角,从而实现横观各向同性弹性模型参数的完整测定。

当试样达到特定应力状态,对其充入环氧树脂进行固化,再利用 CT 扫描获得试样不同断面照片,并通过计算机重构试样三维结构及获取试样的微观组构信息。该 CT 设备及其参数分别见图 2 和表 1。



(a) 安装弯曲元后的试样

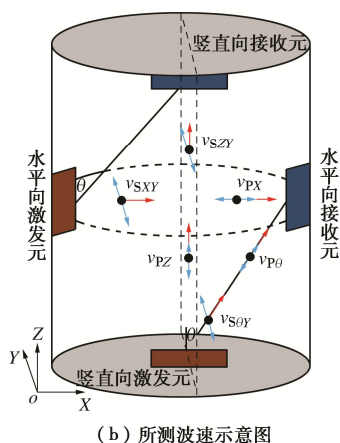


图 1 弯曲元测试中的试样及波速示意图

Fig. 1 Schematic diagram of specimen and wave velocity

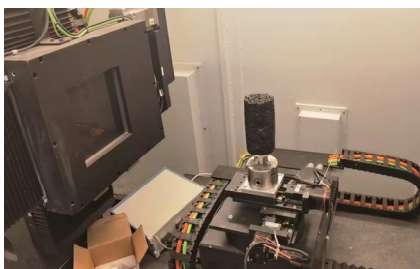


图 2 CT 扫描设备图

Fig. 2 X-ray computed tomography system

表 1 CT 扫描成像系统参数

Table 1 Settings of X-ray computed tomography system				
细节辨 识能力/ μm	空间分辨率 /(LP $\cdot\text{mm}^{-1}$)	像素 尺寸/ μm	像素/ pixels	帧数 (frames $\cdot\text{s}^{-1}$)
< 3	23.0	200 \times 200	1024 \times 1024	15

1.2 试样的不同应力状态

采用两种不同的应力固结路径，如图 3 所示，包括等向压缩固结和不等向压缩固结。等向压缩固结时竖向应力与水平向应力相等，应力依次固结至 50, 75, 100, 150, 200 kPa。不等向固结时，水平向应力保持为 100 kPa 不变，而竖向应力以间隔 20 kPa 逐渐从初始 100 kPa 增加到 200 kPa。当竖向应力超过 200 kPa 后，试样发生破坏，无法维持平衡稳定状态。试样固结到指定应力状态后，先进行弯曲元波速测试，随后在保持应力状态条件下利用注射器通过试样的排水管缓慢充入环氧树脂进行固化，以避免对试样的颗粒状态产生扰动。

2 宏观波速试验结果分析与讨论

2.1 信号时域分析与波速确定

图 4 给出了围压 100 kPa 的 PVC 颗粒试样中弯曲元在不同激发频率下不同方向的 P 波及 S 波的输出信号。由图 4 可知，输出信号频率先随激发频率的增加而增加，当激发信号频率高于 10 kHz 后，输出信号比

较稳定，不随激发信号频率增加而明显改变，此现象与离散颗粒材料的高频过滤特性相关^[22]。由 Yamashita 等^[23]及 Gu 等^[24]的研究可知，时域初达波法不受输入、输出信号频率不一致的影响，能较准确地确定弹性波到达时间，因此本文利用时域初达波法确定 P 波和 S 波的初始到达时间，进而获取波速。

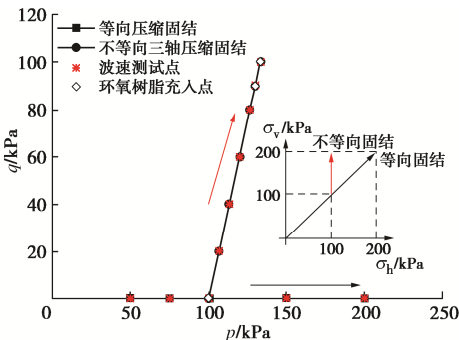
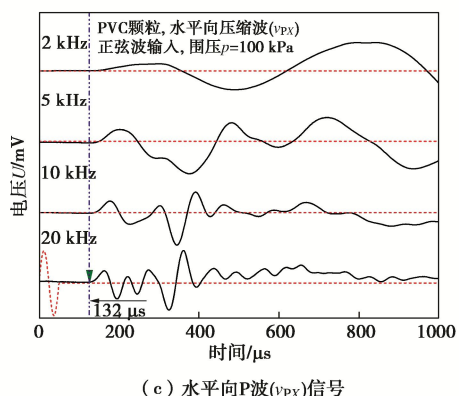
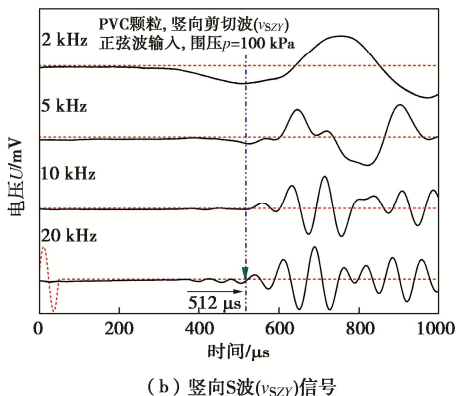
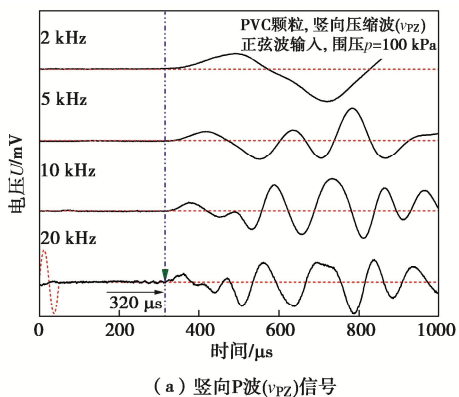


图 3 固结应力路径图

Fig. 3 Stress paths in consolidation



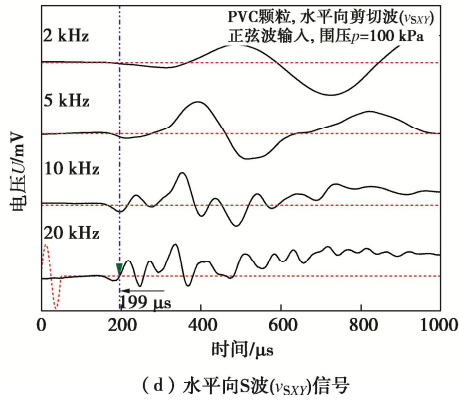
(d) 水平向S波(v_{SXY})信号

图 4 PVC 颗粒试样中 P 波及 S 波信号

Fig. 4 P- and S-wave signals of PVC particle specimens

2.2 波速表征的横观各向同性弹性刚度矩阵

根据弹性波在连续介质中的传播定律, 通过不同方向的 P 波和 S 波波速可完整确定横观各向同性弹性模型的 5 个独立参数^[25]:

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & & & \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: C_{11} 为水平向的压缩模量 M_h ; C_{33} 为竖向的压缩模量 M_v ; C_{44} 为竖直面内的剪切模量 G_{vh} ; C_{66} 为水平面内的剪切模量 G_{hh} ; C_{12} 为 $C_{11}-2C_{44}$; C_{13} 为一独立弹性刚度系数, 可由式 (2)、(3)、(5) 计算。

$$C_{11} = \rho v_{PX}^2, C_{33} = \rho v_{PZ}^2, C_{44} = \rho v_{SZY}^2, C_{66} = \rho v_{SXY}^2, \quad (2)$$

$$v_{P\theta} = [(C_{11} \sin^2 \theta + C_{33} \cos^2 \theta + C_{44} + \Delta) / 2\rho]^{0.5}, \quad (3)$$

$$v_{S\theta Y} = [(C_{66} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta) / \rho]^{0.5}, \quad (4)$$

$$\Delta = \{[(C_{11} - C_{44}) \sin^2 \theta - (C_{33} - C_{44}) \cos^2 \theta]^2 + 4(C_{13} + C_{44})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta\}^{0.5}. \quad (5)$$

式中: ρ 为试样密度; θ 为弹性波传播方向与试样竖直面内对称轴的夹角。

当 5 个刚度矩阵系数确定后, 即可根据式 (3) ~

(5) 计算任意方向或平面内的波速。图 5 给出了等向围压 100 kPa 条件下竖直面内波速的分布图, 其中散点为实测波速值, 曲线为预测的波速。由图 5 可知, 倾斜向波速理论计算值与实测值吻合良好, 且等向固结应力状态下 P 波及 S 波波速面受初始结构各向异性的影响较大, 表现为近似椭圆状分布, 其中水平向波速大于竖直向。

2.3 等向围压大小对波速的影响

复杂应力状态下土体弹性波速的经验公式为^[26]:

$$v_P(v_S) = A_P(A_S)F(e)(\sigma_{pro})^{n_{pro}}(\sigma_{osc})^{n_{osc}}(\sigma_{out})^{n_{out}}. \quad (6)$$

式中: σ_{pro} 为弹性波传播方向上的应力; n_{pro} 为该方向上的应力指数; σ_{osc} 为颗粒振动方向上的应力, n_{osc} 为该方向上的应力指数; σ_{out} 为垂直于振动方向和传播

方向所成平面的应力, n_{out} 为该方向上的应力指数; A 为土体固有波速参数, 反映了土体级配、颗粒形状等对波速的影响; $F(e)$ 为土体孔隙比 e 的函数。图 6 对比了 PVC 颗粒试样不同方向 P 波及 S 波波速随围压的变化情况。由图 6 可知, P 波及 S 波波速均与围压具备幂函数关系, 应力指数 n 保持在 0.21~0.22, 符合已有波速与围压的经验关系公式^[8-10]。同时, PVC 颗粒试样中竖向传播的波速值小于倾斜向, 而水平向传播的波速值最大。由图 6 拟合曲线所得竖向与水平向土体波速参数比值分别为 $A_{PZ}/A_{PX} = 0.85$, $A_{SZY}/A_{SXY} = 0.89$, 表现出明显的各向异性。

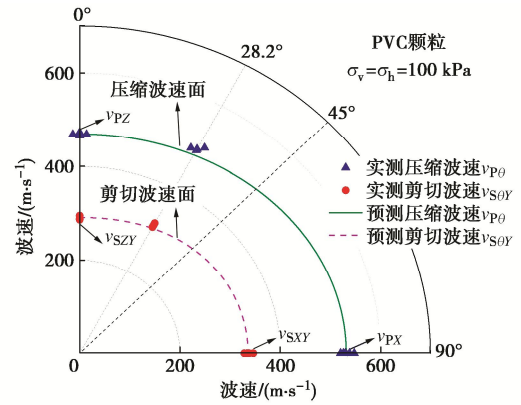
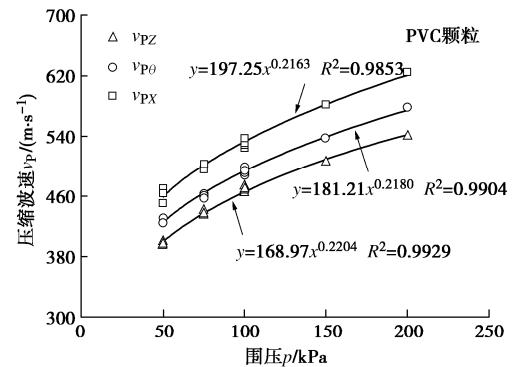
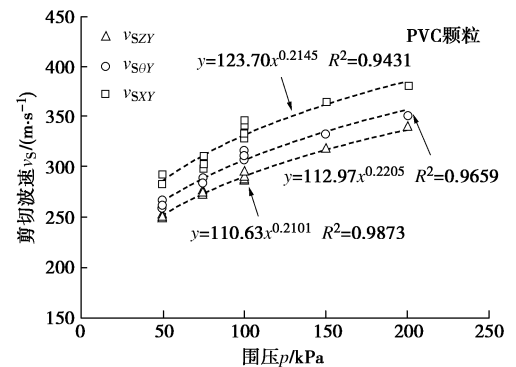


图 5 等向围压 100 kPa 下 P 波及 S 波的波速面

Fig. 5 Distributions of P- and S-wave velocities at an isotropic confining pressure of 100 kPa



(a) P波波速与围压关系



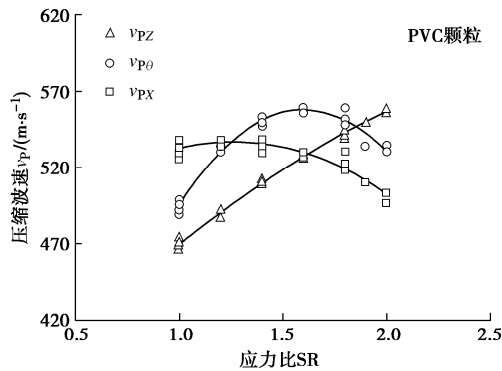
(b) S波波速与围压关系

图 6 P 波及 S 波波速与围压关系

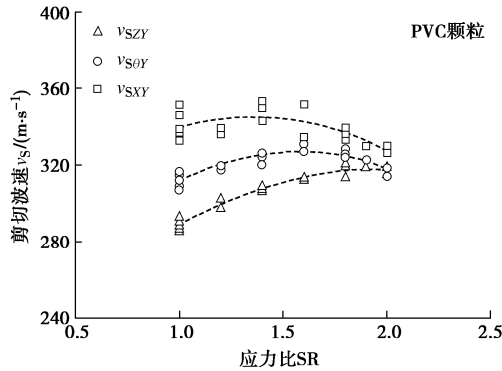
Fig. 6 Relationship between P- and S-wave velocities and confining pressure

2.4 不等向固结应力对波速的影响

图7给出了PVC颗粒试样在不等向应力状态下,不同方向P波及S波的波速情况。由图7可见, v_{PZ} , v_{SZY} , $v_{P\theta}$, $v_{S\theta Y}$ 起初均表现为随应力比 $SR(\sigma_v/\sigma_h)$ 增加而增加,与公式(7)预测一致。同时, v_{PX} , v_{SXY} 随应力比 SR 的增加先保持不变,也符合理论上 v_{PX} , v_{SXY} 主要受水平向应力(本研究中保持不变)影响的预期。当应力比 SR 达到1.6后, v_{PZ} , v_{SZY} 增长速度变缓, $v_{P\theta}$, $v_{S\theta Y}$, v_{PX} , v_{SXY} 开始衰减,不再满足经验式(6),此现象可能与试样微观组构发生改变有关^[15]。



(a) P波波速(v_P)与应力比(SR)关系



(b) S波波速(v_S)与应力比(SR)关系

图7 P波及S波波速与应力比关系

Fig. 7 Relationship between P- and S-wave velocities and SR

Roesler^[27]认为波速主要受传播及振动方向上的应力影响,而 σ_{out} 对于波速的贡献一般可忽略不计。由于等向应力固结条件下,颗粒试样不同方向的波速均与 $p^{0.22}$ 具有正相关关系,亦可表示为 $(\sigma_{pro} \times \sigma_{osc})^{0.11}$ 。因此,为区分组构及应力诱发各向异性的影响,对弹性波速利用 $(\sigma_{pro} \times \sigma_{osc})^{0.11}$ 进行应力修正,修正后的波速可表示为

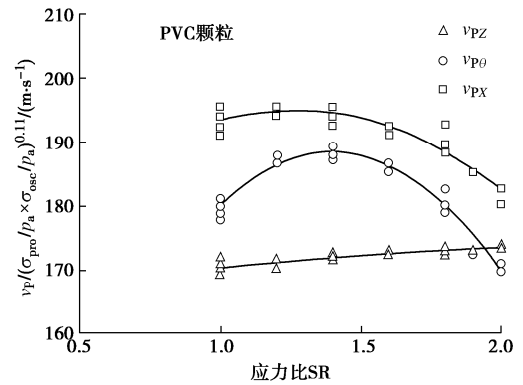
$$v_{P/S} / (\sigma_{pro}/p_a \times \sigma_{osc}/p_a)^{0.11} \quad (7)$$

其中,倾斜方向的应力为

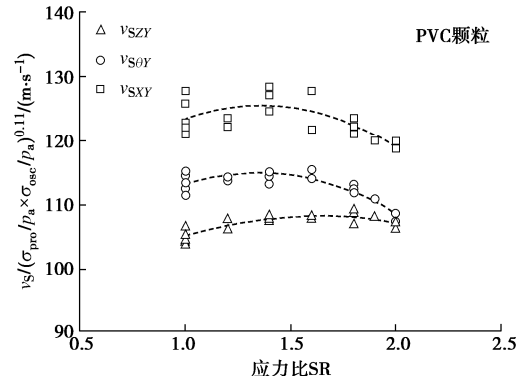
$$\sigma_{\theta} = (\sigma_v + \sigma_h)/2 + (\sigma_v - \sigma_h) \cos 2\theta/2 \quad (8)$$

式中: σ_v 为竖向应力; σ_h 为水平向应力; p_a 为参考应力,这里取 100 kPa。图8给出了应力修正后的不同方向波速随应力比的变化规律,由图8可知,随应力

比的增加,修正后的竖向和水平向波速一开始变化较小。但当应力比超过1.6后,竖向波速的变化仍相对较小,而水平向波速则迅速衰减,且衰减幅度较大。图9给出了应力修正后竖向波速与水平向波速的比值随应力比的变化情况。由图9可知,修正后竖向与水平向波速的比值在应力比增加初期变化不大,表明此阶段应力对初始组构的各向异性程度影响较小。而当应力比超过1.6后,竖向与水平向波速的比值逐渐增大,并趋近于1.0, P波尤为明显,表明此阶段试样的应力诱发组构各向异性显著,具体将在后文讨论。



(a) 应力修正后P波波速与应力比(SR)关系



(b) 应力修正后S波波速与应力比(SR)关系

图8 应力修正后P波及S波波速与应力比关系

Fig. 8 Relationship between stress normalized P- and S-wave velocities and SR

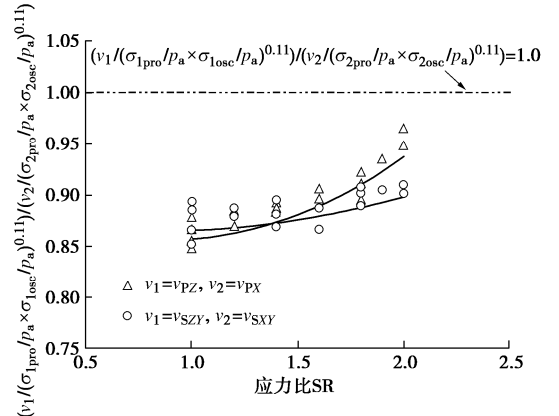


图9 应力修正竖向与水平向波速比值与应力比关系

Fig. 9 Relationship between ratio of stress normalized vertical to horizontal wave velocities and SR

3 微观结构试验结果分析与讨论

3.1 CT 图像处理

利用法国 3SR 实验室开发的开源程序 Spam 对显微 CT 图像进行处理。首先, 采用 Otsu^[28]的方法结合视觉观察选取合适的二值化阈值将颗粒和孔隙完全分开; 利用分水岭算法分割二值化后的图片, 修复过分割及分割不足的颗粒, 得到与原始灰度图片高度吻合的颗粒; 根据分割后颗粒的体积对其进行色彩标记, 具体过程见图 10。图 11 显示了 CT 图像重构后的三维立体结构模型。计算重构试样的孔隙比为 0.71, 与实际制样时的孔隙比 0.73 相近, 误差 2.74%, 主要源于阈值分割中孔隙像素识别的累计误差。

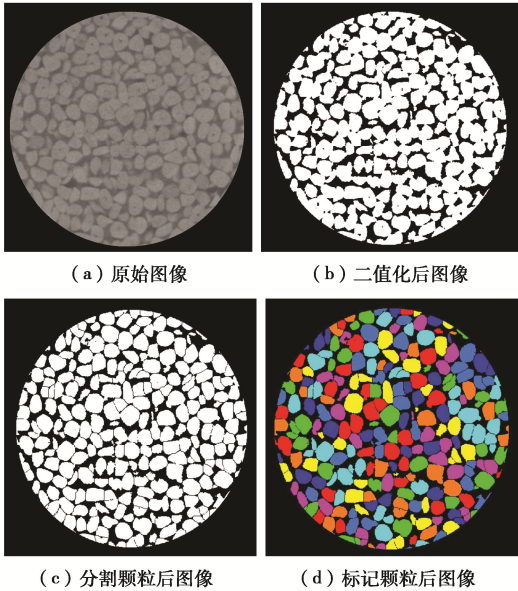


图 10 CT 图像预处理过程

Fig. 10 Preprocessing of digital images from CT

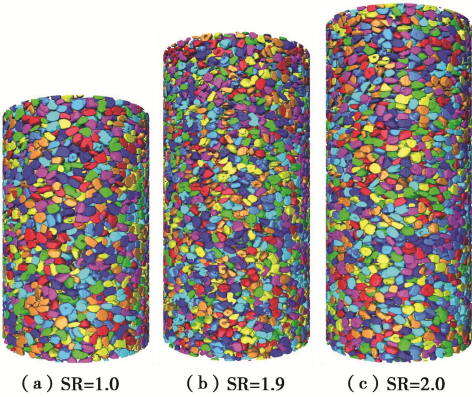


图 11 PVC 颗粒试样不同应力状态下三维重构模型

Fig. 11 3D reconstruction models at various stress ratios

3.2 单颗粒形状参数

图 12 对比了实际颗粒和 CT 图像重构颗粒的形状

及尺寸, 其中等效粒径及长细比的计算见式 (9)。由图可知, CT 试验可实现颗粒三维形态的准确重构, 并量化计算颗粒尺寸参数。表 2 给出了真实颗粒与重构颗粒形状和尺寸参数的平均值。由表 2 可知, 重构颗粒的尺寸与实测颗粒尺寸参数相近, 表明本文图像处理效果较好。

$$D_{eq} = \frac{(6V_{3D})^{1/3}}{\pi}, \quad A_r = \frac{F_{max}}{F_{min}} \quad (9)$$

式中: D_{eq} 为颗粒等效粒径; V_{3D} 为三维颗粒体积; A_r 为颗粒长细比; F_{max} 为长轴长; F_{min} 为短轴长。

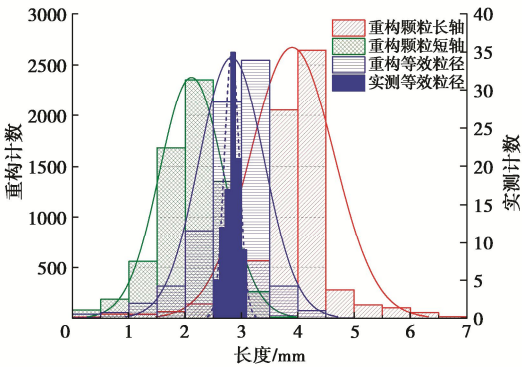
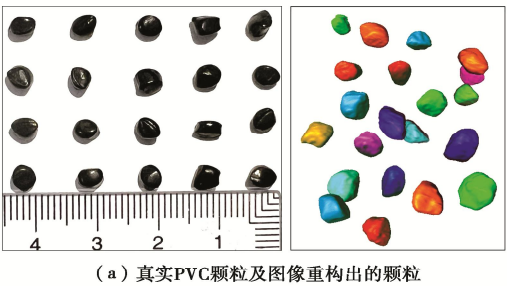


图 12 实测颗粒与图像重构颗粒的形状及尺寸

Fig. 12 Shapes and sizes of real and 3D reconstruction particles

表 2 实测及图像重构 PVC 颗粒的形状、尺寸参数

Table 2 Shape quantities of real and 3D reconstruction particles

项目	长轴长 F_{max}/mm	短轴长 F_{min}/mm	等效粒径 D_{eq}/mm	长细比 A_r
实测	4.00	2.10	2.85	1.90
重构	4.04	2.17	2.94	1.86

3.3 试样微观组构参数

为反映微观组构参数的演化规律, 在不同应力状态下的试样中间位置选取相同尺寸的代表单元体(400 像素×400 像素×400 像素)进行分析。图 13 为 3 个应力比下试样中选取的单元体。采用 Andò 等^[29]及 Wiebicke 等^[30]提出的接触检测算法, 提取单元体内的接触组构信息。图 14 给出了不同应力状态下, 接触配位数 CN (即单个颗粒周围的接触数) 的概率密度分布情况。由图 4 可知, 在应力比较大时, 配位数出现衰减, 与宏观波速的变化趋势相一致。表明宏观波速的衰减与微观接触配位数的减少有关, 与 Gu 等^[31]的

研究结论相符。

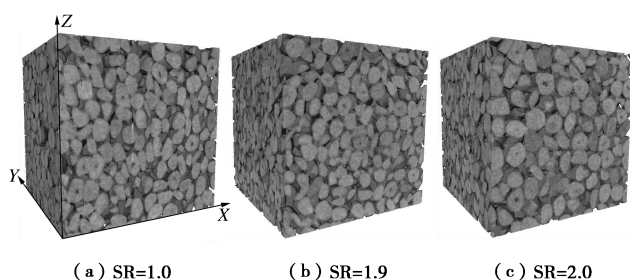


图 13 PVC 颗粒试样不同应力状态下三维表征单元体

Fig. 13 3D representative element volumes at various SR

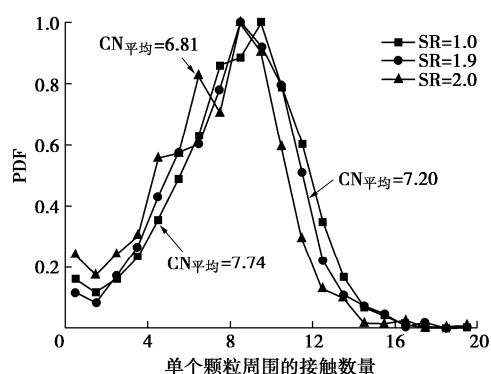


图 14 不同应力状态下配位数的概率密度分布

Fig. 14 PDF of CN at various SR

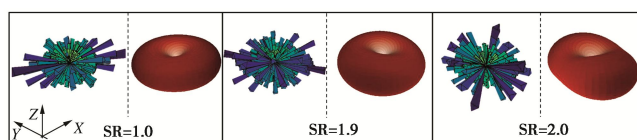
宏观波速各向异性与微观组构各向异性的演化密切相关^[15]。图 15, 16 分别给出了不同应力状态下, 颗粒长轴方向、接触法向的 3D 概率密度分布图及其在竖直面 (XZ 面和 YZ 面) 和水平面 (XY 面) 的分布玫瑰图。由图可知, 在等向固结 (应力比 SR=1.0) 时, XZ 面内的颗粒长轴主方向与水平面约呈 30° 夹角, 而接触法向的主方向与竖直面约呈 15° 夹角, 总体表现为竖向接触多于水平向。通常认为弹性波沿颗粒间的接触传播, 波速会随接触数的增加而增加。然而, Otsubo 等^[32]的研究发现, 对于椭球形颗粒试样, 尽管竖向接触数多于水平向, 但沿着颗粒的长轴方向 (即水平方向) 传播的波速最大。这表明颗粒长轴分布对弹性波速具有重要影响。压缩波的理论计算公式为^[32]:

$$v_p = l \sqrt{\frac{k_n}{m}} \quad (10)$$

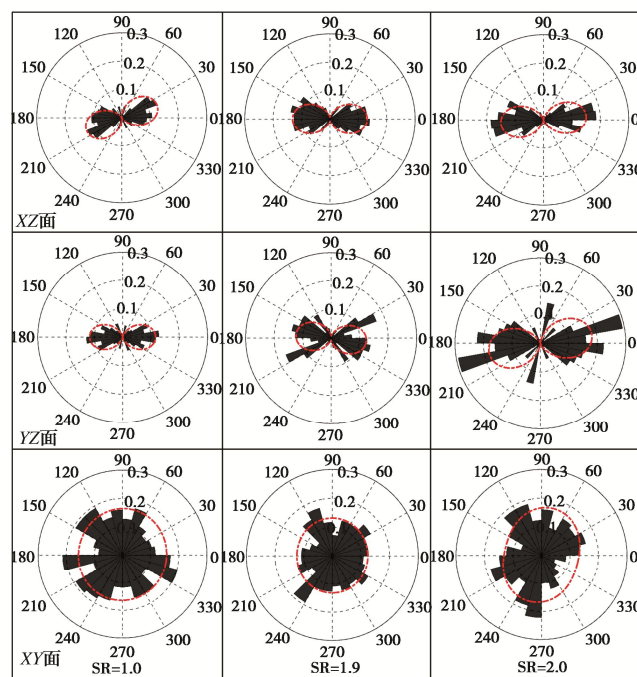
式中: l 为颗粒间距离; k_n 为颗粒间接触法向刚度; m 为颗粒质量。由式 (10) 可知, 颗粒间距离及接触刚度均会影响弹性波速值。本研究等向固结应力下, 虽竖向接触数也多于水平向, 由于受沿水平向分布的颗粒长轴影响, 使得水平向波速更大, 说明颗粒长轴对波速的影响大于接触数量。

由图 15, 16 还可知, 竖向加载过程中, 颗粒长轴在水平方向以及接触法向在竖直方向的概率密度均增加。然而, 由于 PVC 颗粒表面光滑, 颗粒之间的咬合

作用较弱, 因此颗粒容易发生偏转。在 XZ 面内, 颗粒长轴分布的主方向逐渐从倾斜趋于水平方向, 而接触法向分布的主方向逐渐从倾斜趋于竖直加载方向。当应力比增加至 2.0 时, 在 YZ 面内的部分颗粒长轴趋向于竖直方向, 导致水平方向颗粒长轴分布相对减少, 而接触数分布相对增多。通过对 XY 面的组构分布观察, 可以发现随着应力比的增加, X 方向颗粒长轴的分布逐渐减少, 接触数量增多, 而 Y 方向颗粒长轴的分布增多, 接触数量减少。由图 1 可知, 本研究水平向弯曲元沿 X 方向传播, 当应力比较大时, X 方向的颗粒长轴的减少加剧了水平向波速 v_{PX} 的衰减, 而 Y 方向颗粒长轴分布的相对增多使得 v_{SY} 的衰减幅度相对 v_{PX} 较小。



(a) 颗粒长轴方向 3D 概率密度分布图



(b) 颗粒长轴方向在不同截面的概率密度分布图

图 15 不同应力状态下颗粒长轴方向向量的分布

Fig. 15 Distribution of long axes of particles at various stress ratios

通常利用组构张量对颗粒长轴方向、接触法向分布进行定量描述, 组构张量 R_{ij} 的表达式为^[33]:

$$R_{ij} = \int_{\Omega} E(\Omega) n_i n_j d\Omega = \frac{1}{N} \sum n_i n_j \quad (11)$$

式中: $E(\Omega)$ 为组构概率密度函数; n_i , n_j 为颗粒长轴方向或接触法向单位向量; N 为颗粒或接触总数量。组构的空间分布概率密度函数可表示为

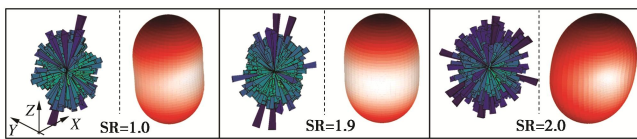
$$E(\gamma, \beta) = \frac{1}{4\pi} \left[1 + \frac{1}{4} \alpha_{20} (3 \cos 2\gamma + 1) + 3 \sin^2 \gamma (\alpha_{22} \cos 2\beta + b_{22} \sin 2\beta) \right] \quad (12)$$

式中: γ 为与 Z 轴夹角; β 为与 Y 轴夹角; α_{20} , α_{22} , b_{22} 为各向异性的系数, 与材料自身性质有关。当 α_{22} , b_{22} 均为 0 时, 该材料为横观各向同性。

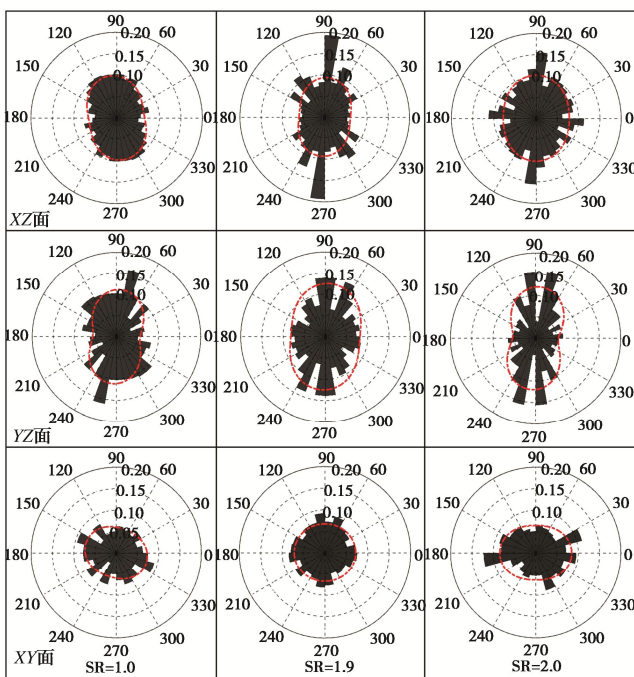
利用 Gu 等^[15]提出的考虑不同波速方向组构概率密度的比值来表征颗粒长轴及接触法向组构各向异性程度对波速各向异性的影响。该概率密度比值为

$$(E(\alpha_{1pro})E(\alpha_{1osc})/E(\alpha_{2pro})E(\alpha_{2osc}))^{1/3} \quad (13)$$

式中: $E(\alpha_{1pro})$, $E(\alpha_{2pro})$ 为宏观波速 1 和 2 传播方向上的组构概率密度值, $E(\alpha_{1osc})$, $E(\alpha_{2osc})$ 为宏观波速 1 和 2 振动方向的组构概率密度值。图 17 分别给出了不同应力状态下, v_{PZ} , v_{PX} , v_{SZY} , v_{SXY} 对应传播及振动方向上的颗粒长轴及接触法向分布的概率密度比值变化情况, 由图可知, 较大应力比时, 竖向与水平向接触法向的概率密度比值减小, 颗粒长轴的概率密度比值增大, 但二者均逐渐趋近于 1.0, 与宏观应力修正后竖向波速与水平向波速随应力比的变化趋势相一致, 具体数量关系有待后续进一步研究。



(a) 接触法向 3D 概率密度分布图



(b) 接触法向在不同截面投影的概率密度分布图

图 16 不同应力状态下试样颗粒接触法向的分布

Fig. 16 Normal distribution of contact at various stress ratios

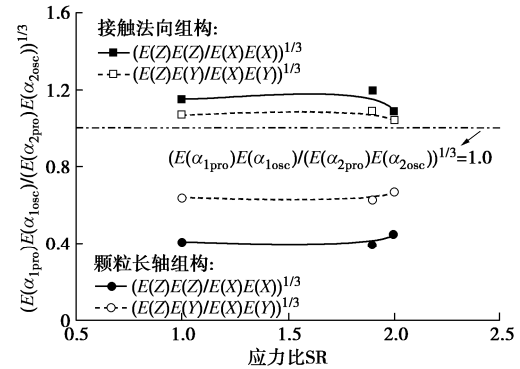


图 17 组构概率密度比值随应力比的变化

Fig. 17 Evolution of fabric probability density ratio with SR

4 结 论

本文基于 PVC 颗粒试样的多方向弯曲元波速试验, 研究了不同应力状态下宏观弹性波速各向异性的变化规律。同时, 采用 X 射线 CT 扫描重构试样的三维结构, 利用微观组构参数随不同应力状态的变化揭示了宏观波速各向异性的演化机理。得到以下 3 点结论。

(1) 在等向应力固结下, 分层压实法生成的 PVC 颗粒试样中不同方向的波速均与围压呈幂函数关系, 应力指数 n 保持在 0.21~0.22。试样存在明显的初始各向异性, 表现为水平向波速大于倾斜向, 竖向波速最小, 与颗粒长轴方向主要分布在水平方向有关。

(2) 在不等向应力固结下, PVC 颗粒试样中竖向及倾斜向波速随应力比的增加先增加, 水平向波速保持不变, 当应力比增加至 1.6 后, 竖向波速的增速变缓, 而倾斜向和水平向波速随应力比的增加开始衰减。经过应力修正后的竖向与水平向波速比值在应力比增加初期变化不大, 这一阶段应力比对初始组构的各向异性程度影响较小。当应力比超过 1.6 后, 竖向与水平向波速的比值逐渐增大, 并趋近于 1.0, 其中 P 波尤为明显, 试样的应力诱发组构各向异性显著增强。

(3) 通过对 CT 重构的样本进行微观组构参数提取, 发现应力比较大时, 配位数有所减少, 导致宏观波速衰减。同时较大应力比下, 竖向与水平向分布的接触法向概率密度比值减小, 而竖向与水平向分布颗粒长轴的概率密度比值增大, 两者逐渐趋近于 1.0。这与宏观应力修正后竖向与水平向波速比值随应力比的变化趋势相一致, 具体定量关系有待后续进一步研究。

参考文献:

- [1] HOQUE E, TATSUOKA F. Effects of stress ratio on small-strain stiffness during triaxial shearing[J]. Géotechnique, 2004, 54(7): 429-439.

- [2] ARTHUR J R F, MENZIES B K. Inherent anisotropy in a sand[J]. *Géotechnique*, 1972, **22**(1): 115-128.
- [3] CHAN H T, KENNEY T C. Laboratory investigation of permeability ratio of new liskeard varved soil[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1973, **10**(3): 453-472.
- [4] 建筑与市政工程抗震通用规范: GB 55002—2021[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2021. (General Code for Seismic Precaution of Buildings and Municipal Engineering: GB 55002—2021[S]. Beijing: China Agriculture and Building Press, 2021. (in Chinese))
- [5] 汪闻韶. 剪切波速在评估地基饱和砂层地震液化可能性中的应用[J]. *岩土工程学报*, 2001, **23**(6): 655-658. (WANG Wenshao. Utilization of shear wave velocity in assessment of liquefaction potential of saturated sand under level ground during earthquakes[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, **23**(6): 655-658. (in Chinese))
- [6] 黄 博, 陈云敏, 殷建华, 等. 控制试样初始剪切模量的动三轴液化研究[J]. *岩土工程学报*, 2000, **22**(6): 682 - 685. (HUANG Bo, CHEN Yunmin, YIN Jianhua, et al. Cyclic triaxial tests with controlled elastic shear modulus of specimen[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, **22**(6): 682 - 685. (in Chinese))
- [7] LEE J S, SANTAMARINA J C. Bender elements: performance and signal interpretation[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2005, **131**(9): 1063-1070.
- [8] BELLOTTI R, JAMIOLKOWSKI M, PRESTI D C F L, et al. Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand[J]. *Géotechnique*, 1996, **46**(1): 115-131.
- [9] FIORAVANTE V. Anisotropy of small strain stiffness of Ticino and Kenya sands from seismic wave propagation measured in triaxial testing[J]. *Soils and Foundations*, 2000, **40**(4): 129-142.
- [10] KUWANO R, JARDINE R J. On the applicability of cross-anisotropic elasticity to granular materials at very small strains[J]. *Géotechnique*, 2002, **52**(10): 727-749.
- [11] ISHIBASHI I, CAPAR O F. Anisotropy and its relation to liquefaction resistance of granular material[J]. *Soils and Foundations*, 2003, **43**(5): 149-159.
- [12] EZAOUI A, BENEDETTO H D. Experimental measurements of the global anisotropic elastic behaviour of dry Hostun sand during triaxial tests, and effect of sample preparation[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**(7): 621-635.
- [13] HOQUE E, TATSUOKA F, SATO T. Measuring anisotropic elastic properties of sand using a large triaxial specimen[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 1996, **19**(4): 411-420.
- [14] GU X Q, YANG J, HUANG M S. DEM simulations of the small strain stiffness of granular soils: effect of stress ratio[J]. *Granular Matter*, 2013, **15**(3): 287-298.
- [15] GU X Q, LIANG X M, HU J. Quantifying fabric anisotropy of granular materials using wave velocity anisotropy: a numerical investigation[J]. *Géotechnique*, 2023: 1-13.
- [16] 韩放达, 肖永顺, 常 铭, 等. X射线源焦点尺寸测量方法和标准综述[J]. *中国体视学与图像分析*, 2014, **19**(4): 321-329. (HAN Fangda, XIAO Yongshun, CHANG Ming, et al. Review of measurement methods and standards of focal spot size of X-ray sources[J]. *Chinese Journal of Stereology and Image Analysis*, 2014, **19**(4): 321-329. (in Chinese))
- [17] 杨欣欣, 郜保平, 何水鑫, 等. 砂岩热冲击破裂特征及其孔隙连通性分析[J]. *岩土工程学报*, 2022, **44**(10): 1925-1934. (YANG Xinxin, XI Baoping, HE Shuixin, et al. Fracture characteristics and pore connectivity of sandstone under thermal shock[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, **44**(10): 1925-1934. (in Chinese))
- [18] 张 巍, 梁小龙, 唐心煜, 等. 显微CT扫描南京粉砂空间孔隙结构的精细化表征[J]. *岩土工程学报*, 2017, **39**(4): 683-689. (ZHANG Wei, LIANG Xiaolong, TANG Xinyu, et al. Fine characterization of spatial pore structure of Nanjing silty sand using micro-CT[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, **39**(4): 683-689. (in Chinese))
- [19] SUN Q, ZHENG J X. Two-dimensional and three-dimensional inherent fabric in cross-anisotropic granular soils[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, **116**: 103197.
- [20] IMSEEH W H, DRUCKREY A M, ALSHIBLI K A. 3D experimental quantification of fabric and fabric evolution of sheared granular materials using synchrotron micro-computed tomography[J]. *Granular Matter*, 2018, **20**(2): 24.
- [21] WIEBICKE M, ANDÒ E, VIGGIANI G, et al. Measuring the evolution of contact fabric in shear bands with X-ray tomography[J]. *Acta Geotechnica*, 2020, **15**(1): 79-93.
- [22] O'DONOVAN J, O'SULLIVAN C, MARKETOS G, et al. Anisotropic stress and shear wave velocity: DEM studies of a crystalline granular material[J]. *Géotechnique Letters*, 2015, **5**: 224-230.
- [23] YAMASHITA S, KAWAGUCHI T, NAKATA Y, et al. Interpretation of international parallel test on the measurement of g_{max} using bender elements[J]. *Soils and*

- Foundations, 2009, **49**(4): 631-650.
- [24] GU X Q, YANG J, HUANG M S, et al. Bender element tests in dry and saturated sand: signal interpretation and result comparison[J]. Soils and Foundations, 2015, **55**(5): 951-962.
- [25] BOWER A F. Applied Mechanics of Solids[M]. Boca Raton: CRC Press, 2009.
- [26] FIORAVANTE V, GIRETTI D, JAMIOLKOWSKI M. Small strain stiffness of carbonate Kenya Sand[J]. Engineering Geology, 2013, **161**: 65-80.
- [27] ROESLER S K. Anisotropic Shear Modulus due to Stress Anisotropy[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1979, **105**(7): 871-880.
- [28] OTSU N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1979, **9**(1): 62-66.
- [29] ANDÒ E, VIGGIANI G, HALL S A, et al. Experimental micro-mechanics of granular media studied by X-ray tomography: recent results and challenges[J]. Géotechnique Letters, 2013, **3**(3): 142-146.
- [30] WIEBICKE M, ANDÒ E, HERLE I, et al. On the metrology of interparticle contacts in sand from X-ray tomography images[J]. Measurement Science and Technology, 2017, **28**(12): 124007.
- [31] GU X Q, HU J, HUANG M S. Anisotropy of elasticity and fabric of granular soils[J]. Granular Matter, 2017, **19**(2): 33.
- [32] OTSUBO M, LIU J M, KAWAGUCHI Y, et al. Anisotropy of elastic wave velocity influenced by particle shape and fabric anisotropy under K condition[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **128**: 103775.
- [33] CHANG C S, YIN Z Y. Micromechanical modeling for inherent anisotropy in granular materials[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2010, **136**(7): 830-839.

第三届中俄岩土与地下工程青年学者论坛（第1号通知）

近年来中俄两国在岩土和地下工程领域取得了显著成就，“中俄岩土与地下工程青年学者论坛”项目被列入了《中国科协双边科技人文交流合作三年行动计划（2023—2025）》。青年是我们的未来，论坛将为中俄岩土与地下工程领域青年学者经验交流提供一个平台，共同探讨双方教育教学、科学研究，展示中俄两国的研究成果，建立中俄在岩土与地下工程领域长效的合作机制。

“第三届中俄岩土与地下工程青年学者论坛”将于2024年9月19日至22日在中国辽宁省沈阳市东北大学召开。欢迎岩土和地下工程领域的专家和学者参加此次论坛。

主办单位：中国土木工程学会隧道及地下工程分会；俄罗斯隧道协会；东北大学；俄罗斯国立交通大学。

论坛主题：①隧道与地下工程；②土力学与基础工程；③岩土力学与工程；④深基坑设计；⑤城市地下空间开发的新方法与新技术；⑥复杂气候条件下的施工。

参会报名：本次会议报名截止时间为2024年8月10日，请各位专家学者填写会议回执并以邮件形式发送至报名联系人。报名联系人：唐秀洁，邮箱：tangxj202109@163.com，手机：18393917907。

联系方式：唐秀洁：联系电话：18393917907，E-mail：tangxj202109@163.com，柏谦：联系电话：18609883659，E-mail：1017059003@qq.com。

（大会组委会 供稿）