

DOI: 10.11779/CJGE20230404

# 砂土应力-应变包络线的唯一性初探

邵龙潭<sup>1,2</sup>, 高睿<sup>1,2</sup>, 夏平心<sup>\*3</sup>, 郭晓霞<sup>1,2</sup>, 孙衍朴<sup>1,2</sup>

(1. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024; 2. 大连理工大学工程力学系, 辽宁 大连 116024;  
3. 常州大学土木工程系, 江苏 常州 213164)

**摘要:** 土体循环加载外包络线是否具有唯一性在认识土体固有属性上具有重要意义。基于土样全表面变形数字图像测量系统, 选用硅微粉和福建标准砂为研究对象, 开展了一系列三轴剪切试验和三轴循环加载试验, 探索等应力幅值、阶梯应力幅值和随机应力幅值循环加载下应力-应变外包络线与相应的单调加载应力-应变曲线的一致性。试验结果表明土样在相同密度和围压条件下, 单调加载的应力-应变曲线与经历不同循环应力历程的加载-卸载应力-应变外包络线近似一致, 提出了砂土应力-应变外包络线的唯一性; 讨论了循环应力历史和应力水平对曲线回归速度的影响以及应力-应变外包络线唯一性在建立轴向应变累积模型中的应用。

**关键词:** 应力-应变外包络线; 循环荷载; 砂土; 轴向累积应变

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)02-0265-10

作者简介: 邵龙潭(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事土和孔隙介质力学基本理论研究、土工结构稳定分析、土工试验测试技术与仪器研发方面的工作。E-mail: shaolt@dlut.edu.cn。

## Preliminary study on uniqueness of stress-strain envelope curves of sand

SHAO Longtan<sup>1,2</sup>, GAO Rui<sup>1,2</sup>, XIA Pingxin<sup>3</sup>, GUO Xiaoxia<sup>1,2</sup>, SUN Yanpu<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 3. Department of Civil Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

**Abstract:** The uniqueness of the stress-strain envelope curves of sand under cyclic unloading is of great importance in understanding the inherent properties of the sand. A series of monotonic triaxial compress tests and cyclic triaxial tests, considering constant amplitude, step stress amplitude as well as random stress amplitude, are conducted on the silica powder and Fujian standard sand to explore the consistency between the stress-strain envelope curves and monotonic curve by employing the full-surface digital image measurement system. The results show that the monotonic stress-strain curves of the soil samples with the same density and confining pressure are approximately consistent with the stress-strain envelope curves that undergo different cyclic stress processes, and the uniqueness of the stress-strain envelope curves of the sand is proposed. The influences of the cyclic stress history and stress level on the regression velocity of the curves and the application of the uniqueness of the stress-strain envelope curves in the establishment of the axial strain accumulation model are discussed.

**Key words:** stress-strain envelope curve; cyclic loading; sand; axial cumulative strain

## 0 引言

由于土体的特殊性, 加卸载的应力-应变关系与初始加载的应力-应变关系显著不同。实际的岩土工程结构会受到各种荷载的作用, 比如自重、孔隙水压力和渗流力<sup>[1]</sup>、基底压力、地震荷载<sup>[2-3]</sup>、波浪荷载<sup>[4]</sup>、交通荷载<sup>[5-6]</sup>等, 常经历加卸载过程<sup>[7]</sup>。试验研究表明, 岩土材料在外荷载作用下产生的塑性变形是不可逆的, 反复加载可能导致强度降低<sup>[8-9]</sup>、路基下沉开裂<sup>[10-12]</sup>、地表沉降变形<sup>[13-16]</sup>, 最终可能造成破坏<sup>[17-19]</sup>。

在侧限压缩试验中加载-卸载-再加载时压缩曲线

(或  $e-p$  曲线, 其中  $e$  为孔隙比,  $p$  为压力) 会回到初始压缩曲线<sup>[20-21]</sup>, 形成了外包络线, 如图 1 (a) 所示。对于三轴试验, 研究表明土体也存在类似的性质, 即土体经历加载-卸载-再加载时其应力-应变曲线有再次汇入单调加载曲线的趋势<sup>[22]</sup>, 如图 1 (b) 所示 (图中放大显示了卸载-再加载过程之间的过渡) 在 A 点

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52079018, 4240070651); 常州领军型创新人才引进培育项目 (KYZ23020054)

收稿日期: 2023-05-08

\*通信作者 (pingxinia@cczu.edu.cn)

开始卸载, 经过一个卸载-再加载后在 B 点再次回到了单调曲线, 除了 A 与 B 间的间隙外, 曲线间的大部分合流表明再加载曲线与单调应力-应变曲线之间存在内在关系。 Taheri 等<sup>[23-24]</sup>认为大规模屈服开始后的应力-应变行为和峰值剪切强度不受先前具有相对较大应力幅值的循环载荷历史的影响, 并且循环加卸载应力-应变外包络线和单调加载应力-应变曲线之间的差异在峰值应力附近变得较为显著。 Xia 等<sup>[25-26]</sup>假设土体循环加卸载外包络线与单调加载应力-应变曲线存在近似一致的关系, 进而认为后续循环加卸载引起的应变积累量可以反映在单调加载曲线上, 即后续加卸载产生的应变积累量可以根据相应的单调加载曲线等效计算, 由此建立了具有力学属性的永久应变累积投影模型。

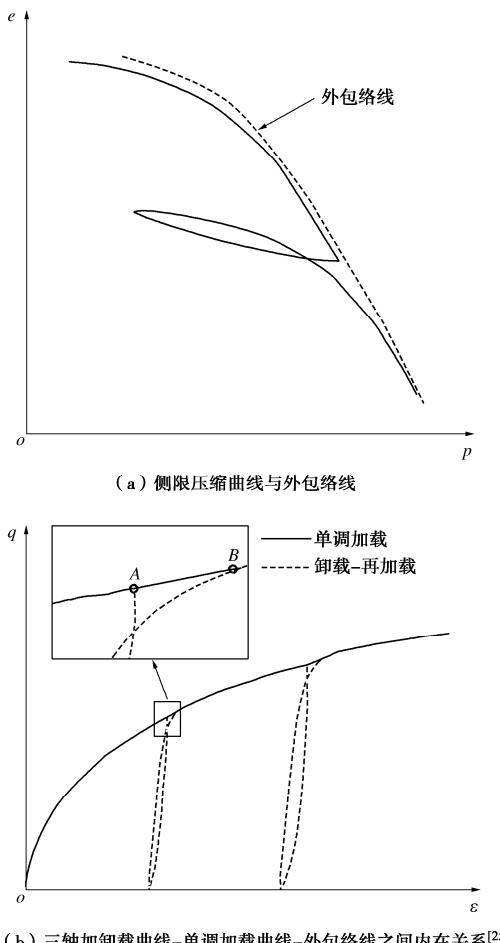


图 1 侧限加卸载和三轴加卸载下外包络线示意图

Fig. 1 Sketch of envelope curves under oedometric compression and triaxial compression tests<sup>[25]</sup>

尽管应力历史作用会导致塑性应变累积, 使土体致密, 进而影响后续加载的应力应变关系, 当再加载荷载超过历史上出现最大荷载时其应力-应变关系会趋于回到外包络线曲线, 也就是说应力历史对应力-应变曲线的外包络线没有影响, 是否意味着土体应力-应变关系具有唯一性? 如果土体循环加卸载应力-应

变曲线外包络线存在唯一性, 那么至少有两个好处: ①可以给出建立应变累积模型的新方法; ②作为土体固有力学属性, 可作为建立循环荷载下本构模型研究的参照, 其意义等同于边界理论中假设存在的边界面。然而, 关于土体循环加卸载外包络线与单调加载应力-应变曲线存在近似一致的关系却未得到进一步的试验验证。

本文选用硅微粉和福建标准砂为研究对象, 应用土样全表面变形数字图像测量系统, 开展了一系列三轴剪切试验和三轴循环加卸载试验, 对等应力幅值、阶梯应力幅值、随机应力幅值循环加卸载中的再加载与单调加载的应力-应变曲线的近似一致关系进行了试验验证, 讨论了土体加载外包络线的唯一性, 分析了循环应力历史和应力水平对回归速度的影响。

## 1 单调与循环加卸载试验

### 1.1 试验仪器

试验所用仪器为邵龙潭等<sup>[27]</sup>、刘潇<sup>[28]</sup>研制的采用土样全表面变形数字图像测量系统的土工三轴仪, 见图 2。试验仪主要由土样全表面变形测量系统、轴压控制系统、围压及土样状态控制系统三部分构成, 土样全表面变形测量系统由改进的压力室、CMOS 相机、摄像机支架及密封罩等部分组成。三轴试样高 80 mm, 直径 39.1 mm 的圆柱体, 包裹在黑色橡皮膜中, 橡皮膜外表面均匀分布尺寸为 7 mm×7 mm 的白色方格, 共 8 行 8 列, 将表面划分为若干个四节点网格单元, 通过相机识别并跟踪单元的角点坐标, 进而计算单元的应变, 得到试样的变形信息。图像测量得到的应变精度可达  $10^{-4} \sim 10^{-5}$  数量级, 应变测试技术详情请查阅文献<sup>[27, 28]</sup>。



图 2 基于全表面变形测量系统的三轴试验仪

Fig. 2 Triaxial tester based on full-surface deformation measurement system

表1 试验材料的颗粒级配

Table 1 Particle gradations of test materials

试验材料	$G_s$	颗粒组成/%						$C_u$
		2~0.5 mm	0.5~0.25 mm	0.25~0.075 mm	0.075~0.025 mm	0.025~0.005 mm	<0.005 mm	
硅微粉	2.68	0.00	0.90	15.34	43.38	31.45	8.93	2.62
福建标准砂	2.65	30.10	64.30	5.60	0.00	0.00	0.00	1.73

## 1.2 试验材料

本文选用由石英经多重重工序加工得到的硅微粉和福建标准砂作为试验材料, 进行一系列单调三轴和循环三轴试验。由于采用的是干试样, 不考虑硅微粉的极性和亲水性。硅微粉的最大和最小干密度分别为1.65, 1.20 g/cm<sup>3</sup>; 福建标准砂的最大和最小干密度分别为1.74, 1.43 g/cm<sup>3</sup>。所有三轴试验均在完全干燥的情况下进行, 试样始终与大气连通。硅微粉和福建标准砂物理指标与参数见表1。

## 1.3 试验方案

分别进行了单调和循环加卸载的三轴试验。采用位移控制方式给土样加荷, 剪切速率为0.1 mm/min。循环荷载试验前先在相同的工况下进行单调加载试验, 单调加载至轴向应变超过15%, 从而得到单调应力-应变曲线。循环三轴试验工况中设置循环应力幅值均小于试样峰值强度的80%, 以保证试样处于破坏前阶段。所有试验中循环荷载最小值设为20 N, 既能使试样有较为彻底的卸载, 又能满足加载板与试样保持充分接触。试验工况包含不同偏应力幅值、不同围压及不同初始孔隙比, 试验工况设计如表2, 3所示。

表2 三轴单调剪切试验方案及强度

Table 2 Program and strengths of triaxial monotonic shear tests

试验编号	干密度/(g·cm <sup>-3</sup> )	围压/kPa	强度/kPa
SP11	1.40	150	719
SP12	1.40	200	861
SP13	1.40	250	1068
SP14	1.40	300	1261
SP15	1.40	350	1470
SP16	1.40	400	1643
SP22	1.45	200	987
SP32	1.50	200	998
SP42	1.60	200	1112
FS42	1.60	200	502

为表述简洁, 表中试验编号所采用的命名规则为: 前两个字符代表试验材料, “SP”表示试验材料为硅微粉, “FS”表示试验材料为福建标准砂, 后三位阿拉伯数字结尾分别代表试验的初始干密度、围压、应力时间历程等级, 数值越大表示等级越高, 相对应的密度或压力值越大, 具体对应关系见表4。因福建标准砂仅作为补充验证试验结论, 只进行3组循环加卸载试验。

表3 三轴循环加卸载试验方案

Table 3 Programs of triaxial cyclic load tests

序号	试验编号	干密度/(g·cm <sup>-3</sup> )	围压/kPa	应力时间历程	循环次数/次
1	SP115	1.40	150	5	200
2	SP121	1.40	200	1	5
3	SP122	1.40	200	2	25
4	SP123	1.40	200	3	50
5	SP124	1.40	200	4	200
6	SP125	1.40	200	5	200
7	SP126	1.40	200	6	200
8	SP127	1.40	200	7	200
9	SP135	1.40	250	5	200
10	SP145	1.40	300	5	200
11	SP141	1.40	300	1	5
12	SP142	1.40	300	2	25
13	SP143	1.40	300	3	50
14	SP155	1.40	350	5	200
15	SP165	1.40	400	5	200
16	SP161	1.40	400	1	5
17	SP162	1.40	400	2	25
18	SP163	1.40	400	3	50
19	SP225	1.45	200	5	200
20	SP325	1.50	200	5	200
21	SP425	1.60	200	5	200
22	FS421	1.60	200	1	5
23	FS422	1.60	200	2	25
24	FS424	1.60	200	4	200

表4 试验编号中数字含义

Table 4 Meanings of numbers in test number

数字位 置	表示物理量	编号含义					
		1	2	3	4	5	6
第一位	干密度/(g·cm <sup>-3</sup> )	1.40	1.45	1.50	1.60	—	—
第二位	围压 $\sigma_3$ /kPa	150	200	250	300	350	400
第三位	应力时间历程	1	2	3	4	5	7

为了分析不同循环加载条件下应力历史和应力水平对应力-应变关系包络线的影响, 本方案考虑多种循环荷载工况, 包括阶梯应力幅值、随机应力幅值、常幅值循环加卸载。阶梯应力幅值循环加卸载试验的应力-时间历程如图3 (a) ~ (c), 每层阶梯应力幅值相差120 kPa, 共5层, 每层阶梯循环次数分别为1, 5, 10。随机幅值循环加卸载试验的应力-时间历程曲线编号为4~7, 均为200次循环, 其中历程4如图3 (d)所示, 偏应力峰值为200~500 kPa; 历程5~7偏应力峰值分别为250~600, 270~650, 300~700 kPa。

## 2 试验结果分析

### 2.1 单调加载应力-应变关系

硅微粉在不同围压和干密度条件下的应力-应变关系见图 4, 编号 SP11、SP12、SP13、SP14、SP15、SP16 为同一干密度不同围压下的试验, 其应力-应变曲线见图 4 (a), 均为应变硬化型, 其应力-应变曲线斜率和强度随围压的增加均有所提升。选取曲线的应力峰值点作为强度, 见表 2。编号 SP12、SP22、SP23、SP24 为同一围压不同初始干密度下的试验, 其应力-应变曲线见图 4 (b), 表明密度较低的土样表现为硬化型, 密度较高的土样表现为软化型。限于篇幅, 不再对福建标准砂的单调剪切曲线做描述。

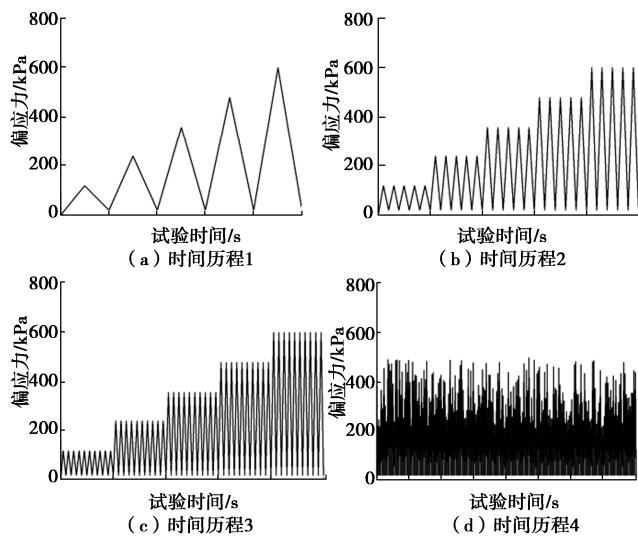


图 3 循环荷载工况下的应力-时间历程

Fig. 3 Stress-time course under different cyclic loadings

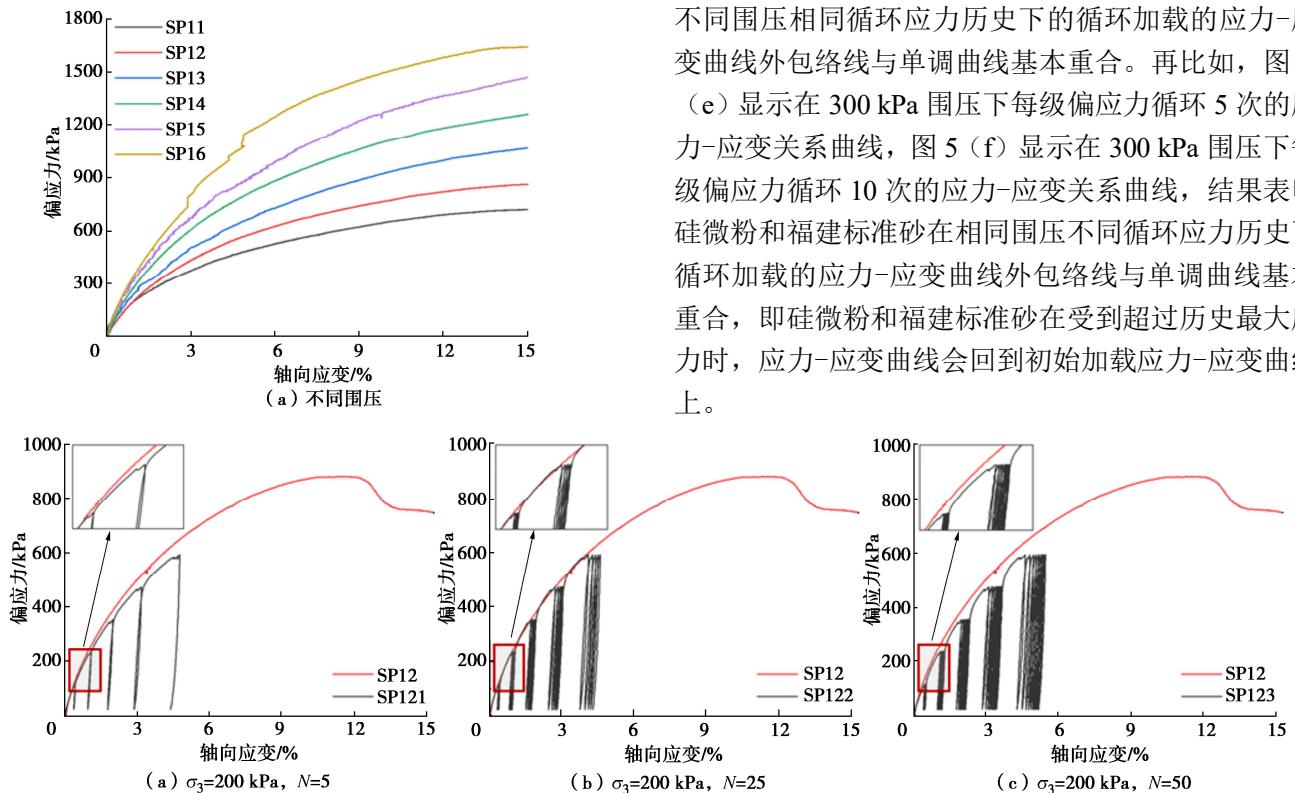
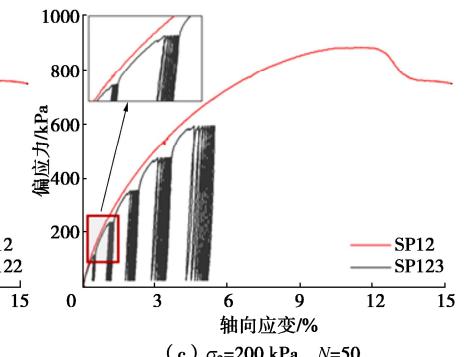


图 4 硅微粉的应力-应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curves of silica powder

## 2.2 多级循环加载试验应力-应变关系

在三轴应力状态下, 多级循环和随机应力幅值循环加载的试验结果展现了非常相似的应力-应变关系规律。图 5 为硅微粉在相同围压和偏应力幅值下单调加载和多级循环加载的应力-应变曲线, 图 6 为福建标准砂在相同围压和偏应力幅值下单调加载和多级循环加载的应力-应变曲线。图中每一行是相同围压、不同循环次数的试验结果, 每一列是不同围压、相同循环次数的试验结果。例如, 图 5 (a) 为硅微粉在 200 kPa 围压下每级偏应力循环 1 次的应力-应变关系曲线, 图 5 (d) 为 300 kPa 围压下每级偏应力循环 1 次的应力-应变关系曲线, 图 5 (g) 为 400 kPa 围压下每级偏应力循环 1 次的应力-应变关系曲线。结果表明硅微粉在不同围压相同循环应力历史下的循环加载的应力-应变曲线外包络线与单调曲线基本重合。再比如, 图 5 (e) 显示在 300 kPa 围压下每级偏应力循环 5 次的应力-应变关系曲线, 图 5 (f) 显示在 300 kPa 围压下每级偏应力循环 10 次的应力-应变关系曲线, 结果表明硅微粉和福建标准砂在相同围压不同循环应力历史下循环加载的应力-应变曲线外包络线与单调曲线基本重合, 即硅微粉和福建标准砂在受到超过历史最大应力时, 应力-应变曲线会回到初始加载应力-应变曲线上。



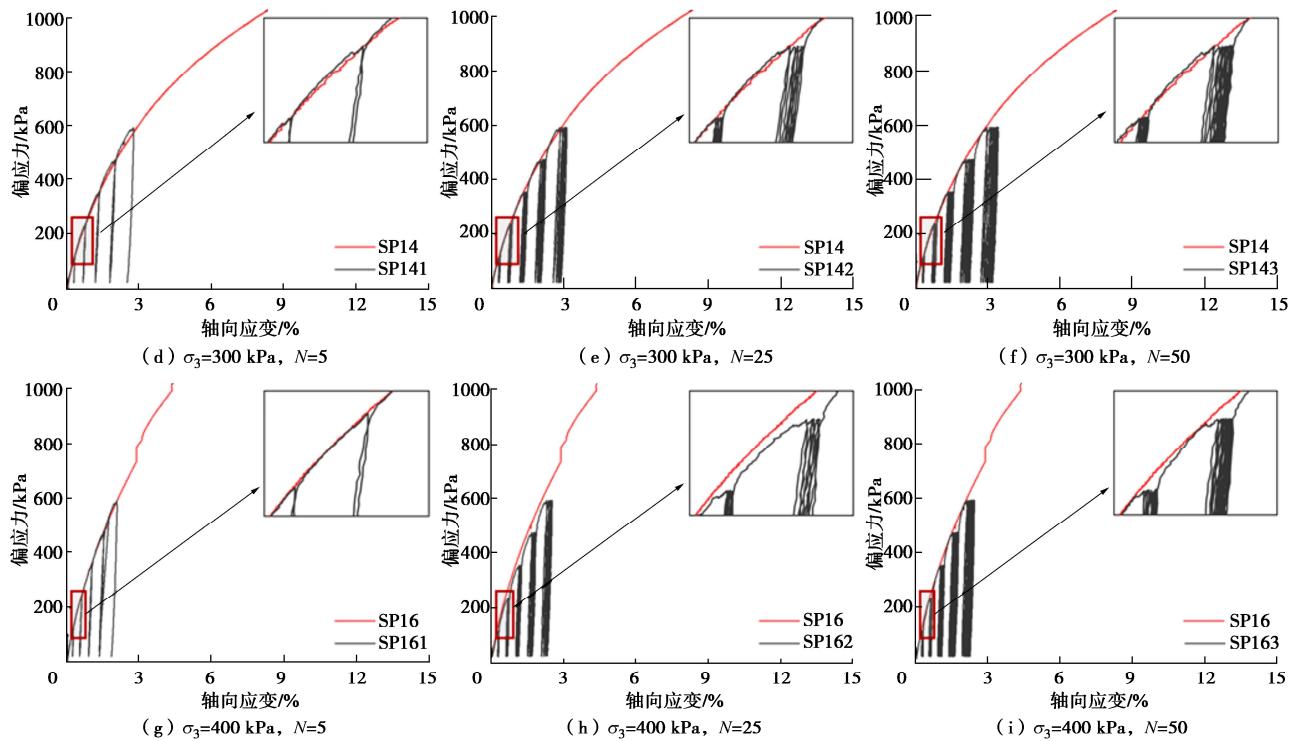


图 5 多级应力幅值应力-应变曲线

Fig. 5 Stress-strain curves of multi-stage cyclic triaxial tests

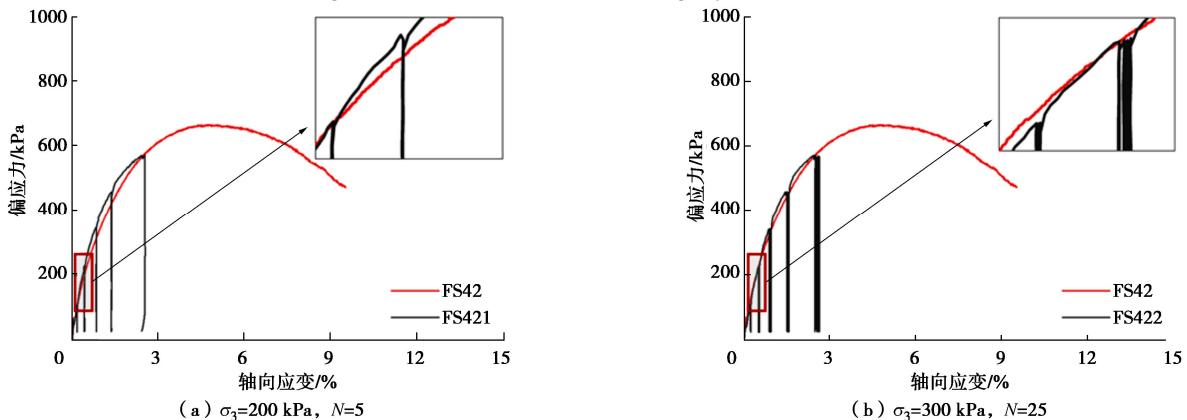


图 6 多级应力幅值应力-应变曲线(FS)

Fig. 6 Stress-strain curves of multi-stage cyclic triaxial tests (FS)

### 2.3 随机应力幅值循环加载试验应力-应变关系

将随机应力幅值循环加载卸载试验的应力-应变曲线与相同工况的单调加载应力-应变曲线进行对比, 如图 7 所示, 其中图 7(a)~(d) 为干密度为  $1.40 \text{ g/cm}^3$  的硅微粉在  $200 \text{ kPa}$  围压下分别经历了应力-时间历程 4~7 的应力-应变关系曲线, 图 7(e)~(i) 为干密度为  $1.40 \text{ g/cm}^3$  的硅微粉分别在  $150, 250, 300, 350, 400 \text{ kPa}$  围压下经历应力-时间历程 5 的应力-应变关系曲线, 图 7(j)~(l) 为干密度分别为  $1.45, 1.60, 1.65 \text{ g/cm}^3$  的硅微粉在  $200 \text{ kPa}$  围压下经历应力-时间历程 5 的应力-应变关系曲线, 图 8 为干密度为  $1.60 \text{ g/cm}^3$  的福建标准砂在  $200 \text{ kPa}$  围压下经历应力-时间历程 4 的应力-应变关系曲线, 结果表明, 随机应力幅

值循环加载作用下应力-应变关系外包络线与单调加载的应力-应变曲线很接近。

## 3 讨 论

### 3.1 循环加卸载应力-应变曲线外包络线的唯一性

比较等应力幅值、阶梯应力幅值、随机应力幅值外包络线与单调加载曲线, 发现外包络线与单调曲线基本重合。此外, 本文还对比分析了文献中不同土体在不同试验工况下的相关数据, 例如金刚砂<sup>[29]</sup>等应力幅值三轴加卸载曲线与相同工况的单调加载曲线进行对比, 如图 9(a), (b) 所示, 表明金刚砂等应力幅值外包络线与单调曲线基本重合; Karlsruhe 砂<sup>[30]</sup>在三轴应力工况、各向同性应力工况、侧限应力工况下的

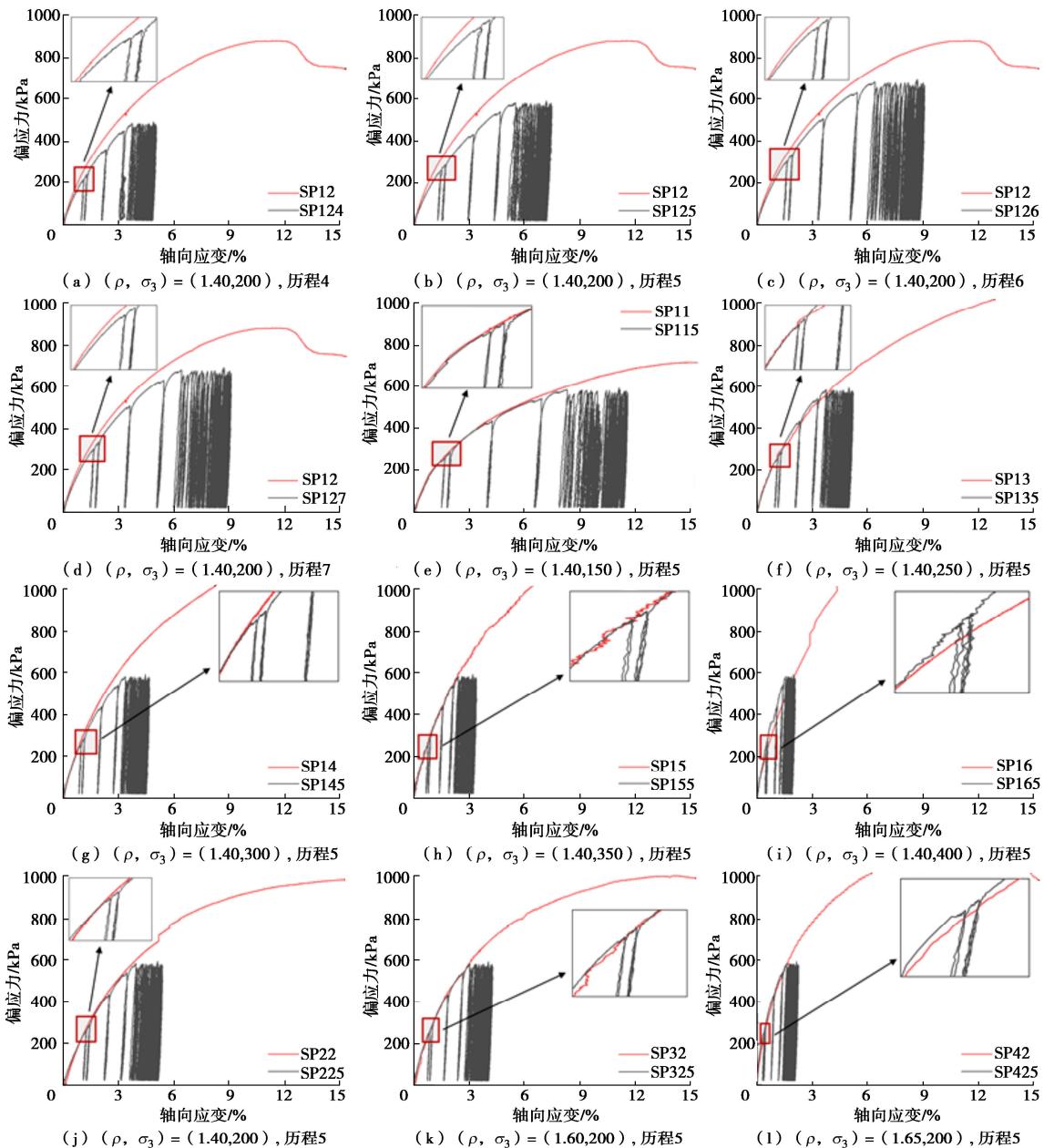
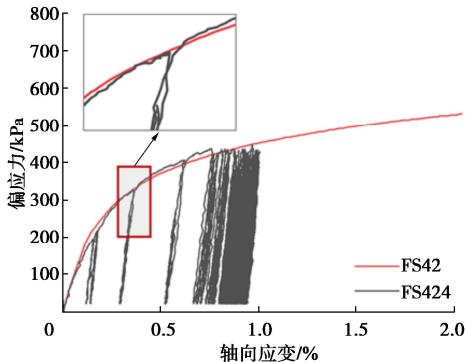
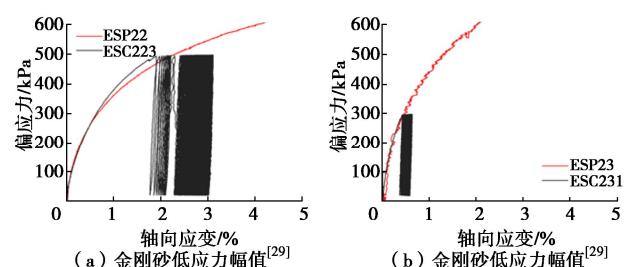


图 7 随机应力幅值应力-应变曲线(SP)

Fig. 7 Stress-strain curves under random stress amplitude (SP)

图 8 随机应力幅值循环三轴试验应力-应变曲线(FS) ( $\rho = 1.60$  g/cm<sup>3</sup>,  $\sigma_3 = 200$  kPa, 应力时间历程 4)Fig. 8 Stress-strain curves of cyclic triaxial tests under random stress amplitude (FS)  $\rho = 1.60$  g/cm<sup>3</sup>,  $\sigma_3 = 200$  kPa, stress time course 4

试验曲线也展示了相同的结果, 如图 9 (c) ~ (f) 所示。图 9 结果还表明外包络线既包括峰前阶段又包含峰后阶段; 无论卸载-再加载路径如何, 卸载-再加载曲线总以单调加载曲线为上边界, 即单调加载曲线可以作为循环加卸载应力-应变关系外包络线。



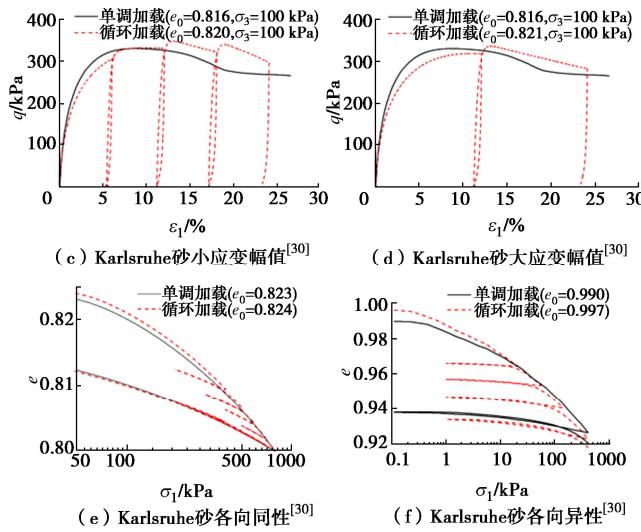
图 9 文献数据验证<sup>[29-30]</sup>

Fig. 9 Validation of literature data

由此可知,对于确定状态的土,它的应力-应变关系具有唯一性,包括单调应力-应变曲线和加卸载应力-应变关系外包络线。土的单调应力-应变曲线是土的固有属性,由此可以推断,加卸载应力-应变关系外包络线是存在唯一性的。不管经过何种应力幅值、频率和应力路径的加卸载过程,外包络线都会唯一地回归到单调曲线上,但其回归的速度受到循环应力历史和应力水平等因素的影响。

### 3.2 循环应力历史对应力-应变曲线回归速度的影响

如图 10 所示,  $A$  点为第  $N$  次卸载曲线的起始点,  $B$  点为第  $N+1$  次再加载曲线的终点,  $C$  点为与  $A$  点同一应力水平的一点。为了量化回归过程,引入回归速度概念,用于比较循环加载曲线回到单调应力-应变曲线上的快慢。回归速度用  $BC$  线段的斜率表示,定义为割线模量  $E_{BC}$ ,即  $B$  点和  $C$  点所对应的应力值之差与应变值之差的比值:

$$E_{BC} = \frac{q_B - q_A}{\varepsilon_B - \varepsilon_C} \quad (1)$$

式中:  $q_A$  和  $q_B$  分别是  $A$  点和  $B$  点的偏应力;  $\varepsilon_B$  和  $\varepsilon_C$  是相应点的轴向应变。以硅微粉在两种偏应力水平下分别经历 1 次、5 次、10 次卸载-再加载后的外包络线为例,讨论循环应力历史对回归速度的影响,如图 11 所示。结果表明同一应力水平下,卸载-再加载循环次数越多,  $BC$  线段越陡,割线模量  $E_{BC}$  越大,即循环加载曲线回到单调应力-应变曲线上的回归速度越快,其原因是多次循环加载作用后弹性极限提升屈服面扩大,表现为割线模量  $E_{BC}$  增大,相应的割线模量  $E_{BC}$  随循环次数的变化曲线如图 11 (d) 所示。

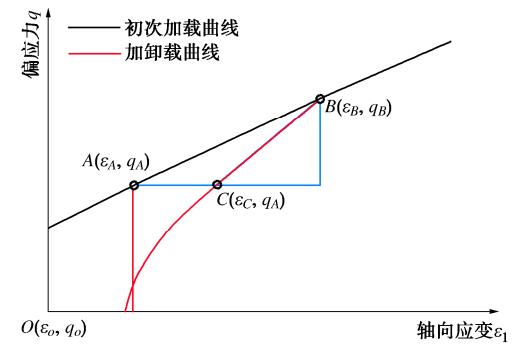
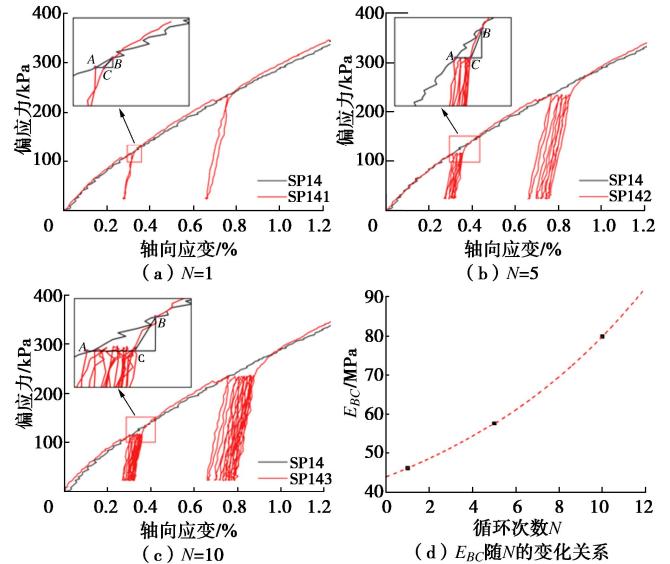
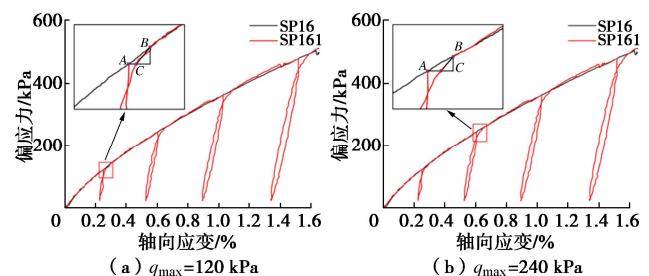
图 10  $BC$  割线模量的定义Fig. 10 Definition of secant modulus for  $BC$  line

图 11 硅微粉经历不同加卸载次数的外包络线回归速度

Fig. 11 Variation of regression velocity of envelope curves under different cyclic loadings for silica powder

### 3.3 应力水平对应力-应变曲线回归速度的影响

以 SP161 的试验结果为例讨论应力水平对应力-应变曲线回归速度的影响。不同应力水平下的应力-应变曲线如图 12 所示,分别经历 1 次卸载-再加载,卸载点偏应力水平分别为 120, 240, 360, 480 kPa。割线模量  $E_{BC}$  与卸载应力水平的关系如图 13 所示,表明经过相同次数的卸载-再加载,偏应力水平越低割线模量  $E_{BC}$  越大,即循环加载曲线回到单调应力-应变曲线上的回归速度越快。



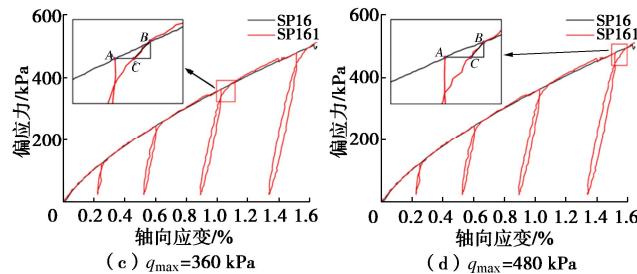


图 12 不同应力水平下卸载-再加载后外包络线回归速度  
(SP161)

Fig. 12 Variation of regression velocity of envelope curves under different deviatoric stresses (SP161)

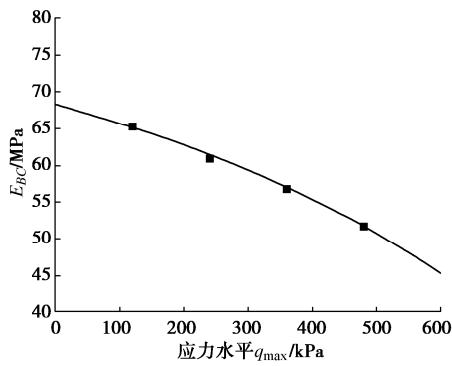


图 13 割线模量  $E_{BC}$  与应力水平的关系(SP161)

Fig. 13 Relationship between  $E_{BC}$  and deviatoric stress (SP161)

### 3.4 循环加卸载应力-应变曲线外包络线的应用

土体在高频循环荷载(例如地震荷载, 波浪荷载, 交通荷载)和低频荷载(例如建筑材料的堆叠和运输等)作用下会产生累积变形。目前, 计算土的累积变形普遍采用经验拟合法。经验拟合法是在试验的基础上, 对试验数据进行拟合、归纳, 获得累积变形的发展规律, 但拟合参数敏感易变, 物理意义不明确, 且模型参数不能体现土体的各种特性, 使其在应用时具有明显的局限性<sup>[25]</sup>。相比于直接对试验数据进行拟合的经验方法, 依据循环加卸载应力-应变关系外包络线唯一性建立相应的模型具有明显的力学属性, 其模型参数在力学属性上物理意义较为明确。基于此, Xia 等<sup>[25]</sup>给出了具体的建模思路, 如图 14 所示, 将应变累积随循环数的变化由时间空间转换到应力-应变空间, 把后续循环荷载下应变累积增量投影到单调加载应力-应变曲线上, 建立应变累积投影模型。本文通过试验证实循环加卸载应力-应变关系外包络线唯一性, 为投影模型的发展补充理论基础; 同时, 回归速度可作为反映投影过程的关键变量, 为后续建立类似的投影模型提供新的研究对象, 可以对任一应力水平下循环加载产生的轴向累积应变进行预测, 从而为建立多阶段累积应变模型提供新思路, 为构建循环应力-应变

本构关系作参考。同时循环加卸载应力-应变关系外包络线唯一性的应用也存在一定的局限性, 包括: ①由于外包络线存在一定缺口, 单调曲线能否直接作为循环加卸载应力-应变曲线的外包络线; ②投影模型中的应变垂直投影虽然基于变形等效原则, 而再加载曲线趋势并非垂直(沿着回归速度), 在计算投影模量时存在一定误差, 需要进一步研究; ③目前仅对单向三轴加卸载应力工况进行了验证, 外包络线唯一性是否也存在于其他更复杂应力工况尚不清楚, 需要进一步验证。

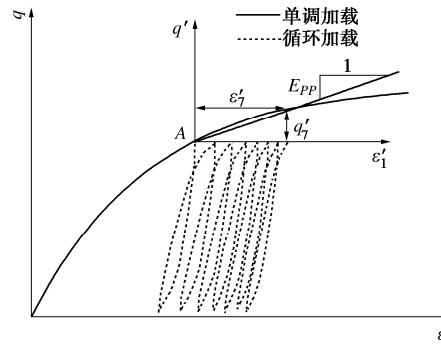


图 14 循环荷载下轴向应变累积投影方法示意<sup>[25]</sup>

Fig. 14 Projection method for accumulation of axial strains during cyclic loading

## 4 结 论

本文以硅微粉和福建标准砂的三轴剪切试验和三轴循环加卸载试验为例, 对等应力幅值、阶梯应力幅值、随机应力幅值循环加卸载外包络线与单调加载应力-应变曲线的近似一致关系进行验证, 可以得出以下结论。

(1) 循环加卸载应力-应变曲关系外包络线是唯一存在的, 其与单调加载的应力-应变曲线近似一致, 是土的固有属性。

(2) 经历的卸载-再加载循环次数越多, 偏应力越小, 割线模量越大, 循环加载曲线回到单调应力-应变曲线上回归速度越快。

(3) 根据循环加卸载应力-应变曲关系外包络线的唯一性, 为建立多阶段累积应变模型提供新思路以及为构建循环应力-应变本构关系作参考。

## 参考文献:

- [1] 邵龙潭, 洪 帅, 郑卫锋. 循环孔隙水压力作用下饱和砂土变形的试验研究 [J]. 岩土工程学报, 2006, 28(4): 428-431. (SHAO Longtan, HONG Shuai, ZHENG Weifeng. Experimental study on deformation of saturated sand under

- cyclic pore water pressure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(4): 428-431. (in Chinese))
- [2] 李雪, 王滢, 高盟, 等. 地震荷载作用下南海非饱和钙质砂动力特性研究[J]. 岩土力学, 2023, **44**(3): 821-833. (LI Xue, WANG Ying, GAO Meng, et al. Dynamic characteristics of unsaturated calcareous sand in South China Sea under seismic load[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, **44**(3): 821-833. (in Chinese))
- [3] 周波, 雍旺雷. 地震荷载下液化土地区路基动力特性分析[J]. 土工基础, 2017, **31**(1): 96-99. (ZHOU Bo, YONG Wanglei. Seismic characteristics of subgrade liquefiable soils under earthquakes conditions[J]. Soil Engineering and Foundation, 2017, **31**(1): 96-99. (in Chinese))
- [4] 张峰, 陈国兴, 吴琪, 等. 波浪荷载下饱和粉土不排水动力特性试验研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(7): 2695-2702. (ZHANG Feng, CHEN Guoxing, WU Qi, et al. Experimental study on undrained behavior of saturated silt subject to wave loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(7): 2695-2702. (in Chinese))
- [5] 熊焕, 郭林, 蔡袁强. 交通荷载应力路径下砂土地基变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(4): 662-669. (XIONG Huan, GUO Lin, CAI Yuanqiang. Deformation behaviors of sandy subgrade soil under traffic load-induced stress path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(4): 662-669. (in Chinese))
- [6] 叶斌, 叶为民, 冯守中, 等. 交通循环荷载作用下粉土路基的动态响应[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2012, **40**(8): 1135-1141. (YE Bin, YE Weimin, FENG Shouzhong, et al. Dynamic analysis of silt subgrade under traffic loads[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2012, **40**(8): 1135-1141. (in Chinese))
- [7] 潘坤. 复杂静动力加载条件下各向异性砂土试验研究与本构模拟[D]. 杭州: 浙江大学, 2018. (PAN Kun. Experimental Investigation and Constitutive Modeling of Anisotropic Sand under Complex Static and Cyclic Loading Conditions[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2018. (in Chinese))
- [8] 浦少云, 饶军应, 杨凯强, 等. 循环荷载下土体变形特性研究[J]. 岩土力学, 2017, **38**(11): 3261-3270. (PU Shaoyun, RAO Junying, YANG Kaiqiang, et al. Deformation characteristics of soil under cyclic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, **38**(11): 3261-3270. (in Chinese))
- [9] KARG C, HAEGEMAN W. Elasto-plastic long-term behavior of granular soils: experimental investigation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, **29**(1): 155-172.
- [10] 钟辉虹, 黄茂松, 吴世明, 等. 循环荷载作用下软黏土变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(5): 629-632. (ZHONG Huihong, HUANG Maosong, WU Shiming, et al. On the deformation of soft clay subjected to cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(5): 629-632. (in Chinese))
- [11] 周文权, 冷伍明, 聂如松, 等. 重载铁路粗粒土填料累积变形预测模型与应用[J]. 铁道学报, 2019, **41**(11): 100-107. (ZHOU Wenquan, LENG Wuming, NIE Rusong, et al. Prediction model of accumulative deformation of coarse-grained soil filling in heavy-haul railway and its application[J]. Journal of the China Railway Society, 2019, **41**(11): 100-107. (in Chinese))
- [12] ROESLER J R, POPOVICS J S, RANCHERO J L, et al. Longitudinal cracking distress on continuously reinforced concrete pavements in Illinois[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2005, **19**(4): 331-338.
- [13] 何绍衡, 刘志军, 夏唐代, 等. 长期循环荷载下珊瑚砂累积变形特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊2): 161-164. (HE Shaoheng, LIU Zhijun, XIA Tangdai, et al. Experimental study on cumulative deformation characteristics of coral sand under long-term cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(S2): 161-164. (in Chinese))
- [14] 穆锐, 黄质宏, 浦少云, 等. 循环荷载下原状红黏土的累积变形特征及动本构关系研究[J]. 岩土力学, 2020(增刊2): 1-10. (MU Rui, HUANG Zihong, PU Shaoyun, et al. Accumulated deformation characteristics of undisturbed red clay under cyclic loading and dynamic constitutive relationship[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020(S2): 1-10. (in Chinese))
- [15] DONG K, CONNOLLY D P, LAGHROUCHE O, et al. The stiffening of soft soils on railway lines[J]. Transportation Geotechnics, 2018, **17**: 179-191.
- [16] PUPPALA A J, SARIDE S, CHOMTID S. Experimental and modeling studies of permanent strains of subgrade soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, **135**(10): 1379-1389.
- [17] 王学营, 岳夏冰, 惠冰. 轴向循环加载卸载条件下饱和软土变形特性试验研究[J]. 水资源与水工程学报, 2019, **30**(5): 230-235. (WANG Xueying, YUE Xia bing, HUI Bing.

- Study of deformation of saturated soft soil under axial cyclic loading and unloading[J]. *Journal of Water Resources and Water Engineering*, 2019, **30**(5): 230-235. (in Chinese))
- [18] NGUYEN N S, FRANCOIS S, DEGRANDE G. Discrete modeling of strain accumulation in granular soils under low amplitude cyclic loading[J]. *Computers and Geotechnics*, 2014, **62**: 232-243.
- [19] NIEMUNIS A, WICHTMANN T, TRIANTAFYLLOIDIS T. A high-cycle accumulation model for sand[J]. *Computers and Geotechnics*, 2005, **32**(4): 245-63.
- [20] 李建民, 滕延京. 土样回弹及再压缩变形特征的试验研究[J]. *工程勘察*, 2010, **38**(12): 9-14. (LI Jianmin, TENG Yanjing. Experimental study on the characteristics of the rebound and the recompression deformation of soil under unloading[J]. *Geotechnical Investigation and Surveying*, 2010, **38**(12): 9-14. (in Chinese))
- [21] 李建民, 滕延京. 土体再压缩变形规律的试验研究[J]. *岩土力学*, 2011, **32**(增刊 2): 463-468. (LI Jianmin, TENG Yanjing. Test study of law of recompression deformation of soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(S2): 463-468. (in Chinese))
- [22] WICHTMANN T, TRIANTAFYLLOIDIS T. An experimental database for the development, calibration and verification of constitutive models for sand with focus to cyclic loading: part II—tests with strain cycles and combined loading[J]. *Acta Geotechnica*, 2016, **11**(4): 763-774.
- [23] TAHERI A, TATSUOKA F. Stress-strain relations of cement-mixed gravelly soil from multiple-step triaxial compression test result[J]. *Soils and Foundations*, 2012, **52**(4): 748-766.
- [24] TAHERI A, TATSUOKA F. Small- and large-strain behaviour of a cement-treated soil during various loading histories and testing conditions[J]. *Acta Geotechnica*, 2015, **10**(1): 131-155.
- [25] XIA P X, ZENG C, SHAO L T. et al. Axial strain accumulation projection model for sand in cyclic loading[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2021, **147**: 106819.
- [26] XIA P X, SHAO L T, DENG W, et al. Role of elastic upper limit in shakedown study for granular soils [J]. *Transportation Geotechnics*, 2022, 34: 100746.
- [27] 邵龙潭, 郭晓霞, 刘港, 等. 数字图像测量技术在土工三轴试验中的应用[J]. *岩土力学*, 2015, **36**(增刊 1): 669-684. (SHAO Longtan, GUO Xiaoxia, LIU Gang, et al. Application of digital image processing technique to measuring specimen deformation in triaxial test[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, **36**(S1): 669-684. (in Chinese))
- [28] 刘潇. 三轴试验土样全表面变形测量方法及其应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2012. (LIU Xiao. Method of Whole Surface Deformation Measurement for Soil Specimen in Triaxial Tests and Its Application[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2012. (in Chinese))
- [29] 田筱剑. 未破坏状态砂土的应力应变性质研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2021. (TIAN Xiaojian. Study on Stress-Strain Properties of Sand in Prior-Failure State[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2021. (in Chinese))
- [30] WICHTMANN T, NIEMUNIS A, TRIANTAFYLLOIDIS T. Strain accumulation in sand due to cyclic loading: drained triaxial tests[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2005, **25**(12): 967-979.