

DOI: 10.11779/CJGE20230327

# 用BBM模型模拟非饱和重塑黄土的变形强度特性

郑方<sup>1,2</sup>, 邵生俊<sup>3,4</sup>

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055; 2. 西安建筑科技大学陕西省岩土与地下空间工程重点实验室, 陕西 西安 710055;  
3. 西安理工大学土木建筑工程学院, 陕西 西安 710048; 4. 西安理工大学陕西省黄土力学与工程重点实验室, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 对非饱和土BBM模型进行分析、研究、验证, 并做进一步的修正, 从而使模型更符合非饱和黄土的基质吸力的变化规律。对文献中等 $b$ 等 $\sigma_3$ 且 $b=0$ 应力路径下的BBM模型的迭代计算方法进行修正, 进而给出等 $b$ 等 $p$ 且 $b=0$ 时的BBM模型的迭代计算方法。基于非饱和黄土的控制吸力真三轴试验下的相关试验结果, 求得BBM模型的相关模型参数, 并利用相应的计算方法对等 $b$ 等 $p$ 且 $b=0$ 路径下的非饱和黄土试验结果进行预测。考虑对于非饱和黄土, 相关模型参数随基质吸力的非线性变化关系, 采用一个双曲函数关系式对BBM模型进行修正, 并对修正后的模型进行验证, 结果显示修正后模型整体预测结果理想, 尤其是对于低吸力低净平均应力下的预测结果较原始模型更为理想。

**关键词:** 非饱和黄土; 基质吸力; 本构模型; 应力状态; 模型参数

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)08-1665-10

**作者简介:** 郑方(1989—), 女, 博士, 讲师, 主要从事黄土力学与工程、非饱和土力学与工程方面的研究工作。E-mail: zhengfang@xauat.edu.cn。

## Deformation strength characteristics of unsaturated remoulded loess simulated by BBM model

ZHENG Fang<sup>1,2</sup>, SHAO Shengjun<sup>3,4</sup>

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Geotechnical and Underground Space Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China; 3. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 4. Shaanxi Key Laboratory of Loess Mechanics and Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** The BBM model for unsaturated soils is analyzed, studied and validated. A modification is further made to the BBM model, so that the model is more consistent with the variation of matric suction in unsaturated loess. The iterative calculation method for the BBM model in the literature is performed under the stress path of  $b$ -constant and  $\sigma_3$ -constant with  $b=0$ . A revision is made on the existing calculation method, and then the calculation method for the BBM model under the stress paths of  $b$ -constant and  $p$ -constant with  $b=0$  is given. Based on the results of the true triaxial suction experiments on unsaturated loess, the relevant model parameters of the BBM model are obtained, and the corresponding calculation method is used to predict the test results of the unsaturated loess under the stress paths of  $b$ -constant and  $p$ -constant with  $b=0$ . In order to consider the nonlinear change of model parameters with matric suction for unsaturated loess, a hyperbolic function is adopted to modify the BBM model. The modified model is verified, and the results show that the overall predicted results of the revised model are ideal, especially the predicted ones under low matric suction and low net mean stress are more ideal than those of the original model.

**Key words:** unsaturated loess; matric suction; constitutive model; stress state; model parameter

## 0 引言

当前, 描述非饱和土变形本构模型通常也可分为非线性弹性模型和弹塑性模型。对于非饱和土非线性弹性模型, 主要是基于常用的邓肯-张的  $E-\mu$  模型, 以及在该模型基础上发展建立的  $E-B$  模型、 $K-G$  模型上进行改进的, 通常将非饱和土的净应力和基质吸力

的影响考虑到非线性模型的参数上<sup>[1-3]</sup>, 或是通过考虑引入含水率或是初始饱和度来考虑吸力的变化的<sup>[4-5]</sup>, 进而扩展为非饱和土的非线性弹性模型。

**基金项目:** 国家自然科学基金青年基金项目(52208368); 西安建筑科技大学引进人才科研启动项目

**收稿日期:** 2023-04-14

对于非饱和土弹塑性模型, 由于弹塑性理论是一个有力而灵活的框架, 因而弹塑性本构模型仍然是非饱和土变形本构理论研究的一个特征<sup>[6]</sup>。在弹塑性模型中, Alonso 等<sup>[7]</sup>提出的 BBM 模型是一个具有相当广泛代表性的非饱和土弹塑性模型, 该模型是在修正剑桥(MCC)模型基础上拓展的, 在  $p$ - $q$ - $s$  所建立的应力空间内探索非饱和土的变形问题。后继的很多非饱和土模型都是在 Alonso 等<sup>[7]</sup>提出的 BBM 的基础上建立的。Josa 等<sup>[8]</sup>认为在某净围压下存在最大湿陷量, 对加载-湿陷(LC)屈服曲线进行了修正。黄海等<sup>[9]</sup>和苗强强等<sup>[10]</sup>等根据大量非饱和黄土和非饱和含黏砂土三轴试验资料, 分别利用得到的初始屈服线的形状、压缩指数的变化规律、广义土-水特征曲线和建立的  $p$ - $s$  平面上屈服点连线的统一函数表达式对 BBM 模型进行了修正和验证。陈正汉<sup>[11]</sup>以 BBM 模型为基础, 结合原状湿陷黄土的大量 CT-三轴试验得到的细观结构演化规律, 构建了原状湿陷性黄土的结构性模型(弹塑性损伤模型), 并用于大厚度湿陷性黄土的现场浸水试验分析。陈正汉<sup>[11]</sup>通过对 Gens 等<sup>[12]</sup>提出的 BBM 膨胀土模型进行了不区分宏观和微观结构层次变形、针对膨胀变形特点增加 SD 屈服面、补充水量变化数学描述 3 点改进, 改进模型能够预测重塑膨胀土的主要变形特征。姚仰平等<sup>[13]</sup>将 BBM 模型和 UH 模型, 建立适用超固结土的非饱和土模型。张登飞<sup>[14]</sup>考虑水力作用的影响, 对 BBM 模型屈服面的方程进行改进, 建立了能够描述原状黄土水力耦合相关特性的弹塑性本构模型。刘帅帅<sup>[15]</sup>采用平均骨架应力对 BBM 模型中的 LC 屈服曲线进行改进, 建立了吸力、变形与饱和度三者之间的关系, 来描述非饱和土黄土的水力与力学的耦合。

可见, 对于非饱和土变形特性的研究就是对非饱和土的各个应力状态变量与土粒、孔隙气和孔隙水各相间应变关系的研究。描述非饱和土体积变化行为的本构关系是将非饱和土的应力状态变量与应变状态变量联系起来, 其中正确反映吸力在土变形中的贡献是非饱和土本构模型的关键。大多数的研究仍采用净应力  $(\sigma - u_a)$  和基质吸力  $(u_a - u_w)$  为两个独立的应力变量作为相关的应力状态变量, 来建立本构模型模拟非饱和土的相关力学行为。本文对基于临界状态提出的非饱和土 BBM 模型进行分析、研究、验证, 并做进一步的修正, 使模型更符合非饱和黄土基质吸力的变化规律, 为解决实际工程中的非饱和黄土工程问题提供理论基础, 对指导黄土地区的工程建设及运行、地质灾害的评价及预测具有重要意义。

## 1 非饱和土 BBM 模型

Alonso 等<sup>[7]</sup>提出的基于临界状态的非饱和土 BBM 模型是对 Roscoe 和 Burland 提出的修正剑桥模型(MCC)的扩展。非饱和土 BBM 模型由 4 个状态变量来定义, 即净平均应力  $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 - u_a$ , 剪应力  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ , 基质吸力  $s = u_a - u_w$ , 比体积  $v = 1 + e$ 。

BBM 模型具有两个状态边界面: 一个曲面和一个平面。当土体状态位于状态边界面内时, 模型表现为弹性应变; 当土体状态到达状态边界面时, 模型开始表现为塑性应变; 当土体状态越过状态边界面时, 塑性行为对应于屈服面在  $p$ : $q$ : $s$  空间上扩展。

### 1.1 各向等压应力状态

Alonso 等<sup>[7]</sup>认为, 对于各向等压状态, 在恒定基质吸力  $s$  下, 净平均  $p$  对比体积  $v$  的影响可定义为

$$v = N(s) - \lambda(s) \ln \frac{p}{p^c} \quad (1)$$

式中:  $N(s)$  为  $p = p^c$  时的比体积;  $p^c$  为参考应力参数;  $\lambda(s)$  为吸力为  $s$  时的刚度参数,  $\lambda(s)$  定义为

$$\lambda(s) = \lambda(0)[(1-r)\exp(-\beta s) + r] \quad (2)$$

式中:  $r = \frac{\lambda(s \rightarrow \infty)}{\lambda(0)}$ ;  $\beta$  为土体刚度随吸力增加速率的参数。

Alonso 等<sup>[7]</sup>认为在一定基质吸力值  $s$  下, 非饱和土的加载再卸载变形是弹性的, 体积的变化可表示为

$$dv = -\kappa \frac{dp}{p} \quad (3)$$

式中:  $\kappa$  为  $p$  变化时的刚度系数(图 1), 在非饱和土 BBM 模型中, 假定  $\kappa$  恒定的, 不随基质吸力的变化而改变。

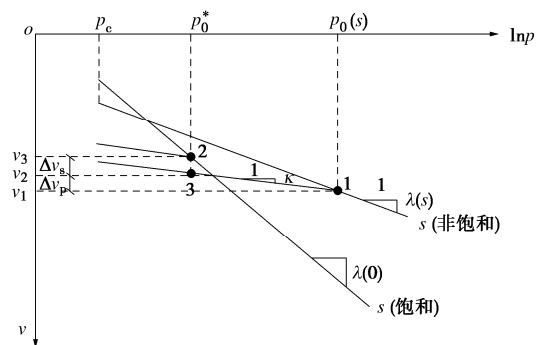


图 1 饱和土与非饱和土的比体积的变化曲线

Fig. 1 Change curves of specific volume of saturated and unsaturated soils

图 1 为饱和土和非饱和土在各向等压应力状态下的比体积变化曲线。 $p_0^*$  为饱和土屈服应力,  $p_0(s)$  为基质吸力  $s$  时的屈服净应力。不同吸力值下的屈

服应力值  $p_0(s)$  组合成了一条加载-湿陷屈服曲线 (图2), 即 LC 屈服线。Alonso 等<sup>[7]</sup>定义了 LC 屈服线的表达式为

$$\frac{p_0(s)}{p_c} = \left[ \frac{p_0^*}{p_c} \right]^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}} \quad (4)$$

如图2所示, LC 屈服线和 SI 屈服线 (吸力增加屈服线) 在  $(p, s)$  平面上包围的区域为弹性区域, SI 屈服线的表达式为

$$s = s_0 \quad (5)$$

式中,  $s_0$  为土在历史上曾经受过的最大吸力<sup>[12]</sup>。

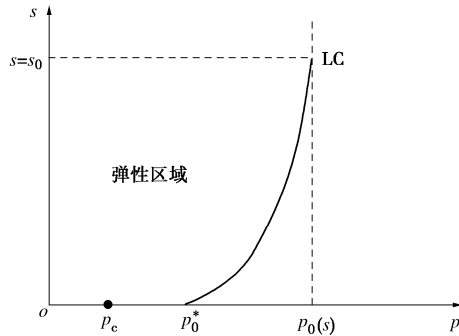


图2 LC屈服线和SI屈服线

Fig. 2 LC and yield loci

## 1.2 剪切应力状态

BBM 是基于临界状态框架的弹塑性本构模型, 是对修正剑桥模型的扩展, 将基质吸力  $s = u_a - u_w$  作为第三种应力状态变量来考虑基质吸力的影响。屈服面仍采用修正剑桥模型的椭圆形。基质吸力变化时, 椭圆也变化, 椭圆的大小由不同基质吸力下的屈服应力  $p_0(s)$  来确定。BBM 模型中假定黏聚力的增大是与基质吸力的增大呈线性变化的。从而给出了该模型在  $(p, q)$  平面上的屈服面 (图3) 的表达式为

$$q^2 - M^2(p + p_s)[p_0(s) - p] = 0 \quad (6)$$

式中:  $M$  为临界状态线的斜率;  $p_s = ks$ ,  $k$  为常数。

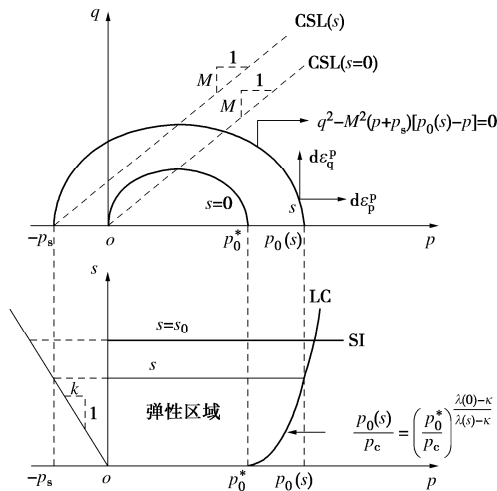


图3  $(p, q)$  和  $(p, s)$  面上的屈服轨迹

Fig. 3 Yield loci on  $(p, q)$  and  $(p, s)$  planes

## 1.3 硬化规律和流动法则

### (1) 应变硬化规律

在非饱和土模型建立过程中, 需要同时考虑净平均应力和基质吸力对弹塑性体应变产生的影响, 分别定义如下。

弹性体应变:

$$d\varepsilon_v^e = d\varepsilon_{vp}^e + d\varepsilon_{vs}^e \quad (7)$$

式中:  $d\varepsilon_v^e$  为弹性体应变;  $d\varepsilon_{vp}^e$  为由净平均应力引起的弹性体应变;  $d\varepsilon_{vs}^e$  为由基质吸力引起的弹性体应变。

塑性体应变:

$$d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_{vp}^p + d\varepsilon_{vs}^p \quad (8)$$

式中:  $d\varepsilon_v^p$  为塑性体应变;  $d\varepsilon_{vp}^p$  为由净平均应力引起的塑性体应变;  $d\varepsilon_{vs}^p$  为由基质吸力引起的塑性体应变。

总体应变:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p \quad (9)$$

根据式(3), 弹性区域内由净平均应力导致的弹性体积应变  $d\varepsilon_{vp}^e$  为

$$d\varepsilon_{vp}^e = -\frac{dv}{v} = \frac{\kappa}{v} \frac{dp}{p} \quad (10)$$

同样, 弹性区域内由吸力导致的弹性体应变  $d\varepsilon_{vs}^e$  为

$$d\varepsilon_{vs}^e = \frac{\kappa_s}{v} \frac{ds}{(s + p_{at})} \quad (11)$$

在一定的基质吸力下, 当净平均应力  $p$  增大到屈服净应力  $p_0(s)$  时, 由  $p$  导致的土体总体变  $d\varepsilon_{vp}$  为

$$d\varepsilon_{vp} = \frac{\lambda(s)}{v} \frac{dp_0(s)}{p_0(s)} \quad (12)$$

则由  $p$  引起的塑性体变  $d\varepsilon_{vp}^p$  为

$$d\varepsilon_{vp}^p = d\varepsilon_{vp} - d\varepsilon_{vp}^e = \frac{\lambda(s) - \kappa}{v} \frac{dp_0(s)}{p_0(s)} \quad (13)$$

在一定净平均应力下, 当基质吸力  $s$  增加到  $s_0$  时, 由  $s$  导致的土体总体变  $d\varepsilon_{vs}$  为

$$d\varepsilon_{vs} = \frac{\lambda_s}{v} \frac{ds_0}{(s_0 + p_{at})} \quad (14)$$

则由基质吸力  $s$  引起的塑性体变  $d\varepsilon_{vs}^p$  为

$$d\varepsilon_{vs}^p = d\varepsilon_{vs} - d\varepsilon_{vs}^e = \frac{\lambda_s - \kappa_s}{v} \frac{ds_0}{(s_0 + p_{at})} \quad (15)$$

BBM 模型硬化规律使硬化参数与塑性体应变相联系, 相应的硬化规律可为

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0) - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad (16)$$

$$\frac{ds_0}{s_0 + p_{at}} = \frac{v}{\lambda_s - \kappa_s} d\varepsilon_v^p \quad (17)$$

## (2) 流动法则

BBM 模型采用的是非关联的流动法则, 考虑到通常的临界状态模型过高地估计了侧压力系数  $K_0$  值, 故引入一修正参数  $\alpha$  对相关联的流动法则进行了修正, 得流动法则为

$$\frac{d\varepsilon_d^p}{d\varepsilon_{vp}^p} = \frac{2q}{M^2[2p + p_s - p_0(s)]} \alpha \quad (18)$$

式中:  $d\varepsilon_d^p$  为塑性偏应变增量;  $d\varepsilon_{vp}^p$  为塑性体应变增量; 其中修正系数  $\alpha$  为

$$\alpha = \frac{M(M-9)(M-3)}{9(6-M)} \frac{1}{1 - \frac{\kappa}{\lambda(0)}} \quad (19)$$

## 1.4 模型迭代计算方法

对文献[16]中控制吸力常规三轴压缩试验在固结排水条件下非饱和土 BBM 模型本构关系的迭代计算方法进行修正, 得到真三轴条件下等  $b$  等  $p$  且  $b=0$  时 BBM 模型的迭代计算方法, 其中常规三轴压缩试验即为真三轴试验中等  $b$  等  $\sigma_3$  试验中  $b=0$  路径下的试验。下面给出本次真三轴条件下等  $b$  等  $p$  且  $b=0$  时模型的详细计算步骤, 以下计算步骤将结合图 4 进行阐述。

(1) 首先需要根据试验结果得出到相关试验参数,  $\lambda(0)$ ,  $r$ ,  $\beta$ ,  $p_c$ ,  $\kappa$ ,  $p_0^*$ ,  $G$ ,  $M$ ,  $k$ 。

(2) 根据式 (2) 计算  $\lambda(s)$ 。

(3) 计算  $B$  点的屈服应力  $p_0^B(s)$  (图 4 (a)), 根据式 (4) 得

$$p_0^B(s) = p_c \left[ \frac{p_0^*}{p_c} \right]^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}} \quad (20)$$

(4) 计算初始屈服点  $B$  的坐标, 以  $B$  点作为塑性应变增量的起点, 由式 (5) 得

$$\left. \begin{aligned} p_B &= p_{\text{net}} \\ q_B &= M \sqrt{(p_{\text{net}} + p_s)(p_0^B(s) - p_{\text{net}})} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(5) 计算  $AB$  段弹性剪应变增量,

$$d\varepsilon_d^e = \frac{1}{3G} q_B \quad (22)$$

(6) 计算最终点  $E$  的坐标,

$$\left\{ \begin{aligned} p_E &= p_{\text{net}} \\ q_E &= M(p_{\text{net}} + p_s) \end{aligned} \right. \quad (23)$$

(7) 在  $BE$  段上将  $q_B$  到  $q_E$  之间划分成若干个相等的  $dq$ , 以下以  $BE$  段中的  $BC$  段为例。

(8) 计算  $C$  点的坐标,

$$\left\{ \begin{aligned} p_C &= p_{\text{net}} \\ q_C &= q_B + dq \end{aligned} \right. \quad (24)$$

(9) 计算  $C$  点的屈服应力  $p_0^C(s)$ , 由式 (5)

得:

$$p_0^C(s) = p_C + \frac{(q_C)^2}{M^2(p_C + p_s)} = p_{\text{net}} + \frac{(q_C)^2}{M^2(p_{\text{net}} + p_s)} \quad (25)$$

(10) 计算对应于  $B$  点在 NCL 线上的比体积

$v_N^B$ :

$$v_N^B = v_A - \kappa \ln \frac{p_0^B(s)}{p_{\text{net}}} = v_{\text{ini}} - \kappa \ln \frac{p_0^B(s)}{p_{\text{net}}} \quad (26)$$

(11) 计算对应于  $C$  点在 NCL 线上的比体积

$v_N^C$ :

$$v_N^C = v_N^B - \lambda(s) \ln \frac{p_0^C(s)}{p_0^B(s)} \quad (27)$$

(12) 计算对应于  $C$  点的比体积  $v_C$ :

$$v_C = v_N^C + \kappa \ln \frac{p_0^C}{p_D} = v_N^C + \kappa \ln \frac{p_0^C}{p_{\text{net}}} \quad (28)$$

(13) 计算  $BC$  段弹性剪应变增量  $d\varepsilon_d^e$  和弹性体应变增量  $d\varepsilon_{vp}^e$ :

$$d\varepsilon_d^e = \frac{1}{3G} (q_C - q_C) = \frac{1}{3G} dq \quad (29)$$

$$d\varepsilon_{vp}^e = \frac{\kappa}{v_B} \left( \frac{p_C - p_B}{p_B} \right) = 0 \quad (30)$$

(14) 计算  $BC$  段总体应变增量  $d\varepsilon_{vp}$  和塑性体应变增量  $d\varepsilon_{vp}^p$ :

$$d\varepsilon_{vp} = \frac{v_B - v_C}{v_B} \quad (31)$$

$$d\varepsilon_{vp}^p = d\varepsilon_{vp} - d\varepsilon_{vp}^e = d\varepsilon_{vp} \quad (32)$$

(15) 计算  $BC$  段塑性剪应变增量  $d\varepsilon_d^p$ :

$$d\varepsilon_d^p = d\varepsilon_{vp}^p \frac{2q}{M^2[2p + p_s - p_0(s)]} \alpha \quad (33)$$

(16) 计算  $BC$  段塑性总应变增量  $d\varepsilon_d$ :

$$d\varepsilon_d = d\varepsilon_d^e + d\varepsilon_d^p \quad (34)$$

(17)  $BE$  其余点都按照以上  $BC$  段重复, 即可绘制出相应的应力应变预测曲线。

如若初始屈服应力  $p_0(s)$  未超过  $p_{\text{net}}$ , 如图 4 (b) 所示, 此时以  $p_{\text{net}}$  点作为塑性应变增量的起点开始计算。

(1) 以  $p_{\text{net}}$  点作为塑性应变增量的起点:

$$p_0^A(s) = p_{\text{net}} \quad (35)$$

(2) 计算最终点  $E$  的坐标:

$$\left\{ \begin{aligned} p_E &= p_f = p_{\text{net}} \\ q_E &= q_f = M(p_{\text{net}} + p_s) \end{aligned} \right. \quad (36)$$

(3) 在  $A'E$  段上将  $q_{A'}$  到  $q_E$  之间划分成若干个相等的  $dq$ , 其余步骤重复以上 (7) ~ (17)。

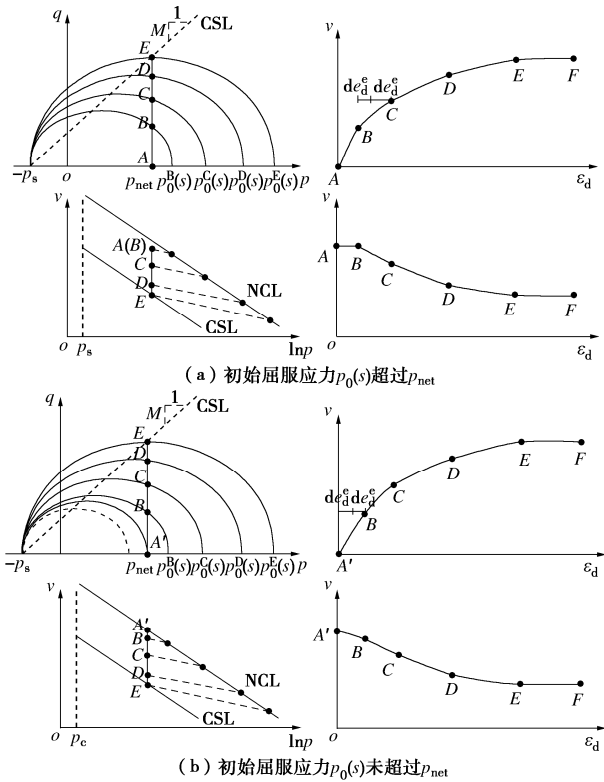


图 4 等  $b$  ( $b=0$ ) 等  $p$  下 BBM 模型计算示意图

Fig. 4 Schematic diagram of BBM model calculation under constant  $b$  ( $b=0$ ) and constant  $-p$

## 2 模型预测

### 2.1 各向等压状态模型参数

真三轴重塑黄土试样的目标干密度为  $\rho_d=1.40 \text{ g/cm}^3$ , 根据土-水特征曲线得到基质吸力  $s=100 \text{ kPa}$  对应的含水率为  $w=19.5\%$ , 确定重塑试样含水率为  $w=19.5\%$ 。对重塑黄土试样进行了控制吸力  $s$  分别为 50, 100, 200, 300 kPa 的真三轴条件下的等向压缩试验, 根据试验测试结果绘制出等向压缩试验曲线, 比体积  $v$  与净平均应力  $p$  的关系曲线如图 5 所示。根据等向压缩试验结果, 确定相关土性参数, 同一吸力的试验点近似的位于两条相交的直线上, 两条直线的交点可看作屈服点<sup>[17-18]</sup>, 该点的净平均应力  $p$  即为屈服净应力  $p_0(s)$ 。

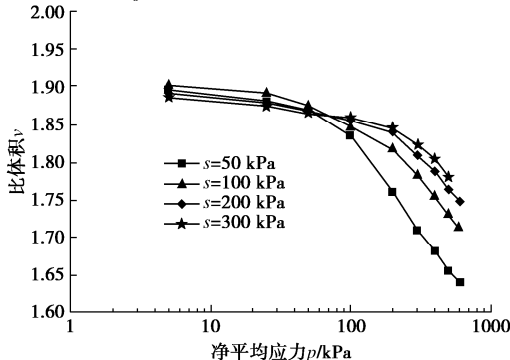


图 5 等向压缩曲线

Fig. 5 Isotropic compression curves

根据等向压缩试验结果得:  $s=50 \text{ kPa}$  时,  $p_0 = 76 \text{ kPa}$ ,  $\lambda = 0.2533$ ,  $\kappa = 0.0243$ ;  $s=100 \text{ kPa}$  时,  $p_0 = 116 \text{ kPa}$ ,  $\lambda = 0.2208$ ,  $\kappa = 0.0201$ ;  $s=200 \text{ kPa}$  时,  $p_0 = 164 \text{ kPa}$ ,  $\lambda = 0.1984$ ,  $\kappa = 0.0208$ ;  $s=300 \text{ kPa}$  时,  $p_0 = 200 \text{ kPa}$ ,  $\lambda = 0.1870$ ,  $\kappa = 0.0191$ 。根据所得试验结果, 由式 (2) 可拟合得到不同基质吸力的刚度参数  $\lambda(s)$  与基质吸力  $s$  之间的关系, 如图 6 所示, 得到相应的拟合参数分别为:  $\lambda(0)=0.3140$ ,  $\beta=12.6211 \text{ MPa}^{-1}$ ,  $r = 0.5865$ , 所得拟合曲线为  $\lambda(s) = 0.3140 \times [(1 - 0.5865)e^{-12.6211s} + 0.5865]$ 。(37)

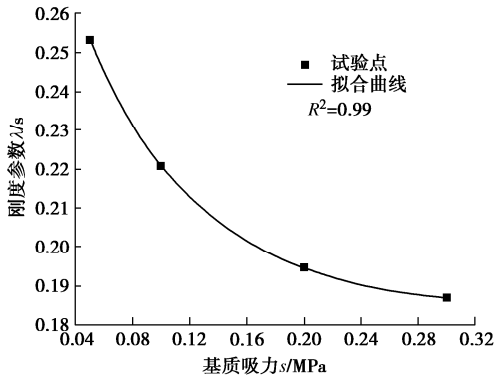


图 6 刚度参数  $\lambda(s)$  随基质吸力  $s$  的变化关系

Fig. 6 Relationship between stiffness parameters  $\lambda(s)$  and matric suction  $s$

根据试验结果和式 (37), 利用式 (4) 对屈服净应力  $p_0(s)$  与刚度参数  $\lambda(s)$  之间的关系进行拟合, 得到相应的拟合参数:  $p_0^*=46.5 \text{ kPa}$ ,  $p_c=7.0 \text{ kPa}$ ; 根据 Alonso 等<sup>[7]</sup>提出的非饱和土 BBM 模型中的假定  $\kappa$  为恒定值, 在此  $\kappa$  取不同基质吸力试验下的平均值为  $\kappa = 0.0211$ 。得到屈服净应力  $p_0(s)$  与刚度参数  $\lambda(s)$  之间的关系曲线为

$$p_0(s) = 7.0 \times \left( \frac{46.5}{7.0} \right)^{\frac{0.3140-0.0211}{\lambda(s)-0.0211}} \quad (38)$$

根据式 (37) 和 (38) 可以得到非饱和土 BBM 模型预测的基质吸力  $s$  和屈服净平均应力  $p$  之间的关系曲线, 见图 7。

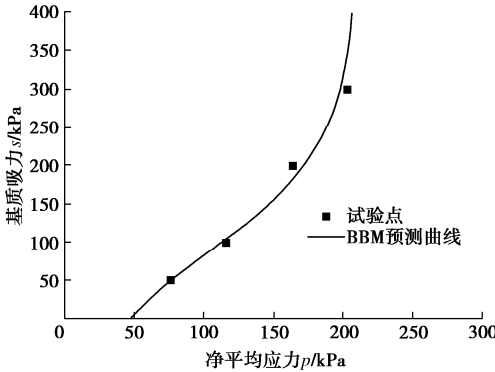


图 7 基质吸力和屈服净平均应力关系曲线

Fig. 7 Relationship between matric suction and yield net mean stress

## 2.2 轴对称剪切应力状态下模型参数

Alonso 等<sup>[7]</sup>给出不同基质吸力下轴对称剪切试验的试验结果在  $p$ - $q$  平面上可以统一表示为

$$q = Mp + Mks \quad (39)$$

式中:  $p$  为净平均应力;  $q$  为剪应力;  $s$  为基质吸力;  $M$  为临界状态线的斜率;  $k$  为黏聚力随基质吸力  $s$  变化的速率。

对制备的真三轴重塑黄土试样进行了控制吸力  $s$  分别为 50, 100, 200 kPa 时真三轴条件下的等  $b$  等  $p$  剪切试验<sup>[19-20]</sup>, 利用式 (39) 对  $b=0$  的试验结果进行拟合 (图 8), 得到最佳拟合参数, 临界状态线的斜率  $M=1.381$ , 黏聚力随基质吸力  $s$  变化的速率  $k=0.980$ 。

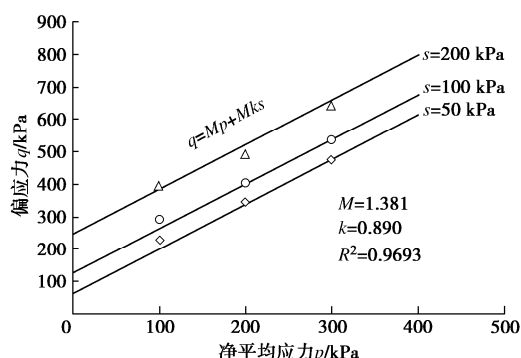


图 8  $p$ - $q$  面上临界状态线 ( $p(s)$  随  $s$  线性变化)

Fig. 8 Critical state lines on  $p$ - $q$  plane ( $p(s)$  varies linearly with  $s$ )

对于本文等  $b$  等  $p$  且  $b=0$  试验, 弹性段剪切应变增量参见式 (22), 因此可通过应力应变曲线初始线性段来确定剪切模量  $G$ <sup>[16]</sup>, 对所有  $b=0$  时得到的  $G$  求平均值, 得  $G=6.7$  MPa。

## 2.3 BBM 预测结果

BBM 模型预测需要根据试验结果得到相关试验参数为  $\lambda(0)$ ,  $r$ ,  $\beta$ ,  $p_c$ ,  $\kappa$ ,  $p_0^*$ ,  $G$ ,  $M$ ,  $k$ , 其余初始状态参数为:  $p_i=5$  kPa,  $q_i=0$ ,  $s_i=100$  kPa,  $v_0=1.93$ 。由 2.1 和 2.2 节已经求得所使用的黄土试样的模型参数分别为  $\lambda(0)=0.3140$ ,  $r=0.5865$ ,  $\beta=12.6211$  MPa<sup>-1</sup>,  $p_c=7.0$  kPa,  $\kappa=0.0211$ ,  $p_0^*=46.5$  kPa,  $G=6.7$  MPa,  $M=1.381$ ,  $k=0.890$ 。图 9~11 分别为不同净平均应力下、不同基质吸力下 BBM 模型预测结果, 可以看到 BBM 模型对于低净平均应力的预测结果偏差相对较大。

## 3 BBM 模型的修正

### 3.1 BBM 模型的修正方法

在 BBM 模型中, 模型在  $(p, q)$  平面上的屈服面的表达式为

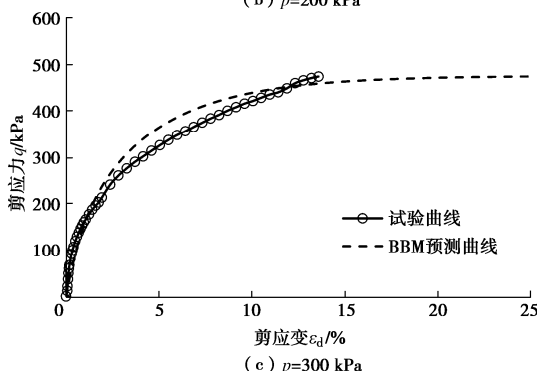
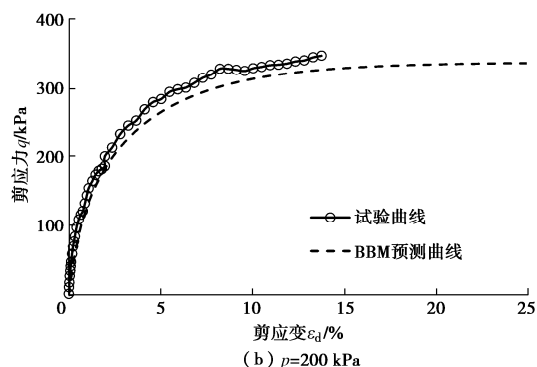
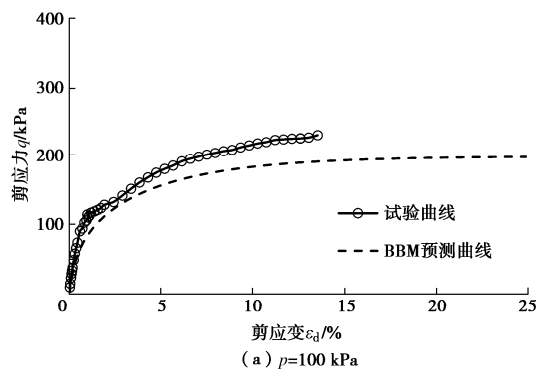
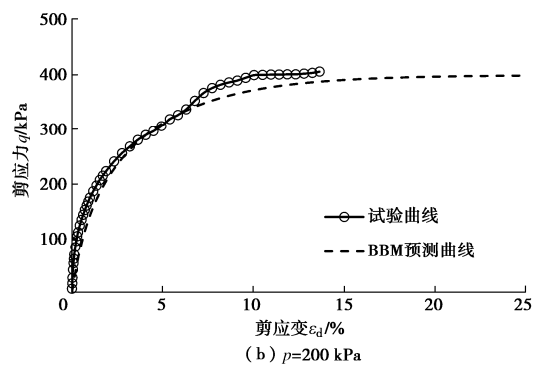
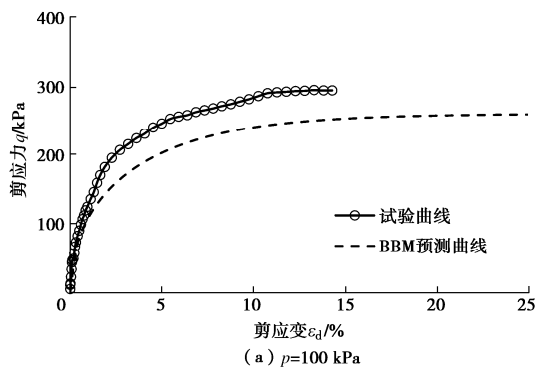
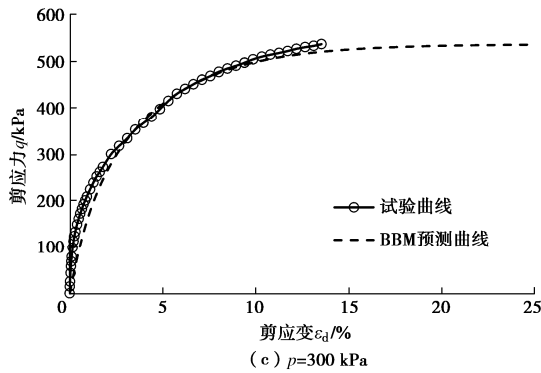
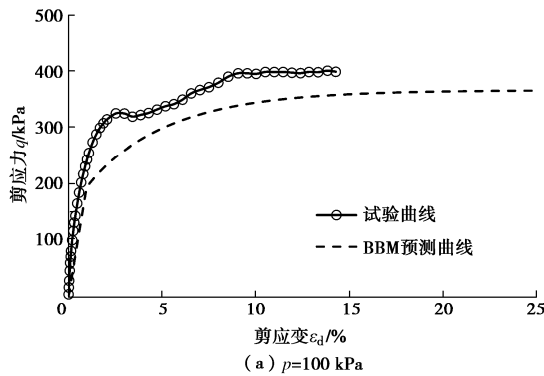
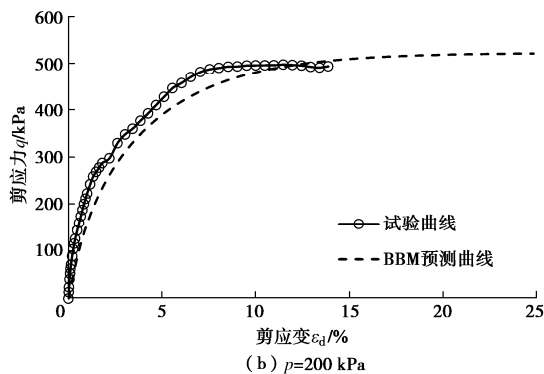
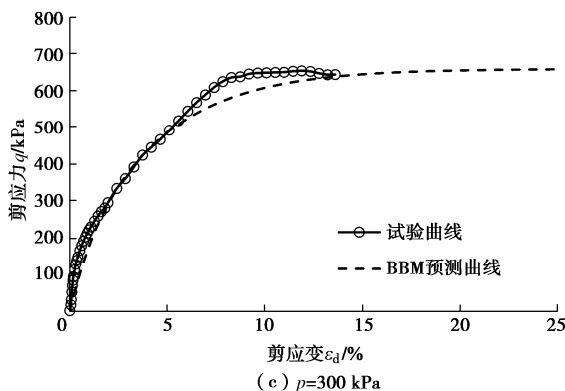


图 9  $s=50$  kPa 下 BBM 模型的预测曲线

Fig. 9 Predicted curves of BBM model at  $s=50$  kPa



图 10  $s=100$  kPa 下 BBM 模型的预测曲线Fig. 10 Predicted curves of BBM model at  $s=100$  kPa(a)  $p=100$  kPa(b)  $p=200$  kPa(c)  $p=300$  kPa图 11  $s=200$  kPa 下 BBM 模型的预测曲线Fig. 11 Predicted curves of BBM model at  $s=200$  kPa

$$q^2 - M^2(p + p_s)[p_0(s) - p] = 0 \quad (40)$$

在该模型中假定黏聚力的增大是与基质吸力的增大呈线性变化的, 即在该模型中假定  $p_s = ks$ ,  $k$  为

常数。但是, 根据本次及已有文献中黄土试验结果<sup>[21-24]</sup>, 黄土的总黏聚力与基质吸力的关系并非是呈线性增大的。因此, 在修正 BBM 模型中构建  $p_s$  和  $s$  的非线性关系为双曲线形式:

$$p_s = \frac{s}{M(a + ms)} \quad (41)$$

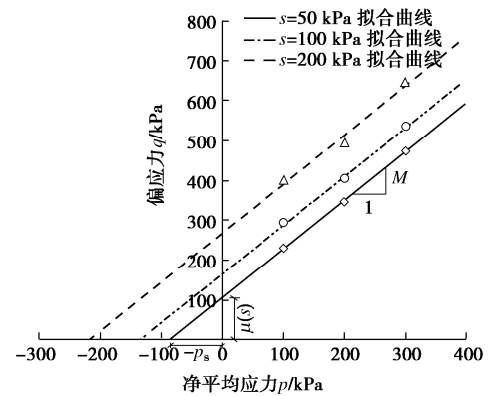
式中,  $a, m$  为控制黏聚力随基质吸力变化的土性参数。

在  $p$ - $q$  面上不同基质吸力  $s$  下的临界状态线可由以下表达式进行描述 (图 12):

$$q = Mp + \mu(s) \quad (42)$$

在式 (42) 中依然假定临界状态线的斜率  $M$  不随基质吸力变化,  $\mu(s)$  为不同基质吸力  $s$  下临界状态线的纵截距。如图 12 所示, 得

$$p_s = \frac{\mu(s)}{M} \quad (43)$$

图 12  $p$ - $q$  面上临界状态线 ( $p(s)$  随  $s$  非线性变化)Fig. 12 Critical state lines on  $p$ - $q$  plane ( $p(s)$  varies non-linearly with  $s$ )

利用式 (42) 对不同基质吸力  $s$  下的试验数据点进行拟合, 得到  $M=1.219$ ,  $\mu(50)=106.569$  kPa,  $\mu(100)=168.210$  kPa,  $\mu(200)=268.363$  kPa, 利用式 (43) 求得  $p_s$ ,  $p_s(50)=87.423$  kPa,  $p_s(100)=137.990$  kPa,  $p_s(200)=220.150$  kPa。

利用式 (41) 对不同吸力的结果进行拟合, 得到的双曲线的拟合参数为:  $a=0.4055$ ,  $m=1.7183$ ,  $R^2=0.9980$ 。  $p_s$  和  $s$  的关系式为

$$p_s = \frac{s}{1.291 \times (0.4055 + 1.7183s)} \quad (44)$$

将修正 BBM 模型的预测曲线和 BBM 模型的预测曲线都显示在  $p$ - $s$  平面上, 如图 13 所示, 可以看出在目前所测试的吸力范围内, BBM 中的假定过于偏小与试验结果有差距。

### 3.2 BBM 模型的修正后模型预测结果

修正 BBM 模型需要根据试验结果得到相关试验参数为  $\lambda(0)$ ,  $r$ ,  $\beta$ ,  $p_c$ ,  $\kappa$ ,  $p_0^*$ ,  $G$ ,  $M$ ,  $a$ ,  $m$ , 本次黄土试所使用的黄土试样的模型参数分别为  $\lambda(0)=0.3140$ ,  $r=0.5865$ ,  $\beta=12.6211$  MPa<sup>-1</sup>,  $p_c=$

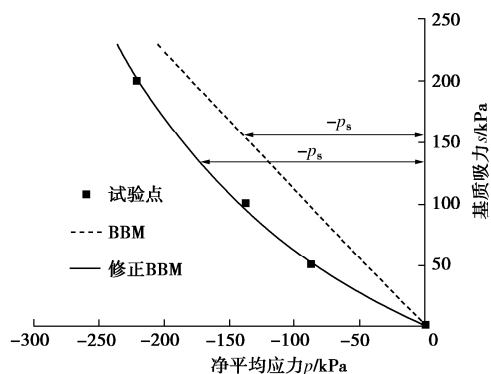
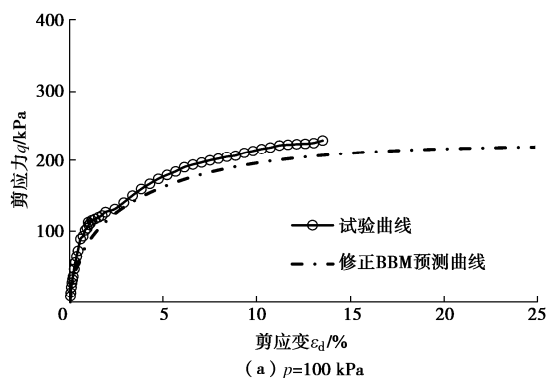
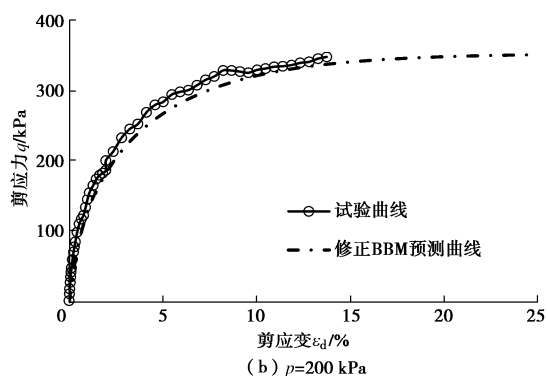
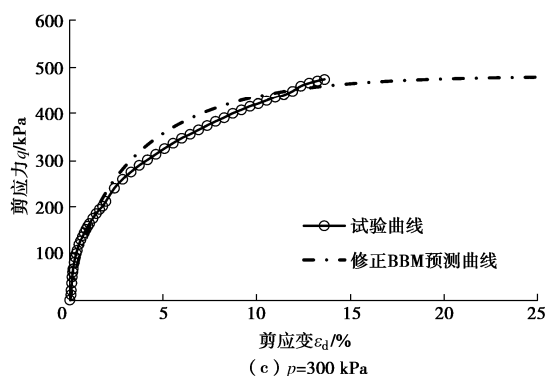
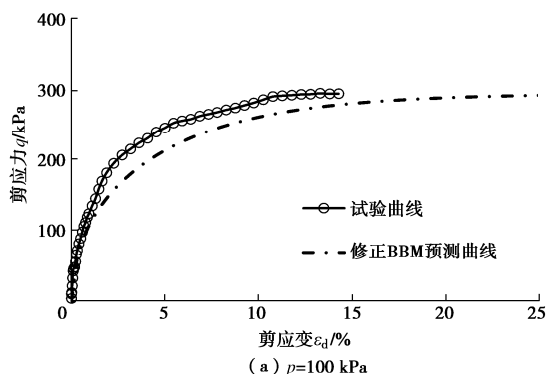
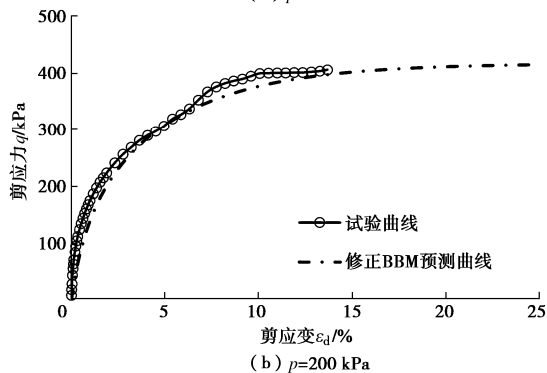
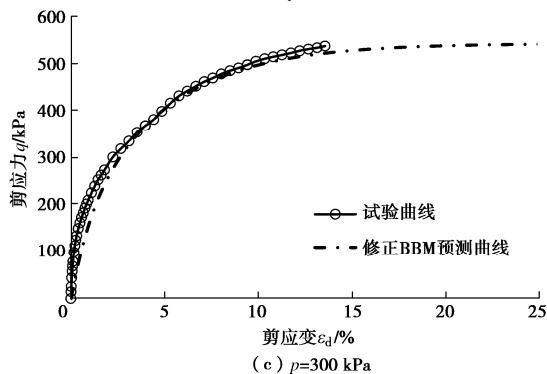
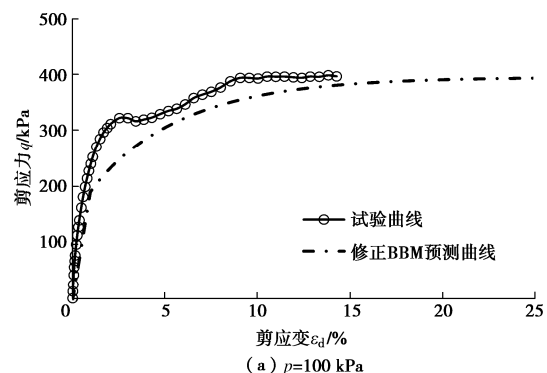
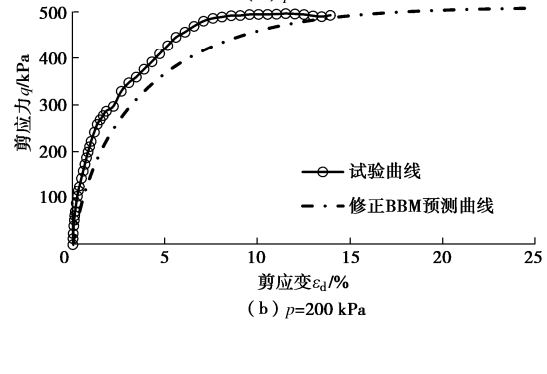


图 13 修正 BBM 与 BBM 的对比

Fig. 13 Comparison between improved BBM and BBM  
7.0 kPa,  $\kappa=0.0211$ ,  $p_0^*=46.5$  kPa,  $G=6.7$  MPa,  $M=1.219$ ,  $a=0.4055$ ,  $m=1.7183$ 。图 14~16 分别为不同基质吸力下的修正 BBM 模型预测结果, 可以看到修正 BBM 模型整体预测结果都比较理想, 尤其是对于低吸力低净平均应力下的预测结果相较于 BBM 模型的预测结果比较理想。

(a)  $p=100$  kPa(b)  $p=200$  kPa(c)  $p=300$  kPa图 14  $s=50$  kPa 下修正 BBM 模型的预测曲线Fig. 14 Predicted curves of modified BBM model at  $s=50$  kPa(a)  $p=100$  kPa(b)  $p=200$  kPa(c)  $p=300$  kPa图 15  $s=100$  kPa 下修正 BBM 模型的预测曲线Fig. 15 Predicted curves of modified BBM model at  $s=100$  kPa(a)  $p=100$  kPa(b)  $p=200$  kPa



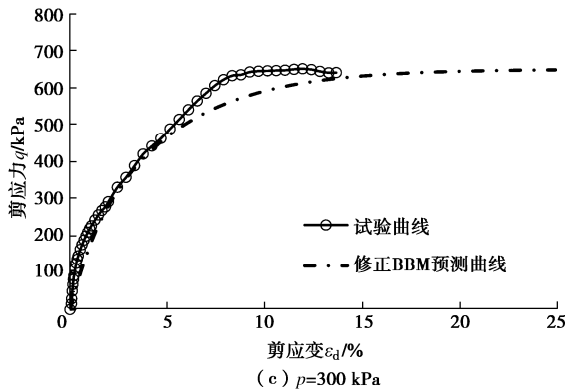


图 16  $s=200$  kPa 下修正 BBM 模型的预测曲线

Fig. 16 Predicted curves of modified BBM model at  $s=200$  kPa

## 4 结 论

(1) 利用重塑黄土控制吸力等向压缩下的试验结果, 拟合得到非饱和黄土不同基质吸力的刚度参数  $\lambda(s)$  与基质吸力  $s$  之间的关系及屈服净应力  $p_0(s)$  与刚度参数  $\lambda(s)$  之间的关系, 并且可以较好地利用非饱和土 BBM 模型得到基质吸力  $s$  和屈服净应力  $p_0(s)$  之间的预测曲线。

(2) 对 Alonso 等<sup>[7]</sup>提出的基于临界状态的非饱和土 BBM 模型进行了分析, 对等  $b$  等  $\sigma_3$  且  $b=0$  时的 BBM 模型的迭代计算方法进行修正, 给出等  $b$  等  $p$  且  $b=0$  时的 BBM 模型的迭代计算方法。

(3) 修正 BBM 模型和 BBM 模型在  $p-s$  平面上预测曲线表明, 在试验所测试的吸力范围内, BBM 中的假定过于偏小, 与试验测试结果差距较大。

(4) 考虑  $p_s$  随基质吸力  $s$  变化的非线性关系, 构建了  $p_s$  和  $s$  的双曲线形式的函数关系对 BBM 模型进行修正, 且修正 BBM 模型对非饱和黄土剪切应力状态下试验结果的预测结果整体比较理想, 尤其是对于低吸力低净平均应力下的预测结果更为理想。

## 参考文献:

- [1] 陈正汉, 周海清, FREDLUND D G. 非饱和土的非线性模型及其应用[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 603-608. (CHEN Zhenghan, Zhou Haiqing, FREDLUND D G. Nonlinear model for unsaturated soils and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(5): 603-608. (in Chinese))
- [2] 王朝阳. 非饱和黄土的强度特性及非线性本构模型研究[D]. 西安: 长安大学, 2004. (WANG Zhaoyang. Study on Strength Characteristics and Nonlinear Constitutive Model of Unsaturated Loess[D]. Xi'an Chang'an University, 2004. (in Chinese))
- [3] 章峻豪, 陈正汉, 赵娜, 等. 非饱和土的新非线性模型及其应用[J]. 岩土力学, 2016, 37(3): 616-624. (ZHANG Junhao, CHEN Zhenghan, ZHAO Na, et al. A new nonlinear model of unsaturated soils and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(3): 616-624. (in Chinese))
- [4] 凌华, 殷宗泽, 蔡正银. 非饱和土的应力-含水率-应变关系试验研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(3): 651-655. (LING Hua, YIN Zongze, CAI Zhengyin, et al. Experimental study on stress-water content-strain relationship of unsaturated soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(3): 651-655. (in Chinese))
- [5] 胡再强, 马素青, 李宏儒, 等. 非饱和黄土非线性 K-G 模型试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(增刊 1): 56-60. (HU Zaiqiang, MA Suqing, LI Hongru, et al. Experimental study of nonlinear K-G model for unsaturated loess[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(S1): 56-60. (in Chinese))
- [6] 谢定义. 非饱和土土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015. (XIE Dingyi. Soil Mechanics for Unsaturated Soils[M]. Beijing: Higher Education Press, 2015. (in Chinese))
- [7] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. Géotechnique, 1990, 40(3): 405-430.
- [8] JOSA A, BALMACEDA A, GENS A, et al. An elastoplastic model for partially saturated soils exhibiting a maximum of collapse[C]// Proceedings, 3rd International Conference on Computational Plasticity, Barcelona, 1992.
- [9] 黄海, 陈正汉, 李刚. 非饱和土在  $p-s$  平面上的屈服轨迹及土-水特征曲线的探讨[J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 316-321. (HUANG Hai, CHEN Zhenghan, LI Gang. A study on yield locus of unsaturated soils on  $p-s$  plane and soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(4): 316-321. (in Chinese))
- [10] 苗强强, 陈正汉, 朱青青.  $p-s$  平面上不同应力路径的非饱和土力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(7): 1496-1501. (MIAO Qiangqiang, CHEN Zhenghan, ZHU Qingqing. Study of mechanics characteristic of unsaturated soils with different stress paths on  $p-s$  plane[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(7): 1496-1501. (in Chinese))
- [11] 陈正汉. 非饱和土与特殊土力学[M]. 1 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2022. (CHEN Zhenghan. Mechanics for Unsaturated and Special Soils[M]. 1st ed. Beijing: China Architecture and Building Press, 2022. (in Chinese))
- [12] GENS A, ALONSO E E. A framework for the behaviour of

- unsaturated expansive clays[J]. Canadian Geotechnique Journal, 1992, **29**: 1013-1032.
- [13] 姚仰平, 牛 雷, 崔文杰, 等. 超固结非饱和土的本构关系[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(6): 833-839. (YAO Yangping, NIU Lei, CUI Wenjie, et al. UH model for unsaturated soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(6): 833-839. (in Chinese))
- [14] 张登飞. 增湿时原状黄土的水力-力学特性及水气渗透规律研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2017. (ZHANG Dengfei. Study on Hydraulic-Mechanics Characteristics and Water Vapor Permeability of Undisturbed Loess During Humidification[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2017. (in Chinese))
- [15] 刘帅帅. 非饱和结构性黄土本构模型研究[D]. 西安: 长安大学, 2018. (LIU Shuaishuai. Study on Constitutive Model of Unsaturated Structural Loess[D]. Xi'an: Chang'an University, 2018. (in Chinese))
- [16] MACARI E J, HOYOS L R. Constitutive modeling of unsaturated soil behavior under axisymmetric stress states using a stress/suction-controlled cubical test cell[J]. International Journal of Plasticity, 2003, **19**(10): 1481-1515.
- [17] 申春妮, 方祥位, 陈正汉. Q<sub>2</sub> 黄土的非饱和直剪试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2010, **6**(4): 724-728. (SHEN Chunni, FANG Xiangwei, CHEN Zhenghan. The unsaturated direct shear tests of Q<sub>2</sub> loess[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, **6**(4): 724-728. (in Chinese))
- [18] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(1): 82-90. (CHEN Zhenghan. Deformation, strength, yield and moisture change of a remolded unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(1): 82-90. (in Chinese))
- [19] 郑 方, 邵生俊, 张 博, 等. 控制吸力的非饱和土真三轴试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊 2): 33-36. (ZHENG Fang, SHAO Shengjun, ZHANG Bo, et al. True triaxial tests on unsaturated soils with suction-controlled condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(S2): 33-36. (in Chinese))
- [20] 郑 方, 邵生俊, 余芳涛, 等. 重塑黄土在不同基质吸力下的真三轴剪切试验[J]. 岩土力学, 2020, **41**(增刊 1): 156-162. (ZHENG Fang, SHAO Shengjun, SHE Fangtao, et al. True triaxial shear tests of remolded loess under different matrix suction[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(S1): 156-162. (in Chinese))
- [21] 张登飞, 陈存礼, 李文文, 等. Q<sub>3</sub> 原状非饱和黄土的水量变化和临界状态特性[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(增刊 1): 197-201. (ZHANG Dengfei, CHEN Cunli, LI Wenwen. Characteristics of critical state and water volume change for Q<sub>3</sub> unsaturated intact loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(S1): 197-201. (in Chinese))
- [22] 关 亮, 陈正汉, 黄雪峰, 等. 非饱和填土(黄土)强度特性的三轴试验研究[J]. 建筑科学, 2011, **27**(11): 55-57. (GUAN Liang, CHEN Zhenghan, HUANG Xuefeng, et al. Study on the strength character of unsaturated loess by three-dimensional tests[J]. Building Science, 2011, **27**(11): 55-57. (in Chinese))
- [23] 党进谦, 李 靖. 非饱和黄土的强度特征[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(2): 59-64. (DANG Jinqian, LI Jing. Strength Characteristics of Unsaturated Loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(2): 59-64. (in Chinese))
- [24] 关 亮, 陈正汉, 黄雪峰, 等. 非饱和重塑黄土的三轴试验研究[J]. 工程勘察, 2011, **39**(11): 14-18. (GUAN Liang, CHEN Zhenghan, et al. Study of the tri-axial experiment for the remodeled unsaturated loess[J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 2011, **39**(11): 14-18. (in Chinese))