

DOI: 10.11779/CJGE20230294

# 考虑饱和砂土液化阶段性特征的触变性流体本构模型

王志华<sup>1,2</sup>, 纪展鹏<sup>1,2</sup>, 衣睿博<sup>1,2</sup>, 张鑫磊<sup>\*1,2</sup>, 高洪梅<sup>1,2</sup>, 刘璐<sup>1,2</sup>

(1. 南京工业大学城市地下空间研究中心, 江苏南京 211816; 2. 南京工业大学岩土工程研究所, 江苏南京 211816)

**摘要:** 合理评价循环荷载作用下饱和砂土的液化过程及性质演变规律, 是解决液化砂土大变形问题的关键。通过饱和砂土不排水循环三轴试验, 分析了饱和中密南京细砂液化阶段性特征, 引入 Gompertz 函数来描述表观黏度与孔压比之间的关系, 提出了一种修正的孔压触变性流体模型, 并验证了模型的合理性。①饱和砂土液化过程具有明显的阶段性特征, 根据孔压比增长速率可分为固态土体阶段、固液相变阶段、触变性流体阶段和稳定性流体阶段, 并基于其他学者的试验结果验证了四阶段特性及阶段划分方法的适用性。②采用 Gompertz 函数代替线性函数来描述表观黏度与孔压比之间的关系, 并利用不同的破坏速率参数  $c$  来表征循环荷载作用下饱和砂土的不同阶段, 提出了考虑液化阶段性特征的修正孔压触变性流体模型, 为解决地震液化问题提供了一种新的统一方法。

**关键词:** 南京饱和细砂; 砂土液化; 孔压比; 增长速率; 液化阶段性; 孔压触变性流体模型

**中图分类号:** TU441      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2024)11-2275-09

**作者简介:** 王志华(1977—), 男, 博士, 教授, 主要从事土力学与地震工程研究工作。E-mail: wzhnjut@163.com。

## Constitutive model for thixotropic fluid considering phase characteristics of liquefaction of saturated sand

WANG Zhihua<sup>1,2</sup>, JI Zhanpeng<sup>1,2</sup>, YI Ruibo<sup>1,2</sup>, ZHANG Xinlei<sup>1,2</sup>, GAO Hongmei<sup>1,2</sup>, LIU Lu<sup>1,2</sup>

(1. Research Center of Urban Underground Space, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China)

**Abstract:** Reasonable evaluation of the property evolution of saturated sand during liquefaction and the dynamic response under cyclic loading is the key to solve the problem of large deformation of liquefied sand. Through the undrained cyclic triaxial tests on saturated sand, the dynamic response of saturated medium-density Nanjing fine sand during liquefaction process is analyzed, and its stage characteristics are discussed. The Gompertz function is introduced to describe the relationship between apparent viscosity and pore pressure ratio, and an improved thixotropic pore pressure fluid model is proposed. The main conclusions are as follows: (1) According to the growth rate of pore pressure ratio, the liquefaction process is divided into four stages: solid stage, solid-fluid stage, thixotropic fluid stage and stable stage. (2) The relationship between apparent viscosity and pore pressure ratio is described by using the Gompertz function instead of the linear function. A modified thixotropic pore pressure fluid model considering stage characteristics is proposed, which provides a new unified method for solving seismic liquefaction problems.

**Key words:** Nanjing saturated fine sand; sand liquefaction; excess pore pressure ratio; growth rate; stage characteristic of liquefaction; thixotropic pore pressure fluid model

## 0 引言

砂土液化会导致土体强度和刚度的损失, 是建筑物和基础设施破坏的主要原因之一。由砂土液化引起的地下结构或上部结构的破坏, 如位移过大、结构转动和地面破坏, 以及地下结构的上浮等在世界范围内广泛发生, 如 2018 年中国松原地震<sup>[1]</sup>, 2016 年日本 Kumamoto 地震<sup>[2]</sup>。因此, 砂土液化一直是土木基础设施中具有挑战性的工程问题。合理评价饱和砂土在液化过程中的性质演变及其对循环荷载的动力响应,

是解决液化砂土大变形问题的关键<sup>[3]</sup>。

利用有效应力原理可以评价液化的起始。Seed 等<sup>[4]</sup>将初始液化定义为首次出现有效应力为零的状态。根据超孔隙水压力 (EPWP) 可将液化分为液化前和液

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (51678300, 52178336, 52108324, 52478346); 江苏省高等学校自然科学研究重大项目 (18KJA560002); 江苏高校“青蓝工程”中青年学术带头人资助项目

收稿日期: 2023-04-06

\*通信作者 (E-mail: zxl201409@163.com)

化后两个阶段。Konstadinou 等<sup>[5]</sup>根据超孔压的增量模式将其分为 3 个不同的液化阶段，并提出了超孔压的增长表达式。Pan 等<sup>[6-7]</sup>根据应力-应变关系和孔压消散过程将液化过程分为低强度阶段、超线性强度恢复阶段和次线性强度恢复阶段。

虽然有学者关注液化的阶段性特征和阶段过渡的判断准则<sup>[8-9]</sup>，但现有的研究仍存在一些问题。例如，现有的研究通常只从传统固体连续介质理论的角度考虑液化的阶段性特征。由于，不同粒径分布、相对密度和工作条件的砂土液化过程不同，现有的液化阶段性判断准则也不同。此外，能够描述液化过程阶段性特征的统一流体本构模型鲜有报道。

通过一系列不排水循环三轴试验，研究了循环荷载作用下液化过程的阶段性特征。根据孔压比增长速率，将饱和砂土液化过程分为固态土体阶段、固液相变阶段、触变性流体阶段和稳定性流体阶段 4 个阶段。基于 Gompertz 成长函数和孔压触变性流体模型(TEPP)，提出了考虑阶段性特征的修正孔压触变性流体模型(MTEPP)并进行了验证。

## 1 试验方案

### 1.1 试验砂样及试验工况

南京细砂是一种广泛分布在南京长江下游漫滩上的冲积沉积物。试验以南京细砂作为研究对象，所用南京细砂颗粒级配曲线如图 1 所示，主要物理参数如下：不均匀系数  $C_u=2.31$ ，曲率系数  $C_c=1.07$ ，特征粒径  $d_{50}=0.16\text{mm}$ ，最大孔隙比  $e_{\max}=1.14$ ，最小孔隙比  $e_{\min}=0.62$ ，颗粒密度  $G_s=2.70\text{ g/cm}^3$ 。

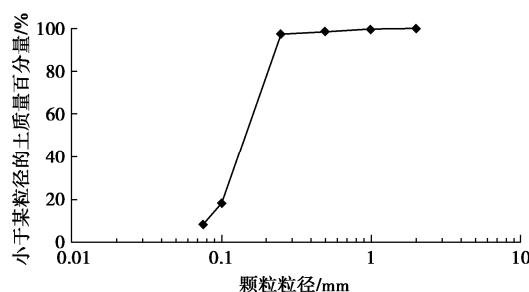


图 1 南京细砂的颗粒级配曲线

Fig. 1 Grain-size distribution curve of Nanjing fine sand

试验以初始有效围压  $\sigma'_e$  和循环应力比 (CSR) 作为主要影响因素进行考虑，开展固结不排水循环三轴试验，研究初始有效围压和循环应力比对砂土动力特性的影响。根据两个影响因素所设计的试验加载方案如表 1 所示，初始有效围压采用 50, 100, 150 kPa；循环应力比即有效围压归一化的循环剪应力控制在 0.15, 0.18, 0.21；加载频率均控制为 1 Hz。此外，为排除相对密度对试验结果的影响，仅考虑中密砂土，

试样相对密实度  $D_r$  为 50%，其对应饱和密度为 1.90 g/cm<sup>3</sup>，含水率为 32.6%。

表 1 南京细砂循环三轴试验方案

Table 1 Schemes of cyclic triaxial tests on Nanjing fine sand

工况	加载频率	初始有效围压	循环应力比
	f/Hz	$\sigma'_e/\text{kPa}$	CSR
T1	1	50	0.18
T2	1	100	0.15
T3	1	100	0.18
T4	1	100	0.21
T5	1	150	0.18
T6	1	150	0.21

### 1.2 试样制备及试验过程

在 3 种初始有效围压作用下，进行等压固结。开启排水阀，直至超孔压完全消散，达到目标有效围压；关闭排水阀，试样制备完成。饱和固结后，通过动三轴仪顶部压板与试样顶部接触，对试样施加不同正弦轴向应力，并记录试样的轴向应力、轴向应变和超孔压随时间的变化规律，以评价南京细砂不排水动力特性。当超孔压达到初始有效围压时，继续加载 10 个循环后停止试验。

## 2 试验结果及分析

### 2.1 南京细砂的液化阶段性特征

图 2 为 T1 工况下饱和砂土液化阶段的孔压比增长速率和残余剪应变随循环荷载的变化规律。在此基础上，详细描述了饱和砂土动孔压比与剪应变的关系，以及孔压比增长速率随循环荷载的发展规律。

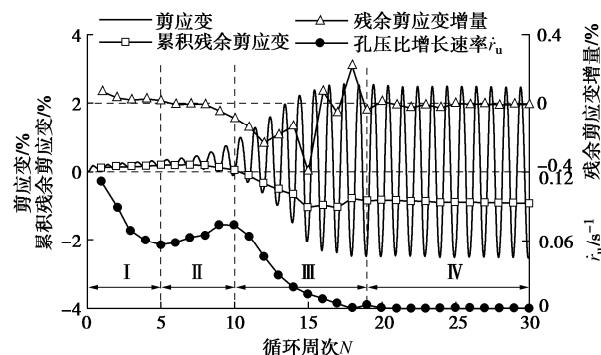


图 2 残余剪应变与孔压比增长速率的阶段特征

Fig. 2 Comparison of stage characteristics between residual shear strain and growth rate of excess pore pressure ratio

孔压增长是循环荷载作用下饱和砂土内部结构变化的根本原因<sup>[10]</sup>。将单位时间内峰值孔压比变化量定义为孔压比增长速率：

$$\dot{r}_u = \frac{dr_{u,i}}{dt} = \frac{1}{2} \left( \frac{r_{u,i+1} - r_{u,i}}{t_{i+1} - t_i} + \frac{r_{u,i} - r_{u,i-1}}{t_i - t_{i-1}} \right) \quad (1)$$

式中:  $r_{u,i+1}$ ,  $r_{u,i}$ ,  $r_{u,i-1}$  分别为  $t_{i+1}$ ,  $t_i$ ,  $t_{i-1}$  时刻对应的孔压比;  $\dot{r}_u$  为  $t_i$  时刻的孔压比增长速率。

图 3 为 T1 工况 ( $\sigma'_c = 50 \text{ kPa}$ ,  $\text{CSR} = 0.18$ ) 下土体剪应变与孔压比关系。根据孔压比增长速率可将剪应变与孔压关系分为 4 个阶段。各阶段孔压比在加载阶段与卸载阶段的发展并不一致, 其差异随着循环次数的增加而增大, 这与饱和砂土内部结构的不断变化有关。

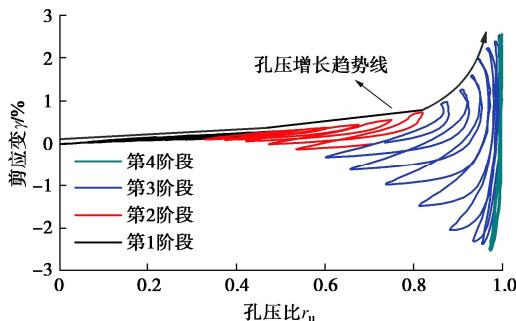


图 3 剪应变-孔压比曲线

Fig. 3 Curves of shear strain against ratio of excess pore pressure

图 4, 5 为 T1 工况下饱和砂土液化阶段孔压比、孔压比增长速率、剪应变率及表观黏度随循环次数的变化规律。根据孔压比增长速率的阶段性特征将其划分为四个阶段描述饱和砂土的剪应变与孔压比关系, 以及剪应变率和表观黏度等随循环次数的发展规律。

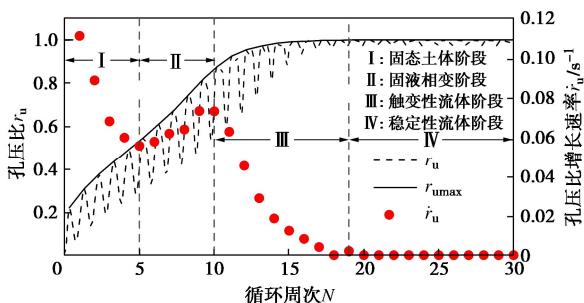


图 4 孔压比与孔压比增长速率发展

Fig. 4 Development of ratio of excess pore pressure and its growth rate

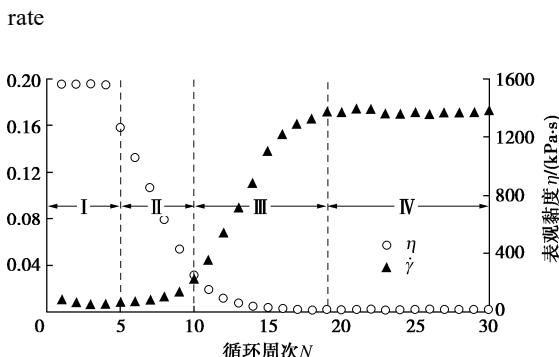


图 5 剪应变率与表观黏度发展

Fig. 5 Development of rate of shear strain and apparent viscosity

(1) 第一阶段(第 1—第 5 个循环), 即固态土体阶段, 剪应变  $\gamma$  随孔压比  $r_u$  呈线性增加(图 3)。加载阶段和卸载阶段的  $\gamma$ - $r_u$  曲线存在差异, 且差异随周期增大而增大。需要注意的是, 随着循环次数的增加, 孔压比增长速率  $\dot{r}_u$  逐渐减小(图 4)。加载初始阶段, 饱和砂土的表观黏度较高, 约为  $1550 \text{ kPa}\cdot\text{s}$ ; 剪应变速率几乎为 0(图 5)。

(2) 第二阶段, 即固液相变阶段, 饱和南京细砂的剪应变  $\gamma$  仍随着孔压比  $r_u$  的增大而增大。剪应变随孔压比的增长速率略大于第一阶段。加载阶段和卸载阶段的剪应变-孔压比曲线差异明显大于第一阶段。表观黏度随循环次数的增加而急剧下降; 剪应变速率开始缓慢增加, 但数值仍然在  $10^{-2}$  数量级, 说明饱和砂土的流动性仍然很小。由于超孔压的产生, 饱和砂土的内部结构逐渐被破坏, 剪应变速率缓慢增加。孔压比随着循环次数的增加而迅速积累, 且孔压比增长速率增大(图 4)。饱和砂土仍处于轴向压缩状态。

(3) 第三阶段, 触变流体阶段与前两个阶段不同, 剪应变与孔压比的发展曲线呈向上的抛物线。孔压比增长速率显著降低, 直到饱和砂土完全液化。与前两个阶段相比, 这一阶段的土体应变对孔压发展更加敏感, 土体表现出显著的孔压触变性特征。土体的表观黏度随循环次数呈非线性下降, 最终达到最小值, 约  $15 \text{ kPa}\cdot\text{s}$ 。剪应变速率显著提高, 最终约为  $0.17\% \cdot \text{s}^{-1}$ 。这是由于土体刚度和强度的损失与超孔压的产生有关, 表明饱和砂土的流动性是显著的。

(4) 第四阶段, 饱和南京细砂完全液化, 其孔压比维持为 1.0 左右(图 3, 4); 与此同时, 双幅剪应变保持在 2.7% 左右(图 3)。液化后饱和砂土表观黏度保持为最小值, 约为  $15 \text{ kPa}\cdot\text{s}$ , 表现为一种液体。

综上所述, 饱和南京细砂剪应变的发展与孔压有关。饱和砂土的孔压比增长速率预示着土体内部结构的变化, 表现出明显的阶段性特征, 这与 Konstadinou 等<sup>[5]</sup>的结论一致。

## 2.2 饱和砂土液化阶段划分

图 6 为所有工况下饱和南京细砂的剪应变和孔压增长速率随循环次数的变化情况。结果表明, 无论试验条件如何, 饱和南京细砂均表现出典型的阶段性特征。由于未获得液化后的试验数据, 其他 5 个试验条件的第四阶段无法进行。根据对饱和南京细砂液化过程中孔压增长速率的讨论, 发现液化过程中饱和砂土呈现了 4 个不同性质的演变阶段。因此, 以孔压增长速率进行阶段划分, 并根据饱和砂土所处状态及动力响应特征将 4 个阶段分别命名: ① 固态土体阶段; ② 固液相变阶段; ③ 触变性流体阶段; ④ 稳定性流体阶段。

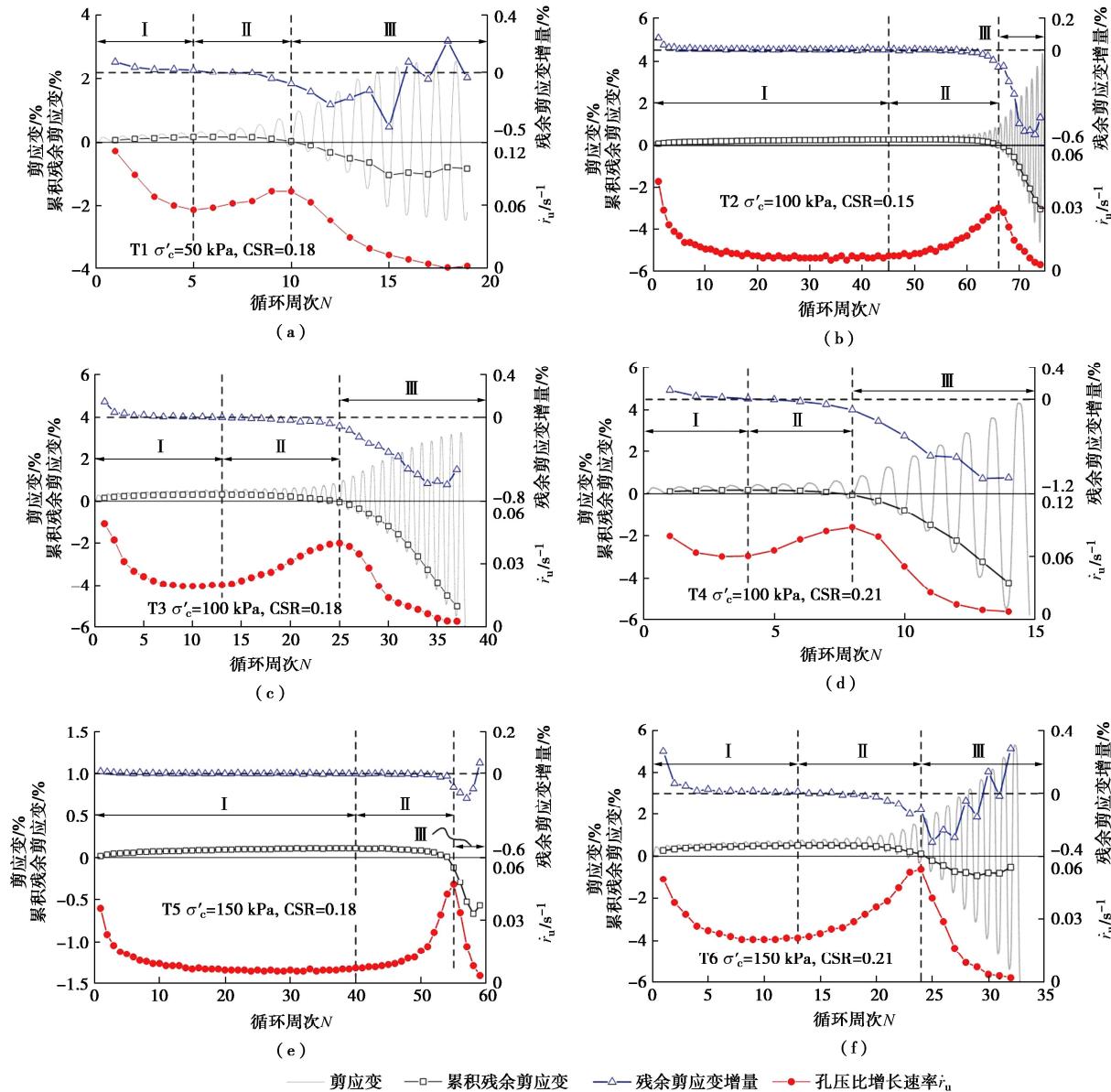


图 6 南京细砂所有工况的阶段性特征

Fig. 6 Stage characteristics of Nanjing fine sand for all cases

**固态土体阶段:** 饱和砂土几乎没有流动性。孔压在这一阶段急剧上升, 但孔压比增长速率逐渐降低。在循环荷载作用下, 土体残余剪应变增量处于较低状态, 剪应变增长缓慢, 处于累积残余变形的过程。

**固液相变阶段:** 饱和砂土内部结构逐渐破坏, 流动性开始缓慢增强, 但仍处于较弱的水平。在这一阶段饱和砂土单个循环内残余剪应变增量逐渐增大, 相应的孔压比增长速率逐渐增大, 孔压在这一阶段快速积累, 表观黏度开始呈线性急剧下降, 剪应变率缓慢增加。

**触变性流体阶段:** 饱和砂土处于高孔压比状态, 剪应变率及累计残余应变显著提高, 流动性开始急剧上升, 土体处于高流动性状态。与固态土体及固液相变阶段相比, 这一阶段的土体单周残余应变对孔压发

展更加敏感, 土体表现出显著的孔压触变性特征。此外, 该阶段孔压上升速率逐渐降低, 直至初始液化后, 饱和砂土孔压峰值不再发生变化。

**稳定性流体阶段:** 这一阶段的饱和砂土处于动态稳定性流体阶段, 其对循环荷载的响应不再随振次发生变化。

### 2.3 饱和砂土液化阶段性特征的验证

下面对其他学者开展的另外 3 种类型砂土(Ticino sand<sup>[11]</sup>、Leighton Buzzard sand<sup>[12]</sup>、Sant' Agostino sand<sup>[13]</sup>)在初始有效围压 50 kPa 下的循环三轴试验进行分析, 验证其四阶段特性及阶段划分方法的适用性。3 种砂土颗粒级配曲线如图 7 所示, 试验条件如表 2 所示。

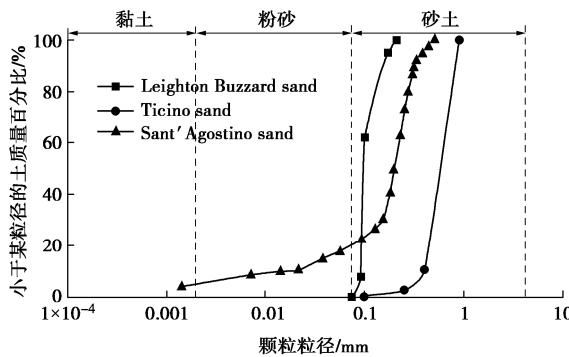


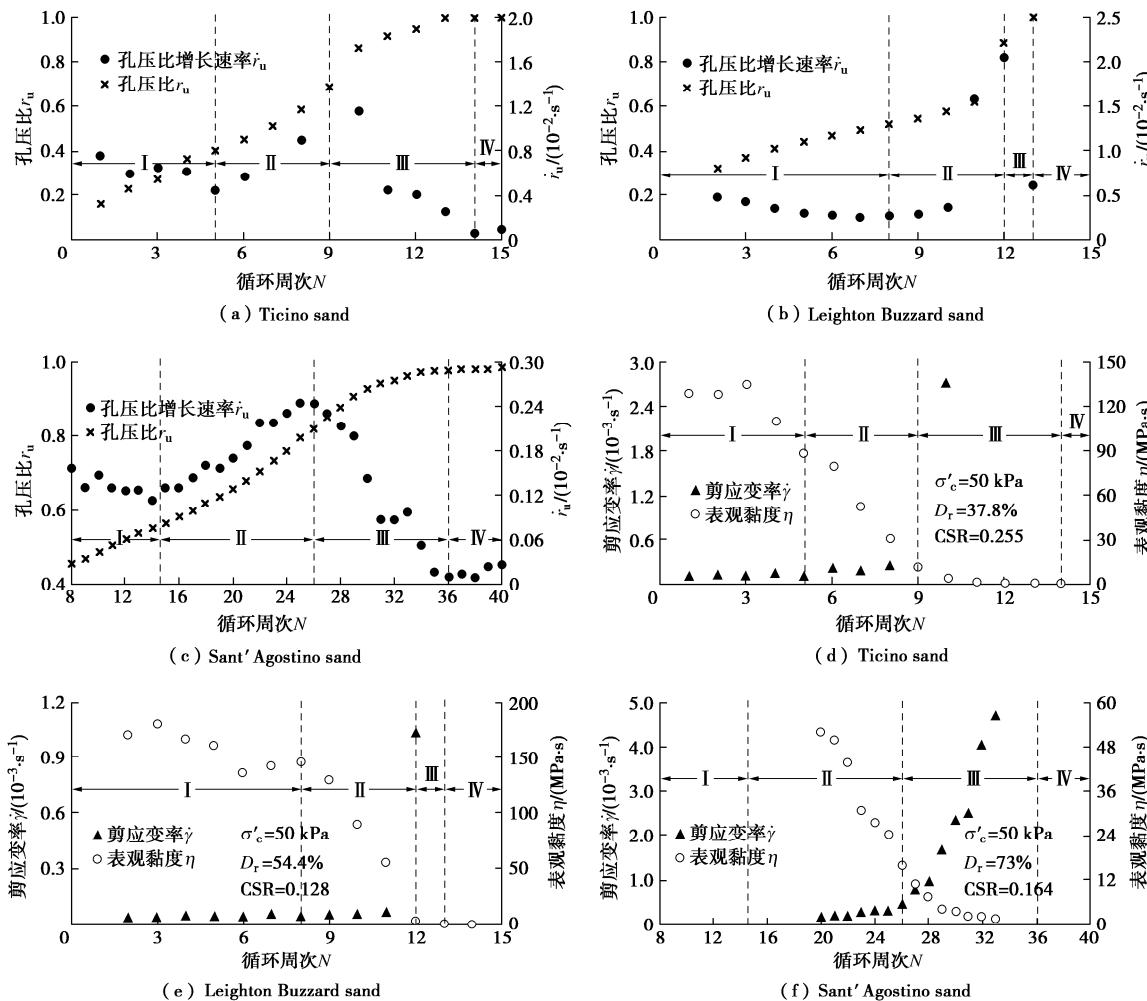
图 7 砂土颗粒级配曲线

Fig. 7 Grain-size distribution curves of sand

表 2 3 种类型砂土的试验条件

Table 2 Test conditions for several types of sand

试验编号	砂土名称	$f_l$ Hz	$D_r$ %	CSR
CTX_T2	Ticino sand	0.010	37.8	0.255
CTX_LB3	Leighton Buzzard sand	0.010	54.4	0.128
S_SA10	Sant' Agostino sand	0.008	73.0	0.164



### 3 考虑阶段性特征的 MTEPP 模型

#### 3.1 表观黏度与孔压比的关系

Cheng 等<sup>[14-15]</sup>提出的经典 Cross 触变性流体本构模型可以用状态方程和速率方程表示为

$$\tau = \eta \dot{\gamma} = (\eta_\infty + a\lambda) \cdot \dot{\gamma}, \quad (2)$$

$$d\lambda/dt = b(1-\lambda) - c\lambda\dot{\gamma}^n. \quad (3)$$

式中:  $\lambda$  为结构完整性参数, 取值范围为 0~1 ( $\lambda=0$  表示结构完全破坏;  $\lambda=1$  对应结构完整状态); 常数  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $n$  可以通过试验得到;  $b(1-\lambda)$  和  $c\lambda\dot{\gamma}^n$  分别为结构的重构速率和破坏速率。

Wang 等<sup>[16]</sup>提出了一种基于 Cross 模型的孔压触变性流体模型(TEPP)来描述循环荷载作用下饱和砂土的流体特性。在 TEPP 模型中,  $\lambda=1-r_u$ ,  $a=\eta_0-\eta_\infty$ , 式(2), (3) 可表示为

$$\tau = \eta \dot{\gamma} = [\eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)(1 - r_u)] \dot{\gamma}, \quad (4)$$

$$d(1 - r_u)/dt = -c(1 - r_u)\dot{\gamma}. \quad (5)$$

式中:  $\eta_0$  为初始平衡态的表观黏度 ( $r_u=0$ ,  $\lambda=1$ );  $\eta_\infty$  为极限平衡状态下的表观黏度, 意味着触变流体的内部结构不再发生变化 ( $r_u=1$ ,  $\lambda=0$ )。饱和砂土在循环荷载作用下内部结构的重构速率很低, 因此参数  $b$  近似等于零。TEPP 模型将表征流体性质的参数  $c$  作为常数, 这与本研究观察到的阶段性特征不一致。

在本研究中, 使用不同的破坏速率参数  $c$  来表征循环荷载作用下饱和砂土的不同阶段。因此, 修正速率方程为

$$d(1 - r_u)/dt = -c(1 - r_u)\dot{\gamma} \quad \begin{cases} c_1 & (\text{stage1}) \\ c_2 & (\text{stage2}) \\ c_3 & (\text{stage3}) \end{cases}. \quad (6)$$

此外, 在 Cross 模型和 TEPP 模型中, 表观黏度  $\eta$  均与结构参数  $\lambda$  (在 TEPP 模型中与孔压比相关) 呈线性关系。然而, 本研究进行的动三轴试验表明, 表观黏度  $\eta$  与孔压比 ( $r_u=1-\lambda$ ) 之间存在非线性关系。表观黏度  $\eta$  随着超孔压比  $r_u=1-\lambda$  的增大呈现出 3 个阶段, 即缓慢衰减阶段、快速衰减阶段以及趋向稳定阶段。因此, 本文引入 Gompertz 函数来描述表观黏度与孔压比的关系:

$$\eta = \eta_0 e^{-e^{-k((1-r_u)-(1-r_{u,c}))}}. \quad (7)$$

式中:  $\eta_0$  为函数的上限, 本文为初始平衡状态下 ( $r_u=0$ ) 的表观黏度;  $k$  为控制衰减速率的系数,  $k$  越大衰减速率越快, 具体取值可由试验结果拟合得到;  $r_{u,c}$  为 Gompertz 函数转折点处的超孔压比, 数值上接近于表观黏度为  $0.37\eta_0$  时对应的超孔压比。

Gompertz 函数可以用来描述非线性增长的现象, 具有发生阶段、发展阶段和成熟阶段 3 个阶段。在每个阶段, 函数的增长速率都不同。在发生阶段, 受初始条件限制 (围压、土骨架接触力等), 增长速率相对较缓慢; 在发展阶段, 增长速率迅速增大, 主要受到增长条件的影响 (外部动荷载等); 在成熟阶段, 函数的增长速率开始逐渐减缓, 主要由于生态系统的内在限制所导致 (最终液化状态)。这种非线性增长现象具有广泛的应用背景, 例如生物学、医学、经济学等领域。

图 9 比较了一种基于 Gompertz 函数的孔压触变性流体模型(MTEPP)与线性模型(Cross、TEPP)的表观黏度  $\eta$  与孔压比  $r_u$  的拟合曲线。Gompertz 函数拟合参数的  $R^2$  均大于 0.97。结果表明,

与 Cross 和 TEPP 函数相比, Gompertz 函数能更好地描述饱和砂土表观黏度  $\eta$  与孔压比  $r_u$  之间的关系。据此, 在 TEPP 模型中引入 Gompertz 函数可得到修正状态方程为

$$\tau = \eta_0 e^{-e^{-k((1-r_u)-(1-r_{u,c}))}} \cdot \dot{\gamma}. \quad (8)$$

因此, 由式(6), (8) 可得到修正的 TEPP 模型(MTEPP)。表 3 比较了 3 种触变流体模型。

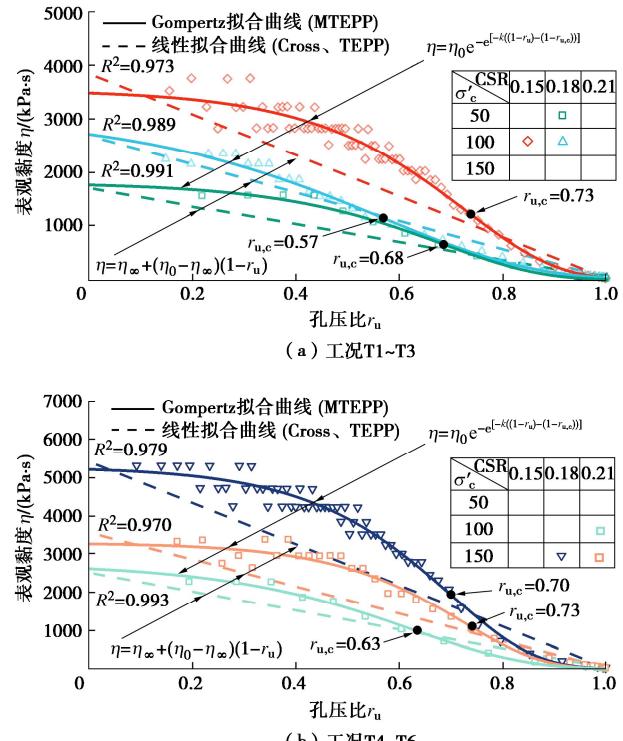


图 9 表观黏度与孔压比的关系

Fig. 9 Relationships between apparent viscosity and ratio of pore pressure

### 3.2 考虑阶段性特征的 MTEPP 模型

式(5) 可表示为

$$\int \frac{1}{(1-r_u)} d(1-r_u) = \int -c \dot{\gamma} \cdot dt. \quad (9)$$

对式(9) 积分得到:

$$\ln \frac{(1-r_u)}{(1-r_{u,0})} = \sum_{t=0}^t -c \dot{\gamma} \cdot \Delta t. \quad (10)$$

式(10) 的离散形式可导出为

$$r_{u,i} = 1 - (1 - r_{u,0}) \exp \left( \sum_{j=0}^i -c_a \dot{\gamma}_j \cdot \Delta t \right) \quad \begin{cases} c_1 & (\text{stage1}) \\ c_a & (\text{stage2}) \\ c_3 & (\text{stage3}) \end{cases}. \quad (11)$$

式中:  $r_{u,i}$  为第  $i$  次循环的最大孔压比,  $\dot{\gamma}_j$  为第  $j$  次循环的最大剪应变率,  $\Delta t = 1/f$  为单周循环加载时间。至此, 式(11) 给出了基于能量积累的超孔压模型, 土体超孔压发展与各振动周次的剪应变率相关。该式从流体力学角度解释了动荷载作用下饱和砂土的超孔

表3 触变性流体本构模型  
Table 3 Constitutive models for thixotropic fluid

方程	Cross 触变性流体模型 <sup>[15]</sup>	TEPP 模型 <sup>[16]</sup>	MTEPP 模型 (本文提出)
状态方程	$\tau = (\eta_\infty + a\lambda) \cdot \dot{\gamma}$	$\tau = [\eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \cdot (1 - r_u)] \dot{\gamma}$	$\tau = \eta_0 e^{-e^{[-k((1-r_u)-(1-r_{u,c}))]}} \cdot \dot{\gamma}$
速率方程	$d\lambda/dt = b(1-\lambda) - c\lambda\dot{\gamma}^n$	$d(1-r_u)/dt = -c(1-r_u)\dot{\gamma}$	$d(1-r_u)/dt = -c(1-r_u)\dot{\gamma}$
表观黏度	$\eta = \eta_\infty + a\lambda$	$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)(1 - r_u)$	$\eta = \eta_0 e^{-e^{[-k((1-r_u)-(1-r_{u,c}))]}}$

压发展的内在物理机制。

将  $r_{u,i}$  和  $\dot{\gamma}_i$  的实测值代入式 (11), 得到每种情况下的拟合参数  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  的值。根据试验结果, 得到了初始表观黏度  $\eta_0$ 、衰减系数  $k$  和  $r_{u,c}$ 。表 4 总结了  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $k$ ,  $r_{u,c}$ ,  $\eta_0$  等参数, 可见, 有效围压越低, 循环应力比越高,  $c_1$  值越大, 表明在低围压、高循环应力比条件下, 饱和土更易由固体阶段转变为固流过渡阶段。初始表观黏度  $\eta_0$  随液化势的增大 ( $\sigma'_c$  增大或 CSR 减小) 而减小。

图 10 对比了饱和南京细砂超孔压比实测结果与式 (11) 拟合结果。各工况  $R^2$  均大于 0.96, 表明用不同的  $c$  来描述阶段性特征是可行的。达到从第  $k$  阶段进入第  $k+1$  级所需的循环次数  $N_k$  与相应的  $r_{u,k}$  线性相关, 即

$$r_{u-k} = l_a N_k + l_b \quad . \quad (12)$$

式中:  $l_a$ ,  $l_b$  为独立于围压  $\sigma'_c$  和循环应力比 CSR 的拟合参数,  $r_{u-k}$  为土体从  $k$  阶段进入  $k+1$  阶段时的超孔压比。抗液化性较高的饱和砂土从固体阶段向液体阶段转变需要较多的循环次数和  $r_{u-1}$ 。

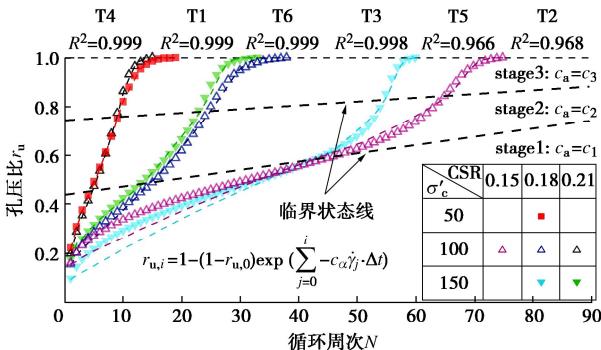


图 10 MTEPP 模型测得曲线与拟合曲线孔压比对比

Fig. 10 Comparison of ratio of pore pressure between measured and fitted curves of MTEPP model

利用 Wang 等<sup>[16]</sup>提供的 19 组南京细砂试验数据, 给出了过渡阶段临界循环次数  $N_k$  与对应超孔压比的关系。临界循环次数的上限和下限也如图 11 所示。

### 3.3 MTEPP 在饱和砂土动力响应计算中的应用

根据以下状态方程和速率方程可得到饱和砂土的液化发展过程:

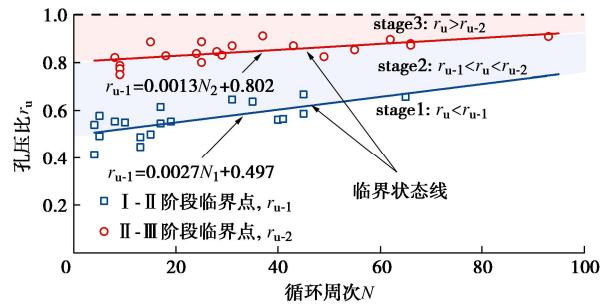


图 11 饱和南京细砂阶段转化的临界循环次数

Fig. 11 Critical number of cycles for transition of saturated Nanjing fine sand

$$\tau_i = \eta_0 e^{-e^{[-k((1-r_{u,i})-(1-r_{u,c}))]}} \cdot \dot{\gamma}_i \quad , \quad (13)$$

$$r_{u,i} = \begin{cases} 1 - (1 - r_{u,0}) \exp(\sum_{j=0}^{i-1} -c_1 \dot{\gamma}_j \cdot \Delta t) & (0 < i \leq N_1) \\ 1 - (1 - r_{u,0}) \exp(\sum_{j=0}^{N_1} -c_1 \dot{\gamma}_j \cdot \Delta t + \sum_{j=N_1}^{i-1} -c_2 \dot{\gamma}_j \cdot \Delta t) & (N_1 < i \leq N_2) \\ 1 - (1 - r_{u,0}) \exp\left(\sum_{j=0}^{N_1} -c_1 \dot{\gamma}_j \cdot \Delta t + \sum_{j=N_1}^{N_2} -c_2 \dot{\gamma}_j \cdot \Delta t + \sum_{j=N_2}^{i-1} -c_3 \dot{\gamma}_j \cdot \Delta t\right) & (N_2 < i \leq N_3) \end{cases} \quad . \quad (14)$$

MTEPP 模型计算过程如图 12 所示, 具体步骤如下:

- (1) 确定试验条件, 包括加载条件、相对密度、有效围压、循环应力比。
- (2) 确定模型参数  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $k$ ,  $r_{u,c}$ ,  $\eta_0$ 。
- (3) 将初始孔隙压力比  $r_{u,0}$  代入式 (13), 计算初始剪应变率  $\dot{\gamma}_0$ 。
- (4) 将初始剪应变率  $\dot{\gamma}_0$  代入式 (14), 计算第一个循环的孔压比  $r_{u,1}$ 。
- (5) 将循环次数和计算出的孔压比与图 11 准则进行比较, 确定液化阶段。
- (6) 根据液化阶段, 选择对应的速率方程。
- (7) 重复步骤 (3)、步骤 (4)、步骤 (5) 和步骤 (6), 迭代计算得到每个循环结束后的超孔压比  $r_{u,i}$  及剪应变率  $\dot{\gamma}_{u,i}$ , 直到得到的  $\dot{\gamma}_{u,i}$  超过 0.999。
- (8) 停止计算。

根据上述步骤, 迭代计算南京细砂孔压比和剪应变率的变化规律, 并与试验结果进行对比, 如图 13 所示。

表 4 MTEPP 模型参数拟合  
Table 4 Fitting of parameters of MTEPP model

工况	$\sigma'_c / \text{kPa}$	CSR	拟合参数					
			$c_1$	$c_2$	$c_3$	$k$	$r_{u,c}$	$\eta_0 / (\text{kPa} \cdot \text{s})$
T1	50	0.18	17	18.3	9.2	5.29	0.68	1812.68
T2	100	0.15	3.1	5.3	4.9	5.58	0.73	3543.70
T3	100	0.18	3.9	4.2	3.8	3.45	0.57	3117.99
T4	100	0.21	10.0	11.0	5.5	4.61	0.63	2767.69
T5	150	0.18	2.9	6.3	5.9	6.11	0.70	5287.53
T6	150	0.21	3.2	5.1	4.2	6.60	0.73	3295.47

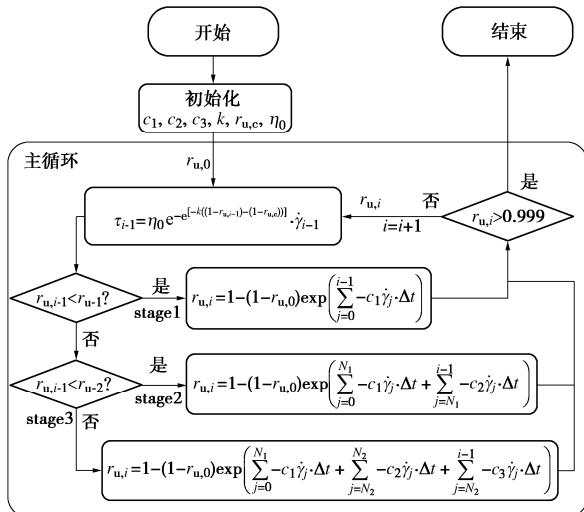


图 12 MTEPP 模型计算流程图

Fig. 12 Flow chart of calculation of MTEPP model

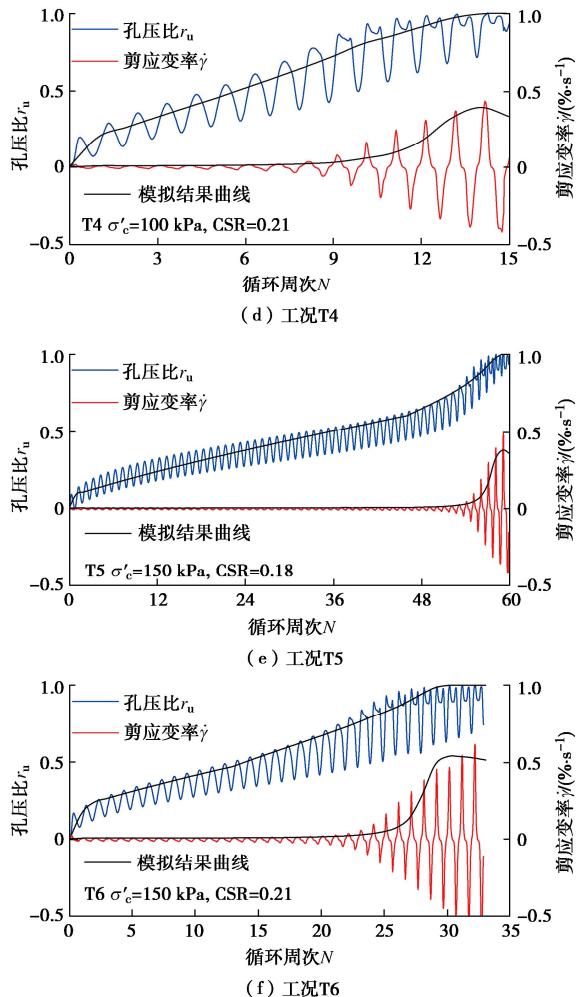
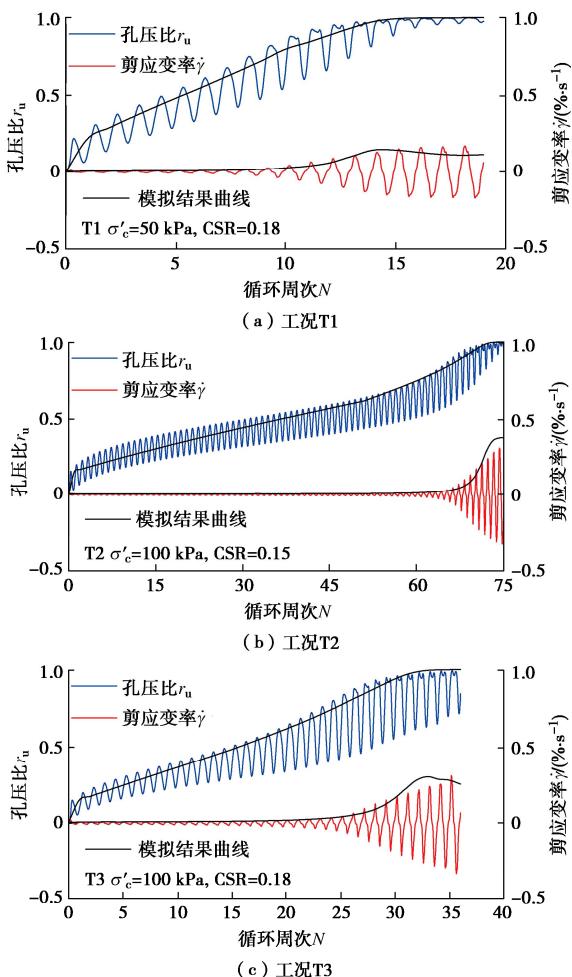


图 13 MTEPP 模型模拟孔压比和剪应变率的发展

Fig. 13 Development of ratio of pore pressure and rate of shear strain simulated by MTEPP model

迭代计算采用的参数如表 4 所示。计算得到的孔压比和剪应变率发展曲线与试验曲线包络线吻合较好。此外，计算得到的土体达到液化的循环次数与试验结果接近。因此，本文提出的 MTEPP 模型可以很好地预测饱和砂土的液化过程。

## 4 结 论

(1) 根据孔压比增长速率以及反映流动性的剪应变率和表观黏度等参数的响应特征，发现饱和中密南京细砂液化是一个具有阶段性特征的连续过程。根据孔压比增长速率，液化过程可分为固体阶段、固体-

流体阶段、触变流体阶段和稳定性流体阶段 4 个阶段, 并根据其他学者的研究验证其四阶段特性及阶段划分方法的适用性。

(2) 揭示了饱和砂土阶段变化所需振次及孔压比之间的相互关系, 采用 Gompertz 函数代替线性函数来描述表观黏度与超孔隙水压比之间的关系, 通过不同的破坏速率参数  $c$  来描述液化阶段特征, 提出了考虑液化阶段性特征的 MTEPP 模型。迭代计算结果表明, 提出的 MTEPP 模型可以较好地模拟孔压和剪应变率的发展过程。

改进的孔压触变性流体模型考虑了阶段性特征, 为解决地震液化这一关键问题提供了一种新的统一方法。MTEPP 模型是一种模拟土体液化过程的动态模型, 不同于传统的应力-应变模型, 该模型简化了循环荷载作用下土体的剪胀和剪缩响应, 采用动态响应峰值的发展路径, 建立了剪应力、剪应变率和孔压比之间的简化物理模型。与传统的液化模型相比, MTEPP 模型考虑了孔压比与剪应变率之间的耦合关系, 采用 Gompertz 函数更好地描述了表观黏度与孔压比的非线性关系, 并在模型中体现了液化阶段性特征, 更适合模拟土体液化大变形行为, 并且易于推广到三维模型。

## 参考文献:

- [1] SHAO Z F, ZHONG J H, HOWELL J, et al. Liquefaction structures induced by the M5.7 earthquake on May 28, 2018 in Songyuan, Jilin Province, NE China and research implication[J]. *Journal of Palaeogeography*, 2020, 9(1): 1-19.
- [2] SERIKAWA Y, SETIAWAN H, NAKAMURA M, et al. Damage to houses and buildings induced by liquefaction in the 2016 Kumamoto earthquakes in Japan[J]. *Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser A1 (Structural Engineering & Earthquake Engineering)*, 2017, 73(4): 1601-1607.
- [3] 许成顺, 高英, 杜修力, 等. 双向耦合剪切条件下饱和砂土动强度特性试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2014, 36(12): 2335-2340. (XU Chengshun, GAO Ying, DU Xiuli, et al. Dynamic strength of saturated sand under bi-directional cyclic loading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, 36(12): 2335-2340. (in Chinese))
- [4] SEED H B, LEE K L. Liquefaction of saturated sands during cyclic loading[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1966, 92(6): 105-134.
- [5] KONSTADINOU M, GEORGIANNOU V N. Prediction of pore water pressure generation leading to liquefaction under torsional cyclic loading[J]. *Soils and Foundations*, 2014, 54(5): 993-1005.
- [6] PAN H, CHEN G X, LIU H L, et al. Behavior of large post-liquefaction deformation in saturated Nanjing fine sand[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2011, 10(2): 187-193.
- [7] PAN H, CHEN G X, SUN T, et al. Behaviour of large post-liquefaction deformation in saturated sand-gravel composites[J]. *Journal of Central South University*, 2012, 19(2): 547-552.
- [8] 王志华, 何健, 高洪梅, 等. 基于触变流体理论的可液化土体振动孔压模型[J]. *岩土工程学报*, 2018, 40(12): 2332-2340. (WANG Zhihua, HE Jian, GAO Hongmei, et al. Dynamic pore water pressure model for liquefiable soils based on theory of thixotropic fluid[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 40(12): 2332-2340. (in Chinese))
- [9] 王志华, 吕丛, 许振巍, 等. 循环荷载下饱和砂土的孔压触变性[J]. *岩土工程学报*, 2014, 36(10): 1831-1837. (WANG Zhihua, LÜ Cong, XU Zhenwei, et al. Thixotropy induced by vibration pore water pressure of saturated sands under cyclic loadings[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, 36(10): 1831-1837. (in Chinese))
- [10] SEED H B, MARTIN P P, LYSMER J. Pore-water pressure changes during soil liquefaction[J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1976, 102(4): 323-346.
- [11] NEMAT-NASSER S, SHOKOOH A. A unified approach to densification and liquefaction of cohesionless sand in cyclic shearing[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1979, 16(4): 659-678.
- [12] MELE L. An experimental study on the apparent viscosity of sandy soils: from liquefaction triggering to pseudo-plastic behaviour of liquefied sands[J]. *Acta Geotechnica*, 2022, 17(2): 463-481.
- [13] LIRER S, MELE L. On the apparent viscosity of granular soils during liquefaction tests[J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2019, 17(11): 5809-5824.
- [14] CHENG D C H, EVANS F. Phenomenological characterization of the rheological behaviour of inelastic reversible thixotropic and antithixotropic fluids[J]. *British Journal of Applied Physics*, 1965, 16(11): 1599-1617.
- [15] CHENG D C. Characterisation of thixotropy revisited[J]. *Rheologica Acta*, 2003, 42(4): 372-382.
- [16] WANG Z H, MA J L, GAO H M, et al. Unified thixotropic fluid model for soil liquefaction[J]. *Géotechnique*, 2020, 70(10): 849-862.