

DOI: 10.11779/CJGE20230180

# 基于有效应力原理的泡沫改良粗粒土不排水残余剪切强度计算模型

钟嘉政<sup>1,2</sup>, 王树英<sup>\*1,2,3</sup>, 冯志耀<sup>1,2</sup>, 朱汉标<sup>1,2</sup>

(1. 中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 中南大学隧道工程研究中心, 湖南 长沙 410075;

3. 中南大学轨道交通工程结构防灾减灾湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410075)

**摘要:** 泡沫常用于土压平衡盾构渣土改良, 流动性良好的泡沫改良粗粒渣土有利于盾构进排土顺畅和土舱压力传递, 进而避免地层过大变形和失稳。从泡沫改良粗粒土不排水压缩和剪切机理出发, 推导了不排水条件下带压泡沫改良粗粒土流动大变形后的残余剪切强度统一理论模型。首先基于理想气体定律和土的有效应力-应变双曲线方程求解不排水一维压缩时的有效应力, 然后推导不排水剪切引起的超孔隙压力和残余状态下剪切强度与有效应力的关系式, 再构建剪切速率相关的残余剪切强度计算模型。采用不排水加压十字板剪切试验验证了计算模型的准确性, 试验值与理论值的平均误差约 10%, 表明该计算模型可用于确定泡沫改良粗粒土连续流动时的残余剪切强度。最后开展了影响因素分析, 坚向总应力增大能提高残余剪切强度, 而泡沫注入比增加能降低残余剪切强度; 残余状态下流动大变形泡沫改良粗粒土的屈服应力和塑性黏度均与坚向总应力呈正相关, 而与泡沫注入比呈负相关。

**关键词:** 泡沫改良粗粒土; 剪切大变形连续流动; 有效应力; 率相关残余剪切强度; 不排水加压十字板剪切试验

中图分类号: U455.43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)12-2614-10

**作者简介:** 钟嘉政(1996—), 男, 博士研究生, 主要从事隧道及地下工程方面的研究工作。E-mail: jiazhengzhong@csu.edu.cn。

## Analytical model for undrained residual shear strength of foam-conditioned coarse-grained soils in large deformation based on effective stress principle

ZHONG Jiazheng<sup>1,2</sup>, WANG Shuying<sup>1,2,3</sup>, FENG Zhiyao<sup>1,2</sup>, ZHU Hanbiao<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. Tunnel and Underground Engineering Research

Center of Central South University, Changsha 410075, China; 3. Hunan Provincial Key Laboratory for Disaster Prevention and Mitigation  
of Rail Transit Engineering Structures, Central South University, Changsha 410075, China)

**Abstract:** Foam is usually used in soil conditioning of earth pressure balance shield tunnelling. The smooth muck discharge and chamber pressure transmission require foam-conditioned coarse-grained soils with suitable flowability to avoid face instability and excessive ground deformation. Inspired by undrained compression and shear mechanism, an analytical model is proposed for the undrained residual shear strength of foam-conditioned coarse-grained soils after large deformation under pressure. Firstly, the effective stress in one-dimensional undrained compression is obtained based on the ideal gas law and the hyperbolic equation for stress and strain. Then, the shear-induced excess pore pressure is calculated, and the relation between the residual shear strength and the vertical effective stress is derived. Furthermore, the analytical model for the residual shear strength dependent on shear rate is obtained. A series of undrained pressurized vane shear tests are performed to verify the analytical model. The average error between the analytical and experimental results is about 10%. It is proved that the analytical model is reliable in determining the residual shear strength under chamber pressure. Finally, the discussion of influencing factors manifests that the residual strength is raised by increasing the vertical total stress but reduced by increasing the foam injection ratio (FIR). It also revealed that the yield stress and plastic viscosity in the residual state are positively correlated with the vertical total stress but negatively correlated with FIR.

**Keywords:** foam-conditioned coarse-grained soil; continuous flow and large deformation; effective stress; rate-dependent residual shear strength; undrained pressurized vane shear test

基金项目: 国家自然科学基金项目(52022112); 湖南省研究生科研创新项目(2020zzts152)

收稿日期: 2023-03-01

\*通信作者(E-mail: sywang@csu.edu.cn)

## 0 引言

在土压平衡盾构掘进过程中, 泡沫作为可压缩性介质能短期稳定地赋存于土舱内粗粒渣土的孔隙中, 提高粗粒渣土的压缩性和塑流性, 使其便于建立土舱压力, 成为更有效支护开挖面的膏状介质<sup>[1]</sup>。稳定开挖面所需的支护压力可通过调节改良参数以及渣土流入土舱和沿螺旋输送机排出的流量来实现, 从而避免地层过大变形、周围构筑物损坏等风险<sup>[2]</sup>。

Bezuijen<sup>[3]</sup>提出合适的泡沫注入量能使泡沫改良土的孔隙比大于未改良土的最大孔隙比  $e_{\max}$ 。进一步地, 为了优化改良参数和盾构掘进性能, 坍落度试验广泛用于评估盾构渣土的塑流性, 结果表明级配、含水率、泡沫注入量是影响泡沫改良渣土塑流性的关键因素<sup>[4]</sup>。另有流变试验研究尝试用非牛顿流体的流变参数来表征改良粗粒土的流动性<sup>[5]</sup>。然而, 实际上盾构渣土是在压力舱内经螺旋输送机排出。由于泡沫具有高压缩性, 泡沫改良粗粒土的剪切流动特性与环境压力密切相关。加压十字板剪切试验适用于测试强流动性改良土的带压剪切行为, 且能测试较大剪切位移后的残余剪切强度, 以反映盾构掘进时连续流动渣土的剪切行为<sup>[6]</sup>。图 1 展示了假定的圆柱形十字板剪切失效面, 假设圆柱侧面剪切应力均匀分布, 圆柱顶、底面剪切应力沿径向线性增加。十字板扭矩  $T$  的换算公式由积分求得:

$$T = \pi D^3 \left( \tau_l + \frac{1}{6} \tau_v \right) \quad (1)$$

式中:  $\tau_v$  为顶、底面的剪切应力;  $\tau_l$  为侧面的剪切应力。二者大小与所在剪切面的法向有效应力有关。

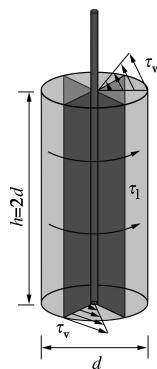


图 1 十字板剪切失效面示意

Fig. 1 Failure interface of vane shear tests

此外, 十字板转速与剪切速率的关系式为<sup>[7]</sup>

$$\dot{\gamma} = \frac{\pi n}{5400} \times \frac{D^2}{D^2 - d^2} \quad (2)$$

孟庆琳等<sup>[7]</sup>发现改良渣土屈服应力和塑性黏度均

随围压增加或泡沫注入比减小而增加; 获得的压力相关性流变参数已应用于盾构土舱渣土输送数值模型<sup>[8]</sup>。Hu 等<sup>[9]</sup>认为环境压力使泡沫收缩和改良土孔隙比减小, 导致流变参数增大。

上述研究尚未考虑有效应力对剪切强度或流变参数的影响。随着环境压力增加, 当改良土孔隙比小于最大值时, 有效应力产生, 而且有实例表明盾构实践中允许土舱内改良渣土存在有效应力<sup>[3]</sup>, 因此有效应力状态对改良土流动性的影响值得被关注。Mori 等<sup>[10]</sup>测试发现在有效应力出现前改良土十字板剪切强度很小, 随着竖向总应力增加, 当改良土孔隙比与最大值之比小于 1.2, 竖向有效应力开始发展, 剪切强度才明显增加, 二者的线性关系符合 Mohr-Coulomb 准则。Zhong 等<sup>[11]</sup>通过十字板试验探究了不同孔隙比泡沫改良砂的率相关剪切行为, 存在有效应力的改良砂在十字板剪切过程中产生少量的超孔隙压力, 进入残余状态后有效内摩擦角随剪切率增加而略有增加, 残余状态改良砂的剪切行为表明它可被视为具有屈服应力的低黏度流体。

目前, 对泡沫改良粗粒土的流动特性分析主要集中在试验研究, 尚未有合适的理论模型来计算剪切强度或流变参数。Mori 等<sup>[10]</sup>基于理想气体方程推导了泡沫受压收缩后改良土的孔隙比公式, 但不适用于描述含有效应力改良土的孔隙比; Wang 等<sup>[12]</sup>结合不排水一维压缩试验结果推导了不同竖向总应力下的孔隙压力理论解。由于既有结果反映了泡沫改良粗粒土剪切强度与有效应力的相关性<sup>[10]</sup>, 可在不排水压缩泡沫改良粗粒土应力状态计算的基础上进一步开发表征流动性的理论模型。

本次研究目标是填补一维压缩状态下泡沫改良粗粒土大变形流动后的残余剪切强度计算模型的空白, 以便于预测不同环境压力和改良参数下大变形泡沫改良粗粒土的宏观流变行为。首先推导不排水一维压缩后的有效应力理论解, 然后根据剪切引起的超孔隙压力建立计算方法和 Mohr-Coulomb 准则求解残余剪切强度, 进而构建残余剪切强度与剪切速率的相关性公式, 最后, 开展了加压式十字板剪切试验来验证计算模型的准确性, 并基于理论模型做了影响因素分析。

## 1 泡沫改良粗粒土不排水一维压缩有效应力计算模型

土内各组成成分的物理性质和体积分数影响着孔隙状态和有效应力特征, 进而决定了宏观的力学行为。土舱内改良渣土在盾壳侧向约束和开挖面压力作用下

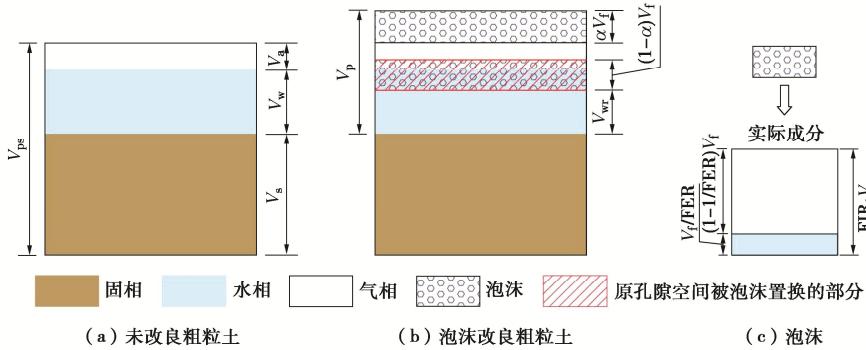


图 2 改良前后粗粒土多相示意图

Fig. 2 Multiphase schematic diagram of coarse-grained soils with and without foam conditioning

处于一维压缩状态<sup>[12]</sup>, 而渣土流经土舱很快排出, 可忽略渣土一维压缩下排水效应。此外, 改良土的力学行为能在 60 min 内保持不变<sup>[13]</sup>, 因此盾构正常掘进时, 可忽略渣土中泡沫衰变效应。

### 1.1 常压下孔隙比及饱和度求解

加载前泡沫改良粗粒土的孔隙状态可由常压下孔隙比和饱和度表征。图 2 展示了粗粒土的各相组成。相比由土相、水相和气相组成的粗粒土(图 2(a)), 泡沫改良粗粒土还多了泡沫这一特殊“相”(图 2(b)), 它实际由泡沫剂溶液及其所包围的空气组成(图 2(c))。泡沫填充于土的孔隙, 其添加量和填充状态会影响孔隙比和饱和度。

泡沫的添加量由泡沫注入比 FIR 表征, FIR 定义为所注入的泡沫与粗粒土的体积比:

$$FIR = \frac{V_f}{V_{ps}} \times 100\% \quad . \quad (3)$$

式中:  $V_f$  为所注入泡沫的体积;  $V_{ps}$  为粗粒土的体积。

由图 2(b) 可知, 注入的泡沫主要起置换和扩大作用。置换作用表现为泡沫占据了粗粒土原孔隙空间, 部分原有的气相和水相被排出粗粒土之外; 而扩大作用体现在泡沫能阻隔土颗粒接触, 一定程度扩大粗粒土的孔隙比。由此提出扩大系数  $\alpha$  来量化泡沫用于扩大孔隙的体积比:

$$\alpha = \frac{V_{sf} - V_{ps}}{V_f} \quad . \quad (4)$$

式中:  $V_{sf}$  为泡沫改良粗粒土总体积。扩大系数位于 0~1。当  $\alpha$  为 0, 泡沫注入前后粗粒土孔隙比不变; 当  $\alpha$  为 1, 泡沫全部贡献于扩大粗粒土的孔隙空间。此外, 由图 2(c) 可知, 泡沫内空气与泡沫溶液的体积比可通过发泡倍率 FER 予以反映:

$$FER = \frac{V_f}{V_{fl}} = \frac{V_f + V_{fa}}{V_{fl}} \quad . \quad (5)$$

式中:  $V_{fl}$  为泡沫液相体积;  $V_{fa}$  为泡沫气相体积。

因此, 常压下泡沫改良粗粒土的孔隙比  $e_{sf-ap}$  可由稳定堆积状态下粗粒土的孔隙比  $e_{ps}$ , FIR 和  $\alpha$  计算得到, 根据图 2 的各相体积比例, 推导过程为

$$\begin{aligned} e_{sf-ap} &= \frac{V_{p-ap}}{V_s} = \frac{V_w + V_a + \alpha V_f}{V_s} \\ &= \frac{V_w + V_a}{V_s} + \frac{\alpha FIR V_{ps}}{V_s} = e_{ps} + \alpha FIR(1 + e_{ps}) \\ &= (1 + \alpha FIR)(1 + e_{ps}) - 1 \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $V_{p-ap}$  为泡沫改良粗粒土的孔隙总体积;  $V_s$ ,  $V_w$ ,  $V_a$  分别为粗粒土的固相、水相和气相体积。

另外, 泡沫改良粗粒土的饱和度表征了被泡沫置换后粗粒土残留孔隙水和泡沫液相体积占孔隙体积的比值。据图 2 各相比例可推导常压下的饱和度。

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{V_{wr} + V_{fl}}{V_{p-ap}} = \frac{\left[ V_w - \frac{V_w}{V_a + V_w}(1 - \alpha)V_f \right] + \frac{V_f}{FER}}{V_a + V_w + \alpha V_f} \\ &= \frac{V_w \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha)FIR V_{ps}}{V_{ps} - V_s} \right] + \frac{FIR}{FER} V_{ps}}{V_{ns} - V_s + \alpha FIR V_{ns}} \\ &= \frac{V_w \left[ 1 - (1 - \alpha)(1 + e_{ps}) \frac{FIR}{e_{ps}} \right] + \frac{FIR}{FER} \frac{V_{ps}}{V_s}}{(1 + \alpha FIR) \frac{V_{ps}}{V_s} - 1} \\ &= \frac{w \frac{\rho_s}{\rho_w} \left[ 1 - (1 - \alpha)(1 + e_{ps}) \frac{FIR}{e_{ps}} \right] + (1 + e_{ps}) \frac{FIR}{FER}}{(1 + \alpha FIR)(1 + e_{ps}) - 1} \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $S_r$  为饱和度;  $V_{wr}$  为加入泡沫后留存在粗粒土孔隙中水的体积;  $\rho_s$ ,  $\rho_w$  分别为土颗粒和孔隙水的密度;  $w$  为粗粒土的原始含水率。

因此, 常压下泡沫改良粗粒土的饱和度求解需已知土颗粒和水的密度、粗粒土的孔隙比和原始含水率、常压下泡沫注入比、发泡倍率和扩大系数。

## 1.2 不排水一维压缩有效应力计算

由于土颗粒和孔隙水常被假设为不可压缩介质, 泡沫改良粗粒土的不排水压缩行为由受压收缩的封闭气相主导。假设不排水条件下粗粒土原有气相与泡沫内气相均为封闭气相, 外加荷载后孔隙内封闭气相收缩导致土颗粒间距减小, 当土颗粒接触并形成可传递应力的土骨架后, 有效应力产生<sup>[10]</sup>。因此, 存在临界孔隙比  $e_{th}$ , 将不排水一维压缩过程划分为无有效应力和存在有效应力两个阶段,  $e_{th}$  需通过试验获得。再者, 泡沫改良粗粒土属于含气泡土, 而有效应力原理对于含气泡土的适应性已被证实<sup>[14]</sup>。

### (1) $e \geq e_{th}$ 加载阶段

当  $e \geq e_{th}$ , 土颗粒互不接触, 坚向总应力增量全由孔隙压力承担 ( $\sigma_v = u$ )。一般地, 假设封闭气相服从 Boyle 定律和 Henry 定律<sup>[15]</sup>, 即密闭环境下恒温气体的压力与体积成反比关系, 而与溶解度成正比关系。由于表面张力很小, 封闭气相压力等于孔隙水压力加上大气压<sup>[10]</sup>。孔隙压力增量将引起封闭气相收缩, 泡沫改良粗粒土内封闭气相体积随孔隙压力的变化为

$$\begin{aligned} p_{ap}(V_{a-ap} + hV_1) \\ = (p_{ap} + \Delta u)(V_{a-ap} - \Delta V_a + hV_1) \quad (8) \end{aligned}$$

式中:  $V_{a-ap}$  为常压下泡沫改良粗粒土的气相体积;  $V_1$  为泡沫改良粗粒土的液相体积;  $p_{ap}$  为常压绝对值, 取 101.325 kPa;  $\Delta u$  为孔隙压力增量;  $\Delta V_a$  为孔隙内气相体积增量;  $h$  为溶解度系数 (即 Henry 常数), 空气在水中的溶解度系数一般取 0.02<sup>[15]</sup>。

进而, 常压下泡沫改良粗粒土的气相和液相体积可分别为

$$V_{a-ap} = V_{p-ap}(1 - S_r) = e_{sf-ap}V_s(1 - S_r), \quad (9)$$

$$V_1 = e_{sf-ap}V_sS_r \quad (10)$$

由于坚向总应力等于孔隙压力, 将式 (9), (10) 代入式 (8), 可推导得到加载后孔隙比的计算式:

$$\begin{aligned} e_{sf} = e_{sf-ap} - \frac{\Delta V_a}{V_s} &= e_{sf-ap} - \frac{\Delta u [e_{sf-ap}(1 - S_r) + h e_{sf-ap} S_r]}{\Delta u + p_{ap}} \\ &= \frac{(1 - h)\sigma_v e_{sf-ap} S_r + e_{sf-ap} p_{ap}}{\sigma_v + p_{ap}} \quad (11) \end{aligned}$$

### (2) $e_0 < e_{th}$ 加载阶段

当  $e_0 < e_{th}$ , 总应力增量由导致土骨架收缩的有效应力增量和引起孔隙封闭气相收缩的孔隙压力增量共同承担。该加载阶段的孔隙压力和封闭气相体积依然遵循 Boyle's 定律和 Henry's 定律 (式 (8)), 故可推导得到孔隙比与孔隙压力的关系式:

$$e_{sf} = \frac{(1 - h)u e_{sf-ap} S_r + e_{sf-ap} p_{ap}}{u + p_{ap}} \quad (12)$$

在完全侧限条件下, 曹文贵等<sup>[16]</sup>总结了大量压缩试验数据, 认为土体坚向应变  $\varepsilon_v$  与所受坚向有效应力  $\sigma'_v$  呈双曲线关系:

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma'_v}{a + b\sigma'_v} \quad (13)$$

式中:  $a, b$  为具有明确物理含义的压缩常数, 可由一维压缩试验结果拟合得到。

由土力学知识可推导一维压缩后孔隙比与坚向应变的关系式:

$$e_{sf} = \frac{(1 - \varepsilon_v)(V_p + V_s)}{V_s} - 1 = (1 - \varepsilon_v)(1 + e_{th}) - 1 \quad (14)$$

将式 (14) 代入式 (15) 可得到孔隙比与坚向有效应力的关系式:

$$e_{sf} = e_{th} - \frac{\sigma'_v(1 + e_{th})}{(a + b\sigma'_v)} \quad (15)$$

不排水压缩过程中, 孔隙内封闭气相和土骨架同时收缩, 达到一种新的平衡状态, 由于改良土与外界无任何气、水交换, 土骨架收缩量严格等于孔隙内封闭气相收缩量。因此, 由孔隙压力计算得到的孔隙比 (式 (12)) 与由坚向有效应力计算得到的孔隙比 (式 (15)) 恒定相等。进而根据太沙基有效应力原理, 推导得坚向有效应力的二次函数表达式:

$$A\sigma'_v^2 + B\sigma'_v + C = 0 \quad (16)$$

式中:

$$A = (1 - b)e_{th} + (1 - h)b e_{sf-ap} S_r + 1 \quad ; \quad (17)$$

$$B = [e_{th}(b - 1) - 1](\sigma_v + p_{ap}) +$$

$$(a - b\sigma_v)(1 - h)e_{sf-ap} S_r - b e_{sf-ap} p_{ap} - a e_{th}; \quad (18)$$

$$C = (\sigma_v + p_{ap})a e_{th} - [(1 - h)\sigma_v S_r + p_{ap}]a e_{sf-ap}. \quad (19)$$

通过求根法求解式 (16) 可得到坚向有效应力, 由于坚向总应力恒大于坚向有效应力, 坚向有效应力的唯一解为

$$\sigma'_v = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad . \quad (20)$$

综上, 当  $e \geq e_{th}$ , 压缩行为由封闭气相收缩控制, 有效应力为 0; 当  $e < e_{th}$ , 压缩行为由有效应力增量引起的土骨架收缩控制, 可由式 (20) 求解某坚向总应力对应的坚向有效应力。坚向有效应力的统一表达式为

$$\sigma_{v,th} = \frac{p_{ap}(e_{sf-ap} - e_{th})}{e_{th} - (1 - h)e_{sf-ap} S_r}, \quad (e_{sf} \geq e_{th}, \sigma_v \leq \sigma_{v,th}) \quad (21)$$

$$\sigma'_v = \begin{cases} 0 & (e_{sf} \geq e_{th}, \sigma_v \leq \sigma_{v,th}) \\ \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} & (e_{sf} < e_{th}, \sigma_v > \sigma_{v,th}) \end{cases} \quad (e_{sf} < e_{th}, \sigma_v > \sigma_{v,th})$$

式中:

$$\begin{aligned} A &= (1-b)e_{\text{th}} + (1-h)be_{\text{sf-ap}}S_r + 1, \quad B = [e_{\text{th}}(b-1)-1] \cdot \\ &(\sigma_v + p_{\text{ap}}) + (a-b\sigma_v)(1-h)e_{\text{sf-ap}}S_r - be_{\text{sf-ap}}p_{\text{ap}} - ae_{\text{th}}, \\ C &= (\sigma_v + p_{\text{ap}})ae_{\text{th}} - [(1-h)\sigma_vS_r + p_{\text{ap}}]ae_{\text{sf-ap}}. \end{aligned}$$

## 2 泡沫改良粗粒土残余剪切强度计算

对于存在有效应力的泡沫改良粗粒土，剪切过程中颗粒重排列和泡沫变形会引起孔隙压力的变化，从而影响土体的竖向有效应力和十字板剪切强度。泡沫改良粗粒土进入残余阶段后，有效应力状态趋于稳定，剪切应力不再损失<sup>[11]</sup>。盾构改良渣土大变形下的剪切行为可通过泡沫改良粗粒土带压十字板剪切的残余剪切强度来表征<sup>[7]</sup>。首先求解不排水剪切引起的超孔隙压力，然后基于 Mohr-Coulomb 准则建立残余状态下竖向有效应力与剪切强度的关系，最后构建剪切强度与剪切速率的相关性计算公式。

### 2.1 不排水剪切引起的超孔隙压力计算

Skempton 首先提出了孔隙压力系数来表征加载条件下土中孔隙压力的大小<sup>[17]</sup>。不排水不排气三轴应力增量引起的孔隙压力增量  $\Delta u$  的一般表达式为

$$\Delta u = \Delta u_I + \Delta u_{II} = B[\Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)] . \quad (22)$$

式中： $\Delta u_I$ 、 $\Delta u_{II}$  分别为压缩和剪切阶段应力增量引起的孔压增量； $B$  为各向等应力 ( $\Delta \sigma_3$ ) 作用下的孔压系数； $A$  为偏应力 ( $\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3$ ) 作用下的孔压系数。

Bishop<sup>[17]</sup>进一步推导得到孔压系数  $B$ ：

$$B = \frac{\Delta u_I}{\Delta \sigma_3} = \frac{1}{1+n \frac{C_p - C_s}{C - C_s}} . \quad (23)$$

式中： $n$  为孔隙率； $C_p$  为孔隙流体的压缩系数，即单位应力增量引起单位体积孔隙流体的体积变化； $C_s$  为土颗粒的压缩系数； $C$  为土骨架的压缩系数。

另外，孔隙压力系数  $A$  反映了土体的剪胀性，与土的性质和物理状态有关，一般由三轴试验确定。

类似地，泡沫改良粗粒土的加压式十字板剪切试验可划分为一维压缩阶段和十字板剪切阶段，尝试建立孔隙压力增量  $\Delta u'$  的经验公式：

$$\Delta u' = \Delta u_c + \Delta u_s = B'(\Delta \sigma_v + A'\Delta \tau) . \quad (24)$$

式中： $\Delta u_c$ 、 $\Delta u_s$  分别为竖向总应力增量和剪切应力增量引起的孔隙压力增量； $A'$  为十字板剪切作用下的孔压系数； $B'$  为一维压缩作用下的孔压系数，

$$B' = \frac{1}{1 + \frac{e_{\text{sf}}(C'_p - C'_s)}{(1 + e_{\text{sf}})(C' - C'_s)}} . \quad (25)$$

式中： $C'_s$  为土颗粒的一维压缩系数，因土颗粒不可压

缩，一般取 0； $C'_p$ 、 $C'$  分别为孔隙流体、土骨架的一维压缩系数，与孔隙内气相体积有关。

当  $e \geq e_{\text{th}}$ ，竖向总应力全转化为孔隙压力， $B' = 1$ ；当  $e < e_{\text{th}}$ ，一维压缩系数随孔隙内气相体积变化而变化，参考式 (23) 推导得到

$$C'_p = \frac{\partial V_p}{V_p \partial u} = -\frac{\partial e_{\text{sf}}}{e_{\text{sf}} \partial u} = \frac{p_{\text{ap}} e_{\text{sf-ap}} [1 - (1-h)S_r]}{e_{\text{sf}} (u + p_{\text{ap}})^2} . \quad (26)$$

$$C' = \frac{\partial V}{V \partial \sigma'_v} = \frac{-\partial e}{(1+e_{\text{sf}}) \partial \sigma'_v} = \frac{a}{(a+b\sigma'_v)[a+(b-1)\sigma'_v]} . \quad (27)$$

式中： $V$ 、 $V_p$  分别为改良土的总体积和孔隙体积。

在十字板剪切试验中，试样剪切应力变化特征与初始有效应力相关。因此，在未知剪切应力的前提下，可定义经验函数  $f(\sigma'_{v0})$  来表征剪切过程中初始有效应力对超孔隙压力的贡献，试样进入残余状态产生的总超孔隙压力  $\Delta U_s$  可表示为

$$\Delta U_s = B' \int_0^{\tau_r} A' d\tau = B' f(\sigma'_{v0}) . \quad (28)$$

式中： $\tau_r$  为残余剪切强度； $\sigma'_{v0}$  为剪切前试样的初始竖向有效应力，由式 (21) 可求得； $f(\sigma'_{v0})$  需由十字板剪切试验确定。

### 2.2 率相关残余剪切强度计算

对于进入残余状态的泡沫改良粗粒土，进一步基于莫尔-库仑强度准则构建垂直于十字板竖向的剪切面对应的剪切强度  $\tau_{vr}$  与残余阶段竖向有效应力  $\sigma_{vr}'$  的计算公式：

$$\tau_{vr} = c_r + \sigma'_{vr} \tan \varphi'_r = c_r + (\sigma'_{v0} - \Delta U_s) \tan \varphi'_r . \quad (29)$$

式中： $c_r$ 、 $\varphi'_r$  分别为残余黏聚力和有效内摩擦角。

进一步为了描述泡沫改良粗粒土的连续流动特性，仍需考虑剪切速率对残余剪切强度的影响。对于软黏土或粗粒土材料，大量剪切试验<sup>[5,11]</sup>证实了它们的抗剪强度具有率相关性，或者剪切流动时呈现非牛顿流体的流变特性。Galli 等<sup>[5]</sup>、杨益等<sup>[18]</sup>认为泡沫改良粗粒土是具有屈服应力的幂律流体，剪切速率对残余剪切强度的影响可表示为

$$\tau_{vr} = \tau_{vr-ref} \left[ \delta + \kappa \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{ref}} \right)^n \right] . \quad (30)$$

式中： $\dot{\gamma}_{ref}$ 、 $\tau_{vr-ref}$  为剪切速率参考值及其对应的残余剪切强度， $\delta$ 、 $\kappa$ 、 $n$  分别为表征剪切速率影响的无量纲常数。

其中，残余剪切强度参考值可由式 (29) 求解得到，所需的  $f(\sigma'_{v0})$ 、 $c_r$  和  $\varphi'_r$  由剪切速率参考值下十字板剪切试验结果拟合得到。综上，图 3 展示了泡沫改良粗粒土不排水残余剪切强度的计算流程。

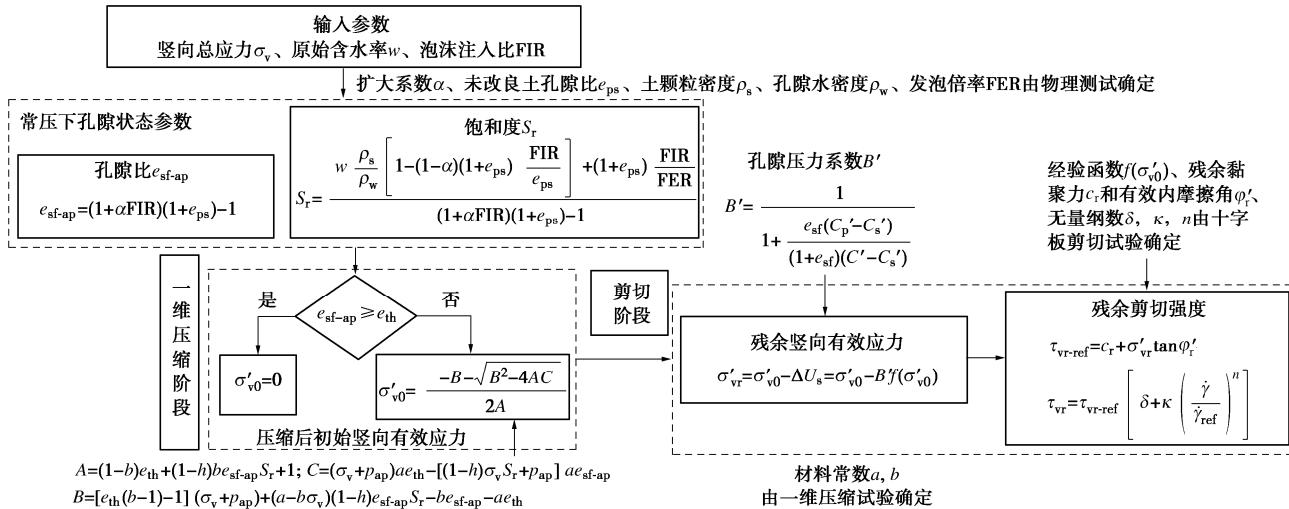


图 3 泡沫改良粗粒土残余剪切强度计算流程图

Fig. 3 Calculation process of residual shear strength of foam-conditioned coarse-grained soils

### 3 模型验证

#### 3.1 试验方案

本次试验粗粒土材料的级配曲线如图 4 所示。土样属于级配不良砾砂，其不均匀系数  $C_u$  为 10.0，曲率系数  $C_c$  为 0.7，最大孔隙比  $e_{max}$  为 0.768，颗粒密度  $\rho_s$  为 2.66 g/cm<sup>3</sup>。试验采用符合 EFNARC (2005) 要求的发泡设备生成泡沫，FIR 为 12.0，半衰期为 8.5 min。原始含水率为 10% 的土样在堆积状态下测得的孔隙比  $e_{ps}$  为 0.762，孔隙水密度  $\rho_w$  取 1 g/cm<sup>3</sup>。泡沫改良试样的常压下孔隙状态参数和试验工况（包括竖向总应力和十字板转速  $n$ ）详见表 1。

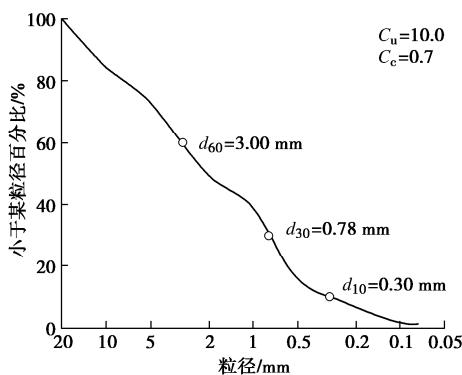


图 4 试验粗粒土级配曲线

Fig. 4 Grain-size distribution curve of testing soils

采用自主研发的加压旋转剪切仪<sup>[6]</sup>来开展泡沫改良粗粒土的十字板剪切试验，仪器实物图如图 5 所示。仪器可提供量程 0~400 kPa，精度 0.5% 的竖向荷载；十字板扭矩传感器的量程为 0~30 N·m，精度为 0.1%；孔压表的量程为 0~600 kPa，精度为 0.5%。

考虑到剪切失效面上两类剪切应力（式（1））分

别与竖向、侧向有效应力相关，而砂土材料的  $K_0$  可由经典 Jaky 公式<sup>[19]</sup>简易求得：

$$K_0 = \frac{\sigma'_1}{\sigma'_v} = 1 - \sin \varphi' \quad . \quad (31)$$

表 1 泡沫改良粗粒土初始状态参数和试验工况

Table 1 Initial parameters and test conditions of specimens

FIR /%	$\alpha$	$e_{sf-ap}$	$S_r / \%$	$\sigma_v / \text{kPa}$	$n / (\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$
20	0.186	0.827	35.7	50, 100,	1/30, 1/5,
30	0.366	0.955	32.4	200, 300	1, 3, 5, 25
40	0.523	1.130	28.7		

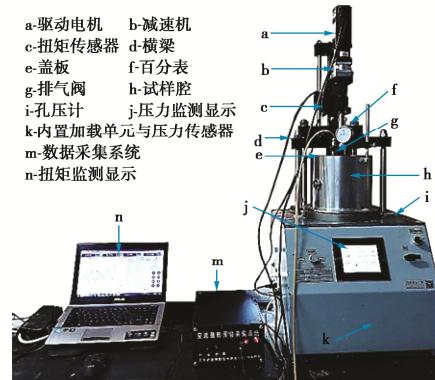


图 5 加压式十字板剪切仪

Fig. 5 Pressurized vane shear apparatus

联立式（1）、（29）、（31），可得试样进入残余状态后十字板扭矩与竖向有效应力的关系式，结合试验结果可拟合得残余阶段黏聚力和有效内摩擦角。

$$\begin{aligned} T_r &= \left( \frac{7}{6} - \sin \varphi'_r \right) \pi D^3 \tau_{vr} \\ &= \left( \frac{7}{6} - \sin \varphi'_r \right) \pi D^3 \cdot [c_r + (\sigma'_{v0} - \Delta U_s) \tan \varphi'_r] \quad . \quad (32) \end{aligned}$$

每次试验均按照以下步骤进行：

(1) 将质量相等的泡沫改良粗粒土试样分 3 层均匀地装入试样腔中, 每层厚度约 6 cm; 安装十字板和顶板后, 开启排气阀, 施加预压力, 以排出试样上方空气, 而后关闭排气阀, 确保试验的不排水环境。

(2) 通过顶板向试样施加目标竖向压力, 当监测顶板位置的位移计读数恒定时, 十字板开始以表 1 设计的速度旋转剪切试样, 单次试验的总旋转角度为  $1440^\circ$ , 以确保试样进入残余状态。试验全程记录试样的竖向变形量、孔隙压力以及十字板扭矩。

### 3.2 材料常数确定

以十字板转速  $1/30$  rpm 对应的剪切速率为参考值, 由式(2)计算得参考剪切速率为  $7.24 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 。采用 FIR 为 20% 和 40% 的试样在不同压力下的试验结果来拟合确定计算模型所需的材料常数。图 6 展示了一维压缩后初始孔隙比与竖向有效应力的关系, 当  $e_0 \geq e_{\text{th}}$ , 有效应力未产生; 当  $e_0 < e_{\text{th}}$ , 初始孔隙比与竖向有效应力呈非线性关系。因此, 孔隙比临界值  $e_{\text{th}}$  等于  $e_{\text{max}}$ 。进而通过式(15)拟合  $e < e_{\text{th}}$  曲线求解压缩常数  $a$ ,  $b$ , 分别为 358.66 kPa, 8.48。

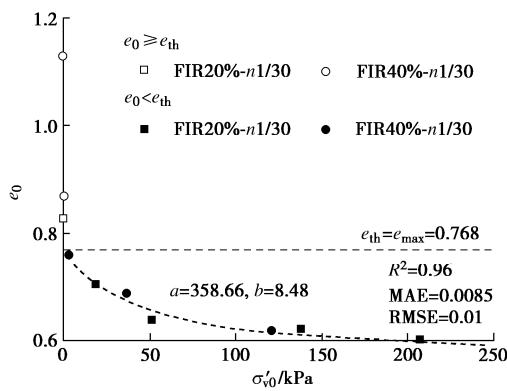


图 6 一维压缩后初始孔隙比随竖向有效应力的变化

Fig. 6 Variation of initial void ratio against vertical effective stress under compression

由式(28)可知, 需求解剪切引起的超孔隙压力  $\Delta U_s$  与孔压系数  $B'$  的比值和初始竖向有效应力的相关性来获得经验函数  $f(\sigma_{v0}')$ 。如图 7 所示, 两者呈线性关系, 因此  $f(\sigma_{v0}')$  为线性函数, 由拟合结果可知  $f(\sigma_{v0}') = 0.662 \sigma_{v0}'$ 。图 8 展示了试样进入残余状态后十字板扭矩和竖向有效应力的关系。由式(32)拟合得到残余强度参数  $c_r$ ,  $\varphi_r$  分别为 1.03 kPa,  $12.50^\circ$ 。然后, 采用 FIR 为 20% 和 40% 的试样在不同十字板转速下的试验结果来拟合表征剪切速率影响的无量纲常数。图 9 展示了  $\tau_{\text{vr}}/\tau_{\text{vr-ref}}$  随  $\dot{\gamma}/\gamma_{\text{ref}}$  的变化。由式(30)拟合得  $\delta$ ,  $\kappa$ ,  $n$  分别为 0.969, 0.029, 0.269。

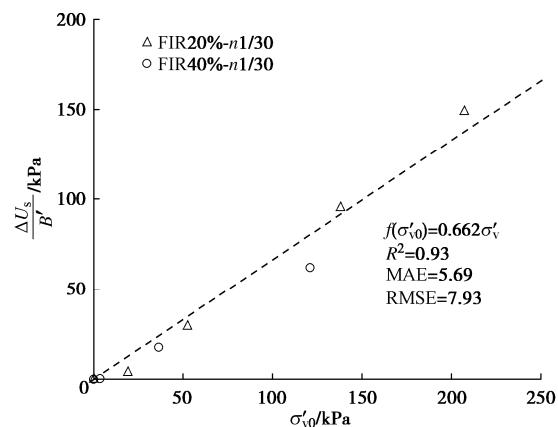


图 7 剪切引起超孔隙压力随初始有效应力的变化

Fig. 7 Variation of shear-induced excess pore pressure against initial effective stress

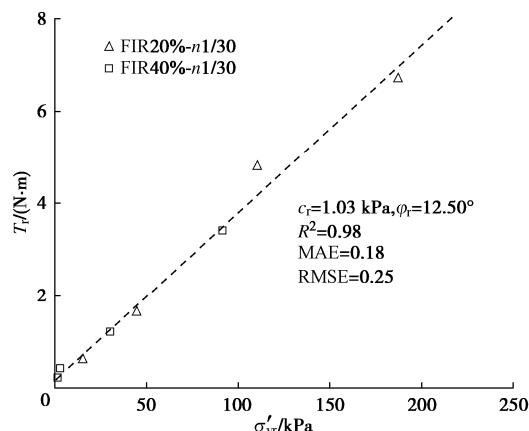


图 8 残余状态十字板扭矩与竖向有效应力关系

Fig. 8 Variation of vane torque against vertical effective stress

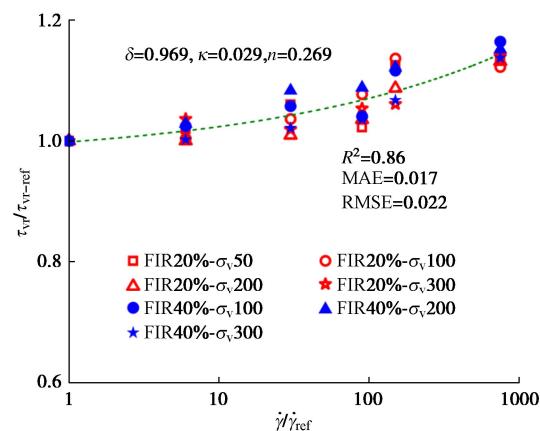


图 9 无量纲十字板残余剪切强度随剪切速率的变化

Fig. 9 Variation of residual strength against shear strain rate

综上, 图 6~9 反映了各拟合公式均具有较高的拟合优度  $R^2$  ( $R^2 > 0.85$ ), 且平均绝对误差 MAE 和均方根误差 RMSE 远小于目标值, 证明了理论模型中新建的式(15), (28)~(30) 的合理性。

### 3.3 结果验证

采用 FIR 为 30% 的试样在不同竖向压力和十字板转速下的试验结果来验证计算模型的准确性。图 10 对比了残余强度试验值(以空心符号表征)和理论值(以实心符号表征), 试验值和理论值的平均误差约为 10%, MAE 为 0.32, RMSE 为 0.59。表明计算模型能较好预测泡沫改良粗粒土的率相关残余强度, 根据特定工况试验结果拟合得到的材料常数可预测任意竖向压力、剪切速率、FIR 下的残余强度。

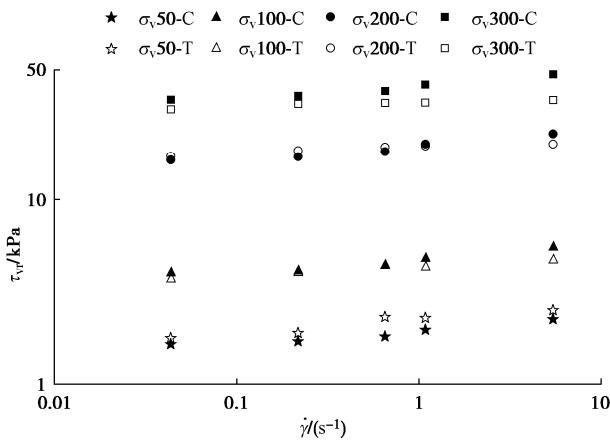


图 10 FIR=30% 改良土残余剪切强度试验值与理论值对比

Fig. 10 Comparison between analytical and experimental values of residual strength of conditioned soils with FIR=30%

## 4 讨 论

进一步地, 采用该理论模型来计算竖向总应力和 FIR 对泡沫改良粗粒土残余剪切强度的影响。对于本研究的试验材料, 将粗粒土和泡沫的已知物理参数和拟合得到的材料常数代入理论模型中, 另拟定原始含水率取 10%、发泡倍率取 12、剪切速率取参考值  $7.24 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 。应注意到泡沫扩大系数决定了相同 FIR 泡沫改良粗粒土的孔隙状态, 取决于泡沫与粗粒土的混合状态。为聚焦竖向总应力和泡沫注入比的影响, 设定扩大系数为 0.5。

图 11 给出了残余强度随竖向总应力和有效应力的变化情况。由图 11(a) 可知, 残余强度随着竖向总应力的增加而增加, 随着泡沫注入比的增加而减少。而且随着泡沫注入比增加, 残余强度随竖向总应力的变化率越小, 与试验得到的规律一致。由图 11(b) 可知, 即便竖向总应力和泡沫注入比变化, 残余强度仍与竖向有效应力呈正相关关系。

泡沫改良粗粒土的宏观流变行为与剪切变稀流体类似, 进一步计算表征残余状态下带压泡沫改良粗粒

土宏观流变行为的流变参数, 图 12 展示了不同竖向总应力和泡沫注入比下的屈服应力和塑性黏度。屈服应力和塑性黏度均随竖向总应力增加而增加, 而随泡沫注入比增加而减小, 然而相较于屈服应力, 塑性黏度变化较小。

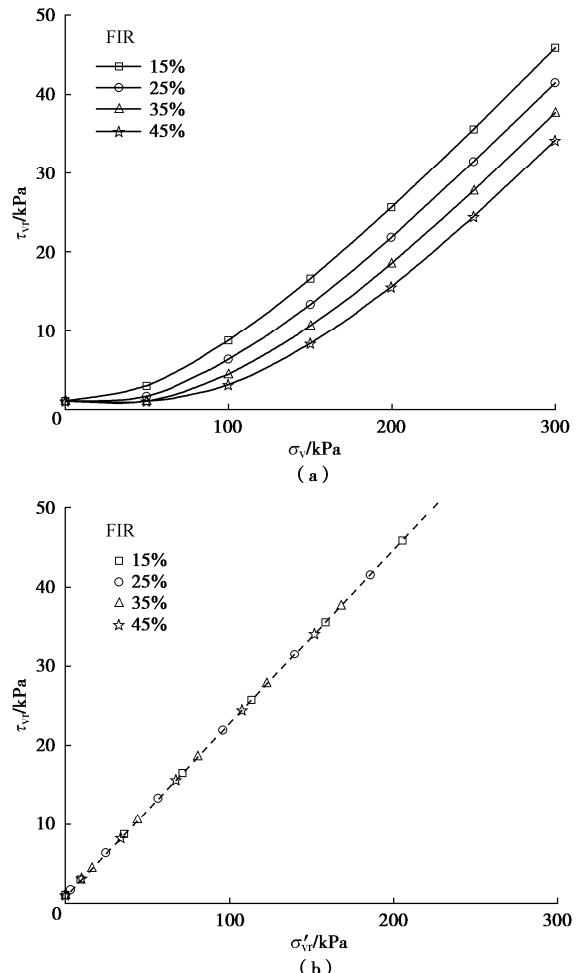
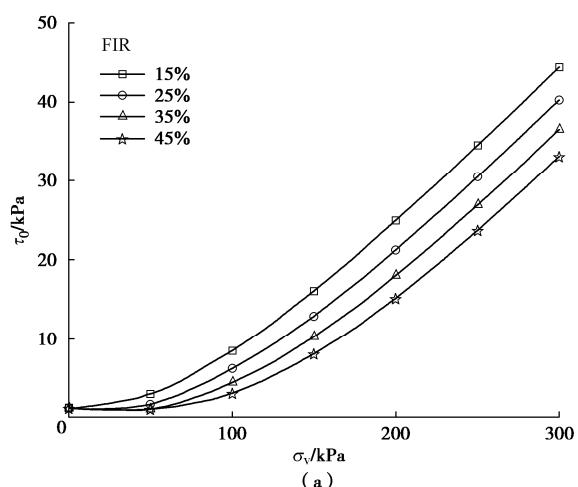


图 11 残余剪切强度随竖向总应力和有效应力的变化

Fig. 11 Variation of analytical residual strength against vertical total stress and effective stress



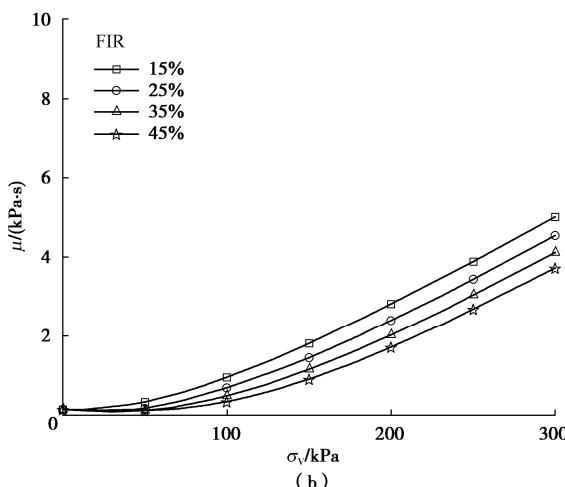


图 12 泡沫改良粗粒土残余状态下大变形屈服应力和塑性黏度随竖向总应力的变化

Fig. 12 Variation of analytical yield stress and plastic viscosity of conditioned soils in large deformation against vertical total stress

## 5 结 论

构建了预测带压泡沫改良粗粒土率相关残余剪切强度的统一理论模型, 可用于定量评估不同土舱压力、改良参数的泡沫改良粗粒土剪切大变形后的流变特性。

(1) 在一维加载作用下, 泡沫改良粗粒土存在两类孔隙比状态。当  $e \geq e_{\text{th}}$ , 有效应力不存在; 当  $e < e_{\text{th}}$ , 基于 Boyle 定律、Henry 定律和土应力-应变关系的双曲线假设, 推导竖向有效应力。然后推导不排水剪切引起的超孔隙压力, 并依据 Mohr-Coulomb 准则给出残余状态竖向有效应力与剪切强度的计算公式, 最后建立表征残余剪切强度与剪切速率的计算公式。

(2) 不排水加压十字板剪切试验结果与理论解对比发现, 根据某些特定工况的试验结果拟合得到的材料常数适用于外推预测其它改良参数下泡沫改良粗粒土的残余剪切强度, 平均误差约 10%。该统一理论模型量化考虑了总应力、有效应力以及泡沫注入量的影响, 能克服试验获得的改良土流变参数仅能反映某一特定工况下改良土流动特性的缺点。

(3) 采用提出的理论模型进行影响因素分析, 不排水残余剪切强度随竖向总应力增加而增加, 随泡沫注入比增加而减小, 然而它与竖向有效应力的正相关关系不随竖向总应力或泡沫注入比而改变。带压泡沫改良粗粒土的屈服应力和塑性黏度均随竖向总应力增加而增加, 随泡沫注入比增加而减小。

相比于既有的由试验拟合的改良土流变模型及参数, 本文的计算模型量化考虑了竖向总应力、FIR 对泡沫改良粗粒土残余剪切强度和残余状态流变行为的

影响, 为盾构进排土 CFD 数值模型在渣土改良策略优化中的应用提供了材料参数计算依据。

## 参 考 文 献:

- [1] 张淑朝, 贺少辉, 朱自鹏, 等. 兰州富水砂卵石层土压平衡盾构渣土改良研究[J]. 岩土力学, 2017, 38(增刊 2): 279-286. (ZHANG Shuchao, HE Shaohui, ZHU Zipeng, et al. Research on soil conditioning for earth pressure balance shield tunneling in Lanzhou sandy pebble strata with rich water[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(S2): 279-286. (in Chinese))
- [2] 王树英, 刘朋飞, 胡钦鑫, 等. 盾构隧道渣土改良理论与技术研究综述[J]. 中国公路学报, 2020, 33(5): 8-34. (WANG Shuying, LIU Pengfei, HU Qinxin, et al. State-of-the-art on theories and technologies of soil conditioning for shield tunneling[J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, 33(5): 8-34. (in Chinese))
- [3] BEZUIJEN A. Foam used during EPB tunnelling in saturated sand, parameters determining foam consumption[C]/World Tunnel Congress 2012. Bangkok, 2012.
- [4] 姜厚停, 龚秋明, 杜修力. 卵石地层土压平衡盾构施工土体改良试验研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2): 284-292. (JIANG Houting, GONG Qiuming, DU Xiuli. Experimental study on soil conditioning in cobble layer by use of earth pressure balanced machine[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(2): 284-292. (in Chinese))
- [5] GALLI M, THEWES M. Rheological characterisation of foam-conditioned sands in EPB tunneling[J]. International Journal of Civil Engineering, 2019, 17(1): 145-160.
- [6] 钟嘉政, 王树英, 刘朋飞, 等. 泡沫改良砾砂渣土力学行为与流变模型研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(11): 84-92. (ZHONG Jiazheng, WANG Shuying, LIU Pengfei, et al. Mechanical behavior and rheology model of foam-conditioned gravelly sand in EPB shield tunneling[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(11): 84-92. (in Chinese))
- [7] 孟庆琳, 屈福政, 李守巨. 土体旋转流变仪开发与土压平衡盾构改良土体塑性流动特性实验[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(10): 1642-1648. (MENG Qinglin, QU Fuzheng, LI Shouju. Development of soil rotational rheometer and experiment on plastic flow characteristics of conditioned soil in earth pressure balance shield[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(10): 1642-1648. (in Chinese))

- Chinese))
- [8] ZHONG J Z, WANG S Y, LIU P F, et al. Investigation of the dynamic characteristics of muck during EPB shield tunnelling in a full chamber model using a CFD method[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2022, **26**(9): 4103-4116.
- [9] HU W, ROSTAMI J. Evaluating rheology of conditioned soil using commercially available surfactants (foam) for simulation of material flow through EPB machine[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2021, **112**: 103881.
- [10] MORI L S, MOONEY M, CHA M S. Characterizing the influence of stress on foam conditioned sand for EPB tunneling[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, **71**: 454-465.
- [11] ZHONG J Z, WANG S Y, QU T M. Undrained vane shear strength of sand-foam mixtures subjected to different shear rates[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2023, **15**(6): 1591-1602.
- [12] WANG Haibo, WANG Shuying, ZHONG Jiazheng, et al. Undrained compressibility characteristics and pore pressure calculation model of foam-conditioned sand[J]. Tunnelling and Underground Space Technology. 2021, **118**: 104161.
- [13] WU Y L, NAZEM A, MENG F Y, et al. Experimental study on the stability of foam-conditioned sand under pressure in the EPBM chamber[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, **106**: 103590.
- [14] YANG Guangchang, BAI Bing, LIU Yang, et al. Constitutive modeling for undrained shear behavior of gassy sand considering energy dissipation at the mesoscopic level[J]. Ocean Engineering, 2021, **219**: 108307.
- [15] LIU Kan, XUE Jianfeng, YANG Min. Deformation behaviour of geotechnical materials with gas bubbles and time dependent compressible organic matter[J]. Engineering Geology. 2016, **213**: 98-106.
- [16] 曹文贵, 李鹏, 张超, 等. 土的初始和再压缩曲线分析模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(1): 166-173. (CAO Wengui, LI Peng, ZHANG Chao, et al. Analysis models of initial compression and recompression curves of soils[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(1): 166-173. (in Chinese))
- [17] BISHOP A W. The influence of an undrained change in stress on the pore pressure in porous media of low compressibility[J]. Géotechnique, 1973, **23**(3): 435-442.
- [18] 杨益, 李兴高, 李兴春, 等. 基于 Herschel-Bulkley 流变模型的盾构螺旋输送机保压性能[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2021, **48**(11): 195-204. (YANG Yi, LI Xinggao, LI Xingchun, et al. Pressure maintaining performance of shield screw conveyor based on herschel-bulkley rheological model[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2021, **48**(11): 195-204. (in Chinese))
- [19] MESRI G, HAYAT T M. The coefficient of earth pressure at rest[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1993, **30**(4): 647-666.