

DOI: 10.11779/CJGE2022S2015

离心模型试验中土的渗透相似性研究

王年香^{1, 2}, 任国峰^{*1, 2}, 顾行文^{1, 2}

(1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024; 2. 水文水资源与水利工程国家重点实验室, 江苏 南京 210029)

摘要: 离心模型试验中固结与孔隙水压力扩散问题的时间比尺关系 $t_p/t_m=n^2$ 正确与否, 归根结底就是离心模型试验中土的渗透系数随离心加速度是怎样变化的? 推导了离心模型渗透相似理论, 通过离心模型渗透试验, 研究了土的渗透系数随离心加速度的变化规律。试验结果表明, 渗透系数随加速度的增加而线性增大, 离心模型试验渗透符合达西定律, 模型渗透系数与原型渗透系数之比 k_m/k_p 随加速度成比例线性增大, 比例系数 ≈ 1 , 从而验证了离心模型试验渗透系数比尺为 $\eta_k=1/n$ 。研究成果对离心模型试验具有重大理论和应用价值。

关键词: 渗透相似性; 达西定律; 比例系数; 渗透系数比尺; 离心模型试验

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)S2-0066-05

作者简介: 王年香(1963—), 男, 江西信丰人, 博士, 正高级工程师, 博导, 主要从事岩土工程基本理论和试验研究工作。E-mail: nxwang@nhri.cn。

Permeability similarity of soils in centrifugal model tests

WANG Nian-xiang^{1, 2}, REN Guo-feng^{1, 2}, GU Xing-wen^{1, 2}

(1. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. State Key Laboratory of

Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Nanjing 210029, China)

Abstract: Whether the time scale $t_p/t_m=n^2$ for consolidation and pore water pressure diffusion in centrifugal model tests is correct or not is infact. How the permeability coefficient of soils changes with the centrifugal acceleration. The permeability similarity theory of centrifuge model is derived. The permeability tests of centrifuge model are carried out to study the variation laws of permeability coefficient of soils with the acceleration. The test results show that the permeability coefficient linearly increases with the increase of the acceleration. The permeability in the centrifugal model tests conforms to the Darcy's law. The ratio of the model permeability coefficient to the prototype one k_m/k_p linearly increases in proportion to the acceleration, and the scale factor ≈ 1 . It is verified that the permeability coefficient scale in the centrifugal model tests is $\eta_k=1/n$. The research results are of great theoretical and application values for the centrifugal model tests.

Key words: permeability similarity; Darcy's law; scale factor; permeability coefficient scale; centrifugal model test

0 引言

土工离心模型试验技术是一项崭新的土工物理模型技术, 通过施加在模型上的离心惯性力使模型的重度变大, 从而使模型的应力与原型一致, 这样就可以用模型反映、表示原型。离心模型是各类物理模型中相似性最好的模型, 在国内外受到广泛重视, 试验技术飞速发展, 研究内容涉及几乎所有的岩土工程研究领域, 已成为岩土工程技术研究中的最主要、最有效、最广泛应用的研究手段^[1]。

Biot 动力固结方程是土力学的基本方程, 包括动力平衡方程和连续方程。从连续方程出发, 得到固结与孔隙水压力的扩散问题的时间比尺关系 $t_p/t_m=n^2$ ^[2], 这个关系的前提假设是, 模型的渗透系数 k_m 是原型渗透系数 k_p 的 n 倍, 模型与原型的固结系数相等, 这一

假设存在争议, 未得到试验完全证实。

Pokrovsky & Fyodorov 认为离心模型的水力坡降 i_m 与原型的水力坡降 i_p 相等, 模型的渗透系数 k_m 是原型渗透系数 k_p 的 n 倍, 得到了 $t_p/t_m=n^2$ 的时间比尺关系; 而 Cargill 等^[3]则认为离心模型的水压力坡降 i_m 是原型的水压力坡降 i_p 的 n 倍, 模型的渗透系数 k_m 与原型渗透系数 k_p 相等, 令人奇怪的是, 他们利用相互矛盾、相互对立的假定得到了相同的结论。

其实, Cargill 等把达西定律中的“水力梯度(h/L)”用“水压力梯度(p/L)”来代替是错误的, 因为水力梯度(无量纲)与水压力梯度(有量纲)并不相同。

基金项目: 国家自然科学基金项目(51179106); 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目(Y321006, Y321007)

收稿日期: 2022-12-01

*通信作者(E-mail: gfren@nhri.cn)

因而, 模型渗透系数 k_m 与原型渗透系数 k_p 的关系, 成了问题的关键。即土的渗透系数 (达西渗透系数) 在高重力场下变不变? 是否随加速度而增大?

从不同的研究目的出发, 世界各国的离心模型试验专家进行了不懈的努力。Goodings^[4]通过试验研究了灰坝的浸润线, Croce 等^[5]研究了土样的固结问题, Singh 等^[6]和 Khalifa 等^[7]都研究过土的渗透系数随加速度的变化规律。令人不解的是, Singh 等的结果表明, 土的渗透系数随加速度而增大, 而 Khalifa 等的结果却表明, 在 50g 以下, 土的渗透系数不随加速度变化。Singh 等的试验装置不能防止水的蒸发, 结果令人怀疑; Khalifa 等的试验只进行到 50g, 也难以说明问题, 不能令人信服。Sharma 等^[8]分析了离心机半径对变水头试验测得的渗透系数的影响。隋海滨等^[9]总结了国外离心模型试验中土的渗透相似性研究成果, 但没有自己的试验。Anderson 等^[10]研制了在离心机上进行土的渗透系数试验的装置, 可以大大缩短试验时间。

国内外离心模型试验发展很快, 离心模型试验中固结与孔隙水压力扩散问题的时间比尺问题一直未能得到有效的试验验证。固结与孔隙水压力扩散问题的时间比尺关系 $t_p/t_m=n^2$ 正确与否, 归根结底就是高重力场条件下土的渗透特性与普通重力场条件下是否一致? 如果不一致, 土的渗透特性随离心加速度是怎样变化的? 本文通过离心模型渗透试验, 研究了土的渗透系数随离心加速度的变化规律, 验证离心模型渗透相似理论, 澄清固结与孔隙水压力扩散问题的时间比尺关系的一些模糊不清问题, 对离心模型试验技术的发展具有十分重要的理论意义和应用价值。

1 渗透相似理论

水在土体孔隙中的渗透采用达西定律描述,

$$v = k \frac{\Delta h}{L} = ki \quad (1)$$

式中: v 为渗透速度; k 为渗透系数, 其物理意义是当水力梯度等于 1 时的渗透速度; L 为渗径长度; Δh 为试样两端的水位差; i 为水力梯度, 它是沿渗透方向单位距离的水头损失, 无量纲。

定义任一模型变量 x_m 与原型变量 x_p 的相似常数:

$$\eta_x = x_p / x_m \quad (2)$$

将式 (2) 代入式 (1), 可以得到

$$\eta_v v = \eta_k \eta_i ki \quad (3)$$

达西定律可以描述原型和模型, 因此它对原型与模型来说都应当是正确的。只有当所有的 η 项系数都相等时, 式 (3) 才与原方程式 (1) 相同, 也就是,

$$\eta_v = \eta_k \eta_i \quad (4)$$

离心模型试验中, 模型的渗透速度是原型的 n 倍, 即 $\eta_v=1/n$, 而水力梯度无量纲, 则 $\eta_i=1$, 得到

$$\eta_k = 1/n \quad (5)$$

Muskat^[11]、Lambe 等^[12]分别给出了渗透系数与流体重度的关系式:

$$k = K \frac{\gamma}{\mu} = K \frac{\rho g}{\mu} \quad (6)$$

式中: K 为土体的内在渗透系数, 是颗粒形状、直径和填料的函数; μ 为流体的动力黏度; ρ 为流体的密度; g 为重力加速度。

由式 (6) 可以明显看出, 渗透系数随土体的内在渗透系数、流体的动力黏度、流体的密度、重力加速度变化, 模型和原型土体的内在渗透系数、流体的动力黏度、流体的密度相同, 重力加速度为 n 倍, 即, $\eta_K=\eta_\mu=\eta_\rho=1$, $\eta_g=1/n$, 因此, 可得 $\eta_k=1/n$ 。

2 渗透离心模型试验

2.1 试验设备

试验在南京水利科学研究院 NHRI400 g·t 土工离心机上进行。该机最大半径 5.5 m, 吊篮平台的尺寸为 1100 mm×1100 mm, 最大加速度 200g, 最大负荷 2 t, 容量 400 g·t。为在离心机中进行渗透试验, 研制出离心机渗透仪, 渗透仪装置由渗透容器、变水头管、水头测量装置等组成 (图 1)。渗透容器由金属圆筒 (内径 100 mm、高 100 mm)、透水石、上盖和下盖组成, 变水头管由连接段 (内径 40 mm) 和测量段 (内径 20 mm) 组成, 水头测量装置由激光位移传感器和浮标组成。

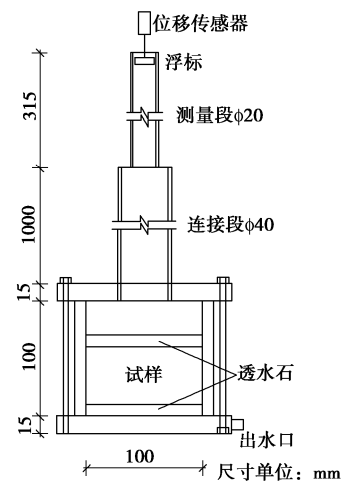


图 1 离心机渗透仪

Fig. 1 Permeameter of centrifuge model tests

2.2 试验方法

试验土样为低液限黏土 (CL)、低液限粉土 (ML)、粉土质砂 (SM) 3 种, 其物理性质指标见表 1。

表 1 土样的物理性质指标
Table 1 Physical properties of soils

土名	低液限黏土	低液限粉土	粉土质砂
含水率/%	29.0	26.2	20.5
密度/(g·m ⁻³)	1.94	2.08	2.10
试样高度/mm	40	36	69
液限/%	42.2	24.8	
塑性指数	20.7	6.6	
颗粒 砂粒	12.8	39.0	55.3
组成 粉粒	44.7	41.6	38.5
/% 黏粒	42.5	19.4	6.2

将土样制备成饱和泥浆,放入试样筒内,采用预压方法进行固结成型,固结完成后土样的含水率、密度、试样高度见表 1。将安装好的渗透仪装置放置在模型箱内,以控制下水位,从而控制渗透水头。将渗透仪装置和模型箱放入离心机吊篮,接好激光位移传感器,启动离心机到设定加速度,通过位移传感器测试上水位下降过程。每种土样的试验加速度分别 1g (常规)、10g、25g、50g、75g、100g、150g,每种工况进行 2 组平行试验。

2.3 渗透水头修正

离心惯性加速度场是通过离心机的旋转而产生的,离心机旋转产生的离心惯性加速场是沿旋转中轴形成的一个个圆形的柱面,在每个等半径的圆柱面上,其离心惯性加速场的惯性势是相等的,离心加速度也相同,离心加速度的大小与半径成正比。这样,在模型的不同高度上,所受到的离心惯性力是不同的。那么离心模型中,上、下水位差并不是真正的渗透水头,而必须进行修正。

如图 2 所示,任意旋转半径 R 处的水柱 dR ,对试样中心产生的渗透压力增量 dp 可表示为,

$$dp = \rho_w \frac{a_0}{R_0} R dR \quad (7)$$

式中 dp 为试样中心的渗透压力增量; ρ_w 为水的密度; a_0 为试样中心的加速度; R_0 为试样中心的旋转半径; R 为任意水柱的旋转半径; dR 为任意水柱的高度。

对式 (7) 积分,可得土样中心产生的渗透压力为

$$p = \int_{R_1}^{R_2} \rho_w \frac{a_0}{R_0} R dR = \frac{1}{2} \rho_w \frac{a_0}{R_0} (R_2^2 - R_1^2) \quad (8)$$

式中, p 为试样中心的渗透压力; R_2 为下水位的旋转半径; R_1 为上水位的旋转半径; 其他符号意义同前。

因此,渗透水头为

$$\Delta h = \frac{p}{\rho_w a_0} = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2R_0} \quad (9)$$

式中, Δh 为试样的渗透水头,其他符号意义同前。

变水头渗透系数按式 (10) 计算

$$k_T = \frac{BL}{A(t_2 - t_1)} \ln \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \quad (10)$$

式中, k_T 为水温为 $T^\circ\text{C}$ 时试样的渗透系数; B 为测量段变水头管的断面积; L 为渗径,即试样高度; A 为试样的断面积; t_1, t_2 分别为测读水头的起始和终止时间; $\Delta h_1, \Delta h_2$ 分别为起始和终止渗透水头。

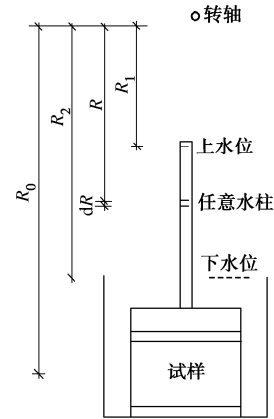


图 2 渗透水头修正示意图

Fig. 2 Schematic diagram of seepage water head correction

标准温度 (20°C) 下的渗透系数按式 (11) 计算

$$k_{20} = k_T \frac{\eta_T}{\eta_{20}} \quad (11)$$

式中, k_{20} 为标准温度时试样的渗透系数; η_T 为 $T^\circ\text{C}$ 时水的动力黏滞系数; η_{20} 为 20°C 时水的动力黏滞系数。

3 试验结果分析

3.1 渗透系数的变化规律

表 2 列出了不同加速度下 3 种土样的渗透系数试验结果,图 3 给出了 3 种土样的渗透系数随加速度的变化,从图中可以看出,3 种土样的渗透系数随加速度的增加而线性增大,表明渗透系数与加速度呈正线性关系。把图 3 的纵坐标改为 ng 时渗透系数与 $1g$ 时渗透系数之比 k_m/k_p ,如图 4 所示,可以看出, k_m/k_p 与加速度具有良好的线性变化关系,可表示为

$$k_m / k_p = \chi n \quad (12)$$

式中, χ 为比例系数。试验数据拟合得出,3 种土样的 χ 分别 0.984, 0.937, 0.992。除去试验仪器以及固结等因素的影响,比例系数 $\chi \approx 1$ 。因此,试验证明了离心模型试验渗透系数比尺为 $\eta_k = 1/n$ 。Singh 等^[6]利用小离心机变水头试验,也得出了类似的试验结果。

3.2 离心模型中达西定律的适用性

进行渗透试验时,渗透水头随时间的变化直接反映了试样的渗透稳定情况,图 5 给出了不同加速度条件下 3 种土样的渗透水头过程线。试验结果表明,3

表 2 渗透系数试验结果

Table 2 Test results of permeability coefficient

(cm/s)

土名	加速度/g						
	1	10	25	50	75	100	150
低液限黏土	1.21×10^{-8}	1.24×10^{-8}	1.28×10^{-7}	3.58×10^{-7}	6.16×10^{-7}	8.50×10^{-7}	1.40×10^{-6}
	1.29×10^{-8}	1.25×10^{-8}	1.14×10^{-7}	2.97×10^{-7}	5.26×10^{-7}	7.57×10^{-7}	1.73×10^{-6}
低液限粉土	1.21×10^{-7}	1.37×10^{-7}	1.21×10^{-6}	2.92×10^{-6}	6.06×10^{-6}	8.48×10^{-6}	1.07×10^{-5}
	1.26×10^{-7}	1.18×10^{-7}	1.17×10^{-6}	2.67×10^{-6}	5.77×10^{-6}	7.91×10^{-6}	1.52×10^{-5}
粉土质砂	1.32×10^{-6}	1.18×10^{-6}	1.29×10^{-5}	2.99×10^{-5}	5.99×10^{-5}	9.44×10^{-5}	1.22×10^{-4}
	1.50×10^{-6}	1.09×10^{-6}	1.13×10^{-5}	3.10×10^{-5}	6.16×10^{-5}	9.81×10^{-5}	1.79×10^{-4}

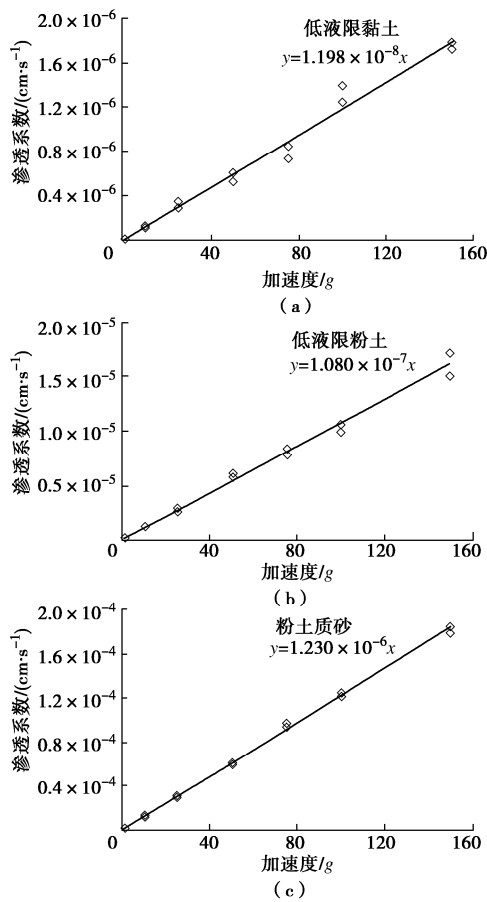


图 3 渗透系数随加速度的变化关系

Fig. 3 Variation of permeability coefficient with acceleration

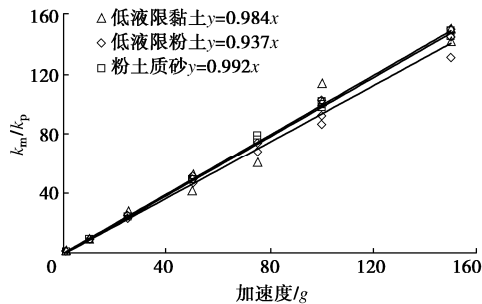


图 4 k_m/k_p 随加速度的变化关系

Fig. 4 Relationship between k_m/k_p and acceleration

种土样的渗透水头随时间的延长而逐渐下降, 且下降

速率基本一致, 说明试样的渗透稳定。下降速率与离心机加速度和土性有关, 加速度越大, 下降速率越大, 土样黏粒含量越大, 下降速率越慢。

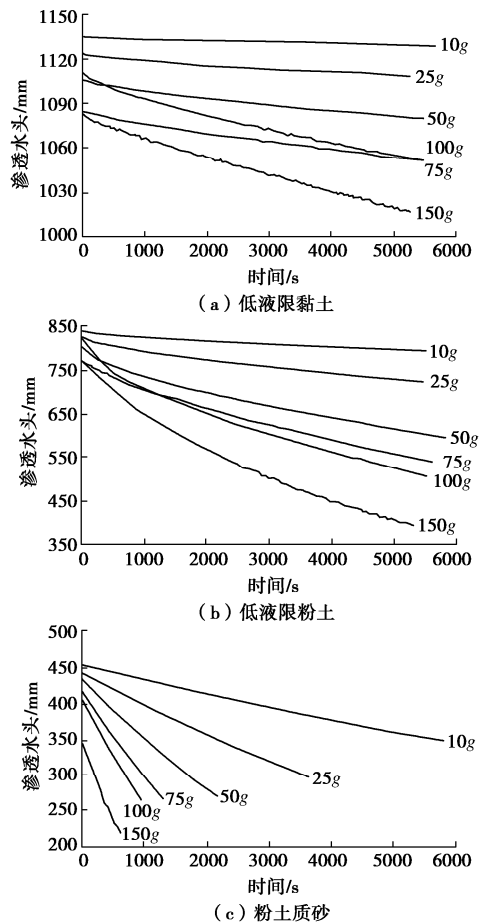


图 5 不同加速度下渗透水头随时间的变化

Fig. 5 Variation of seepage water head with time under different accelerations

图 6 给出了 3 种土样的渗透速度随加速度与水力梯度乘积的关系曲线, 从图中可以看出, 3 种土样的渗透速度随加速度与水力梯度乘积的增加而线性增大, 且线性关系相当好, 增长速率与试样的黏粒含量有关, 试样黏粒含量越大, 增长速率越大, 增长速率即为 1g 条件下试样的渗透系数。表 3 列出了 3 种土样

渗透试验最大加速度与水力梯度乘积,表明在这个范围内,离心模型试验渗透符合达西定律,试样黏粒含量越大,加速度与水力梯度乘积也越大。

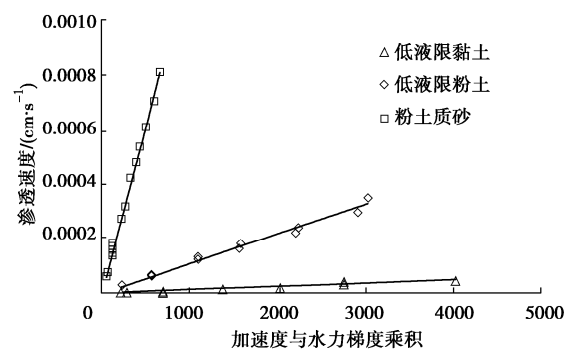


图 6 渗透速度随加速度与水力梯度乘积的变化

Fig. 6 Variation of seepage velocity with product of acceleration and hydraulic gradient

表 3 3 种土样渗透试验最大加速度与水力梯度乘积

Table 3 Products of maximum acceleration and hydraulic gradients of three soil samples in permeability tests

土名	d_{10}/mm	$k/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	$v/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	试验最大加速度 × 水力梯度
低液限黏土	0.0014	1.22×10^{-8}	4.81×10^{-5}	4033
低液限粉土	0.0021	1.15×10^{-7}	3.50×10^{-4}	3037
粉土质砂	0.0112	1.24×10^{-6}	8.14×10^{-4}	661

4 结 语

离心模型渗透试验结果表明,渗透系数随加速度的增加而线性增大,离心模型试验渗透符合达西定律,模型的渗透系数与原型渗透系数之比 k_m/k_p 随加速度成比例线性增大,比例系数 ≈ 1 ,从而验证了离心模型试验渗透系数比尺为 $\eta_k=1/n$ 。虽然国外也得出了类似的试验结果,但我们试验的渗透水头比他们的大,土样类型也多。研究成果对离心模型试验具有重大理论和应用价值。

参考文献:

[1] 王年香,章为民.土工离心模型试验技术与应用[M].北京:中国建筑工业出版社,2015. (WANG Nian-xiang, ZHANG Wei-min. Centrifugal Model Test Technology and Its Application[M]. Beijing: China Architecture & Building

Press, 2015. (in Chinese))

[2] SCHOFIELD A N. Cambridge geotechnical centrifuge operations[J]. Géotechnique, 1980, **30**(3): 227 - 268.

[3] CARGILL K W, KO H Y. Centrifugal modeling of transient water flow[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1983, **109**(4): 536 - 555.

[4] GOODINGS D J. Relationships for modeling water effects in geotechnical centrifuge models[C]// Applications of Centrifuge Modeling to Geotechnical Design. Balkema, Rotterdam, 1985.

[5] CROCE P, PANE V, ZNIDARCIC D, et al. Evaluation of consolidation theories by centrifuge modeling[C]// Applications of Centrifuge Modeling to Design. Balkema, Rotterdam, 1985.

[6] SINGH D N, GUPTA A K. Modelling hydraulic conductivity in a small centrifuge[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, **37**(5): 1150 - 1155.

[7] KHALIFA A, GAMIER J, THOMAS P, et al. Scaling laws of water flow in centrifuge models[C]// International Symposium on Physical Modelling and Testing in Environmental Geotechnics. Paris, 2000.

[8] SHARMA J S, SAMARASEKERA L. Effect of centrifuge radius on hydraulic conductivity measured in a falling-head test[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2007, **44**(1): 96 - 102.

[9] 隋海滨,王秋生.离心模型试验中土的渗透相似特性[J].交通标准化,2009, **37**(17): 174 - 177. (SUI Hai-bin, WANG Qiu-sheng. Hydraulic conductivity in centrifuge modeling test[J]. Transport Standardization, 2009, **37**(17): 174 - 177. (in Chinese))

[10] ANDERSON C, SIVAKUMAR V, BLACK J A. Measurement of permeability using a bench-top centrifuge[J]. Géotechnique, 2015, **65**(1): 12 - 22.

[11] MUSKAT M. The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media[M]. New York: McGraw-Hill, 1937.

[12] LAMBE T W, WHITMAN R V. Soil Mechanics, SI Version[M]. New York: Wiley, 1979.

(编校:黄贤沙)