

DOI: 10.11779/CJGE2022S1031

# 多级黄土高边坡稳定性计算及数值模拟分析

杨校辉<sup>1,2</sup>, 陆发<sup>1,2</sup>, 郭楠<sup>1,2</sup>, 朱彦鹏<sup>1,2</sup>, 周帅康<sup>1,2</sup>

(1. 兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:** 西北地区大量边坡支护工程面临的核心难题之一是多级高边坡稳定性分析, 但是现有稳定性分析方法多为单级边坡稳定性分析方法。基于瑞典条分法, 提出了多级黄土高边坡稳定性计算方法和多级边坡滑移面搜索模型, 采用 matlab 软件编程、有限元模拟等手段, 对多级边坡稳定性算法进行分析。结果表明: ①该多级边坡稳定性算法和多级边坡滑移面搜索模型可以评价多级边坡整体稳定性, 并依据敏感性分析对其进行修正; ②经敏感性分析, 坡高和坡率是设计放坡级数的重要考虑因素, 同时, 随着重度的降低、黏聚力的提升、摩擦角的增大, 边坡稳定性随之提升; ③通过有限元模拟软件, 发现通过多级边坡滑移面搜索模型得到的滑移面较准确, 支护后边坡的滑移面发生了后移; ④根据多级黄土边坡支护工程案例, 发现抗滑桩与框架预应力锚索的连接处及抗滑桩前部土体的应力较高, 下排的锚索轴向拉力较大, 类似工程设计时应重点加强。以上研究可为多级黄土高边坡稳定性分析提供科学依据。

**关键词:** 黄土多级高边坡; 稳定性计算; 滑移面搜索模型; 敏感性分析; 数值模拟

中图分类号: TU444

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)S1-0172-06

**作者简介:** 杨校辉(1986—), 男, 博士, 副教授, 主要从事非饱和土地基处理、支挡结构及滑坡防治等方面的研究工作。E-mail: yxhui86@126.com。

## Stability calculation and numerical simulation of multi-stage high loess slopes

YANG Xiao-hui<sup>1,2</sup>, LU Fa<sup>1,2</sup>, GUO Nan<sup>1,2</sup>, ZHU Yan-peng<sup>1,2</sup>, ZHOU Shuai-kang<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. Western Engineering Research Center of

Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050)

**Abstract:** One of the core problems faced by a large number of slope support projects in Northwest China is the stability analysis of multi-stage high slopes. However, most of the existing stability analysis methods are for the single-stage high slopes. Based on the Swedish slice method, a method for stability calculation of multi-stage high loess slopes and the relevant sliding surface search model are proposed. The stability algorithm is analyzed by means of the MATLAB software programming and the finite element simulation. The results show that: (1) The proposed method and the relevant sliding surface search model can be used to evaluate the overall stability of the multi-stage slopes and modified according to the sensitivity analysis. (2) According to the sensitivity analysis, the slope height and the slope ratio are the primary factors to be considered in the design of its grade. At the same time, with the decrease of the gravity, the increase of the cohesion and the increase of the friction angle, the slope stability will be improved. (3) Through the finite element simulation software, it is found that the sliding surface obtained by the proposed sliding surface search model is more accurate, and the sliding surface of the slope has moved back after the support. (4) According to the support case of multi-stage loess slope, it is found that the stress of the joint between the anti-slide piles and the prestressed anchor cable of the frame and the soil in front of the anti-slide piles is high, and the axial tension of the anchor cable in the lower row is large, which should be emphasized in the design of similar projects. The above research results may provide scientific basis for the stability analysis of multi-stage high loess slopes.

**Key words:** multi-stage high loess slope; stability calculation; sliding surface search model; sensitivity analysis; numerical simulation

## 0 引言

西北地区黄土分布广泛, 地形崎岖、沟壑纵横, 施工前及竣工后滑坡、溜坍等黄土边坡失稳现象时有发生<sup>[1]</sup>。边坡失稳常常造成周边基础建筑破坏和威胁

**基金项目:** 甘肃省科技计划项目 (20JR5RA434); 甘肃省住房和城乡建设厅建设科技项目 (JK2021-46, JK2021-55); 国家自然科学基金项目 (52168051, 52068048)  
**收稿日期:** 2022-09-25

人民群众生命财产安全, 故对边坡稳定性进行合理分析极其重要。

现有的边坡稳定性分析方法有定性分析法和定量分析法<sup>[2-3]</sup>, 其中极限平衡法、有限单元法等方法应用较为广泛。学者们对以上边坡稳定性分析方法做了进一步的研究, 如李梦姿等<sup>[4]</sup>提出了考虑抗拉强度部分剪断的 C-F 准则和林珊等<sup>[5]</sup>提出边坡稳定性分析的单元强度折减技术。然而黄土高边坡经常采用多级放坡的形式, 不同于单级边坡, 多级边坡不仅需要保证边坡整体稳定, 而且还需考虑到潜在的局部失稳, 因此如何准确评价该类边坡稳定性并确定其整体及局部滑移面位置是亟待解决的难点问题。

目前, 有部分学者对多级边坡稳定性进行了研究。时卫民等<sup>[6]</sup>给出滑移面为直线的阶梯形边坡稳定分析的简化计算公式, 但是经大量试验和工程经验发现边坡滑移面多为圆弧面; 李忠等<sup>[7]</sup>提出一种由计算机搜索法求解多阶边坡最危险滑移面的新模型和胡晋川等<sup>[8]</sup>采用离心模型试验和数值模拟软件对某边坡进行稳定分析, 但是都没有进行多级边坡稳定性的计算方法的研究; 年廷凯等<sup>[9]</sup>提出了多阶多层复杂边坡稳定性的通用极限分析上限方法, 但其采用强度折减法计算, 多级边坡稳定性计算和滑移面搜索过程较为繁琐, 精确度较低。因此, 考虑多因素影响的多级边坡稳定性计算方法和多级边坡滑移面的搜索模型均是迫切需要解决的问题。

影响多级边坡是否稳定的因素较多, 特别是放坡级数、坡高、坡率、重度、黏聚力、摩擦角等因素对其不同程度的影响, 因此不少学者在边坡稳定性设计参数敏感度分析方面做了大量的研究工作。宛良朋等<sup>[10]</sup>以大岗山坝肩边坡为例, 采用变形模量、凝聚力和内摩擦角等因素进行边坡敏感性分析, 但是其没有进行放坡级数因素影响边坡稳定性的研究。Zai 等<sup>[11]</sup>提出了一种广义概率密度演化方法 (GPDEM) 来评估影响边坡稳定性多个因素的敏感性, 应指出该研究仅评估了各因素对边坡稳定性影响的重要性, 没有依托稳定性计算做进一步研究。因此, 需对放坡级数、坡高、坡率、重度、黏聚力、摩擦角等多级高边坡稳定性因素进行敏感性分析, 同时根据敏感性分析结果对提出的多级黄土边坡稳定性公式进行修正。

综上所述, 针对现有多级边坡稳定性分析方法研究的不足, 本文基于瑞典条分法建立了一种多级黄土高边坡稳定计算方法和多级边坡滑移面搜索模型, 同时, 进行多级边坡稳定性敏感性分析并修正多级黄土高边坡稳定计算方法, 最后采用数值模拟验证该计算方法。研究成果可为类似多级黄土边坡支护工程提供依据。

## 1 多级边坡稳定性计算方法建立

对黄土高边坡而言, 经常采用多级放坡的形式来减弱土体的下滑力以减少边坡支护的成本。为了研究多级黄土高边坡的稳定性问题, 基于瑞典条分法, 推导了适用于多级均质边坡稳定安全系数计算的通用公式和滑移面搜索模型。

### 1.1 基本假定

根据多级黄土高边坡的形状、土质、滑移面位置和形状等基本特征, 以及瑞典条分法的相关假定, 提出以下 3 个基本假定: ①边坡为均质黄土边坡; ②滑移面为圆弧面; ③不同滑条间只有水平作用力。

### 1.2 算法建立

#### (1) 基本假设

假设为  $n$  级边坡, 其中第  $i$  级边坡 (从上至下顺序) 的坡高为  $h_i$ , 坡度为  $1:m_i$ , 且第  $i$  级边与第  $i-1$  级边坡之间坡台为  $b_{i-1}$ , 如图 1 所示。均质黄土的重度为  $\gamma$ , 内摩擦角为  $\varphi$ 、黏聚力为  $c$ 。

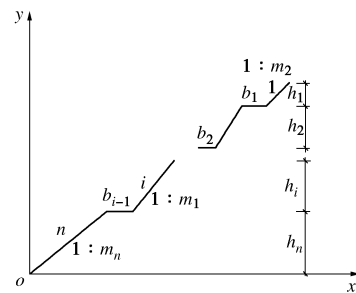


图 1  $n$  级边坡示意图

Fig.1 Schematic diagram of  $n$ -stage slope

#### (2) 多级边坡稳定性系数计算公式

依然假设滑移面圆心为  $(x_0, y_0)$ , 圆半径为  $R$ , 如图 2 所示。进行积分表达式的推导。按照古典的瑞典条分法土坡稳定安全系数的定义, 对多级均质土坡仍然满足:

$$F_s = \frac{c \sum l_i + \tan \varphi \sum W_i \cos \alpha_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (1)$$

令滑弧总长  $L = \sum l_i$ ,  $N = \sum W_i \cos \alpha_i$ ,  $S = \sum W_i \sin \alpha_i$ 。式中滑移面弧长  $L$ ,  $N$ ,  $S$  分别为

$$L = \int_{x_A}^{x_C} \frac{R dx}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (2)$$

$$N = \gamma \left[ \int_A^0 (-y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) \frac{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}}{R} dx + \right.$$

$$\left. \sum_{j=0}^{n-1} \int_{\sum_{k=j}^{j+1} m_{n-k} h_{n-k}}^{\sum_{k=j}^{j+1} m_{n-k} h_{n-k}} \left( \frac{x}{m_{n-j}} + C_{n-j} - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \right) \cdot \right.$$

$$\frac{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}}{R} dx \int_{j=1}^B \sum_{m_j h_j} (h - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) \cdot \frac{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}}{R} dx + \sum_{j=1}^{n-1} \int_{\sum_{k=j}^{b_{n-j} + \sum_{k=j}^{m_{n-k} h_{n-k}}} \sum_{m_{n-j}}^{m_{n-k} h_{n-k}} (\frac{x}{m_{n-j}} + C_{n-j} - y_0 + \frac{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}}{R} dx \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}] \quad , \quad (3)$$

$$S = \gamma [\int_A^0 (-y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) \frac{(x - x_0)}{R} dx + \sum_{j=0}^{n-1} \int_{\sum_{k=j}^{b_{n-j} + \sum_{k=j}^{m_{n-k} h_{n-k}}} \sum_{m_{n-j}}^{m_{n-k} h_{n-k}} (\frac{x}{m_{n-j}} + C_{n-j} - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) \frac{(x - x_0)}{R} dx + \int_{\sum_{j=1}^B \sum_{m_j h_j} (h - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) \frac{(x - x_0)}{R} dx + \sum_{j=1}^{n-1} \int_{\sum_{k=j}^{b_{n-j} + \sum_{k=j}^{m_{n-k} h_{n-k}}} \sum_{m_{n-j}}^{m_{n-k} h_{n-k}} (\frac{x}{m_{n-j}} + C_{n-j} - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) \frac{(x - x_0)}{R} dx] \quad . \quad (4)$$

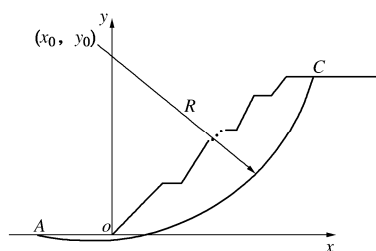


图2  $n$ 级边坡稳定安全系数积分表达式推导示意图

Fig. 2 Schematic diagram for derivation of integral expression for safety factor of  $n$ -stage slope

由式(1)~(4)可知,当边坡滑移面已知时,即可以计算多级边坡的稳定安全系数。

### 1.3 滑移面搜索模型的建立

对于边坡而言,稳定安全系数与潜在滑移面联系紧密,故确定了滑移面后才能计算边坡的稳定安全系数。根据第1.2节多级边坡稳定性公式和边坡工程实践,以稳定安全系数最小为搜索目标,可以得到基于单目标优化理论的多级边坡滑移面搜索模型:

$$\begin{aligned} & \min F_S(x_A, x_C, R) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \inf x_A \leq x_A \leq \sup x_A \\ \inf x_C \leq x_C \leq \sup x_C \\ \inf R \leq R \leq \sup R \\ R > \frac{\sqrt{(x_C - x_A)^2 + H^2}}{2} \end{cases} \quad . \quad (5) \end{aligned}$$

式中,  $x_A$  为  $A$  点横坐标,  $x_C$  为  $C$  点横坐标,  $R$  为滑

移面半径,  $H$  为边坡坡高。

该模型能够自动搜索多级边坡的滑移面并计算其稳定安全系数,搜索的参数与边坡形状联系较为密切,有利于计算机编程的实现。故采用 matlab 软件编制了适合于一级边坡、二级边坡、三级边坡的滑移面搜索程序。

## 2 设计参数敏感性分析及算法修正

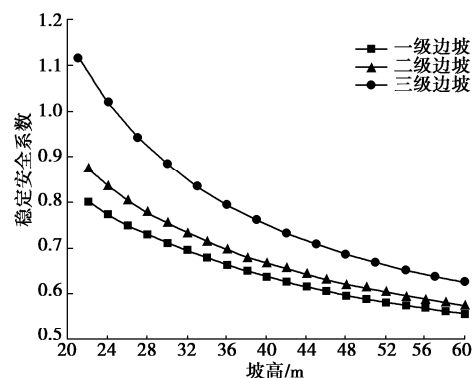
针对放坡级数、坡高、坡率、重度、黏聚力、摩擦角等因素,进行敏感性分析,研究其对多级高边坡稳定性的影响,以便得到边坡稳定安全系数随各参数变化的规律。与此同时基于敏感性分析,修正多级高边坡稳定性计算方法。

### 2.1 主要设计参数

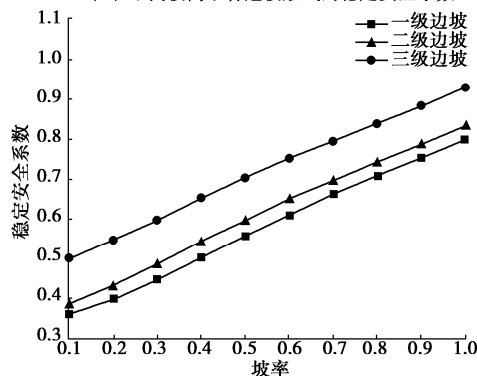
影响边坡稳定安全系数的因素不仅有坡形设计参数,包括放坡级数、坡高、坡率等,而且还受土体物理力学参数影响,如重度、黏聚力、摩擦角。考虑到各参数对稳定性的影响,修正多级边坡稳定性计算公式中三级边坡稳定安全系数的计算公式。

### 2.2 敏感性结果分析

设定均质边坡宽度为 2 m, 坡高均为 36 m, 坡率均为 1:0.7, 重度  $\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$ , 黏聚力  $c = 17 \text{ kPa}$ , 摩擦角为  $\varphi = 23^\circ$ 。考虑单一因素变化、其余因素不变进行敏感性分析。图 3(a)~(e) 分别是不同坡高、坡率、重度、黏聚力、内摩擦角下各边坡形式的稳定安全系数折线图。



(a) 不同坡高下各边坡形式的稳定安全系数



(b) 不同坡率下各边坡形式的稳定安全系数

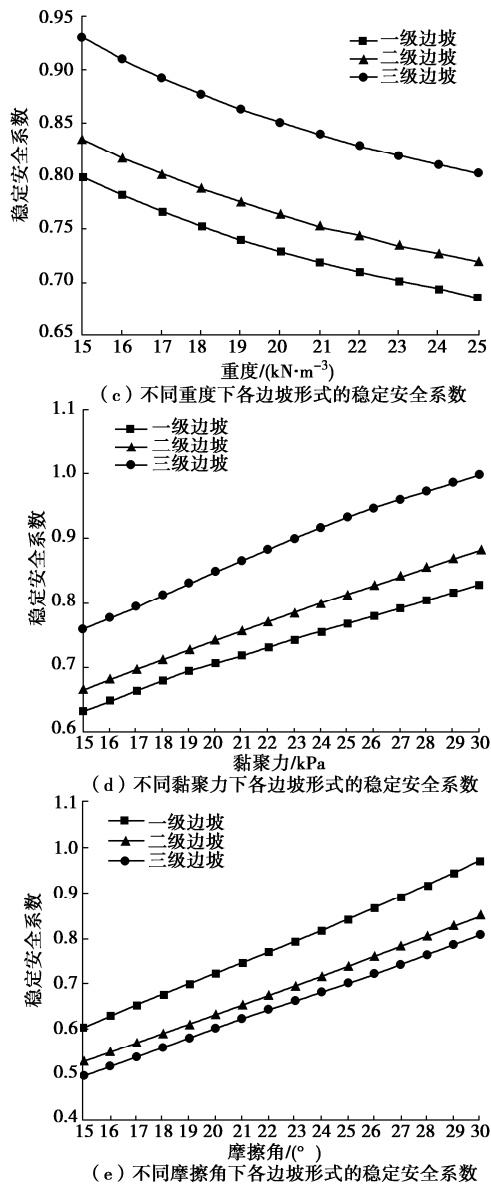


图 3 影响多级高边坡稳定性的因素与边坡稳定安全系数的关系

Fig. 3 Relationship between factors affecting stability of multi-stage high slope and safety factor of slope stability

从图 3 (a) 中可以明显看出, 对于一级边坡、二级边坡及三级边坡的形式, 随着坡高的增加, 其稳定安全系数都是随之减小并逐渐趋于平稳; 在图 3 (b) 中, 可以较为明显地发现各个边坡形式的坡率与稳定安全系数变化趋势比较接近线性分布。通过 Matlab 的拟合工具箱, 进行曲线拟合, 得到各边坡形式稳定安全系数与影响多级高边坡稳定性因素的函数。

### 2.3 算法修正

通过敏感性分析, 对三级边坡的稳定安全系数函数进行研究。假设三级边坡的稳定安全系数函数为

$$F_{S3} = f_{31}(x_1) + f_{32}(x_2) + f_{33}(x_3) + f_{34}(x_4) + f_{35}(x_5) + \beta_3 \quad (6)$$

根据敏感性分析研究拟合的函数, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} f_{31}(x_1) &= 2.1505 \times 10^{-7} x_1^4 - 4.3479 \times 10^{-5} x_1^3 + \\ &\quad 3.4119 \times 10^{-3} x_1^2 - 0.12884 x_1, \\ f_{32}(x_2) &= 0.63505 x_2^4 - 1.4282 x_2^3 + 1.0175 x_2^2 + \\ &\quad 0.23796 x_2, \\ f_{33}(x_3) &= 6.3916 \times 10^{-4} x_3^2 - 0.038092 x_3 \\ f_{34}(x_4) &= -1.3973 \times 10^{-5} x_4^3 - 7.048 \times 10^{-4} x_4^2 + \\ &\quad 0.0061957 x_4, \\ f_{35}(x_5) &= -1.3301 \times 10^{-6} x_5^4 + 1.3466 \times 10^{-4} x_5^3 - \\ &\quad 4.8768 \times 10^{-3} x_5^2 + 0.099053 x_5, \\ \beta_3 &= 2.0185 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中  $x_1$  为坡高 (m);  $x_2$  为坡率的倒数 (即  $i=1:m$ ,  $x_2=m$ );  $x_3$  为重度 ( $\text{kN/m}^3$ );  $x_4$  为黏聚力 ( $\text{kPa}$ );  $x_5$  为摩擦角 ( $^\circ$ )。

采用该计算公式与未修正的多级高边坡稳定性系数计算方法进行对比计算, 发现其相对误差基本处于 10% 以内。综上, 可认为建立的多级黄土高边坡稳定性算法误差较小, 可用于实际工程。

## 3 数值模拟分析

为了验证所提出的多级黄土高边坡稳定性分析方法, 采用 MIDAS GTS 有限元软件对框架预应力锚索+抗滑桩支护的多级高边坡整体稳定性、支护结构内力及支护后土体应力进行分析。

### 3.1 工程概况

甘肃省兰州市某高填方边坡支护工程位于甘肃省兰州市城关区。该边坡顶部标高自西向东由 1580.0 m 降低至 1568.9 m, 边坡底部为道路标高自西北向东南由 1548.6 m 降低至 1533.0 m, 边坡长度约 585 m, 高度约 30~35 m。

### 3.2 模型建立

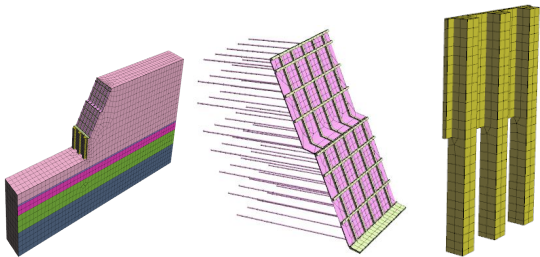
模型考虑边界对预应力锚索抗滑桩受力结果的影响, 建立有限元网格模型尺寸为 157 m (长)  $\times$  70 m (高)  $\times$  16 m (宽)。抗滑桩采用矩形截面, 其中截面尺寸为 2 m  $\times$  2 m, 桩长为 24 m, 嵌入土体 12 m, 桩间距为 6 m。挡土板厚度为 0.4 m, 格构梁中的横梁及竖肋尺寸均为 0.3 m  $\times$  0.4 m, 锚索自由段长度分别为 7.5, 10.5, 12.5, 15.5, 15.5, 15.5 m, 锚固段长度都为 7 m, 锚索入射角均为  $15^\circ$ 。格构梁、抗滑桩、锚索视为弹性材料进行模拟, 土层土体视为摩尔-库伦弹塑性材料, 桩与土、锚索锚固段与土之间设置 Goodman 接触单元。土体、锚索、抗滑桩、格构梁具体材料参数分别见表 1, 其中土体参数由地勘报告确定。

模型所加荷载为土体自重荷载且在坡顶存在 20

kPa 的荷载。其中,坡面为自由边界,两侧边界为左右边界约束  $X$  方向位移,前后边界约束  $Y$  方向位移,底部边界为底部边界约束 3 个方向的位移。模型的网格单元共有 38121 个,节点数共有 17065 个。图 4(a)~(c)分别为整体模型网格单元、框架预应力锚索单元、抗滑桩单元。

表 1 材料物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of materials				
编号	材料名称	$\gamma /(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$c/\text{kPa}$	$\varphi /(^{\circ})$
1	黄土状粉土	15	17	23
2	细砂	17	0	22
3	卵石	23	0	35
4	强风化砂岩	22	25	30
5	中风化砂岩	22	25	30
6	锚索	78	—	—
7	桩	25	—	—
8	混凝土	25	—	—



(a) 整体模型网格单元图 (b) 框架预应力锚索单元 (c) 抗滑桩单元

图 4 多级高边坡有限元模型

Fig. 4 Finite element model for multi-stage high slopes

3.3 数值模拟结果分析

(1) 整体稳定性分析

图 5(a)为支护后滑移面移动情况,通过提出的

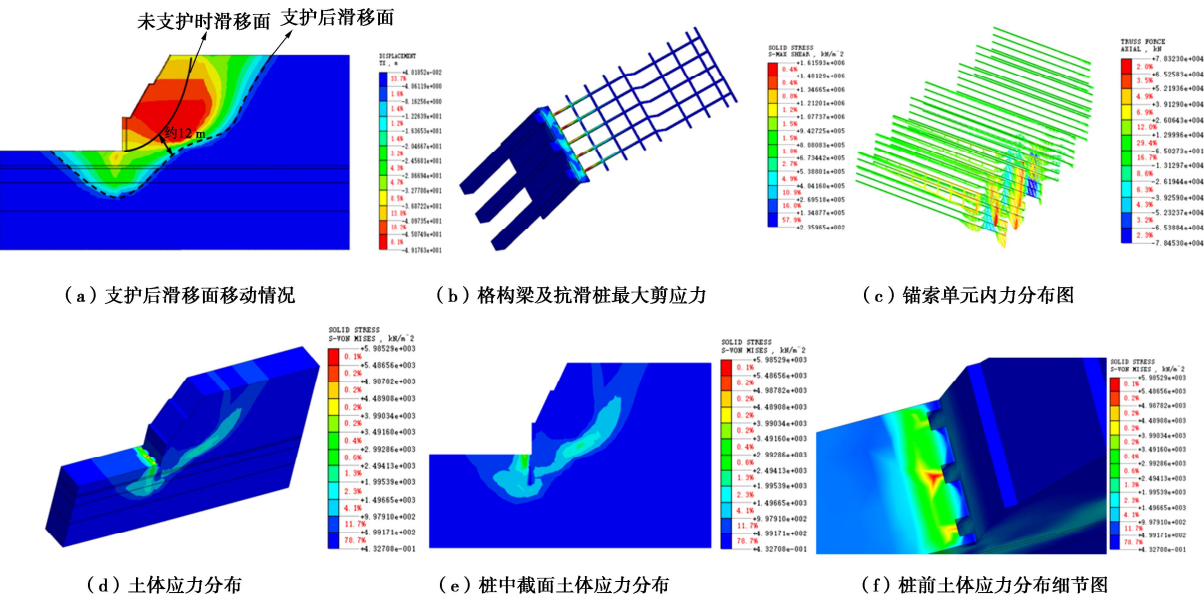
滑移面搜索模型得到未支护时滑移面。如图 5(a)所示支护后的边坡滑移面已经明显后移,但是其滑移面形状已经不接近于圆滑形,其中支护后的滑移面与原滑移面相比,后移最小距离约为 12 m,可见该支护方案的支护效果较为明显。该滑移面较大且不近似于圆弧形,这主要是由于抗滑桩嵌入地面的部分及锚索的影响。另外,经过模拟分析后得到整体边坡稳定安全系数为 1.97,大于规范要求的 1.35,说明该支护方案安全性较高。

(2) 支护结构内力分析

图 5(b)为格构梁及抗滑桩的应力分布情况。图 5(c)为锚索应力分布示意图。在图 5(b)中可以看出结构整体受力情况良好,在格构梁及抗滑桩的交界处存在高应力集中情况,结合设计实际情况及模拟背景,发现该组合支护结构在高边坡支护中安全性较高。在图 5(c)中可以发现锚索受力主要集中于下部的锚索,且受力较大,故可认为在设计类似的边坡支护结构时,应适当增加下部锚索的强度,以增加边坡的安全性。

(3) 支护后土体应力分析

图 5(d)为土体应力分布,图 5(e)为板前土体应力分布细节图,图 5(f)为桩前土体应力分布细节图。通过图 5(e),5(f)可以发现板前应力分布情况明显好于桩前应力分布。为了更加清楚地说明,观察支护结构前土体应力分布情况,在图 5(f)中可以明显发现桩前的土体相较于板前土体及其他土体的应力分布情况更加危险,故在工程中可以考虑对桩前的部分土体采取加固措施,以保证支护工程更加安全。



(a) 支护后滑移面移动情况 (b) 格构梁及抗滑桩最大剪应力 (c) 锚索单元内力分布图 (d) 土体应力分布 (e) 桩中截面土体应力分布 (f) 桩前土体应力分布细节图

图 5 数值模拟云图

Fig. 5 Numerical simulation cloud chart

## 4 结 论

(1) 基于瑞典条分法和敏感性分析,建立了考虑主要设计参数影响的多级边坡稳定性计算方法,包括多级边坡稳定性安全系数计算公式和滑移面搜索模型,该方法计算精度高、所得滑面位置较为客观真实,可供类似工程设计使用。

(2) 通过敏感性分析,认为坡高、坡率是设计放坡级数的首要考虑因素,土体的物理力学参数(重度、黏聚力、摩擦角)作为参考因素。重度、黏聚力、摩擦角这3个因素,对边坡稳定性存在一定的共同性规律:随着重度的降低、黏聚力的提升、摩擦角的增大,边坡稳定性随之提升。

(3) 通过 Midas GTS 有限元模拟发现,采用多级边坡稳定性算法得到的滑移面与模拟的滑移面较吻合,该算法较准确。而且支护后边坡的滑移面发生了十分明显的后移,其中后移最小距离约为 12 m;支护后边坡的滑移面也不再近似于圆弧形,其形状的改变与支护结构的形式有较大关系。

(4) 根据支护结构、土体应力分布情况,发现在抗滑桩与框架预应力锚索的连接处及抗滑桩前部土体的应力较高,下排的锚索轴向拉力较大,类似工程设计时应重点加强。

## 参考文献:

- [1] 吴玮江, 宿 星, 叶伟林, 等. 饱和黄土滑坡形成中的侧压力作用: 以甘肃黑方台为例[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(增刊 1): 135 - 140. (WU Wei-jiang, SU Xing, YE Wei-lin, et al. Lateral pressure in formation of saturated loess landslide—case study of Heifangtai, Gansu Province[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(S1): 135 - 140. (in Chinese))
- [2] HAVAEJ M, WOLTER A, STEAD D. The possible role of brittle rock fracture in the 1963 Vajont Slide, Italy[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2015, 78: 319 - 330.
- [3] 史卜涛, 张 云, 张 巍. 边坡稳定性分析的物质点强度折减法[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(9): 1678 - 1684. (SHI Bu-tao, ZHANG Yun, ZHANG Wei. Strength reduction material point method for slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(9): 1678 - 1684. (in Chinese))
- [4] 李梦姿, 蔡国庆, 李 昊, 等. 考虑抗拉强度剪断的非饱和土无限边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(4): 705 - 713. (LI Meng-zi, CAI Guo-qing, LI Hao, et al. Stability of infinite unsaturated soil slopes with tensile strength cut-off[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(4): 705 - 713. (in Chinese))
- [5] 林 珊, 郭昱葵, 孙冠华, 等. 边坡稳定性分析的虚单元强度折减法[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(增刊 2): 3429 - 3438. (LIN Shan, GUO Yu-kui, SUN Guan-hua, et al. Slope stability analysis using the virtual element method and shear strength reduction technique[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(S2): 3429 - 3438. (in Chinese))
- [6] 时卫民, 郑颖人, 叶晓明. 阶梯形边坡的稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(5): 698 - 701. (SHI Wei-min, ZHENG Ying-ren, YE Xiao-ming. Stability analysis on step-shaped slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(5): 698 - 701. (in Chinese))
- [7] 李 忠, 朱彦鹏. 多阶边坡滑移面搜索模型及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(增刊 1): 2841 - 2847. (LI Zhong, ZHU Yan-peng. Search model of slip surface and stability analysis of multi-step slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(S1): 2841 - 2847. (in Chinese))
- [8] 胡晋川, 谢永利, 王文生. 黄土公路阶梯状高路堑边坡稳定性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊 1): 3093 - 3100. (HU Jin-chuan, XIE Yong-li, WANG Wen-sheng. Study of stability characteristics of multi-stair high cut slope in loess highway[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(S1): 3093 - 3100. (in Chinese))
- [9] 年廷凯, 刘 凯, 黄润秋, 等. 多阶多层复杂边坡稳定性的通用上限方法[J]. 岩土力学, 2016, 37(3): 842 - 849. (NIAN Ting-kai, LIU Kai, HUANG Run-qiu, et al. A generalized upper-bound limit analysis approach for stability analysis of complex multistep and multilayer slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(3): 842 - 849. (in Chinese))
- [10] 宛良朋, 许 阳, 李建林, 等. 岩体参数敏感性分析对边坡稳定性评价影响研究: 以大岗山坝肩边坡为例[J]. 岩土力学, 2016, 37(6): 1737 - 1744. (WAN Liang-peng, XU Yang, LI Jian-lin, et al. Sensitivity analysis of the effect of rock mass parameters on slope stability evaluation: a case study of abutment slope of Dagangshan[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(6): 1737 - 1744. (in Chinese))
- [11] ZAI D Z, PANG R, XU B, et al. Slope system stability reliability analysis with multi-parameters using generalized probability density evolution method[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, 80(11): 8419 - 8431.

(编校: 孙振远)