

DOI: 10.11779/CJGE20221579

# 勘察数据变化条件下空间变异土坡稳定可靠度协同更新方法

田华明<sup>1,2</sup>, 李典庆<sup>\*1,2</sup>

(1. 武汉大学水资源工程与调度全国重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学水利水电学院工程风险与防灾研究所, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 贝叶斯理论为合理表征土性参数的空间变异性以及量化勘察数据(如不排水剪切强度值)对边坡稳定可靠度的影响提供了有效工具。然而, 勘察数据随边坡空间位置变化, 而且土性参数空间变异性表征模型(如随机场模型)包含高维不确定性参数。勘察数据的动态变化与高维随机参数反演导致基于贝叶斯理论的边坡稳定可靠度更新具有显著的计算量。为此, 提出了考虑变化勘察数据的空间变异土坡稳定可靠度协同更新方法。该方法首先基于贝叶斯更新框架BUS模拟条件随机场, 执行边坡稳定性分析; 然后基于拒绝抽样原理和协同式分析方法根据不同勘察数据表征岩土体参数的空间变异性, 并更新边坡的稳定可靠度。当勘察数据在边坡不同空间位置变化时, 避免了重新模拟条件随机场以及执行边坡稳定性分析, 同时继承了BUS解决高维随机参数反演的特性, 实现了基于贝叶斯理论的空间变异边坡稳定可靠度快速更新。以单层非平稳随机场土坡为例验证了所提方法的合理性和有效性。结果表明, 所提方法为勘察数据变化条件下土性参数空间变异性动态表征以及边坡稳定可靠度实时更新提供重要工具。

**关键词:** 土坡; 空间变异性; 勘察数据; 贝叶斯更新; 协同式分析; 稳定可靠度

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)08-1613-09

作者简介: 田华明(1993—), 男, 博士, 主要从事岩土工程可靠度与风险控制方面的研究工作。E-mail: huamingtian@whu.edu.cn。

## Collaborative reliability updating of slopes with spatially varying soil properties considering different site investigation data

TIAN Huaming<sup>1,2</sup>, LI Dianqing<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resources Engineering and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Institute of Engineering

Risk and Disaster Prevention, School of Water Resources and Hydropower Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** The Bayesian theory provides an effective tool to properly characterize the spatial variability of soil properties and quantify the effect of site investigation data (e.g., undrained shear strength data) on reliability of slope stability. However, the site investigation data sequentially appears at different spatial locations of a slope, and the model to characterize the spatially varying soil properties (e.g., random field model) usually involves a great number of uncertain parameters. These pose a great computational challenge for Bayesian updating of slope reliability considering spatially varying soil properties. A collaborative reliability updating approach for the slope stability with spatially varying soil properties considering different site investigation data is proposed. It first makes use of the Bayesian updating with structural reliability methods (BUS) to simulate random fields and perform slope stability analyses, and then employs the rejection sampling principle and collaborative analysis to characterize the spatially varying soil properties and update the reliability of slope stability considering different test data. As the site investigation data spatially appears within a slope, repeated simulations of conditional random fields and a significant number of slope stability analyses are avoided. Moreover, the combination of the BUS makes it possible for efficient slope reliability updating using the Bayesian analysis that involves high-dimensional model parameters. A single-layered soil slope with a non-stationary random field is employed to demonstrate the effectiveness and validity of the proposed approach. It is shown that the proposed approach provides an effective tool for dynamic characterization of spatial variability of soils and real-time reliability updating of slope stability under different site investigation data.

**Key words:** soil slope; spatial variability; site investigation data; Bayesian updating; collaborative analysis; reliability assessment

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(U2240211)

收稿日期: 2022-12-28

\*通信作者 (E-mail: dianqing@whu.edu.cn)

## 0 引言

作为一种天然材料，岩土体受长期地质历史和复杂物理化学作用，其土性参数在空间上表现出固有的差异性与相关性，即空间变异性。合理表征土性参数的空间变异性对边坡稳定性分析与可靠度评估至关重要<sup>[1]</sup>。随机场模型为表征土性参数的空间特征提供了合理有效的工具，并广泛应用于边坡稳定可靠度分析<sup>[2-5]</sup>。然而，根据先验信息（如工程经验或专家判断）确定的随机场模型通常会高估土性参数的空间变异性，影响边坡稳定可靠度分析结果。具体场地的勘察数据（如不排水剪切强度值， $S_u$ ）能够作为额外的信息源约束随机场，使其在测点位置表现出较强的信息特征，降低土性参数估计的变异性<sup>[6-8]</sup>。贝叶斯理论为融入先验信息与勘察数据提供定量、系统的框架，因此被广泛用于学习空间变异性参数，并更新边坡的稳定可靠度<sup>[9-12]</sup>。

作为贝叶斯分析的重要组成，岩土工程中勘察数据（如  $S_u$ ）可通过原位测试或室内试验等手段获取。勘察数据通常随边坡空间位置变化。例如最常用的钻探法中，勘察数据随着钻孔的掘进以及钻孔在边坡不同空间位置而发生变化。因此，有必要研究勘察数据变化条件下空间变异性参数的随机场表征以及边坡稳定可靠度更新。基于勘察数据的土坡稳定可靠度更新首先需要进行贝叶斯反演分析以获取随机场模型参数的后验样本，再根据后验样本进行条件随机场模拟，评估边坡的稳定可靠度或计算边坡的后验失效概率。这对勘察数据变化条件下空间变异性参数空间变异性反演产生巨大的计算挑战。首先，考虑土性参数空间变异性参数的贝叶斯反演涉及高维不确定性参数（可达上千维），给传统的贝叶斯后验抽样产生挑战<sup>[9, 13, 14]</sup>。近年来，BUS<sup>[13]</sup>（即 Bayesian updating with structural reliability methods）的出现为解决高维贝叶斯反演提供了有效工具<sup>[9, 11]</sup>。例如 Straub 等<sup>[11]</sup>利用基坑沉降监测数据对具有空间变异性的杨氏模量进行反演并更新基坑的稳定可靠度。在边坡工程中，Jiang 等<sup>[9]</sup>利用 BUS 理论实现了考虑多源试验数据的空间变异性参数概率反演并更新了土坡的稳定可靠度。Jiang 等<sup>[10]</sup>同样利用 BUS 理论量化了考虑土性参数空间变异性参数的钻孔数据对土坡稳定可靠度的影响，并利用信息价值理论实现了边坡勘察方案优化。但是，在勘察数据变化条件下（如勘察数据随钻孔不同深度以及不同空间位置而变化），前人研究需要根据不同的勘察数据重复执行贝叶斯反演，模拟条件随机场，进行可靠度分析并更新边坡的稳定可靠度，计算量尤为显著。

为此，本文提出了勘察数据变化条件下空间变异性参数空间变异性参数的贝叶斯反演方法，包括基于固定勘察数

据和 BUS 的驱动贝叶斯更新以及基于变化勘察数据和协同式分析的空间变异性参数随机场表征与边坡稳定可靠度更新。该方法仅通过一次驱动贝叶斯分析同时得到钻孔不同深度与不同位置勘察数据对应的空间变异性参数条件随机场表征结果，并高效更新边坡的稳定可靠度。以单层非平稳随机场土坡为例验证所提方法的有效性。

## 1 考虑空间变异性的土坡稳定可靠度更新

岩土体参数的空间变异性可通过随机场模型表征。随机场模型通过建立具有相关结构的多维概率密度函数以表征边坡不同空间位置土性参数的变化特征。例如，令  $S_u(\mathbf{q})$  代表不排水剪切强度随机场，则边坡某空间位置  $S_u$  可通过随机变量  $S_u(q_t)$  ( $t = 1, 2, \dots, n$ ) 表征，即  $S_u(\mathbf{q}) = [S_u(q_1), S_u(q_2), \dots, S_u(q_n)]$ 。这里  $\mathbf{q} = (x, z)$  代表二维空间的水平  $x$  和竖向  $z$  坐标， $n$  为边坡空间区域随机场网格离散数目。 $S_u(\mathbf{q})$  的模拟需要通过随机场模型  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$  实现，即  $S_u(\mathbf{q}) = \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ 。 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D]$  为表征随机场  $S_u(\mathbf{q})$  所需的随机变量，其维度为  $D$ 。

考虑到  $\boldsymbol{\theta}$  信息的有限性及其概率表征的困难，采用具体场地的勘察数据  $S_u^m(\mathbf{q})$  更新  $\boldsymbol{\theta}$  并重新模拟随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$  以合理地评估边坡的稳定可靠度。然而， $S_u^m(\mathbf{q})$  与边坡的空间位置  $\mathbf{q}$  有关，其获取过程不断发生变化。为便于描述，令  $\mathbf{y}_j = [y_1, y_2, \dots, y_j] = [S_{u,1}^m, S_{u,2}^m, \dots, S_{u,j}^m]$  为某钻孔已获得的勘察数据，数据量大小为  $j$  ( $1 \leq j \leq N_m$ ,  $N_m$  为该钻孔所有数据量)。为量化  $\mathbf{y}_j$  对边坡稳定可靠度影响，首先利用贝叶斯公式更新随机变量  $\boldsymbol{\theta}$ ：

$$f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j) = k_j f(\boldsymbol{\theta}) L(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j) \quad . \quad (1)$$

式中： $f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j)$  为给定勘察数据  $\mathbf{y}_j$  时  $\boldsymbol{\theta}$  的后验概率密度函数 (PDF)； $k_j$  为独立于  $\boldsymbol{\theta}$  的比例系数； $f(\boldsymbol{\theta})$  为先验 PDF 以量化  $\boldsymbol{\theta}$  的先验知识； $L(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j)$  为似然函数，其刻画了给定  $\boldsymbol{\theta}$  时勘察数据  $\mathbf{y}_j$  的发生概率，并通过测量误差  $\varepsilon_j$  描述了勘察数据  $y_j$  与模拟值  $S_u(q_j)$  的概率关系。假定误差  $\varepsilon_j$  ( $J = 1, 2, \dots, j$ ) 相互独立且服从对数正态分布，则  $L(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j)$  可表示为<sup>[9, 11]</sup>

$$L(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j) = \exp\left(-\sum_{J=1}^j \frac{(\ln y_J - \ln S_u(q_J))^2}{2\sigma_{\ln \varepsilon_j}^2}\right) \quad . \quad (2)$$

式中： $\sigma_{\ln \varepsilon_j} = \sqrt{\ln(1 + \text{COV}_{\varepsilon_j}^2)}$ ； $\text{COV}_{\varepsilon_j}$  为误差  $\varepsilon_j$  的变异系数。

将式 (2) 代入式 (1) 即可计算  $\boldsymbol{\theta}$  的后验分布  $f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j)$ 。根据后验分布  $f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_j)$  和随机场模型  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$

模拟条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$ , 计算考虑  $\mathbf{y}_j$  的边坡稳定可靠度或后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$ , 即

$$P(F|\mathbf{y}_j) = \int I[G(\boldsymbol{\theta}) \leq 0] f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j) d\boldsymbol{\theta}。 \quad (3)$$

式中:  $G(\boldsymbol{\theta})$  为评估边坡安全状态的功能函数, 如  $G(\boldsymbol{\theta}) = F_S - 1$ , 其中  $F_S$  为边坡安全系数;  $F$  为边坡的失效事件, 定义为  $F = \{G(\boldsymbol{\theta}) \leq 0\}$ ;  $I[\cdot]$  为指示函数, 当  $G(\boldsymbol{\theta}) \leq 0$  时指示函数取 1, 否则为 0。

综上所述, 考虑空间变异性的边坡稳定可靠度更新包括基于式(1)的贝叶斯反演以获取随机场模型参数  $\boldsymbol{\theta}$  的后验分布  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$ 、模拟条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  以及基于式(3)的后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$  计算。若  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  和  $P(F|\mathbf{y}_j)$  不存在解析表达式, 通常采用随机模拟方法分别进行贝叶斯反演和可靠度计算, 计算量较大, 尤其涉及  $\boldsymbol{\theta}$  的高维度问题。此外, 勘察数据  $\mathbf{y}_j$  随着钻孔不同深度、不同位置而变化, 需要不断执行式(1)和式(3), 进一步增加了计算难度。下一节提出协同式可靠度更新方法以高效地实现考虑变化勘察数据  $\mathbf{y}_j$  的空间变异土性参数条件随机场表征与边坡稳定可靠度更新。

## 2 考虑变化勘察数据的边坡稳定可靠度协同更新

如图 1 所示, 协同式可靠度更新框架包括基于固定勘察数据的驱动贝叶斯分析与基于变化勘察数据的边坡稳定可靠度更新。

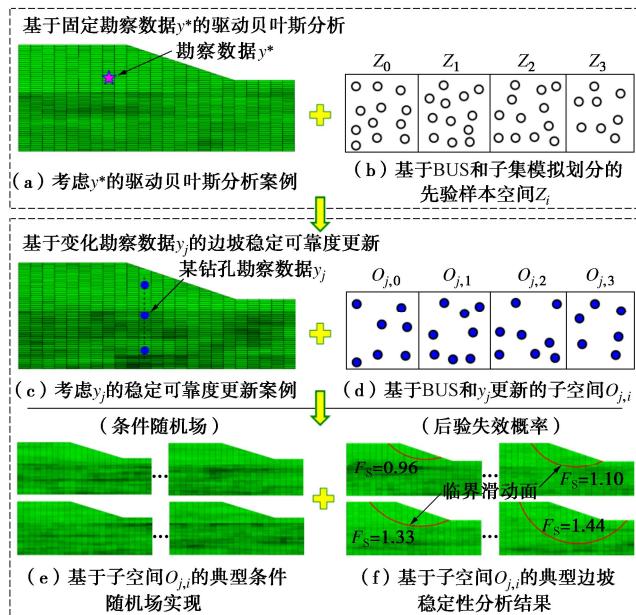


图 1 空间变异土坡稳定可靠度协同示意图

Fig. 1 Schematic diagram of collaborative reliability updating of slope stability with spatially varying soil properties

### 2.1 基于固定勘察数据的驱动贝叶斯分析

驱动贝叶斯分析通过选择勘察数据及其所在位置 (如  $\mathbf{y}^*$ , 图 1(a) 中以☆标记显示) 以进行贝叶斯分

析。驱动贝叶斯分析将先验样本空间划分为若干相互独立的子空间 (见图 1(b)), 并对子空间随机样本进行随机场模拟与边坡稳定性分析, 为勘察数据  $\mathbf{y}_j$  变化条件下边坡稳定可靠度更新提供重要信息基础。勘察数据  $\mathbf{y}^*$  可选择为真实勘察数据  $S_u^m(\mathbf{q})$  的任意组合, 其数据量大小  $n^*$  不超过  $j$ , 如  $\mathbf{y}^* = S_{u,1}^m$ 。为实现考虑  $\mathbf{y}^*$  的贝叶斯反演, 这里采用 BUS 方法, 因为其简单直接、能够将贝叶斯原理与可靠度理论衔接等特点<sup>[11]</sup>。BUS 的核心思想在于其所建立的辅助失效事件  $\Omega^*$ :

$$\Omega^* = \{g^*(\boldsymbol{\theta}, \omega) \leq 0\}。 \quad (4)$$

式中:  $\omega$  为服从标准均匀分布的随机变量;  $g^*(\cdot)$  为失效事件  $\Omega^*$  的极限状态函数, 其在标准正态空间的形式可表示为<sup>[13, 15]</sup>

$$g^*(\boldsymbol{\theta}, \omega) = G^*(\mathbf{u}) = \Phi(u_{D+1}) - c^* \cdot L(T_*(\mathbf{u})|\mathbf{y}^*)。 \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{u}$  为标准正态随机向量,  $\mathbf{u} = [T_*^{-1}(\boldsymbol{\theta}), \Phi^{-1}(\omega)]$ ;  $T_*(\cdot)$  为转换方程, 如 Nataf 变换<sup>[13]</sup>以满足  $\boldsymbol{\theta} = T_*(\mathbf{u})$ ;  $\Phi(\cdot)$  为标准正态分布的累计密度函数;  $c^*$  为常量, 需满足  $c^* \cdot L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}^*) \leq 1$ , 其最优值可取为  $c^* = 1/\max L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}^*)$ 。

根据 BUS 理论, 产生于先验分布  $f(\boldsymbol{\theta})$  的样本若满足失效事件  $\Omega^*$ , 则这些样本服从后验分布  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}^*)$ <sup>[13]</sup>。为生成后验随机样本, 采用子集模拟<sup>[16]</sup>以继承其处理高维  $\boldsymbol{\theta}$  以及高效计算低失效概率等优势。子集模拟以序贯方式建立一系列具有较大条件概率、相互嵌套的中间失效水平事件  $\Omega_i^*$  以评估罕见事件 (如  $\Omega_i^*$ ) 的发生概率  $P(\Omega_i^*)$ , 并利用马尔科夫链蒙特卡洛模拟满足  $\Omega_i^*$  的条件样本, 直至到达失效区域  $\Omega_m^*$ 。令  $m$  代表子集模拟所需的最大层数, 相应的失效事件为  $\Omega_m^*$ , 则  $P(\Omega_m^*)$  可计算为

$$P(\Omega_m^*) = P(\Omega_1^*) \prod_{i=2}^m P(\Omega_i^* | \Omega_{i-1}^*)。 \quad (6)$$

式中:  $\Omega_i^*$  为中间失效事件, 定义为  $\Omega_i^* = \{G^*(\mathbf{u}) \leq h_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ ,  $h_i$  为自适应确定的阈值以确保  $P(\Omega_1^*)$  和  $P(\Omega_i^* | \Omega_{i-1}^*)$ ,  $i = 2, 3, \dots, m$ , 的估计值始终等于某选定的概率值  $p_0$  (如 0.1), 导致  $h_i$  满足  $h_1 > h_2 > \dots > 0 > h_m$ 。子集模拟详细的执行过程可参考文献[3, 17]。

需要指出的是, 在执行子集模拟过程中, 先验样本空间通过中间阈值  $h_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 被划分为  $m+1$  个相互独立且穷尽的子空间  $Z_i$ , 其中,  $Z_0 = \{G^*(\mathbf{u}) \geq h_1\}$ ,  $Z_i = \{h_{i+1} \leq G^*(\mathbf{u}) < h_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, m-1$ ) 以及  $Z_m = \{G^*(\mathbf{u}) < h_m \leq 0\}$  (见图 1(b))。于是,  $\Omega^*$  的发生概率  $P(\Omega^*)$  可根据全概率公式计算为

$$P(\Omega^*) = \sum_{i=0}^m P(\Omega^* | Z_i) P(Z_i) \approx \sum_{i=0}^m \sum_{k=1}^{N_i} I_{\Omega^*} [\boldsymbol{\theta}_k | Z_i] \frac{P(Z_i)}{N_i}。 \quad (7)$$

式中:  $P(\Omega^*|Z_i)$  为给定子空间  $Z_i$  时失效事件  $\Omega^*$  的条件概率, 可估计为  $\sum_{k=1}^{N_i} I_{\Omega^*}[\boldsymbol{\theta}_k|Z_i]/N_i$ , 其中  $I_{\Omega^*}[\cdot]$  为指示函数, 当  $Z_i$  中第  $k$  个样本  $\boldsymbol{\theta}_k$  满足失效事件  $\Omega^*$  时取 1, 否则为 0;  $N_i$  为子空间  $Z_i$  的样本数目, 可计算为  $N(1-p_0)$  ( $i = 0, 1, \dots, m-1$ ) 以及  $Np_0$  ( $i = m$ )。此外, 子空间  $Z_i$  的发生概率  $P(Z_i)$  可估计为  $p_0^i(1-p_0)$  ( $i = 0, 1, \dots, m-1$ ) 以及  $p_0^i$  ( $i = m$ )<sup>[3, 17, 19-20]</sup>。

于是, 基于勘察数据  $\mathbf{y}^*$  的驱动贝叶斯分析共产生  $N_{\text{total}} = \sum_{i=0}^m N_i = N + N(m-1)(1-p_0)$  组随机样本。当勘察数据  $\mathbf{y}_j$  发生变化时, 这些随机样本被用于实现土性参数条件随机场表征以及边坡稳定可靠度更新。针对不同的  $\mathbf{y}_j$ , 为避免重复性模拟条件随机场以及评估边坡的稳定安全性, 对  $Z_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 的每组样本进行随机场模拟以及边坡稳定性分析或功能函数评估。因此,  $N_{\text{total}}$  组随机样本对应  $N_{\text{total}}$  次土性参数随机场模拟结果以及  $N_{\text{total}}$  组边坡安全系数或功能函数值。针对不同的  $\mathbf{y}_j$ , 如何从  $N_{\text{total}}$  组随机样本识别满足  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  的条件或后验样本是土性参数条件随机场表征与边坡稳定可靠度高效更新的关键。作为本文的重点, 第 2.2 节首先提出利用协同式分析方法实现勘察数据变化条件下边坡稳定可靠度更新, 而第 2.3 节介绍如何基于协同式分析结果进行土性参数条件随机场表征。

## 2.2 基于变化勘察数据的边坡稳定可靠度更新

本节利用协同式分析方法实现考虑不同  $\mathbf{y}_j$  的边坡稳定可靠度更新。当数据  $\mathbf{y}_j$  发生变化时, 后验分布  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  随之变化, 而在 BUS 框架下, 相应的失效事件:

$$\Omega_j = \left\{ G_j(\mathbf{u}) = \Phi(u_{D+1}) - c_j \cdot L(T_*(\mathbf{u})|\mathbf{y}_j) < 0 \right\}. \quad (8)$$

式中:  $c_j$  为对应于勘察数据  $\mathbf{y}_j$  的似然乘子, 同样需满足  $c_j \cdot L(T_*(\mathbf{u})|\mathbf{y}_j) \leq 1$ 。由于式(2)似然函数最大值为 1, 这里的  $c_j$  可取为 1。

于是, 基于  $\mathbf{y}_j$  的边坡稳定可靠度评估  $P(F|\mathbf{y}_j)$  等效为  $P(F|\Omega_j)$  计算。传统的  $P(F|\Omega_j)$  计算需要模拟大量随机样本, 即首先识别落入  $\Omega_j$  的失效或后验样本, 模拟条件随机场, 计算边坡稳定安全系数  $F_S$ , 再根据满足边坡失效事件  $F$  (如  $F_S \leq 1$ ) 的后验样本数目估计  $P(F|\Omega_j)$ 。为提高计算效率, 采用协同响应法 (ARM) 计算  $P(F|\Omega_j)$  或  $P(F|\mathbf{y}_j)$ 。ARM 由 Au 等<sup>[17-18]</sup>提出, 其关键在于如何利用某响应在子集模拟过程所产生的中间信息, 并以可忽略的计算代价获得其他响应的分析结果。ARM 已应用于岩土工程可靠度与风险分析, 且为正演分析<sup>[3]</sup>。本文将 ARM 进一步扩展至基于 BUS 的贝叶斯反演分析并应用于基于勘察数据的边坡稳定

可靠度更新。具体地, 利用基于  $\mathbf{y}^*$  的驱动贝叶斯分析相关结果 (如  $Z_i, P(Z_i), i = 0, 1, \dots, m$ ), 识别满足  $\Omega_j$  的失效样本, 并据此计算考虑  $\mathbf{y}_j$  的边坡后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$ 。根据全概率公式,  $P(F|\mathbf{y}_j)$  的表达式为

$$P(F|\mathbf{y}_j) = P(F|\Omega_j) = \sum_{i=0}^m P(F|\Omega_j, Z_i)P(Z_i|\Omega_j). \quad (9)$$

式中:  $P(F|\Omega_j, Z_i)$  为给定子空间  $\Omega_j$  和  $Z_i$  时失效事件  $F$  的条件概率, 而  $P(Z_i|\Omega_j)$  为给定子空间  $\Omega_j$  时  $Z_i$  的条件概率。为便于描述, 将  $O_{j,i}$  定义为  $Z_i$  和  $\Omega_j$  同时发生的事件。于是,  $P(F|\mathbf{y}_j)$  可重新表示为

$$\begin{aligned} P(F|\mathbf{y}_j) &= \sum_{i=0}^m P(F|O_{j,i})P(O_{j,i}) \\ &\approx \sum_{i=0}^m \sum_{k=1}^{N_{j,i}} \frac{I_F[\boldsymbol{\theta}_k|O_{j,i}]}{N_{j,i}} P(O_{j,i}) \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $P(F|O_{j,i})$  为给定子空间  $O_{j,i}$  时  $F$  的条件概率, 可估计为  $\sum_{k=1}^{N_{j,i}} I_F[\boldsymbol{\theta}_k|O_{j,i}]/N_{j,i}$ , 其中  $I_F[\cdot]$  为对应于失效事件  $F$  的指示函数;  $N_{j,i}$  为  $O_{j,i}$  的样本量大小或  $Z_i$  中满足事件  $\Omega_j$  的样本数目, 而  $P(O_{j,i})$  为  $O_{j,i}$  的发生概率, 可根据贝叶斯公式计算为

$$P(O_{j,i}) = P(Z_i|\Omega_j) = \frac{P(\Omega_j|Z_i)P(Z_i)}{P(\Omega_j)} \quad (11)$$

式中:  $P(\Omega_j|Z_i)$  为给定子空间  $Z_i$  时  $\Omega_j$  的条件概率, 可估计为  $\sum_{k=1}^{N_i} I_{\Omega_j}[\boldsymbol{\theta}_k|Z_i]/N_i$ , 其中  $I_{\Omega_j}[\cdot]$  为对应于失效事件  $\Omega_j$  的指示函数;  $P(\Omega_j)$  为  $\Omega_j$  的发生概率, 可通过类比式(7)计算为

$$\begin{aligned} P(\Omega_j) &= \sum_{i=0}^m P(\Omega_j|Z_i)P(Z_i) \\ &= \sum_{i=0}^m \sum_{k=1}^{N_i} I_{\Omega_j}[\boldsymbol{\theta}_k|Z_i] \frac{P(Z_i)}{N_i} \end{aligned} \quad (12)$$

将式(11), (12)代入式(10)中, 即可计算考虑勘察信息  $\mathbf{y}_j$  的边坡后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$ 。需要强调的是, 式(10)中  $P(F|\mathbf{y}_j)$  的计算取决于子空间  $O_{j,i}$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 的获取以及  $I_F[\boldsymbol{\theta}_k|O_{j,i}]$  的评估以判断  $O_{j,i}$  中的随机样本是否满足边坡的失效状态  $F$  (即  $F_S \leq 1$ )。根据所提方法, 子空间  $O_{j,i}$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 的随机样本可以直接根据式(8)从子空间  $Z_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 获取 (如图 1(d))。而且子空间  $Z_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 所有随机样本对应的随机场模拟及边坡安全系数或功能函数评估结果已在第 2.1 节驱动贝叶斯分析中完成, 这意味着  $I_F[\boldsymbol{\theta}_k|O_{j,i}]$  的计算代价可忽略不计。因此, 所提方法计算量主要集中于驱动贝叶斯分析 (包括  $N_{\text{total}}$  次土性参数随机场模拟与  $N_{\text{total}}$  次边坡稳定性分析)。针对不同的  $\mathbf{y}_j$  (如来源于钻孔不同深度、不同钻孔位置等), 所提方法可快速计算后验失效概率

$P(F|\mathbf{y}_j)$ , 无需重新产生后验样本以及模拟条件随机场, 避免重复性评估边坡的稳定性。作为示例, 图 1

(f) 展示了基于子空间  $O_{j,i}$  的典型边坡稳定性分析结果。注意到式(10)中  $P(F|\mathbf{y}_j)$  计算仅利用子空间  $O_{j,i}$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 随机样本对应的边坡安全系数值, 这些随机样本还可估计考虑  $\mathbf{y}_j$  的后验分布  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  以及土性参数条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  (见 2.3 节)。

### 2.3 基于变化勘察数据的条件随机场表征

根据式(10), 子空间  $O_{j,i}$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 的随机样本并非严格服从后验分布  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$ , 而是以  $P(O_{j,i})$  的发生概率服从于后验分布  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$ , 即

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j) = \sum_{i=0}^m f(\boldsymbol{\theta}|O_{j,i})P(O_{j,i}) \quad (13)$$

类似地, 基于  $\mathbf{y}_j$  的条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  可计算为

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j) = \sum_{i=0}^m \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|O_{j,i})P(O_{j,i}) \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|O_{j,i})$  为子空间  $O_{j,i}$  的随机场模拟集合。作为示例, 图 1 (e) 展示了基于子空间  $O_{j,i}$  的典型条件随机场实现结果。令  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{H}}(O_{j,i})$  为子空间  $O_{j,i}$  的随机场实现均值, 则基于  $\mathbf{y}_j$  的条件随机场均值  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{H}}(\mathbf{y}_j)$  可计算为

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{H}}(\mathbf{y}_j) = \sum_{i=0}^m \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{H}}(O_{j,i})P(O_{j,i}) \quad (15)$$

以上可知, 后验分布  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$ 、条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  以及条件随机场均值  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{H}}(\mathbf{y}_j)$  均取决于子空间  $O_{j,i}$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ )。子空间  $O_{j,i}$  可根据 BUS 拒绝抽样原理(如式(8))从  $Z_i$  直接获得, 而  $Z_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 的每组随机样本以及随机样本对应的随机场模拟结果均由第 2.1 节驱动贝叶斯分析实现。因此, 式(13)~(15)的计算消耗可忽略不计。图 2 展示了空间变异土坡稳定可靠度协同更新方法计算流程。第 3 节将通过算例验证所提方法的有效性。

## 3 算 例

本节以文献[9, 12]单层不排水饱和黏性土坡为例验证所提方法在勘察数据变化条件下更新边坡稳定可靠度的有效性。如图 3 (a) 所示, 边坡计算模型水平距离 81 m, 深度 27 m, 其中坡高 9 m, 倾角为  $18.4^\circ$ 。土体的饱和重度  $\gamma$  为  $20 \text{ kN/m}^3$ 。不排水黏土的短期抗剪强度由不排水剪切强度  $S_u$  表征。为考虑  $S_u$  的空间变异性及随深度变化的特征, 采用二维非平稳随机场<sup>[9, 12]</sup>表征  $S_u$ , 即

$$S_u(\mathbf{q}) = S_{u0} + b\gamma z \exp[w(\mathbf{q})] \quad (16)$$

式中:  $S_{u0}$  为地面的不排水剪切强度;  $b$  为随深度变化的趋势项参数;  $z$  为地表以下深度;  $w(\mathbf{q})$  为随机波动项,

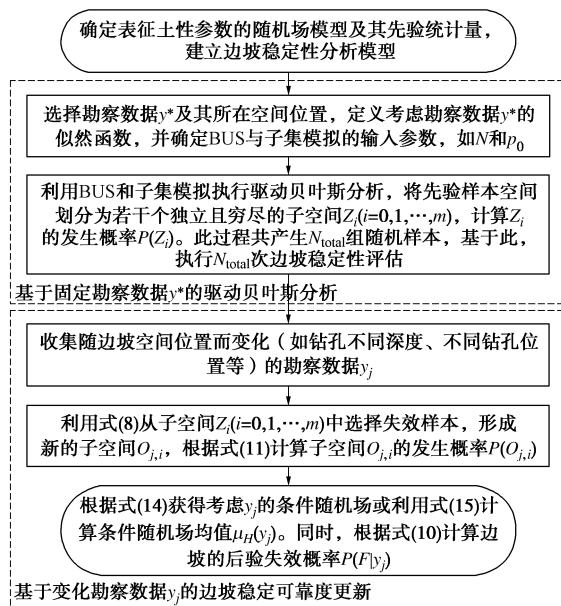


图 2 空间变异土坡稳定可靠度协同更新计算流程

Fig. 2 Implementation flowchart of collaborative reliability updating of slope stability with spatially varying soil properties  
通常采用零均值的平稳高斯随机场表征;  $\mathbf{q} = (\mathbf{x}, \mathbf{z})$  为边坡二维空间坐标。

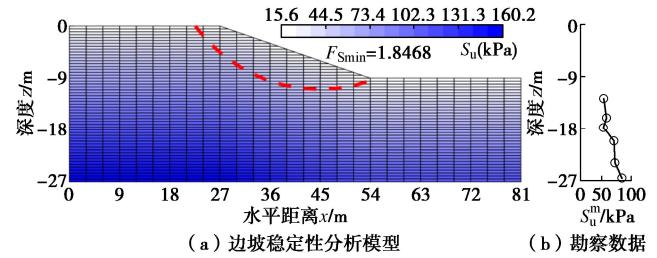


图 3 边坡稳定性分析模型与勘察数据

Fig. 3 Slope stability model and site investigation data

为合理表征  $S_u$  的先验知识, 假定  $S_{u0}$  和  $b$  服从对数正态分布,  $w(\mathbf{q})$  为高斯随机场。表 1 总结了  $S_{u0}$ 、 $b$  和  $w(\mathbf{q})$  的先验统计量, 并与文献[9]保持一致。如图 3 (a) 所示, 边坡剖面被离散至 1224 个单元, 这里采用中点法离散随机场, 共形成  $D = 1226$  个随机变量, 即  $\boldsymbol{\theta} = [S_{u0}, b, w(q_1), \dots, w(q_{1224})]$ 。此外, 为建立似然函数(如式(2)), 采用台湾某场地真实的钻孔数据<sup>[21]</sup> (见图 3 (b))。对于测量值  $S_{u,J}^m$  和模拟值  $S_u(q_J)$  之间的测量误差  $\varepsilon_J$ , 假设其变异系数为 5%<sup>[9]</sup>。

本案例以图 3 (b) 的钻孔数据 (即  $\mathbf{S}_u^m = [S_{u,1}^m, S_{u,2}^m, \dots, S_{u,J}^m, \dots, S_{u,N_m}^m]$ ,  $N_m = 6$ ) 为例, 不断改变该钻孔在边坡的水平位置 ( $x$ ) 以及某固定钻孔位置随深度变化的勘察数据量 ( $J$ ), 通过计算不同勘察数据  $\mathbf{y}_J$  对应的土性参数条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_J)$  或条件随机场均值  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{H}}(\mathbf{y}_J)$  及边坡后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_J)$  以验证所提方法。首先, 作为验证, 基于表 1 随机参数的先验均值, 利用自行编制的简化 Bishop 程序, 进行确定性边坡稳

定性分析，并从 6000 个潜在滑动面中识别出具有最小安全系数的滑动面（见图 3（a）），其  $F_S = 1.847$ ，与文献[9]中的 1.85 保持一致。进一步地，利用子集模拟 ( $N=5000$ ,  $p_0=0.1$ ) 计算得到先验失效概率  $P(F)$  为  $9.25 \times 10^{-2}$ ，与文献[9]所报道的  $9.5 \times 10^{-2}$  接近。这些结果验证了所建立的边坡稳定性分析模型。下节将基于该模型探讨固定钻孔位置、不同钻孔位置条件下考虑不同勘察数据  $\mathbf{y}_j$  的边坡稳定可靠度，并验证所提方法的高效性和合理性。

表 1 非平稳随机场模型参数的先验统计量

Table 1 Prior statistics of random parameters for non-stationary random field

参数	分布类型	统计特征
$S_{u0}$	对数正态分布	$\mu_{S_{u0}} = 14.67 \text{ kPa}$ ; $\sigma_{S_{u0}} = 4.04 \text{ kPa}$
$b$	对数正态分布	$\mu_b = 0.272$ ; $\sigma_b = 0.189$
$w(q)$	高斯随机场	$\mu_w = 0.272$ ; $\sigma_w = 0.189$ $\lambda_h = 38 \text{ m}$ ; $\lambda_v = 3.8 \text{ m}$

### 3.1 考虑固定钻孔位置勘察数据的土坡稳定可靠度更新

本节考虑固定钻孔位置（如  $x = 22.5 \text{ m}$ ）的边坡稳定可靠度  $P(F|\mathbf{y}_j)$  随勘察数据  $\mathbf{y}_j = [S_{u,1}^m, S_{u,2}^m, \dots, S_{u,j}^m]$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ) 的变化过程。根据所提方法,  $P(F|\mathbf{y}_j)$  的计算需要确定固定勘察数据  $\mathbf{y}^*$ 。这里  $\mathbf{y}^* = S_{u,1}^m = 55.2 \text{ kPa}$ , 其空间坐标为  $(22.5, -12.75) \text{ m}$ 。基于选择的  $\mathbf{y}^*$ , 利用 BUS 和子集模拟(如  $N=10000$  和  $p_0=0.1$ ) 执行驱动贝叶斯分析, 再利用第 2.3 节和第 2.2 节分别计算条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  以及边坡的后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$ 。

图 4 (a) 首先给出了  $x = 22.5 \text{ m}$  钻孔处利用式(15)计算的  $S_u$  条件随机场均值  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$  随深度  $z$  或数据量  $j$  的变化过程。作为示例, 这里仅考虑  $j = 1, 3$  和  $6$  三种工况, 相应的  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$  分别以标记  $\square$ 、 $\triangle$  和  $\blacktriangleleft$  显示。结果表明, 更新后的  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$  能够较好地吻合所融入的真实勘察数据  $\mathbf{y}_j$ , 而在远离  $\mathbf{y}_j$  处, 更新后的  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$  几乎呈线性变化。例如, 当  $j = 3$  时,  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$  (以标记  $\triangle$  显示) 随深度首先呈线性变化, 而后依次与  $S_{u,1}^m$ ,  $S_{u,2}^m$  和  $S_{u,3}^m$  (即  $\mathbf{y}_3$ , 以标记  $\circ$  显示) 具有较高的吻合度, 最后又表现出线性趋势。对于  $j = 1$  和  $6$ , 同样得出类似结论。与先验  $S_u$  随机场均值 (简写为  $\mu_H$ , 以实线显示) 对比发现,  $\mu_H$  普遍高估于实际勘察数据, 而更新后的  $S_u$  均值  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$  能够更合理地反映真实的勘察数据。这里的  $\mu_H$  由式 (16) 和表 1 共同确定。

为验证所提方法, 本文针对不同的  $\mathbf{y}_j$  重复性执行传统贝叶斯更新与可靠度计算以实现考虑不同  $\mathbf{y}_j$  的  $S_u$  条件随机场表征以及边坡稳定可靠度更新。考虑到  $\boldsymbol{\theta}$  的高维性, 采用 aBUS 贝叶斯更新方法<sup>[9]</sup>, 即首先利用 aBUS 模

拟  $N_{\text{ref}}$  (如 5000) 组服从  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  的后验样本, 而后基于后验样本模拟条件随机场  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}_j)$  并计算边坡的后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$ 。针对不同  $\mathbf{y}_j$  的重复性 aBUS 执行过程, 本文简称为 RCBU。因此, 基于 RCBU 计算的条件随机场和后验失效概率可用于验证所提方法。图 4 (a) 给出了基于 RCBU 且考虑  $j = 1, 3$  和  $6$  的  $S_u$  随机场均值结果  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$ , 分别以标记  $\blacksquare$ 、 $\blacktriangle$  和  $\blacktriangleleft$  显示。结果表明, 基于 RCBU 与所提方法得到的  $\mu_H(\mathbf{y}_j)$  具有较高的吻合度。这验证了所提方法在考虑变化数据  $\mathbf{y}_j$  时表征土性参数空间变异性准确性。

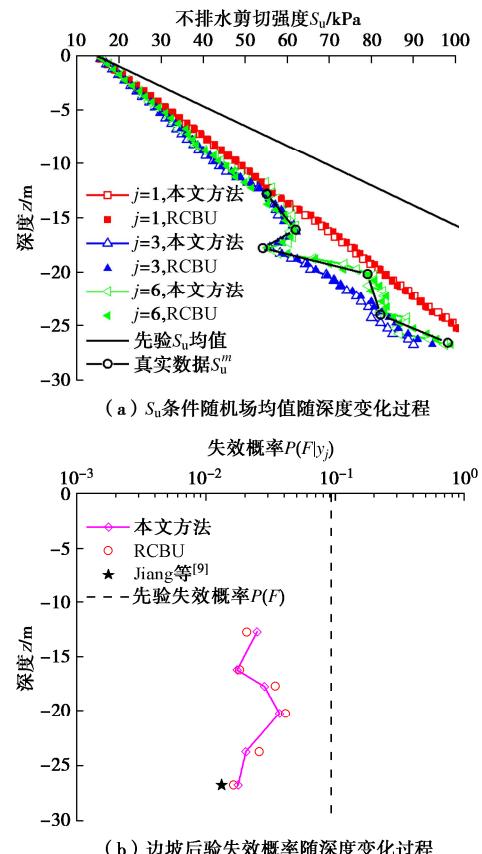


图 4 考虑  $x = 22.5 \text{ m}$  钻孔勘察数据的条件随机场表征及边坡稳定可靠度更新

Fig. 4 Modeling of conditional random field and updating of slope reliability with site investigation data at  $x = 22.5 \text{ m}$

进一步地, 图 4 (b) 显示了  $x = 22.5 \text{ m}$  位置处后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$  随着勘察数据量或深度  $z$  的变化过程。结果表明,  $P(F|\mathbf{y}_j)$  (以标记  $\diamond$  显示) 随深度动态变化, 而且整体上小于先验失效概率  $P(F)$  (以虚线显示)。这表明, 对于本案例, 未融入任何勘察数据的  $P(F)$  明显高估于后验失效概率  $P(F|\mathbf{y}_j)$ 。作为验证, 基于 RCBU 的可靠度更新结果在图 4 (b) 中以标记  $\circ$  显示。结果表明, 基于所提方法得到的  $P(F|\mathbf{y}_j)$  整体上与 RCBU 的结果相吻合。此外, 若考虑所有勘察数据  $\mathbf{y}_6 = [S_{u,1}^m, S_{u,2}^m, \dots, S_{u,6}^m]$ , 基于所提方法与 RCBU 计算得到的  $P(F|\mathbf{y}_j)$  分别为  $1.77 \times 10^{-2}$  和  $1.63 \times 10^{-2}$ , 与文

献[9]的 $1.32 \times 10^{-2}$ 接近。这进一步验证了所提方法在勘察数据变化条件下估计边坡稳定可靠度的有效性。

需要指出的是, 基于所提方法的计算量主要集中于驱动贝叶斯分析。本例中, 驱动贝叶斯分析(即 $\mathbf{y}^* = S_{u,1}^m$ ,  $N = 10000$ )产生19000组随机样本, 即包括19000次随机场模拟与独立的边坡稳定性分析。当勘察信息 $\mathbf{y}_j$ 在钻孔不同深度(如 $1 \leq j \leq 6$ )序贯出现时, 所提方法可快速计算考虑不同 $\mathbf{y}_j$ 的条件随机场和边坡后验失效概率。然而, 利用RCBU计算 $j=1, 3, 6$ 三种工况的条件随机场(即图4(a))共需要产生55150组随机样本。而当 $j=1 \sim 6$ 时, 则需要产生113840组随机样本, 而后再分别基于 $N_{ref}=5000$ 组后验样本, 进行30000( $5000 \times 6$ )次边坡功能函数评估以得到图4(b)的 $P(F|\mathbf{y}_j)$ ( $j=1, 2, \dots, 6$ )。因此, 与RCBU相比, 所提方法的计算效率得到显著提高。更重要的是, 图4仅探讨了固定钻孔位置(即 $x=22.5$  m)的条件随机场和边坡可靠度更新结果。在驱动贝叶斯分析保持不变的情况下, 所提方法仍可直接得到考虑不同钻孔位置条件下 $S_u$ 条件随机场和边坡稳定可靠度随钻孔不同深度勘察数据的变化过程。

### 3.2 考虑不同钻孔位置勘察数据的土坡稳定可靠度更新

作为示例, 考虑6种不同的钻孔位置, 即 $x=10.5, 16.5, 31.5, 37.5, 43.5, 61.5$  m。给定驱动贝叶斯分析(即 $\mathbf{y}^* = S_{u,1}^m$ ,  $N = 10000$ ), 所提方法可直接得到考虑该6种钻孔位置的 $S_u$ 条件随机场和边坡的后验失效概率随 $\mathbf{y}_j$ 的变化过程。图5(a)~(f)分别展示了6个钻孔位置的 $S_u$ 条件随机场均值 $\mu_H(\mathbf{y}_j)$ , 其中每个钻孔位置均考虑所有勘察数据, 即 $j=N_m$ ,  $N_m=[6, 6, 5, 4, 4, 3]$ 。结果表明, 不论是坡顶( $x=10.5, 16.5$  m)、坡面( $x=31.5, 37.5, 43.5$  m), 还是坡底位置( $x=61.5$  m), 基于所提方法得到的条件随机场均值 $\mu_H(\mathbf{y}_{N_m})$ (以空心标记显示)均能与真实勘察数据 $y_{N_m}$ 保持较高的吻合度。此外, 基于本文方法与RCBU得到的 $\mu_H(\mathbf{y}_{N_m})$ 之间良好的匹配度再次证明所提方法在不同勘察数据 $\mathbf{y}_j$ 条件下表征土性参数空间变异性的确准确性。

类似地, 图6(a)~(f)分别展示了6个钻孔位置处 $P(F|\mathbf{y}_j)$ ( $j=1, 2, \dots, N_m$ )随深度 $z$ 的变化过程, 以标记□显示。作为对比, 基于RCBU的结果也绘于图6, 以标记○显示。结果表明, 对于不同的钻孔位置, 基于所提方法得到的后验失效概率 $P(F|\mathbf{y}_j)$ 整体上与RCBU结果保持一致, 尤其对于勘察数据量较少的情况(如 $j \leq 4$ , 见图6(d)~(f))。然而, 对于勘察数据量较多的钻孔位置(如 $x=10.5, 16.5$  m), 当 $j > 4$ 时, 利用所提方法得到的 $P(F|\mathbf{y}_j)$ 与RCBU结果有所偏差。可能的解释是, 当数据量 $j$ 较多时,

式(8)中事件 $\Omega_j$ 的失效概率较小, 无法从驱动贝叶斯分析得到的 $N_{total}$ 组(如19000)随机样本选择足够数量的后验样本。此外, 边坡的失效概率 $P(F|\mathbf{y}_j)$ 关注 $G(\theta)$ 概率分布的尾部特征(即只有少量后验样本使得边坡的安全系数 $F_s$ 小于1), 因此需要较大的样本数目 $N_{total}$ 以保证估计的 $P(F|\mathbf{y}_j)$ 具有足够的精度, 尤其对于 $P(F|\mathbf{y}_j)$ 较小的情况。因此, 给定驱动贝叶斯分析, 所提方法估计边坡后验失效概率的能力有限, 尤其适用于勘察数据量较少且边坡失效概率相对较大的情况。需要注意的是, 该结论适用于给定驱动贝叶斯分析(如子集模拟中 $N$ 值保持固定)和本案例。对于不同的算例(如不同随机场模型、不同复杂度土层模型或不同勘察数据等), 所提方法的适用性可能存在差异。

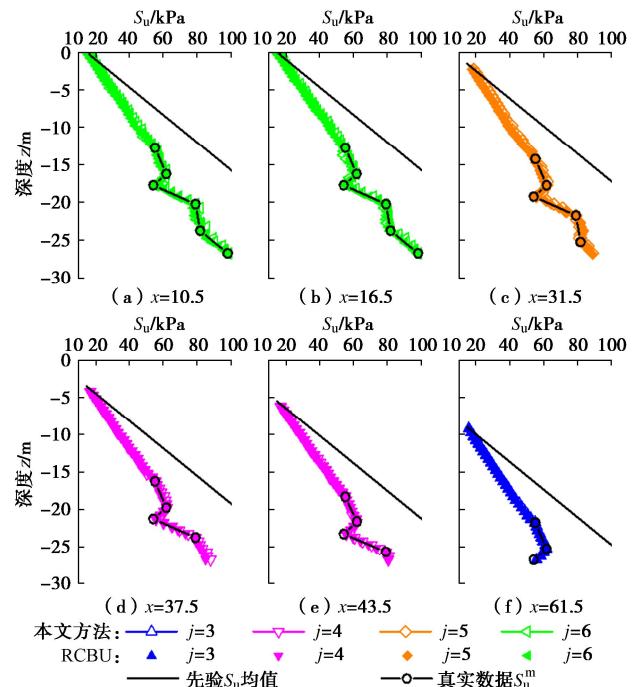


图5 考虑不同钻孔位置勘察数据的条件随机场表征

Fig. 5 Modeling of conditional random field considering site

investigation data at different borehole locations

需要强调的是, 所提方法在计算量保持不变( $N_{total} = 19000$ )的情况下, 仍可得到图5, 6的土性参数条件随机场表征和边坡后验失效概率计算结果。对于图5, 6, 传统的RCBU方法需要分别产生139385和485390组随机样本, 而且还需要额外的140000次独立边坡稳定性分析以得到图6的后验失效概率。表2列出考虑不同勘察数据的土性参数条件随机场表征与边坡稳定可靠度更新计算时间。作为对比, 基于RCBU方法的计算时间也汇总于表2。可以看出, 所提方法驱动贝叶斯分析用时6480.4 s。当勘察数据变化时, 土性参数条件随机场表征(如图4(a)和图5(a)~5(f))与边坡后验失效概率计算(如图4(b)和图6

(a) ~6 (f)) 均在 40 s 以内 (不足 1 min)。然而, RCBU 方法在勘察数据变化时需要不断执行贝叶斯分析以及可靠度计算, 计算时间显著增加。例如, 对于图 6(a)~6(f), RCBU 所需的计算时间合计 64058.7 s (约 17.8 h), 是所提方法计算时间 (约 92.5 s) 的百倍以上。因此, 所提方法在考虑  $y_j$  的条件随机场表征和边坡稳定可靠度更新时具有显著的高效性。

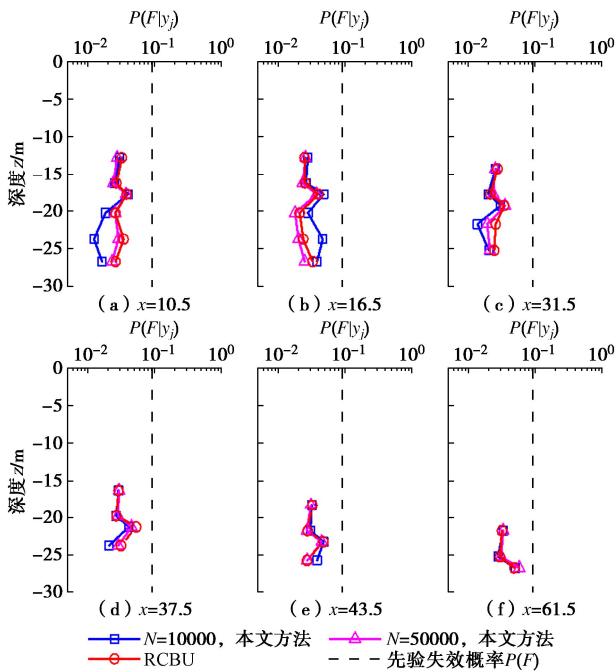


图 6 考虑不同钻孔位置勘察数据的边坡稳定可靠度更新

Fig. 6 Reliability updating of slope stability considering different site investigation data at various borehole locations

表 2 考虑不同勘察数据的土性参数条件随机场表征与边坡稳定可靠度更新计算时间

Table 2 Computational time for characterization of spatial variability of soils considering different site investigation data

单位: s

计算时间	图 4 (a)	图 4 (b)	图 5 (a)	图 5 (b)	图 5 (c)
本文方法	20.4	34.8	6.6	6.5	6.6
RCBU	3640.2	14411.4	1860.4	1878.6	1473.7
计算时间	图 5 (d)	图 5 (e)	图 5 (f)	图 6 (a)	图 6 (b)
本文方法	6.5	6.5	6.0	21.2	21.0
RCBU	1238.9	1485.6	1235.8	15016.3	14323.2
计算时间	图 6 (c)	图 6 (d)	图 6 (e)	图 6 (f)	
本文方法	16.0	13.2	12.9	8.2	
RCBU	11324.7	8308.1	8855.3	6231.1	

注: 所提方法驱动贝叶斯分析计算时间为 6480.4 s; 记录时间的计算机配置为 AMD Ryzen 7 5800H with Radeon Graphics 3.20 GHz。

### 3.3 驱动贝叶斯分析对土坡稳定可靠度更新的影响

考虑到图 6 中基于所提方法得到的  $P(F|y_j)$  与 RCBU 结果有所偏差 (如  $x < 31.5$  m,  $j > 4$ ), 这里尝试增大驱动贝叶斯分析中子集模拟的每层样本数  $N$  来解决, 如  $N = 50000$ 。相应的边坡后验失效概率  $P(F|y_j)$  也

绘制于图 6 (以标记△显示)。很显然, 考虑  $N = 50000$  的边坡稳定可靠度更新结果与 RCBU 结果 (以标记○显示) 吻合良好。需要指出的是, 对于图 6(b), 考虑  $N = 50000$  的  $P(F|y_j)$  计算结果 (以标记△显示) 与 RCBU 结果 (以标记○显示) 存在细微偏差。可能的解释是, 边坡稳定可靠度更新 (包括贝叶斯分析和可靠度计算) 均涉及随机样本的模拟, 导致后验失效概率的计算结果具有一定的波动性, 而且图 6 中基于 RCBU 和所提方法的  $P(F|y_j)$  计算均基于单次随机模拟实现。尽管如此, 当  $N$  逐渐增大时 (如  $N = 50000$ ), 所提方法的计算结果整体上与 RCBU 结果保持一致 (见图 6(a)~6(f))。因此, 增大驱动贝叶斯分析中的  $N$  值可以提高后验可靠度更新计算精度。而且, 此时计算量为  $N_{\text{total}} = 95000$ , 仍显著小于基于 RCBU 的计算量 (见第 3.2 节)。

## 4 结 论

本文提出了勘察数据变化条件下边坡稳定可靠度协同更新方法, 融合了 BUS 后验抽样和子集模拟算法, 在充分利用协同响应法策略的基础上, 实现考虑边坡不同钻孔位置、不同钻孔深度勘察数据的空间变异土性参数条件随机场表征与边坡稳定可靠度高效更新。解决了因勘察数据不断变化而引起的边坡稳定可靠度更新计算效率低下以及因土性参数空间变异性表征而引起的高维贝叶斯反演问题。采用单层非平稳随机场土坡验证了所提方法的合理性。

(1) 当勘察数据随着不同钻孔深度、不同钻孔位置发生变化时, 所提方法可以有效地表征土性参数的空间变异性, 并实现边坡稳定可靠度更新。

(2) 所提方法的计算量主要来源于驱动贝叶斯分析。当不同钻孔位置、不同钻孔深度的勘察信息逐渐出现时, 该方法不需要重新模拟后验样本或土体参数条件随机场, 避免了边坡稳定性安全系数重复计算, 实现了土性参数条件随机场的动态表征与边坡稳定可靠度的高效更新。

(3) 尽管本文采用单层土坡与单个土体参数随机场模型验证所提方法, 所提方法可同样适用于考虑多个随机场与复杂土层的土性参数条件随机场表征与边坡稳定可靠度更新。所提方法的计算精度依赖于驱动贝叶斯分析。选择合适的驱动贝叶斯分析 (如增大子集模拟每层样本数目等) 可以提高边坡稳定可靠度更新计算精度。在所提方法框架内, 如何自适应执行驱动贝叶斯分析 (如确定  $N$  值) 并继续提高所提方法的计算效率和适用性值得进一步研究。

## 参 考 文 献:

- [1] GRIFFITHS D V, FENTON G A. Probabilistic Slope Stability

- Analysis by Finite Elements[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(5): 507-518.
- [2] 陈朝晖, 黄凯华. 土质边坡可靠性分析的分层非平稳随机场模型[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(7): 1247-1256. (CHEN Zhaohui, HUANG Kaihua. Non-homogeneous random field model for reliability analysis of slopes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(7): 1247-1256. (in Chinese))
- [3] LI D, XIAO T, CAO Z, et al. Efficient and consistent reliability analysis of soil slope stability using both limit equilibrium analysis and finite element analysis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, **40**(9/10): 5216-5229.
- [4] 邓志平, 牛景太, 潘敏, 等. 考虑地层变异性与土体参数空间变异性的边坡可靠度全概率设计方法[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(6): 1083-1090. (DENG Zhiping, NIU Jingtai, PAN Min, et al. Full probabilistic design method for slopes considering geological uncertainty and spatial variability of soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(6): 1083-1090. (in Chinese))
- [5] 谭晓慧, 董小乐, 费锁柱, 等. 基于KL展开的可靠度分析方法及其应用[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(5): 808-816. (TAN Xiaohui, DONG Xiaole, FEI Suozhu, et al. Reliability analysis method based on KL expansion and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(5): 808-816. (in Chinese))
- [6] LI X Y, ZHANG L M, LI J H. Using Conditioned Random Field to Characterize the Variability of Geologic Profiles[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, **142**(4): 04015096.
- [7] LLORET-CABOT M, HICKS M A, VAN DEN EIJDEN A P. Investigation of the reduction in uncertainty due to soil variability when conditioning a random field using Kriging[J]. Géotechnique Letters, 2012, **2**(3): 123-127.
- [8] ZHAO T, WANG Y. Determination of efficient sampling locations in geotechnical site characterization using information entropy and Bayesian compressive sampling[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2019, **56**(11): 1622-1637.
- [9] JIANG S, PAPAIOANNOU I, STRAUB D. Bayesian updating of slope reliability in spatially variable soils with in-situ measurements[J]. Engineering Geology, 2018, **239**: 310-320.
- [10] JIANG S, PAPAIOANNOU I, STRAUB D. Optimization of site-exploration programs for slope-reliability assessment[J]. ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, 2020, **6**(1): 4020004.
- [11] STRAUB D, PAPAIOANNOU I, BETZ W. Bayesian analysis of rare events[J]. Journal of Computational Physics, 2016, **314**: 538-556.
- [12] 蒋水华, 魏博文, 张文举, 等. 基于多源试验数据空间变异土体参数概率反演及边坡可靠度更新[J]. 岩土力学, 2018, **39**(4): 1491-1499. (JIANG Shuihua, WEI Bowen, ZHANG Wenju, et al. Probabilistic back analysis of spatially varying soil properties and reliability updating of slopes with multiple sources of test data[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(4): 1491-1499. (in Chinese))
- [13] STRAUB D, PAPAIOANNOU I. Bayesian Updating with Structural Reliability Methods[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2015, **141**(3): 04014134.
- [14] 蒋水华, 刘贤, 黄发明, 等. 考虑多参数空间变异性降雨入渗边坡失稳机理及可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(5): 900-907. (JIANG Shuihua, LIU Xian, HUANG Faming, et al. Failure mechanism and reliability analysis of soil slopes under rainfall infiltration considering spatial variability of multiple soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(5): 900-907. (in Chinese))
- [15] BETZ W, PAPAIOANNOU I, BECK J L, et al. Bayesian inference with Subset Simulation: Strategies and improvements[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2018, **331**: 72-93.
- [16] AU S, BECK J L. Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2001, **16**(4): 263-277.
- [17] AU S K. Augmenting approximate solutions for consistent reliability analysis[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2007, **22**(1): 77-87.
- [18] AU S K, WANG Y. Engineering risk assessment with subset simulation[M]. Singapore: John Wiley and Sons, 2014.
- [19] TIAN H M, CAO Z J, LI D Q, et al. Efficient and flexible Bayesian updating of embankment settlement on soft soils based on different monitoring datasets[J]. Acta Geotechnica, 2022, **17**(4): 1273-1294.
- [20] TIAN H M, LI D Q, CAO Z J, et al. Auxiliary Bayesian updating of embankment settlement based on finite element model and response surface method[J]. Engineering Geology, 2023, **323**: 107244.
- [21] CHING J, PHOON K, CHEN Y. Reducing shear strength uncertainties in clays by multivariate correlations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, **47**(1): 16-33.