

DOI: 10.11779/CJGE20221552

基于区域分解及零空间技术的周期排桩结构带隙计算方法与特性研究

郭文杰¹, 李佳宝¹, 罗文俊^{*1,2}, 洪 显¹, 徐长节¹

(1. 华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 江西 南昌 330013; 2. 华东交通大学江西省防灾减灾及应急管理重点实验室, 江西 南昌 330013)

摘要: 针对传统能量法求解周期排桩结构带隙时位移型函数构造复杂、计算成本高、因桩土参数畸变而导致的波形拟合困难等问题, 基于区域分解思路对传统能量法进行改进, 将桩与土分别在独立坐标系下建模, 克服桩土参数畸变问题; 再结合零空间技术处理各类边界约束, 克服了型函数构造中边界依赖问题, 且大幅提高了计算效率。研究结果表明, 相较于波数有限元法, 该方法不仅同样准确、可靠, 还具有效率优势。此外, 土体弹性模量与排桩填充率是影响带隙的主要因素; 相较于正方形布置的周期排桩, 六边形布置时可以获得较高的起始频率、截止频率和带隙宽度。

关键词: 周期排桩; 能量法; 区域分解; 零空间技术; 带隙

中图分类号: TU473.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)03-0648-07

作者简介: 郭文杰(1991—), 男, 博士, 主要研究方向为结构振动与噪声控制。E-mail: guowenjie@ecjtu.edu.cn。

Method and characteristics of band gap of periodic pile row structures based on domain decomposition and nullspace technology

GUO Wenjie¹, LI Jiabao¹, LUO Wenjun^{1, 2}, HONG Xian¹, XU Changjie¹

(1. State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Jiangxi Key Laboratory of Disaster Prevention-Mitigation and Emergency Management, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Aiming at the problems such as complex structure of displacement function, high calculation cost, and difficulty in waveform fitting caused by the distortion of pile-soil parameters when the traditional energy method is used to solve the band gap of periodic row pile structures, the traditional energy method is improved based on the idea of regional decomposition, and the pile and the soil are modeled separately in independent coordinate systems to overcome the distortion of pile-soil parameters. Then the nullspace technology is used to deal with various boundary constraints, which overcomes the boundary dependency problem in type function construction and greatly improves the computational efficiency. The results show that compared with the wave number finite element method, the proposed method is accurate and reliable, and has efficiency advantages. In addition, the elastic modulus of soil and the filling ratio of row piles are the main factors affecting the band gap. Compared with the square periodic row piles, the hexagonal arrangement can obtain higher starting frequency, cut-off frequency and band gap width.

Key words: periodic pile arrangement; energy method; region decomposition; nullspace technology; band gap

0 引言

随着经济建设的快速发展, 交通运输、建筑施工等人类活动以及地震动引起的振动和噪声问题日益凸显, 这些活动所产生的环境振动将对居民生活质量、建筑及精密仪器的保护造成持续不断的负面影响。为减弱有害环境振动, 研究人员对各种减、隔振措施展开了大量研究, 周期排桩结构的带隙特性也是隔振领域的重点问题。

1970年Richat首次提出了单排或多排薄壁衬砌的圆柱形孔作为屏障的概念^[1]。Kattis等^[2]采用了频域边界单元法对桩列和孔列在竖向简谐荷载的隔振效果进行了三维研究, 但由于三维计算模型单元数目巨大,

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(52225210); 国家自然科学基金项目(51978265); 江西省防灾减灾及应急管理重点实验室项目(20212BCD42011); 江西省自然科学基金面上项目(2022BAB204069)

收稿日期: 2022-12-17

*通信作者 (E-mail: lwj06051979@163.com)

计算时间较长。孟庆娟等^[3]基于周期理论和 COMSOL PDE 有限元法, 讨论了桩土参数对带隙的影响, 结果表明有限元可较好地应用于周期结构的带隙计算。巴振宁等^[4]基于平面波入射下周期分布散射体周围波场的周期分布特性, 提出一种新型弹性波解析方法, 提高精度的同时显著降低了求解时间。Zheng 等^[5]采用有限元方法探讨了隔离桩控制深基坑邻近隧道位移的有效性和作用机理。研究了桩基位置、桩深和桩长等影响因素, 得出深埋桩比浅埋桩拥有更好的变形控制效果。

周期排桩减振是一种复杂组合结构的自由振动问题, 能量法(如 Rayleigh-Ritz 法^[6-7])可将求解微分方程边值问题转化为泛函极值问题, 在求解结构耦合系统时能提供较大的帮助^[8-13], 近年来也被引入到周期结构带隙计算中^[14-15]。

关于排桩减振的研究以有限元法建模分析为主, 其计算功能强大, 能够模拟多种复杂工况, 但在模拟桩土及建筑结构的相互作用时, 为了获得精确的计算结果, 单元网格划分需很细、模型离散区域需很大, 且需引入人工边界条件, 常导致模型单元数量非常庞大, 自由度数万乃至上百万, 计算成本很高。有部分学者利用传统能量法分析周期性排桩结构带隙, 但存在以下问题: ①能量法需要基于 Bloch 定理构造满足周期性边界的位移场型函数, 从数学角度而言, 型函数的周期性重构难度较大^[16], 而且不同型函数的构造方式不一定相同; ②能量法通常将结构胞元放置统一坐标系进行处理, 但桩与土之间材料性质相差巨大, 波形拟合较为困难, 投入截项数较大, 甚至出现计算结果不收敛的情况; ③重构以后的位移场型函数包含波数, 这会导致涉及型函数的结构的质量和刚度矩阵中含有波数, 在计算带隙时, 结构的质量和刚度矩阵需随着波数的变化进行反复计算, 随着结构质量和刚度矩阵维度的增大, 或者扫描波数点数的增多, 计算成本也会随之增大。

鉴于此, 本文基于传统能量法, 使用区域分解的思想, 克服桩土参数畸变问题, 将型函数与周期边界条件分离, 再利用零空间技术处理边界约束, 克服型函数构造中的边界依赖问题, 计算效率大幅提高, 实现对周期性排桩减振特性的高效准确求解。

1 基于区域分解的周期排桩带隙计算方法

1.1 问题陈述

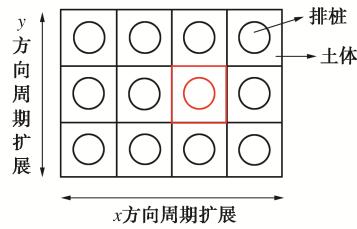
本节对引言中提到的传统能量法计算周期性排桩

结构带隙时存在的问题进行具体阐述。已有研究表明, 对于周期排桩结构而言, 三维模型的频率响应曲线变化趋势与二维模型基本一致, 采用二维平面应变模型能够有效分析排桩的减振效果^[17], 因此, 在本研究中, 假设弹性波在垂直于桩的 x - y 平面内传播, 并且桩在 z 方向上是无限的。

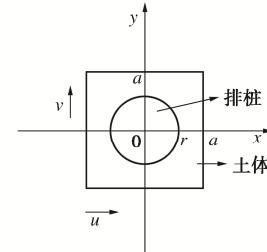
根据周期结构理论, 周期排桩可由某一根单桩通过周期性和对称性的拓扑变化获得, 故计算时仅需以某一单桩为基本单元, 并对其施加周期边界进行研究。对于图 1 所示的周期性排桩结构, 取出单个胞元进行分析, 其中, a 为 $1/2$ 的周期长度, r 为桩体半径, u , v 分别为胞元 x 方向和 y 方向两个位移分量, 平面内位移 u 可以表示为基函数 $f_i(x, y)$ 和一个未知的权重系数 $d_i(t)$ 的组合, $\mathbf{f} = \boldsymbol{\varphi} \otimes \boldsymbol{\psi}$, 符号 \otimes 表示克罗内克积, 则有

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &= \sum_i d_i(t) f_i(x, y) = \mathbf{d}^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d}, \\ \boldsymbol{\varphi} &= [\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_i(x), \dots, \varphi_m(x)]^T, \\ \boldsymbol{\psi} &= [\psi_1(y), \psi_2(y), \dots, \psi_i(y), \dots, \psi_n(y)]^T. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

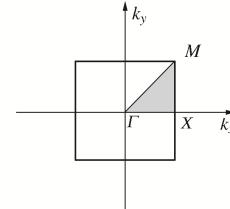
式中: $d_i(t)$ 可以表示为 $d_i = \bar{A}_i e^{i\omega t}$ 。



(a) 周期性排桩



(b) 单个桩土胞元



(c) 正方形周期结构第一布里渊区

图 1 周期性排桩自由振动模型

Fig. 1 Free vibration model for periodic row piles

根据 Bloch 定理, 周期单元在 x , y 方向上的位移需满足 Bloch 周期性边界条件, 即

$$\left. \begin{aligned} f(-a, y) &= f(a, y) e^{-ik_x 2a}, \\ f(x, -a) &= f(x, a) e^{-ik_y 2a}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: k_x , k_y 为沿着 x , y 方向的波数。

方程式 (2) 要求式 (1) 中的型函数 $f_i(x, y)$ 满足 Bloch-Floquet 周期性条件。从数学角度而言, 型函数的重构过程具有相当大的难度, 尤其是对于桩土参数差异性大的周期性结构, 且不同型函数构造方式不一定相同, 这给利用传统能量法求解周期性排桩结构振动带隙问题带来了困难。

1.2 区域分解建模

为了克服桩土参数畸变问题, 利用区域分解法, 将计算域分解为桩、土两个子域, 分别计算后再进行综合求解, 如图 2 所示。

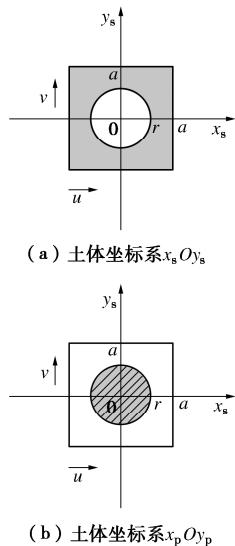


图 2 桩、土独立坐标系

Fig. 2 Independent coordinate systems of pile and soil

对于土体和桩均有 $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ 两个位移分量。根据胞量法, 土体与桩的位移可以写成

$$\left. \begin{aligned} u_s(x_s, y_s, t) &= \sum_j d_{j,1}(t) f_i(x_s, y_s) = \mathbf{d}_1^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d}_1, \\ v_s(x_s, y_s, t) &= \sum_j d_{j,2}(t) f_i(x_s, y_s) = \mathbf{d}_2^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d}_2, \\ u_p(x_p, y_p, t) &= \sum_j d_{j,3}(t) f_i(x_p, y_p) = \mathbf{d}_3^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d}_3, \\ v_p(x_p, y_p, t) &= \sum_j d_{j,4}(t) f_i(x_p, y_p) = \mathbf{d}_4^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d}_4. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: u_s , v_s 为土体分别在 x , y 方向上的位移; u_p , v_p 为桩分别在 x , y 方向上的位移; f , g 分别为土体和桩坐标系中的基函数。

对于土体周期单元, 其动能和应变能可表示如下:

$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \iint_{\omega} \sigma_s \varepsilon_s \mathrm{d}s = \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_k \mathbf{b}, \\ U_k &= \frac{1}{2} \iint_{\omega} \rho_1(x_s, y_s) (u_s^2 + v_s^2) \mathrm{d}s = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{M}_k \dot{\mathbf{b}}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

对于桩体周期单元, 其动能和应变能可表示如下:

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} \iint_{\omega} \sigma_p \varepsilon_p \mathrm{d}p = \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_c \mathbf{b}, \\ U_c &= \frac{1}{2} \iint_{\omega} \rho_2(x_p, y_p) (u_p^2 + v_p^2) \mathrm{d}p = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{M}_c \dot{\mathbf{b}}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{b}^H = [\mathbf{d}_1^H, \mathbf{d}_2^H, \mathbf{d}_3^H, \mathbf{d}_4^H]$, 上标 H 为共轭转置; $\dot{\mathbf{b}}^H$ 为对 \mathbf{b}^H 时间的导数; ρ 为材料密度; E 为材料弹性模量。对于土体周期单元, 有

$$\left. \begin{aligned} \rho_1(x_s, y_s) &= \begin{cases} \rho_s, \sqrt{x_s^2 + y_s^2} \geq r \\ 0, \sqrt{x_s^2 + y_s^2} < r \end{cases}, \\ E_1(x_s, y_s) &= \begin{cases} E_s, \sqrt{x_s^2 + y_s^2} \geq r \\ 0, \sqrt{x_s^2 + y_s^2} < r \end{cases}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

对于桩体周期单元, 有

$$\left. \begin{aligned} \rho_2(x_p, y_p) &= \begin{cases} \rho_p, \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \leq r \\ 0, \sqrt{x_p^2 + y_p^2} > r \end{cases}, \\ E_2(x_p, y_p) &= \begin{cases} E_p, \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \leq r \\ 0, \sqrt{x_p^2 + y_p^2} > r \end{cases}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

1.3 边界条件

单周期的总能量泛函可以表示为

$$\begin{aligned} \Pi &= U - T = U_k + U_c - E_k - E_c \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H (\mathbf{M}_k + \mathbf{M}_c) \dot{\mathbf{b}} - \frac{1}{2} \mathbf{b}^H (\mathbf{K}_k + \mathbf{K}_c) \mathbf{b}. \end{aligned} \quad (9)$$

此时, \mathbf{b} , $\dot{\mathbf{b}}$ 因边界条件存在, 含有线性相关系数, 无法变分, 结合前述定义的与时间相关未知向量 \mathbf{d}_j , 对周期边界条件进行处理得

$$\left. \begin{aligned} u_s(-a, y_s) - u_s(a, y_s) e^{-ik_x(2a)} &= 0, \\ v_s(-a, y_s) - v_s(a, y_s) e^{-ik_x(2a)} &= 0, \\ u_s(x_s, -a) - u_s(x_s, a) e^{-ik_y(2a)} &= 0, \\ v_s(x_s, -a) - v_s(x_s, a) e^{-ik_y(2a)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

令 $e^{-ik_x(2a)} = \lambda x$, $e^{-ik_y(2a)} = \lambda y$, 其中 k_x , k_y 分别为 x , y 方向的波数, 将上式以矩阵形式表达为

$$\begin{bmatrix} [f(-a, y_s) - f(a, y_s) \lambda x]^H & 0 \\ 0 & [f(-a, y_s) - f(a, y_s) \lambda x]^H \\ f(x_s, -a) - f(x_s, a) \lambda y]^H & 0 \\ 0 & f(x_s, -a) - f(x_s, a) \lambda y]^H \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0}, \quad (11)$$

即 $\mathbf{G}\mathbf{b} = 0$ 。

对于桩土接触界面, 设其在两个坐标系中的横坐标为 x_r , 其纵坐标为 y_r , 且 $x_r^2 + y_r^2 = r^2$ 。在本研究中, 假设桩与土体之间为固结, 即

$$\left. \begin{aligned} u_s(x_r, y_r) &= u_p(x_r, y_r), \\ v_s(x_r, y_r) &= v_p(x_r, y_r). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将式(12)以矩阵形式表达, 即

$$\begin{bmatrix} [f(x_r, y_r)]^H & 0 & [-g(x_r, y_r)]^H & 0 \\ 0 & [f(x_r, y_r)]^H & 0 & [-g(x_r, y_r)]^H \end{bmatrix} \mathbf{b} = 0, \quad (13)$$

即 $\mathbf{Hb} = 0$ 。

1.4 零空间技术求解

总的约束条件矩阵 $\mathbf{J} = [\mathbf{G}; \mathbf{H}]$, 其中“;”表示为矩阵列项排列, 则有 $\mathbf{Jb} = 0$, 求解关键在于需要找到一组满足所有约束条件的允许函数, 采用惩罚函数或拉格朗日乘子法等常规方法处理涉及到结果收敛性问题, 均较为复杂。Deng 等^[18]提出一种新型零空间计算方法 (NSM), 其核心思想是从约束条件开始计算零空间基本解, 然后假设系统的特征方程可由这些基本解的线性叠加组成, 因此最终特征频率的解将同时满足运动方程和约束条件, 通过此方法不需要原始的容许函数来满足约束条件。利用零空间处理得

$$\mathbf{Z} = \text{null}(\mathbf{J}) \quad (14)$$

式中: \mathbf{Z} 为 $\mathbf{Jb} = 0$ 的基础解系组成的集合, \mathbf{b} 可以表示为 $\mathbf{b} = \mathbf{Zd}$, \mathbf{d} 为基础解系的未知系数列向量, 它们之间线性无关, 则桩土单元总能量泛函可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = & \frac{1}{2} (\mathbf{Zd})^H (\mathbf{M}_k + \mathbf{M}_c) (\mathbf{Zd}) - \\ & \frac{1}{2} (\mathbf{Zd})^H (\mathbf{K}_k + \mathbf{K}_c) (\mathbf{Zd}) \quad (15) \end{aligned}$$

结合 Euler-Lagrange 方程 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \dot{\mathbf{d}}} \right) - \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{d}} \right) = 0$, 桩土周期结构的运动方程可以改写为

$$\{ \mathbf{Z}^H (\mathbf{K}_k + \mathbf{K}_c) \mathbf{Z} - \omega^2 [\mathbf{Z}^H (\mathbf{M}_k + \mathbf{M}_c) \mathbf{Z}] \} \mathbf{d} = 0. \quad (16)$$

式中: ω 为周期排桩结构的频率。

由于周期排桩结构的几何对称性, Bloch 波矢仅需在第一不可约布里渊区中取值, 即可代表所有的 Bloch 波矢。通过 Matlab 编程扫描第一布里渊区 (First Brillouin Zone) $k_x \times k_y = \left[0, \frac{\pi}{2a}\right] \times \left[0, \frac{\pi}{2a}\right]$ 的波数, 可以得到波矢量与频率的对应关系, 绘制周期排桩结构的振动频散曲线。

2 数值分析

2.1 收敛性分析

求解过程中, 型函数 $f_i(x, y)$ 的个数 i 在很大程度

上影响了计算结果的准确性, 需要对 i 取值进行收敛性分析。桩的周期长度和半径分别取 $a=2 \text{ m}$, $r=0.65 \text{ m}$, 桩土材料参数如表 1 所示, 其中 μ 为材料泊松比, 计算了单相土中周期实心排桩的频散曲线, 从频散曲线中随机选取 3 条曲线波数位于 $k_x = k_y = \pi/a$ 处的频率为研究对象, 其结果如图 3 所示。

表 1 桩土材料参数

Table 1 Parameters of pile-soil materials

材料	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	E/Pa	μ
土	1900	2×10^7	0.35
混凝土	2500	3×10^{10}	0.20

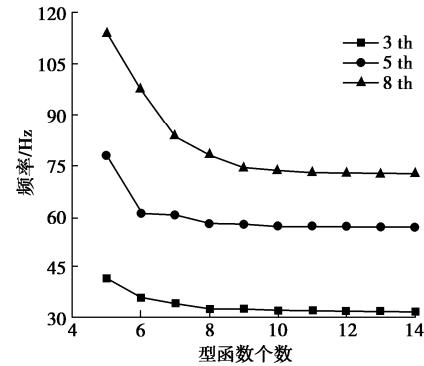


图 3 型函数个数取值收敛性分析

Fig. 3 Convergence analysis of number of shape functions

当型函数 $f_i(x, y)$ 取 12 以上时, 得到的波模态频率值已经趋于稳定, 基本不再变化, 认为结果已收敛于周期性边界。

2.2 准确性分析

为验证提出方法计算周期排桩结构带隙的准确性, 首先计算了单相土中周期实心排桩的频散曲线, 并与传统周期理论的平面波展开法计算结果^[19]及 COMSOL 有限元计算结果进行了对比。桩的周期长度和半径分别取 $a=2 \text{ m}$, $r=0.65 \text{ m}$, 桩土材料参数见表 1, 得到周期排桩的频散关系曲线 (见图 4)。

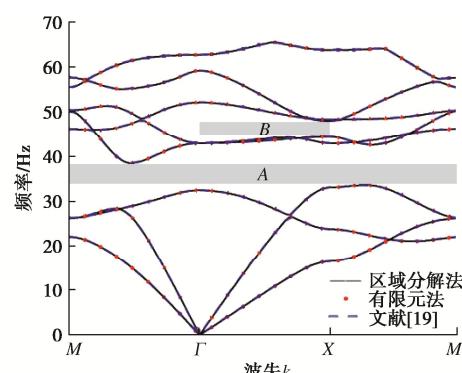


图 4 正方形周期排桩结构频散曲线

Fig. 4 Dispersion curves of square periodic row pile structures

从图 4 可以看出, 三者结果符合良好。当频率落

在 A 区域时, 在任何传播方向上均没有对应矢量 \mathbf{K} 的实波数, 也就是说, 在该频率范围内不存在任何传播波模态, 即为完全带隙。此外, 当频率落在 B 区域时, 在 ΓX 方向上没有对应矢量 \mathbf{K} 的实波数, 称为方向带隙。带隙下边界对应频率称为起始频率 (lower bound frequency, 简称 LBF), 上边界对应频率称为截止频率 upper bound frequency, 简称 UBF), 带隙所包含的频率段称为带隙宽度 (width of attenuation zone, 简称 WAZ), 通过分析带隙特性, 可以有效的评估周期排桩结构的减振性能。

除前文提到的正方形类型, 常见周期排桩还有六边形单元类型, 如图 5 所示, r 为桩体半径, a 为周期长度。

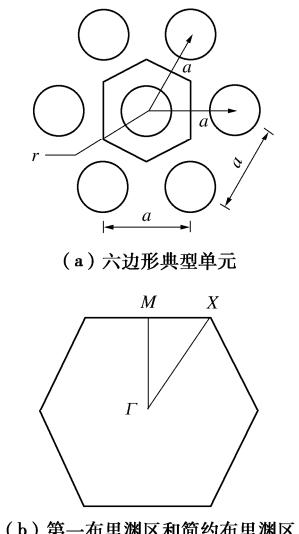


图 5 六边形周期排桩

Fig. 5 Hexagonal periodic row piles

对于图 5 所示的六边形周期性排桩, 有

$$\rho_{\pm}(x_s, y_s) = \begin{cases} \text{if } \left(\pm \frac{\sqrt{3}}{3} x_s + y_s \right)^2 > \frac{a^2}{3} \text{ or } \sqrt{x_s^2 + y_s^2} < r, 0, \\ \text{else, } \rho_s \end{cases} \quad (17)$$

$$E_{\pm}(x_s, y_s)$$

$$= \begin{cases} \text{if } \left(\pm \frac{\sqrt{3}}{3} x_s + y_s \right)^2 > \frac{a^2}{3} \text{ or } \sqrt{x_s^2 + y_s^2} < r, 0, \\ \text{else, } E_s \end{cases} \quad (18)$$

桩的周期长度取 $a=2$ m, 填充率 p 取 0.4, 即 $r = \sqrt{p \times \frac{S}{\pi}} \approx 0.66$ m, S 为六边形面积, 桩土材料参数

如表 1 所示, 利用区域分解法得到周期排桩的频散关系曲线, 并与有限元结果进行对比验证, 如图 6 所示, 两者结果符合良好。

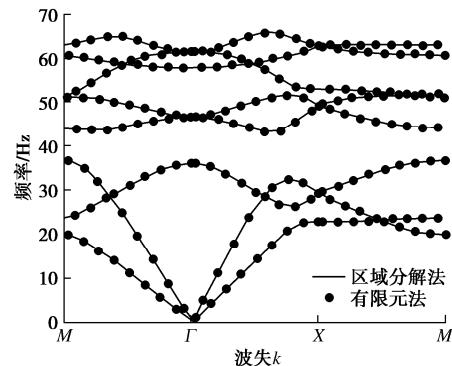


图 6 六边形周期排桩结构频散曲线

Fig. 6 Dispersion curves of hexagonal periodic row pile structures

2.3 计算效率分析

对周期结构带隙的计算主要有基于周期理论的数值计算法及有限元仿真等。以上述所提正方形周期排桩结构为例, 文献[19]采用平面波展开法进行计算, 用时约为 232742 s; 同配置下采用 COMSOL 有限元计算, 用时仅为 78 s, 明显优于传统计算方法。为验证本方法的计算效率, 在相同配置下, 保持计算精度一致, 进行 6 组不同算例并记录对应计算时长如表 2 所示。各算例结果符合良好, 区域分解法相较于有限元法, 计算效率平均提高 3~4 倍以上, 可见具有显著优势。

表 2 计算时长结果对比

Table 2 Comparison of calculation time results

序号	单元结构类型	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$		E/Pa		填充率 p	扫描波数	时长/s	
		土	混凝土	土/ 10^7	混凝土/ 10^{10}			有限元	区域分解
1	正方形	1900	2500	2.0	3	0.35	30	38	10.6
2	六边形	1900	2500	2.0	3	0.35	30	43	12.1
3	正方形	2000	2600	2.5	4	0.40	60	72	20.5
4	六边形	2000	2600	2.5	4	0.40	60	76	22.7
5	正方形	2100	2700	3.0	5	0.45	100	131	31.5
6	六边形	2100	2700	3.0	5	0.45	100	167	41.9

3 带隙特性分析

在设计周期性排桩时, 土的弹性模量、密度及排桩的填充率是重要的设计参数, 在表1材料参数的基础上, 假定其他参数不变, 单独调整土体弹性模量、密度及填充率, 图7给出了正方形与六边形两种周期单元带隙随土体弹性模量的变化情况。通过分析首阶禁带的起、止频率以及对应的带隙宽度, 能够较为清晰地评价周期排桩减振效果, 由图7可知, 随着土体弹性模量的增长, 带隙的起始频率、截止频率均快速增长。

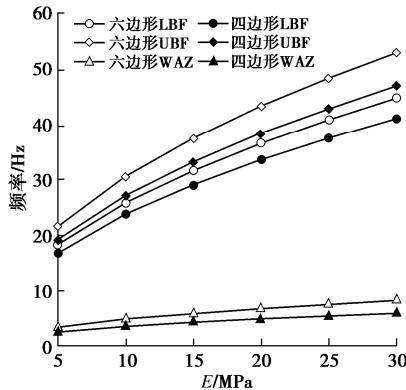


图7 带隙随土体弹性模量的变化

Fig. 7 Change of band gap with elastic modulus of soil

图8给出了带隙随土密度的变化情况, 可见土体密度对带隙的影响程度相对弹性模量较小, 而且随着土体密度的增大, 带隙起始频率、截止频率和宽度都相应减小。

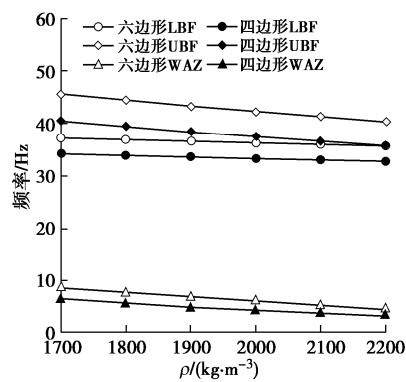


图8 带隙随土体密度的变化

Fig. 8 Change of band gap with soil density

图9给出了带隙随填充率的变化情况, 可见完全带隙的起始频率、截止频率和宽度随填充率的增加而增加, 且六边形周期排桩结构在相同土体弹性模量、密度、排桩填充率条件下, 各项量值均高于正方形周期排桩结构。综上, 土体的弹性模量及填充率对周期排桩结构的带隙有较大的影响, 土体密度影响相对较小。

在进行周期排桩设计时, 应充分考虑材料的弹性模量, 并通过增加桩半径的方式来增加完全带隙的宽度; 当需要隔离低频振动时, 可以选择正方形排布的排桩形式, 当需要隔离较高和较宽频的振动时, 可选择六边形排布的排桩形式。

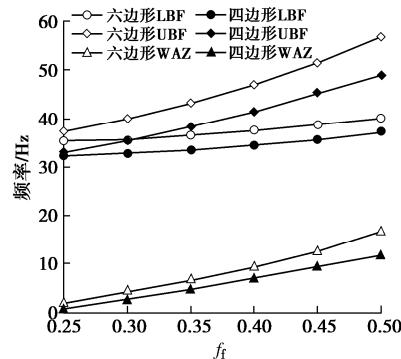


图9 带隙随排桩填充率的变化

Fig. 9 Change of band gap with filling ratio of row piles

4 结 论

(1) 运用区域分解结合零空间技术, 能够有效克服周期性排桩结构中桩土参数畸变、型函数构造中边界依赖等问题, 实现带隙的高效准确求解, 相较于COMSOL有限元法, 计算效率提高约3倍以上。

(2) 周期排桩带隙计算结果表明, 土体弹性模量与排桩填充率是影响带隙的主要因素。土的弹性模量和填充率越大, 带隙的起始频率、截止频率和带隙宽度越大; 相较于正方形布置的周期排桩, 六边形布置时可以获得较高的起始频率、截止频率和带隙宽度。

参考文献:

- [1] RICHART F E, HALL J R, WOODS R D. Vibrations of Soils and Foundations[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1970.
- [2] KATTIS S E, POLYZOS D, BESKOS D E. Structural vibration isolation by rows of piles[C]// Seventh International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering (SDEE 95), Crete, Greece, 1995: 509-516.
- [3] 孟庆娟, 石志飞. 基于周期理论和COMSOL PDE的排桩减振特性研究[J]. 岩土力学, 2018, 39(11): 4251-4260. (MENG Qingjuan, SHI Zhifei. Ambient vibration attenuation by periodic pile barriers using periodic theory and COMSOL PDE method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(11): 4251-4260. (in Chinese))
- [4] 巴振宁, 刘世朋, 吴孟桃, 等. 周期分布群桩屏障对平面弹性波隔振效应的解析求解[J]. 岩石力学与工程学报, 2020,

- [39(7):1468-1482. (BA Zhenning, LIU Shipeng, WU Mengtao, et al. Analytical solution for isolation effect of periodically distributed pile-group barriers against plane elastic wave[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(7):1468-1482. (in Chinese))
- [5] ZHENG G, WANG F J, DU Y M, et al. The efficiency of the ability of isolation piles to control the deformation of tunnels adjacent to excavations[J]. International Journal of Civil Engineering, 2018, 16(10): 1475-1490.
- [6] CHEN M, JIN G, ZHANG Y, et al. Three-dimensional vibration analysis of beams with axial functionally graded materials and variable thickness[J]. Composite Structures, 2019, 207: 304-322.
- [7] 华洪良, 廖振强, 张相炎. 轴向移动悬臂梁高效动力学建模及频率响应分析[J]. 力学学报, 2017, 49(6): 1390-1398. (HUA Hongliang, LIAO Zhenqiang, ZHANG Xiangyan. An efficient dynamic modeling method of an axially moving cantilever beam and frequency response analysis[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(6): 1390-1398. (in Chinese))
- [8] QU Y, WU S, CHEN Y, et al. Vibration analysis of ring-stiffened conical-cylindrical-spherical shells based on a modified variational approach[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2013, 69: 72-84.
- [9] 唐豪, 陈晓斌, 唐孟雄, 等. 基于复频散曲线特征的周期结构高铁路基减振研究[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(12): 2169-2179. (TANG Hao, CHEN Xiaobin, TANG Mengxiong, et al. Vibration reduction of high-speed railway subgrade with periodic structures based on complex dispersion curves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(12): 2169-2179. (in Chinese))
- [10] WANG T, SHENG M P, QIN Q H. Multi-flexural band gaps in an Euler-Bernoulli beam with lateral local resonators[J]. Physics Letters A, 2016, 380(4): 525-529.
- [11] 张文学, 寇文琦, 陈盈, 等. 基于能量法的斜拉桥纵向1阶自振周期简化计算[J]. 中国公路学报, 2017, 30(7): 50-57. (ZHANG Wenzhong, KOU Wenqi, CHEN Ying, et al. Simplified calculation of first-order longitudinal natural vibration period of cable-stayed bridges based on energy method[J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, 30(7): 50-57. (in Chinese))
- [12] WANG T, QIN Q H, ZHU X. Reaction force and power flow analysis of an acoustic metamaterial beam with multi-band gaps[J]. Acoustics Australia, 2019, 48(1): 59-67.
- [13] 宋婷婷, 郑玲, 邓杰. 基于高斯展开法的周期声学黑洞宽频能量回收特性研究[J]. 振动与冲击, 2022, 41(10): 186-195. (SONG Tingting, ZHENG Ling, DENG Jie. Gaussian expansion method used in analysing the broadband energy harvesting characteristics of periodic acoustic black holes[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(10): 186-195. (in Chinese))
- [14] 冯青松, 杨舟, 郭文杰, 等. 基于人工弹簧模型的周期结构带隙计算方法研究[J]. 力学学报, 2021, 53(6): 1684-1697. (FENG Qingsong, YANG Zhou, GUO Wenjie, et al. Research on band gap calculation method of periodic structure based on artificial spring model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(6): 1684-1697. (in Chinese))
- [15] GUO Wenjie, YANG Zhou, FENG Qingsong, et al. A new method for band gap analysis of periodic structures using virtual spring model and energy functional variational principle[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 168: 108634.
- [16] TANG L, CHENG L. Broadband locally resonant band gaps in periodic beam structures with embedded acoustic black holes[J]. Journal of Applied Physics, 2017, 121: 194901.
- [17] 孟庆娟, 乔京生. 饱和土中周期性排桩隔离体波的性能研究[J]. 振动与冲击, 2020, 39(24): 179-186. (MENG Qingjuan, QIAO Jingsheng. Vibration isolation of body waves by periodic pile barriers in saturated soil[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(24): 179-186. (in Chinese))
- [18] DENG J, XU Y X, ORIOL G, et al. Nullspace technique for imposing constraints in the Rayleigh-Ritz method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2022, 527: 116812.
- [19] HUANG J K, SHI Z F. Application of periodic theory to rows of piles for horizontal vibration attenuation[J]. International Journal of Geomechanics, 2013, 13(2): 132-142.