

DOI: 10.11779/CJGE20221513

非饱和土基坑抗隆起稳定性研究

张常光^{1,2}, 隋建浩¹, 范家荣¹, 徐 灏¹

(1. 长安大学建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059)

摘 要: 鉴于基坑周围土体常处于非饱和状态以及挡墙位移多发生绕墙底 RB 模式转动, 首先采用非饱和土双应力状态变量理论推导墙底条形基础单侧滑动的承载力与 RB 位移模式下墙-土整体下滑时的竖向抗滑力, 继而基于极限平衡法提出均布/线性吸力下非饱和土基坑抗隆起安全系数的求解过程, 最后对比文献理论解答进行基坑工程实例应用与验证和挡墙位移模式探讨。研究表明: 本文基坑抗隆起安全系数能反映土体非饱和特性与挡墙 RB 位移模式, 可自然退化为饱和土结果, 并得到文献地基承载力模式解答和极限上限法解答的合理性验证; 挡墙 RB 位移模式下的竖向抗滑力小于静止状态下的, 对应的基坑抗隆起安全系数亦然; 非饱和土基坑若按忽略非饱和强度特性的饱和土基坑简化计算, 得到的基坑抗隆起安全系数偏于保守。

关键词: 基坑抗隆起; 非饱和土; 竖向抗滑力; 基质吸力

中图分类号: TU473.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)08-1762-06

作者简介: 张常光(1982—), 男, 山东菏泽人, 博士, 教授, 从事非饱和土与地下工程等方面的研究工作。E-mail: zcg1016@163.com。

Basal anti-heave stability of foundation pits in unsaturated soils

ZHANG Changguang^{1,2}, SUI Jianhao¹, FAN Jiashen¹, XU Hao¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China; 2. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: It is known that the soils surrounding a foundation pit are commonly in an unsaturated condition and the displacement of a retaining wall routinely rotates around wall bottom (i.e., RB displacement mode). The bearing capacity of strip foundations at wall bottom with a single-sided sliding surface and the vertical anti-sliding force of wall-soil system under RB displacement mode with an overall down-sliding are first derived in the framework of the two-stress state variable theory for unsaturated soils. For uniform and linear suction profiles, the limit equilibrium method is then adopted to provide a solving process on the safety factor against basal heave of foundation pits in unsaturated soils, respectively. Finally, based on the verifications of the theoretical solutions reported in the literatures with an engineering case of foundation pits, the influences of different wall displacement modes are explored. The results show that the proposed safety factor against basal heave of foundation pits accounts for unsaturated characteristics of soils and RB displacement mode of a retaining wall. The proposed safety factor compares reasonably well with the available theoretical solutions of both the foundation bearing capacity model and the limit upper bound approach, and it can be naturally degraded to that of saturated soils. The vertical anti-sliding force and the safety factor against basal heave of foundation pits under RB displacement mode of retaining walls are smaller than those under an in-situ state. The safety factor against basal heave of foundation pits is conservative for simplified calculation of unsaturated soils taken as saturated soils ignoring unsaturated strength characteristics.

Key words: basal anti-heave of foundation pits; unsaturated soil; vertical anti-sliding force; matric suction

0 引 言

坑底隆起失稳关系着基坑安全与变形, 尤其是对于宽长的矩形软土深基坑而言^[1]。极限平衡法中的地基承载力模式广泛应用于饱和土基坑抗隆起稳定验算, 例如: 汪炳鉴等^[2]采用地基承载力模式建立了饱和土基坑抗隆起安全系数的计算公式, 但未考虑地基

承载力的宽度影响与墙-土整体下滑时的竖向抗滑力作用; 王成华等^[3]同样采用地基承载力模式, 基于单

基金项目: 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室开放基金项目 (SKLGP2020K022); 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金项目 (300102282206)

收稿日期: 2022-12-06

单侧滑动破坏,按 Terzaghi 理论重新推导了饱和土条形基础单侧滑动时的承载力 p_{ul} 为

$$p_{ul} = c'N_{1c} + qN_{1q} + \frac{1}{2}\gamma BN_{1\gamma} \quad (5)$$

式中: $q = \gamma t$ 为墙底以上坑内土体的自重; N_{1c} , N_{1q} , $N_{1\gamma}$ 为单侧滑动时的地基承载力系数。

由双侧滑动地基承载力系数 N_q 将单侧滑动地基承载力系数表示为^[3]

$$N_{1c} = \frac{1}{2}[(N_q - 1)\cot\varphi' + \tan\varphi'] \quad (6a)$$

$$N_{1q} = \frac{1}{2}\left(N_q + \frac{1}{\cos\varphi'}\right) \quad (6b)$$

$$N_{1\gamma} = 0.9(N_q - 1)\tan\varphi' + \frac{h+q_0/\gamma}{B\cos\varphi'} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\cos^2\varphi'} - \tan\varphi'\right) \quad (6c)$$

$$\text{式中, } N_q = \frac{\exp[(3\pi/2 - \varphi')\tan\varphi']}{2\cos^2(\pi/4 + \varphi'/2)}.$$

基于式 (3) 和式 (5) 并类似文献[3]开展相关推导,可得均布吸力下非饱和土条形基础单侧滑动时的承载力 p_{ul} 为

$$p_{ul} = [c' + (u_a - u_w)\tan\varphi^b]N_{1c} + qN_{1q} + \frac{1}{2}\gamma BN_{1\gamma} \quad (7)$$

(2) 竖向抗滑力

假设 RB 位移模式下墙后土体将沿倾角为 θ 且过墙踵的平面滑动,如图 3 (a) 所示。在深度 y 处取厚度为 dy 的水平薄层单元进行受力分析,如图 3 (b) 所示。

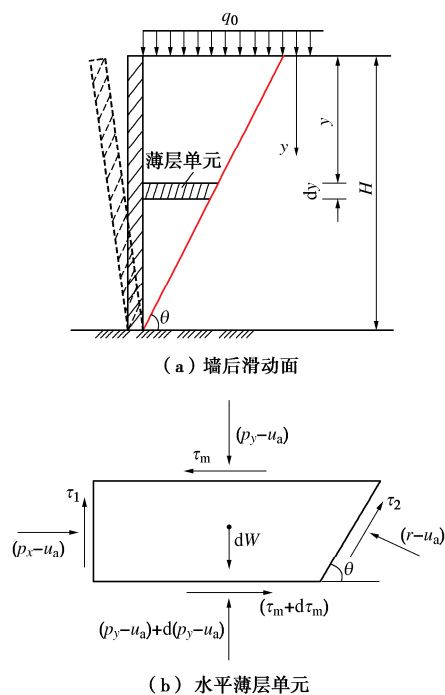


图 3 挡墙主动土压力

Fig. 3 Active earth pressures on retaining walls

水平主动土压力 $(p_x - u_a)$ 可用竖向土压力 $(p_y - u_a)$ 表示为

$$(p_x - u_a) = K(p_y - u_a) \quad (8)$$

式中, K 为主动土压力系数。

根据式 (3) 得水平面切应力 τ_m 和倾斜面切应力 τ_2 分别为

$$\tau_m = c_t + (p_y - u_a)\tan\varphi' \quad (9a)$$

$$\tau_2 = c_t + (r - u_a)\tan\varphi' \quad (9b)$$

由滑动摩擦定律得墙土间的竖向切应力 τ_1 为

$$\tau_1 = c_w + (p_x - u_a)\tan\delta \quad (10)$$

式中, c_w , δ 为墙土间的总黏聚力和外摩擦角,一般分别取土体总黏聚力 c_t 和有效内摩擦角 φ' 的 $1/3 \sim 2/3$ 。

由水平薄层单元的水平向力平衡和竖向力平衡得

$$(p_x - u_a)dy + \tau_2 dy \cot\theta - (r - u_a)dy - \tau_m dy \cot\theta + (H - y)d\tau_m \cot\theta = 0 \quad (11a)$$

$$(p_y - u_a)dy \cot\theta + \gamma(H - y)dy \cot\theta - (r - u_a)dy \cot\theta - \tau_1 dy - \tau_2 dy - (H - y)d(p_y - u_a) \cot\theta = 0 \quad (11b)$$

将式 (8), (9a), (9b), (10) 代入式 (11a), (11b) 化简得有关竖向土压力 $(p_y - u_a)$ 的一阶微分方程为

$$\frac{d(p_y - u_a)}{dy} - (1 - \alpha K) \frac{(p_y - u_a)}{H - y} - \beta \left[\gamma - \frac{\tan\theta}{H - y} (c_w + c_t) \right] = 0 \quad (12)$$

$$\text{其中, } \alpha = \frac{\cos(\theta - \varphi' - \delta) \cos\varphi'}{\cos\theta \cos\delta}, \quad \beta = \frac{\sin(\theta - \varphi') \cos\varphi'}{\sin\theta}.$$

以 $y=0$ 处 $(p_y - u_a) = q_0$ 为边界条件, 对式 (12) 积分求出竖向土压力 $(p_y - u_a)$, 进而结合式 (8) 得均布吸力下挡墙 RB 位移模式的水平主动土压力 $(p_x - u_a)$ 为

$$(p_x - u_a) = K \left[q_0 - \frac{\beta\gamma H}{\alpha K - 2} + \frac{\beta(c_w + c_t)\tan\theta}{\alpha K - 1} \right] \left(1 - \frac{y}{H} \right)^{\alpha K - 1} + \frac{K\beta\gamma(H - y)}{\alpha K - 2} - \frac{K\beta(c_w + c_t)\tan\theta}{\alpha K - 1} \quad (13)$$

设墙土间总黏聚力 $c_w = \lambda c_t$, 积分式 (13) 得水平主动土压力的合力 P_x 为

$$P_x = \int_0^H (p_x - u_a) dy = \frac{H}{\alpha} \{ q_0 + 0.5\beta\gamma H - \beta\tan\theta \cdot (1 + \lambda)[c' + (u_a - u_w)\tan\varphi^b] \} \quad (14)$$

进而求得主动土压力的合力 P 为

$$P = \frac{H}{\alpha \cos\delta} \{ q_0 + 0.5\beta\gamma H - \beta\tan\theta \cdot$$

$$(1+\lambda)[c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b] \quad (15)$$

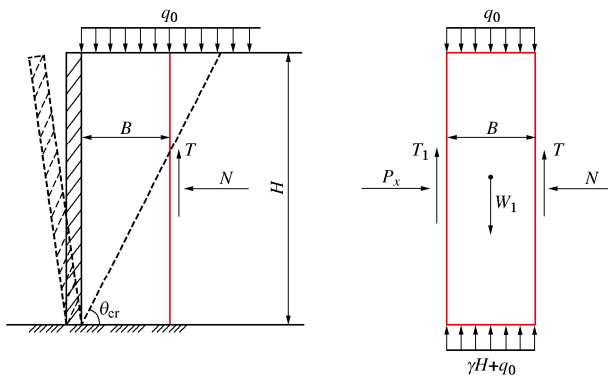
令式(15)关于角 θ 的导数为零即 $dP/d\theta=0$, 可得墙后土体滑动面的临界倾角 θ_{cr} (因参数 α 与 β 中含有角 θ , 使得临界倾角 θ_{cr} 无显式表达), 将迭代求出的临界倾角 θ_{cr} 代入式(14)得水平主动土压力合力为

$$P_{x-cr} = \frac{H}{\alpha_{cr}} \{q_0 + 0.5\beta_{cr}\gamma H - \beta_{cr} \tan \theta_{cr} \times (1+\lambda) \cdot [c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b]\} \quad (16)$$

$$\text{其中, } \alpha_{cr} = \frac{\cos(\theta_{cr} - \varphi' - \delta) \cos \varphi'}{\cos \theta_{cr} \cos \delta}, \quad \beta_{cr} = \frac{\sin(\theta_{cr} - \varphi') \cos \varphi'}{\sin \theta_{cr}}.$$

由图4中竖向滑动土体的水平向力平衡得侧压力 $N=P_{x-cr}$, 继而将式(3)沿着墙高积分, 得均布吸力下墙-土整体下滑时的竖向抗滑力 T 为

$$T = [c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b] H + \frac{H \tan \varphi'}{\alpha_{cr}} \{q_0 + 0.5\beta_{cr}\gamma H - \beta_{cr} \tan \theta_{cr} \times (1+\lambda) \cdot [c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b]\} \quad (17)$$



(a) 墙-土整体下滑

(b) 竖向滑动土体

图4 竖向抗滑力

Fig. 4 Vertical anti-sliding forces

(3) 安全系数

将式(7), (17)代入式(1)并取关于基础宽度 B 的导数为零即 $dk/dB=0$, 可得均布吸力下条形基础的临界宽度 B_{cr} 为

$$B_{cr} = 2 \frac{H}{\gamma} \cdot \left\{ 2[c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b] + \frac{\tan \varphi'}{\alpha_{cr}} \cdot \left\{ q_0 + 0.5\beta_{cr}\gamma H - \beta_{cr} \tan \theta_{cr} (1+\lambda)[c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b] \right\} \cdot \left[\left((3.6N_q - 4.6) \tan \varphi' + \frac{1}{\cos^2 \varphi'} \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (18)$$

将式(18)再代入式(1)得均布吸力下基坑的抗隆起安全系数 k 。

2.2 线性吸力

对于沿深度线性分布的基质吸力, 总黏聚力 $c_t=c' + (u_a - u_w)_0 \cdot (1-y/D_w) \tan \varphi^b$ 在水位以上为线性变化。

(1) 地基承载力

当基础底面以下基质吸力线性分布时, 常用基础下方 $1.5B$ 范围内应力球形心处的基质吸力 $(u_a - u_w)_m$ 来表征土体非饱和特性对地基承载力的贡献^[6-7], 如图5所示。

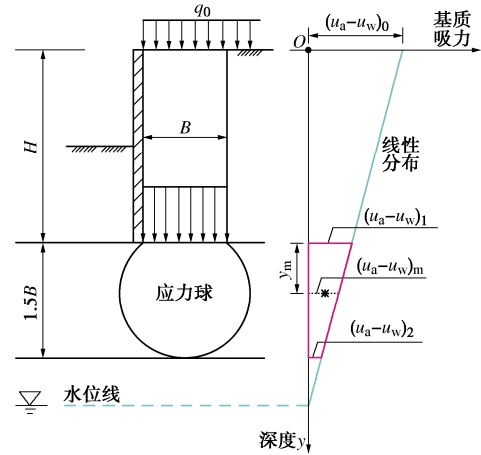


图5 形心基质吸力

Fig. 5 Matric suctions at centroid

形心距基础底面的距离 y_m 为

$$y_m = \frac{1}{3} \times 1.5B \times \frac{(u_a - u_w)_1 + 2(u_a - u_w)_2}{(u_a - u_w)_1 + (u_a - u_w)_2} = 0.75B \times \frac{D_w - H - 2B}{D_w - H - 0.75B} \quad (19)$$

由式(4)得形心基质吸力 $(u_a - u_w)_m$ 为

$$(u_a - u_w)_m = (u_a - u_w)_0 \cdot \left(1 - \frac{H}{D_w} - 0.75 \frac{B}{D_w} \times \frac{D_w - H - 2B}{D_w - H - 0.75B} \right) \quad (20)$$

用线性吸力下总黏聚力 $c' + (u_a - u_w)_m \tan \varphi^b$ 替换均布吸力下式(7)中的 $c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b$, 得线性吸力下非饱和土条形基础单侧滑动的承载力为

$$p_{u1} = [c' + (u_a - u_w)_0 \cdot \left(1 - \frac{H}{D_w} - 0.75 \frac{B}{D_w} \times \frac{D_w - H - 2B}{D_w - H - 0.75B} \right) \tan \varphi^b] \times \left(N_{1c} + qN_{1q} + \frac{1}{2} \gamma B N_{1\gamma} \right) \quad (21)$$

(2) 竖向抗滑力

关于竖向土压力 $(p_y - u_a)$ 的一阶微分方程为

$$\frac{d(p_y - u_a)}{dy} - (1 - \alpha K) \frac{(p_y - u_a)}{H - y} - \beta \left\{ \gamma - \frac{\tan \theta}{H - y} (1 + \lambda) [c' + (u_a - u_w)_0 \times (1 - y/D_w) \cdot \tan \varphi^b] + (u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b \cot(\theta - \varphi') / D_w \right\} = 0 \quad (22)$$

仍以 $y=0$ 处 $(p_y - u_a)=q_0$ 为边界条件, 由式(22)求

出竖向土压力(p_y-u_a),并结合式(8)得线性吸力下挡墙 RB 位移模式的水平主动土压力(p_x-u_a),再沿墙高积分得水平主动土压力合力 P_x 与主动土压力合力 P 分别为

$$P_x = \frac{H}{\alpha} \{ q_0 + 0.5\beta\gamma H - (1+\lambda)\beta \times \tan \theta \cdot [c' + (u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b] + \beta H(u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b \times [(0.5 + \lambda) \tan \theta + 0.5 \cot(\theta - \varphi')] \} / D_w, \quad (23a)$$

$$P = \frac{H}{\alpha \cos \delta} \{ q_0 + 0.5\beta\gamma H - (1+\lambda)\beta \times \tan \theta \cdot [c' + (u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b] + \beta H(u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b \times [(0.5 + \lambda) \tan \theta + 0.5 \cot(\theta - \varphi')] / D_w \}. \quad (23b)$$

由 $dP/d\theta=0$ 迭代求出墙后土体滑动面的临界倾角 θ_{cr} , 再代入式(23a)得水平主动土压力合力 P_{x-cr} 为

$$P_{x-cr} = \frac{H}{\alpha_{cr}} \{ q_0 + 0.5\beta_{cr}\gamma H - (1+\lambda)\beta_{cr} \times \tan \theta_{cr} \cdot [c' + (u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b] + \beta_{cr} H(u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b \times [(0.5 + \lambda) \tan \theta_{cr} + 0.5 \cot(\theta_{cr} - \varphi')] / D_w \}. \quad (24)$$

结合图 4 得线性吸力下墙-土整体下滑时的竖向抗滑力 T 为

$$T = c'H + (1 - 0.5H/D_w)H(u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b + \frac{H \tan \varphi'}{\alpha_{cr}} \{ q_0 + 0.5\beta_{cr}\gamma H - (1+\lambda)\beta_{cr} \times \tan \theta_{cr} \cdot [c' + (u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b] + \beta_{cr} H(u_a - u_w)_0 \tan \varphi^b \times [(0.5 + \lambda) \tan \theta_{cr} + 0.5 \cot(\theta_{cr} - \varphi')] / D_w \}. \quad (25)$$

(3) 安全系数

将式(21), (25)代入式(1), 继而由 $dk/dB=0$ 得关于条形基础临界宽度 B_{cr} 的隐式方程; 迭代求出临界宽度 B_{cr} , 再代入式(1)得线性吸力下基坑的抗隆起安全系数 k 。

以上即为本文在挡墙 RB 位移模式下针对均布吸力和线性吸力所给出的非饱和土基坑抗隆起安全系数推导及求解过程, 合理反映了挡墙转动位移模式与土体非饱和状态, 基质吸力为零时退化为饱和土结果, 具有一定的理论意义和良好的工程应用前景。

3 对比验证

3.1 工程实例

图 6 为某宽长矩形基坑工程实例的土层剖面^[10], 基坑设计等级为三级, 该基坑顺利完成开挖、未出现隆起破坏。基坑开挖深度 h 为 9.65 m, 灌注桩插入深度 t 为 12.85 m, 地表超载 q_0 为 20 kPa, 水位 D_w 为 40 m。根据表 1 土体层厚加权得非饱和土参数为: 重度 $\gamma=17.9 \text{ kN/m}^3$, 有效黏聚力 $c'=4.3 \text{ kPa}$, 有效内摩擦角 $\varphi'=8.6^\circ$, 并取吸力摩擦角 $\varphi^b=\varphi'/2=4.3^\circ$, 墙土间总

黏聚力 $c_w=0.5c_t$, 外摩擦角 $\delta=2\varphi'/3$ 。

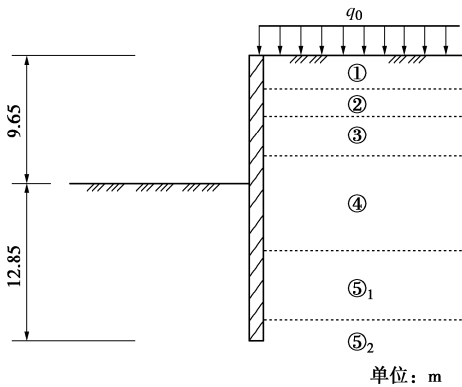


图 6 基坑土层剖面

Fig. 6 Soil profiles of a foundation pit

表 1 基坑土体参数

Table 1 Soil parameters of a foundation pit

编号	名称	厚度/m	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^3)$	c'/kPa	$\varphi'/(^\circ)$
①	杂填土	2.5	18.0	—	—
②	粉质黏土	2.0	18.9	14.0	13.25
③	淤泥粉质黏土	3.8	17.8	1.0	14.75
④	淤泥质黏土	7.0	16.9	1.0	6.25
⑤ ₁	黏土	6.0	17.5	8.0	7.25
⑤ ₂	粉质黏土	27.0	18.2	9.0	17.00

汪炳鉴等^[2]忽略地基承载力的宽度贡献与墙-土整体下滑时的竖向抗滑力, 采用地基承载力模式提出了饱和土基坑抗隆起安全系数的计算公式; 王成华等^[3]以单侧滑动的墙底条形基础承载力为出发点, 并按挡墙处于静止状态推导墙-土整体下滑时的竖向抗滑力, 建立了饱和土基坑抗隆起分析的临界宽度法。

表 2 为本文与文献[2, 3]所得基坑抗隆起安全系数 k 的比较, 可以看出: 饱和状态下本文与文献[2, 3]的抗隆起安全系数均小于 1.5, 其中文献[2]因不计地基承载力宽度项和竖向抗滑力的结果最小, 而本文相比文献[3]的抗隆起安全系数略低, 这是由于静止土压力大于 RB 位移模式主动土压力, 使得挡墙静止状态下的竖向抗滑力大于 RB 位移模式下的竖向抗滑力; 随着(地表)基质吸力的增加, 本文抗隆起安全系数不断增大, 甚至达到了三级基坑抗隆起安全系数不小于 1.5 的要求, 无需对基坑再施作额外的支撑。这表明本文抗隆起安全系数与现有方法结果的一致性和自洽性, 对实际基坑工程的良好适用性, 又能反映非饱和特性对土体强度的提高作用而降低成本具有经济性。

为进一步说明挡墙位移模式对基坑抗隆起的稳定性影响, 以此基坑实例数据为基础, 图 7 给出了饱和状态下本文与文献[3]的基坑抗隆起安全系数对比, 可以看出: 本文按挡墙 RB 位移模式所得抗隆起安全系数小于文献[3]按挡墙静止状态所得的抗隆起安全系数, 归因于 2 种挡墙位移模式下竖向抗滑力的不同; 2 种挡墙位移模式下的抗隆起安全系数差异随着有效内

摩擦角 φ' 的增大而加剧, 但与有效黏聚力 c' 无关。这意味着文献[3]高估了基坑实际的抗隆起稳定程度, 特别是对于有效内摩擦角 φ' 较大的土体。

表 2 基坑抗隆起安全系数比较

Table 2 Comparisons of safety factor for basal anti-heave of foundation pits				
基质吸力/ kPa	文献[2]	文献[3]	本文	
			均布吸力	线性吸力
0	1.25	1.42	1.40	1.40
50	1.25	1.42	1.47	1.43
100	1.25	1.42	1.52	1.46
150	1.25	1.42	1.57	1.49
200	1.25	1.42	1.62	1.51
250	1.25	1.42	1.68	1.54
300	1.25	1.42	1.73	1.56

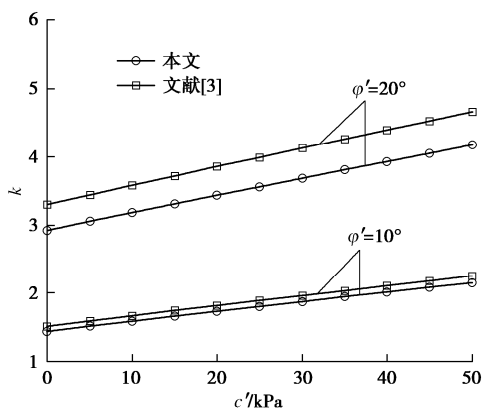
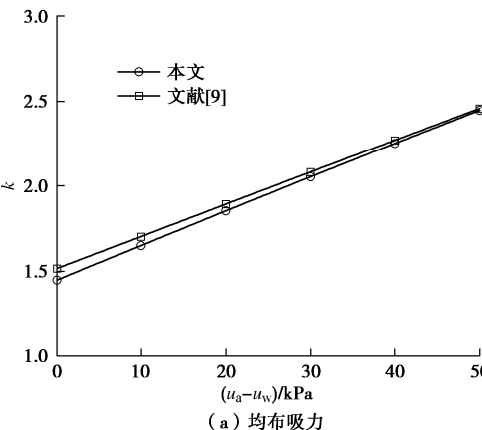


图 7 挡墙位移模式的影响

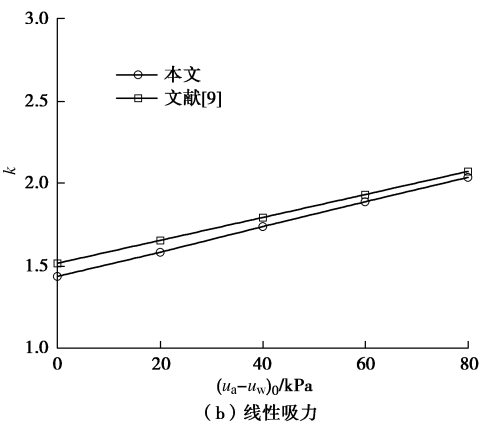
Fig. 7 Influences of displacement mode for retaining walls

3.2 极限上限解答

Zhang 等^[9]运用极限上限理论并构造基底隆起许可速度场, 由能量法求出均布吸力和线性吸力下非饱和土基坑抗隆起安全系数的理论解答。图 8 为非饱和状态下本文与文献[9]的基坑抗隆起安全系数对比, 算例参数为: $h=5\text{ m}$, $t=0\text{ m}$, $q_0=0\text{ kPa}$, $D_w=8\text{ m}$; $\gamma=18\text{ kN/m}^3$, $c'=3\text{ kPa}$, $\varphi'=20^\circ$, $\varphi^b=15^\circ$; 墙土间总黏聚力 $c_w=c_t/2$, 外摩擦角 $\delta=2\varphi'/3$ 。



(a) 均布吸力



(b) 线性吸力

图 8 对比极限上限解答

Fig. 8 Comparisons with limit upper bound solution

由图 8 可以看出: 本文抗隆起安全系数与文献[9]极限上限解答的变化趋势相同, 但本文结果略小于文献[9], 二者平均相差在均布吸力下为 2.14%、在线性吸力下为 3.43%, 这符合极限上限解答为真实解上限的界定, 也验证了本文结果的有效性。

4 结 论

(1) 本文基于地基承载力模式所提出的均布吸力和线性吸力下非饱和土基坑抗隆起安全系数推导及求解过程, 合理考虑了挡墙 RB 位移模式与土体非饱和特性的影响, 能退化为饱和土结果, 具有一定的理论意义和良好的工程应用前景。

(2) 结合基坑工程实例, 与文献地基承载力模式的 2 种解答进行结果一致性和自洽性比较, 表明了所得抗隆起安全系数对实际工程的适用性以及潜在经济性; 通过对比文献极限上限法的基坑抗隆起安全系数理论解答, 验证了所得抗隆起安全系数的有效性与精度; 按挡墙处于静止状态计算竖向抗滑力会高估基坑抗隆起稳定程度, 忽略非饱和特性的抗隆起安全系数偏于保守。

参考文献:

[1] 宋二祥, 付 浩, 李贤杰, 等. 饱和黏性地层中基坑坑底抗隆起稳定验算方法[J]. 土木工程学报, 2021, 54(10): 97-105. (SONG Erxiang, FU Hao, LI Xianjie, et al. Checking method for basal heave stability of deep excavation in saturated cohesive soil[J]. China Civil Engineering Journal, 2021, 54(10): 97-105. (in Chinese))

[2] 汪炳鉴, 夏明耀. 地下连续墙的墙体内力及入土深度问题[J]. 岩土工程学报, 1983, 5(3): 103-114. (WANG Bingjian, XIA Mingyao. Embedment depth and internal force of diaphragm wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1983, 5(3): 103-114. (in Chinese))

- assemblies of glass beads using bender-extender elements[C]// 17th ASCE Engineering Mechanics Conference. Newark, 2004.
- [15] PATEL A, BARTAKE P P, SINGH D N. An empirical relationship for determining shear wave velocity in granular materials accounting for grain morphology[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 2008, **32**(1): 1-10.
- [16] ALSHIBLI, KHALID A, et al. Quantifying morphology of sands using 3D imaging. *Journal of Materials in Civil Engineering*[J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2015, **27**(10): 04014275.
- [17] ALTUHAFI F, O'SULLIVAN C, CAVARRETTA I. Analysis of an image-based method to quantify the size and shape of sand particles[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2013, **139**(8): 1290-1307.
- [18] GU X Q, YANG J, HUANG M S. Laboratory measurements of small strain properties of dry sands by bender element[J]. *Soils and Foundations*, 2013, **53**(5): 735-745.
- [19] GOUDARZY M, KÖNIG D, SCHANZ T. Interpretation of small and intermediate strain characteristics of Hostun sand for various stress states[J]. *Soils and Foundations*, 2018, **58**(6): 1526-1537.
- ~~~~~
- (上接 1767 页)
- [3] 王成华, 鹿 群, 孙 鹏. 基坑抗隆起稳定分析的临界宽度法[J]. *岩土工程学报*, 2006, **28**(3): 295-300. (WANG Chenghua, LU Qun, SUN Peng. Critical width method for analyzing stability of foundation pits against basal heave failure[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, **28**(3): 295-300. (in Chinese))
- [4] FREDLUND D C, MORGENSTEM N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1978, **15**(3): 313-321.
- [5] ZHANG C G, CHEN X D, FAN W. Overturning stability of a rigid retaining wall for foundation pits in unsaturated soils[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2016, **16**(4): 06015013.
- [6] OH W T, VANAPALLI S K. Modeling the stress versus settlement behavior of shallow foundations in unsaturated cohesive soils extending the modified total stress approach[J]. *Soils and Foundations*, 2018, **58**(2): 382-397.
- [7] 张常光, 晏 青, 周 菲, 等. 不同吸力分布下条形地基极限承载力解答[J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, **37**(5): 1237-1251. (ZHANG Changguang, YAN Qing, ZHOU Fei, et al. Formulas of ultimate bearing capacity for strip foundation on unsaturated soils[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, **37**(5): 1237-1251. (in Chinese))
- [8] 邓 波, 杨明辉, 王东星, 等. 刚性挡墙后非饱和土破坏模式及主动土压力计算[J]. *岩土力学*, 2022, **43**(9): 2371-2382. (DENG Bo, YANG Minghui, WANG Dongxing, et al. Failure mode and active earth pressure calculation of unsaturated soil behind rigid retaining wall[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2022, **43**(9): 2371-2382. (in Chinese))
- [9] ZHANG J H, LING T, RAO Y Q, et al. Limit analysis of basal heave stability in unsaturated soils based on the unified strength theory[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2020, **39**(1): 593-602.
- [10] 赵锡宏, 陈志明, 胡中雄. 高层建筑深基坑围护工程实践与分析[M]. 上海: 同济大学出版社, 1996. (ZHAO Xihong, CHEN Zhiming, HU Zhongxiong. Practice and Analysis of Deep Foundation Pit Support Engineering of High-Rise Building[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1996. (in Chinese))