

DOI: 10.11779/CJGE20221474

# 应力作用下岩石介质两相流束缚流体饱和度分形预测模型研究

赵明凯<sup>1,2</sup>, 孔德森<sup>\*1,2</sup>, 滕森<sup>1,2</sup>, 邓美旭<sup>1,2</sup>

(1. 山东科技大学土木工程与建筑学院, 山东 青岛 266590; 2. 山东科技大学山东省土木工程防灾减灾重点实验室, 山东 青岛 266590)

**摘要:** 束缚流体饱和度是预测两相流中相对渗透率的重要参数, 在油气藏开发等工程领域有着重要作用。为此, 基于分形理论和毛细管模型, 首先将岩石等效为固体团簇的集合体, 引入不同分形维数分别表征固体团簇的尺度分布特征和流动路径的迂曲性, 然后提出了一种预测束缚流体在应力作用下的饱和度模型, 并使用试验数据进行了验证, 最后分析了束缚流体饱和度的应力敏感性和模型中各参数的影响机制。结果表明: 束缚流体饱和度与流体黏度、孔隙结构参数、压降梯度以及弹性模量密切相关, 有效应力会增大束缚流体饱和度, 分形维数可以反映束缚流体形成的流体膜厚度和实际流动长度, 量化了孔隙结构特征对束缚流体饱和度的影响。

**关键词:** 岩石; 分形; 两相流; 有效应力; 束缚流体饱和度

中图分类号: TU45 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)04-0871-09

作者简介: 赵明凯(1996—), 男, 山东潍坊人, 博士研究生, 主要从事岩石裂隙渗流等领域的研究工作。E-mail: mikia\_07@163.com。

## A fractal model for predicting irreducible fluid saturation of two-phase flows in rock media under stress

ZHAO Mingkai<sup>1,2</sup>, KONG Desen<sup>1,2</sup>, TENG Sen<sup>1,2</sup>, DENG Meixu<sup>1,2</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China; 2. Shandong

Key Laboratory of Civil Engineering Disaster Prevention and Mitigation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao  
266590, China)

**Abstract:** The irreducible fluid saturation is a significant parameter for predicting the relative permeability in two-phase flows and plays an important role in engineering fields such as oil and gas reservoir development. To this end, the rock is equated as an aggregate of solid clusters based on the fractal theory and capillary model, and different fractal dimensions are introduced to characterize the scale distribution of solid clusters and the tortuosity of flow paths, respectively. Then, a model for predicting the irreducible fluid saturation under stress is proposed and validated using the experimental data. Finally, the stress sensitivity of irreducible fluid saturation and the influence mechanism of each parameter in the model are analyzed. The results show that the irreducible fluid saturation is closely related to the fluid viscosity, pore structure parameters, pressure drop gradient and elastic modulus. The effective stress increases the irreducible fluid saturation. The fractal dimensions can represent the thickness of the fluid film formed by the irreducible fluid and the actual flow length, which quantifies the influences of the pore structure characteristics on the irreducible fluid saturation.

**Key words:** rock; fractal; two-phase flow; effective stress; irreducible fluid saturation

## 0 引言

岩石介质中的束缚流体是指赋存于岩石表面, 滞留在孔隙角隅以及微毛细管中的流体, 在驱动力作用下无法自由移动。在两相流研究中, 孔隙中的束缚流体含量会直接影响两相流的相对渗透率, 在油气资源开发、产能预测和储量估算等方面有着重要作用<sup>[1-2]</sup>。束缚流体饱和度通常定义为岩石孔隙中的束缚流体与

总孔隙体积的比值, 是影响两相渗流特性的关键参数。研究两相流动过程中束缚流体的赋存规律以及孔隙结构特征对束缚流体饱和度的影响机理, 对含水油、气藏等资源的开发至关重要<sup>[3]</sup>。

基金项目: 山东省自然科学基金项目 (ZR2019MEE027)

收稿日期: 2022-11-28

\*通信作者 (dskong828@163.com)

目前有关束缚流体的研究多侧重于宏观试验。束缚流体饱和度主要可以通过核磁共振试验、压贡试验、半渗透隔板试验等方式获得<sup>[4-5]</sup>。李海波等<sup>[6]</sup>基于核磁分析法和低温吸附试验研究了砂岩储层的束缚水膜厚度。结果表明,水膜厚度主要受孔隙半径、流体性质和温度等因素的影响,砂岩粒径越大,物性越差,岩石亲水性越强,束缚水饱和度越高。然而该研究并没有量化孔隙结构特征对束缚流体饱和度的影响。此外,许多研究表明岩石上覆压力和孔隙压力会引起岩石变形,导致孔径尺度发生变化,从而影响孔隙中的束缚流体含量。Adenutsi 等<sup>[7]</sup>基于核磁共振试验研究了应力作用下油-水两相渗流特性,指出有效应力会增大束缚流体饱和度,从而影响两相流的相对渗透率。Hu 等<sup>[8]</sup>采用岩心驱油试验和 CT 扫描技术研究了裂隙中束缚水的应力敏感性。结果表明,应力会改变岩石的优势渗流通道,当驱动力相同时,束缚水饱和度随围压的增大而增大,而在相同流速下,围压增大会降低束缚水饱和度。上述研究表明,试验是获取岩石介质中束缚流体含量的重要手段,并能有效揭示束缚流体饱和度随有效应力的变化关系。然而,现有的试验方法耗资大、费时长,并且涉及大量的数据分析,实施有较大难度。由于岩石的高度非均质性,试验结果的适用范围也会受到一定程度的限制。因此,有必要开发一种简单的理论模型研究两相流中束缚流体的应力敏感性特征,并建立束缚流体饱和度与孔隙微观结构参数之间的定量关系。

分形理论作为表征尺度分布规律的数学方法已被广泛应用于岩石介质的流体输送方面<sup>[9-10]</sup>。Peng 等<sup>[11]</sup>拓展了分形理论在核磁共振中的应用。他们基于砂岩样品的核磁共振弛豫时间,使用分形维数表征岩石的孔隙空间性质,提出了一种预测束缚水饱和度的分形方法。在两相流的应用方面, Xu 等<sup>[12]</sup>将束缚水引入多孔介质两相流研究,建立了考虑束缚水影响的相对渗透率分形预测模型。孔德森等<sup>[13]</sup>使用分形维数表征岩石的孔隙结构特征和两相流动路径的迂曲度,研究了两相流的渗流规律,为分形理论在岩石介质两相流中的应用提供了理论依据。Mo 等<sup>[14]</sup>同时考虑束缚水含量和驱动压力对渗流的影响,采用分形方法推导了气-水两相流的相对渗透率预测模型。结果表明,驱动压力增大会在一定程度上减小束缚流体形成的流体膜厚度,增大两相流动区域的宽度,从而减小相对渗透率。但是该模型只是研究了排水过程,并没有考虑有效应力和流体黏度的影响。

本文基于分形理论,将岩石等效为固体团簇的集合体,使用分形维数定量表征固体团簇的尺度特征,进一步考虑有效应力作用和流动路径的迂曲性,建立

了一种预测束缚流体饱和度的分形模型,可以有效应用于估算油气储量等工程领域。

## 1 岩石介质的分形表征

### 1.1 岩石等效模型

天然岩石通常含有许多尺寸不规则的孔隙,这些孔隙具有高度的随机性和无序性,对岩石的物理力学性能和渗流特性有着重要的影响。假设岩石是由许多直径不相等的固体团簇构成,孔隙是由固体团簇包围形成,其等效简化模型如图 1 所示。

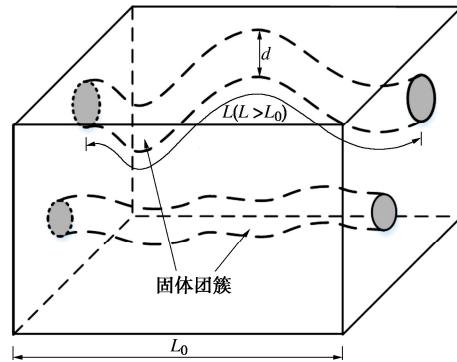


图 1 岩石等效简化模型示意图

Fig. 1 Diagram of equivalent simplified model for rock

图 1 中,  $d$  为固体团簇的等效直径,  $L_0$  为固体团簇的表观长度,  $L$  为流体的实际流动长度。由于孔隙形状复杂,流体在岩石介质中的流动路径会出现明显的迂曲性。因此,流体的实际流动长度要大于固体团簇的表观长度。将岩石的每个孔隙都视为由 3 个固体团簇包围而成,以单个孔隙为例,假设微观条件下 3 个固体团簇的等效直径分别为  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ , 满足  $c_1d_1 = c_2d_2 = d_3$ , 将形状不规则的孔隙等效为圆截面毛细管,其结构特征如图 2 所示。

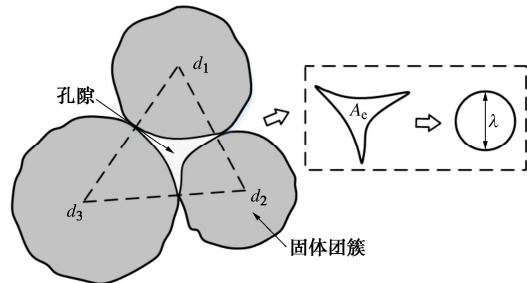


图 2 孔隙结构示意图

Fig. 2 Diagram of pore structure

图 2 中,  $A_e$  为孔隙的截面面积,  $\lambda$  为等效毛细管直径。根据图 2 可以分别计算三角形单元的面积和单元内固体团簇的截面面积,表示为

$$A_t = c_1 d_3^2, \quad (1)$$

$$A_s = c_2 d_3^2. \quad (2)$$

式中:  $A_t$  为三角形单元的面积;  $A_s$  为三角形单元内固

体团簇的截面面积。 $c_1$  和  $c_2$  为形状因子, 其值为常数, 在 3 个固体团簇直径近乎相等的特殊情况下,  $c_1 = \sqrt{3}/4$ ,  $c_2 = \pi/8$ 。将该结论推广到整个岩石介质区域, 在  $n$  个固体团簇中任意 3 个固体团簇构成的截面面积可以分别表达为

$$A_t = c_t d^2 \quad , \quad (3)$$

$$A_s = c_s d^2 \quad . \quad (4)$$

式中:  $c_t = f(c_1, c_2, \dots, c_n)$ ,  $c_s = g(c_1, c_2, \dots, c_n)$ 。由图 2 可以看出, 三角形单元的面积为单元内固体团簇面积和孔隙面积之和。因此, 孔隙的截面面积可以表达为

$$A_e = (c_t - c_s)d^2 = \frac{\pi\lambda^2}{4} \quad . \quad (5)$$

式中:  $\lambda$  为等效毛细管的横截面直径。将式 (3), (4) 代入式 (5) 可以得到

$$\lambda = \sqrt{\frac{4(c_t - c_s)}{\pi}}d \quad . \quad (6)$$

式 (6) 建立了固体团簇与孔隙之间的尺度关系, 令  $F = \sqrt{4(c_t - c_s)/\pi}$ , 式 (6) 可以简化为

$$\lambda = Fd \quad . \quad (7)$$

式中:  $F$  为无量纲的形状因子修正系数。在应力作用下, 岩石的孔隙会发生一定程度的变形。Tan 等<sup>[15]</sup>研究发现固体团簇具有与脆性材料类似的力学性能, 在应力作用下被径向压缩, 导致固体团簇和孔隙的直径减小, 但形状不变。因此, 根据固体团簇的变形特征, 可以由式 (7) 计算应力作用下的孔径变形。

固体团簇在应力作用下的变形特征可以用幂律力学模型来描述:

$$\sigma = E \varepsilon_d^n \quad . \quad (8)$$

式中:  $\sigma$  为有效应力;  $E$  为弹性模量;  $\varepsilon_d$  为应力作用下固体团簇横截面的形变量, 当  $n=1$  时, 式 (8) 可以转化为胡克定律。应力作用下固体团簇变形的微分形式可以表达为

$$d\varepsilon_d = \frac{dd}{d_0} \quad . \quad (9)$$

式中:  $d_0$  为无应力状态下的固体团簇直径。当边界条件  $\sigma=0$  时,  $d=d_0$ 。结合式 (8), (9) 进行积分求解可以得到变形后的固体团簇直径为

$$d' = d_0 \left[ 1 - \left( \frac{\sigma}{E} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad . \quad (10)$$

考虑有效应力作用, 将式 (10) 代入式 (7), 可以得到应力作用下的等效毛细管直径的表达式为

$$\lambda = F \left[ 1 - \left( \frac{\sigma}{E} \right)^{\frac{1}{n}} \right] d_0 \quad . \quad (11)$$

在应力作用下, 固体团簇的长度也会发生变形, 其变形的微分形式可表示为

$$d\varepsilon_L = -\frac{dL}{L} \quad . \quad (12)$$

式中:  $\varepsilon_L$  为固体团簇在应力作用下的变形量。由于流体是沿固体团簇的表面流动, 因此, 流体的实际流动路径和固体团簇的长度值可以看作是相等的。引入泊松比  $\nu = dd/dL$ , 积分式 (12) 可以得到应力作用下流体的实际流动长度为

$$L_s = \left[ 1 + \frac{1}{\nu} \left( \frac{\sigma}{E} \right)^{\frac{1}{n}} \right] L \quad . \quad (13)$$

## 1.2 岩石分形特征

研究表明, 岩石的结构特征符合统计上的分形定律<sup>[16-18]</sup>。因此, 假设孔隙和固体团簇的分布是随机且自相似的, 具有分形特征。根据分形方法, 岩石介质中直径大于或等于  $d$  的固体团簇的累积分布遵循分形定律, 可以表达为<sup>[19]</sup>

$$N(D_s \geq d) = \left( \frac{d_{\max}}{d} \right)^{D_f} \quad . \quad (14)$$

式中:  $N$  为直径大于或等于  $d$  的总固体团簇数;  $d_{\max}$  为固体团簇的最大截面直径;  $D_f$  为固体团簇直径分布的分形维数, 在二维条件下,  $0 < D_f < 2$ 。固体团簇截面直径在  $d$  和  $d+dd$  之间的无限小范围内变化, 因此, 式 (14) 可以视为连续可微函数, 对  $d$  求微分可以得到

$$-dN(d) = D_f d_{\max}^{D_f} d^{-(D_f+1)} dd \quad . \quad (15)$$

式中:  $-dN > 0$ , 表明固体团簇的数目随着固体团簇直径的增大而减少。其中,  $D_f$  的值可以表达为<sup>[20]</sup>

$$D_f = d_E - \frac{\ln \phi}{\ln(d_{\min}/d_{\max})} \quad . \quad (16)$$

式中:  $d_E$  为欧几里德维数, 在二维条件下,  $d_E=2$ 。 $\phi$  为岩石的孔隙度。假定流动路径与等效毛细管的长度关系同样遵循分形定律:

$$L = \lambda_0^{1-D_T} L_0^{D_T} \quad . \quad (17)$$

式中:  $D_T$  为表征流动路径迂曲度的分形维数。在二维条件下,  $1 < D_T < 2$ 。当  $D_T=1$  时, 表明毛细管是直的,  $D_T$  的值越大, 毛细管的弯曲度就越大。在  $D_T=2$  的极限情况下, 表明毛细管高度弯曲占据整个平面。其中,

$$D_T = 1 + \frac{\ln \tau_{\text{ave}}}{\ln(L_0/\lambda_{\text{ave}})} \quad . \quad (18)$$

式中:  $\tau_{\text{ave}}$  为流动路径的平均迂曲度;  $\lambda_{\text{ave}}$  为等效毛细管的平均直径。将式 (17) 代入式 (13) 可以得到应力状态下流动路径的长度为

$$L_s = \left[ 1 + \frac{1}{\nu} \left( \frac{\sigma}{E} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \lambda_0^{1-D_T} L_0^{D_T} \quad (19)$$

## 2 模型的建立

由于孔隙结构的复杂性和岩石介质的吸附性, 束缚流体通常以微毛细管束缚流体和薄膜束缚流体两种形式存在, 其中, 微毛细管束缚流体受毛细压力控制, 薄膜束缚流体受表面分子力作用滞留在孔隙壁中。假设在一定的驱动力作用下存在临界毛细管直径  $\lambda_c$ , 当  $\lambda < \lambda_c$  时, 流体以微毛细管束缚流体的形式存在, 此时受毛细压力作用, 驱动力无法克服毛细压力, 导致流体滞留在微毛细管内。当  $\lambda > \lambda_c$  时, 受岩石表面的分子力作用, 一部分流体会吸附在岩石表面形成薄膜束缚流体。假设非湿润相流体沿毛细管壁流动, 湿润相流体占据毛细管内部, 两者之间不发生相变, 应力作用下两相流的流动特征如图 3 所示。

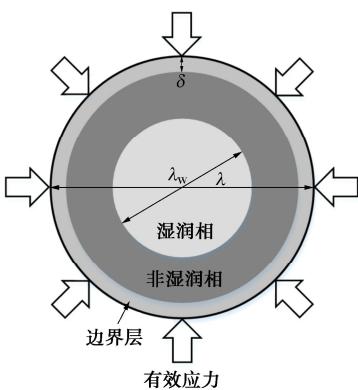


图 3 两相流动模型示意图 ( $\lambda > \lambda_c$ )

Fig. 2 Schematic diagram of two-phase flow model ( $\lambda > \lambda_c$ )

图 3 中,  $\lambda_w$  为湿润相流体的等效直径,  $\delta$  为边界层的流体膜厚度, 其值与流体黏度、压力梯度以及孔径尺度相关, 可以表达为<sup>[21]</sup>

$$\delta = a_1 \mu_w \cdot \lambda e^{a_2 \lambda} \cdot (a_3 \nabla p)^{a_4} \quad (20)$$

式中:  $\nabla p$  为最大位移压力梯度,  $\nabla p = \Delta p / L_0$ ;  $\mu_w$  为边界层的流体黏度;  $a_1$  为流体黏度影响系数;  $a_2$  为孔径尺度影响系数;  $a_3$  为压力梯度影响系数;  $a_4$  为压力梯度影响指数。各参数值满足:  $a_1 a_3^{a_4} = 0.1288$ ,  $a_2 = -0.1305$ ,  $a_4 = -0.4190$ 。

根据毛细管原理, 忽略界面张力和岩石湿润性的变化, 最大位移压力与临界毛细管半径的数值关系可以表达为<sup>[22]</sup>

$$\Delta p = \frac{4\alpha \cos \theta}{\lambda_c} \quad (21)$$

式中:  $\alpha$  为界面张力;  $\theta$  为湿润角。一般研究认为毛细管壁是光滑的, 然而实际的孔隙结构是极度不规则

的, 这导致一部分流体受到结构阻力作用滞留在孔隙角隅中形成束缚流体。由于流动路径的迂曲性, 这些孔隙系统的阻流效应被进一步放大。因此, 两相流在边界层形成的流体膜中会同时含有湿润相和非湿润相流体。定义无量纲系数  $\kappa$  为滞留在边界层的非湿润相流体所占的比例, 满足关系式:

$$\kappa = \frac{V_{b,ir} - V_\delta}{V_b - V_\delta} \quad (22)$$

式中:  $V_b$  为  $\lambda > \lambda_c$  的毛细管总体积,  $V_{b,ir}$  为  $\lambda > \lambda_c$  的毛细管中束缚流体的总体积;  $V_\delta$  为滞留在边界层的湿润相流体的体积。应力作用下, 束缚流体的体积与等效毛细管的总体积可以分别表达为

$$V_{ir} = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} \frac{\pi \lambda^2 L_t}{4} dN(\lambda) - (1 - \kappa) \int_{\lambda_c}^{\lambda_{max}} \frac{\pi (\lambda - 2\delta)^2 L_t}{4} dN(\lambda), \quad (23)$$

$$V_{total} = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} \frac{\pi \lambda^2 L_t}{4} dN(\lambda) \quad (24)$$

将式 (23) 除以式 (24) 可以得到束缚流体饱和度的表达式为

$$S_{ir} = 1 - \frac{(1 - \kappa) \int_{\lambda_c}^{\lambda_{max}} (\lambda - 2\delta)^2 \lambda^{-(D_T + D_f)} d\lambda}{\int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} \lambda^{2-D_T-D_f} d\lambda} \quad (25)$$

其中, 式 (25) 中的积分项可以表示为

$$\begin{aligned} & \int_{\lambda_c}^{\lambda_{max}} (\lambda - 2\delta)^2 \lambda^{-(D_T + D_f)} d\lambda \\ &= \int_{\lambda_c}^{\lambda_{max}} \left[ \lambda^{2-D_T-D_f} - 4\delta \lambda^{1-D_T-D_f} + 4\delta^2 \lambda^{-(D_T + D_f)} \right] d\lambda. \end{aligned} \quad (26)$$

通常情况下, 束缚流体形成的流体膜厚度较小, 因此, 相比于孔径尺度可以忽略  $\delta$  二次项的影响, 将式 (20) 代入式 (26) 可以得到积分项的简化形式为

$$\begin{aligned} & \int_{\lambda_c}^{\lambda_{max}} (\lambda^{2-D_T-D_f} - 4\delta \lambda^{1-D_T-D_f}) d\lambda = \frac{\lambda_{max}^{3-D_T-D_f} - \lambda_c^{3-D_T-D_f}}{3 - D_T - D_f} - \\ & 4a_1(a_3 \nabla p)^{a_4} \mu_w \int_{\lambda_c}^{\lambda_{max}} \lambda^{2-D_T-D_f} e^{a_2 \lambda} d\lambda. \end{aligned} \quad (27)$$

令  $M = \int_{\lambda_c}^{\lambda_{max}} \lambda^{2-D_T-D_f} e^{a_2 \lambda} d\lambda$ , 则束缚流体的饱和度可以表达为

$$\begin{aligned} S_{ir} = 1 - (1 - \kappa) \left[ & \frac{\lambda_{max}^{3-D_T-D_f} - \lambda_c^{3-D_T-D_f}}{\lambda_{max}^{3-D_T-D_f} - \lambda_{min}^{3-D_T-D_f}} - \right. \\ & \left. \frac{4(3 - D_T - D_f) a_1 (a_3 \nabla p)^{a_4} \mu_w M}{\lambda_{max}^{3-D_T-D_f} - \lambda_{min}^{3-D_T-D_f}} \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

## 3 模型的验证和分析

### 3.1 模型的可靠性验证

由式 (28) 可以看出, 束缚流体饱和度与比例系

表1 试验所用的岩心样品参数

Table 1 Parameters of core samples used in experiments

编号	长度/cm	直径/cm	孔隙度/%	$\lambda_{\max}/\mu\text{m}$	$\lambda_{\min}/\mu\text{m}$	$\lambda_c/\mu\text{m}$	$\lambda_{\text{ave}}/\mu\text{m}$	$\tau_{\text{ave}}$	$\Delta p/\text{MPa}$	$\mu_w/(\text{MPa}\cdot\text{s})$
A1	3.642	2.532	5.587	0.814	0.012	0.200	0.160	9.330	7.350	0.419
A2	4.053	2.535	13.111	5.246	0.032	0.200	0.914	4.203	7.350	0.417
A3	4.401	2.539	12.602	2.038	0.020	0.200	0.352	4.357	7.350	0.416
A4	2.282	2.528	14.088	19.894	0.032	0.200	2.174	3.940	7.350	0.414
B1	4.081	2.537	6.038	0.814	0.008	0.200	0.118	8.662	7.350	0.371
B2	4.126	2.533	12.199	1.260	0.008	0.200	0.242	4.487	7.350	0.360
C1	4.722	2.545	13.663	2.030	0.020	0.200	0.380	4.050	7.350	0.315
C2	4.807	2.546	14.508	5.196	0.032	0.200	0.862	3.838	7.350	0.316
C3	4.895	2.547	15.921	12.272	0.020	0.200	1.706	3.534	7.350	0.318
C4	4.532	2.548	12.761	5.218	0.020	0.200	0.706	4.308	7.350	0.321

表2 新模型和 Cheng 等模型的预测值与岩心品实测值的比较

Table 2 Comparison of predicted values obtained from new model and Cheng et al. model with measured values of core samples

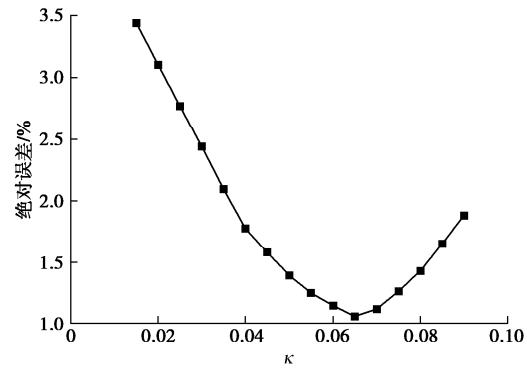
编号	$D_f$	$D_T$	$M$	试验值 $S_{\text{ir}}/\%$	模型预测值 $S_{\text{ir}}/\%$		绝对误差/%	
					Cheng 等 模型	提出的模型 ( $\kappa = 0.065$ )	Cheng 等 模型	提出的模型 ( $\kappa = 0.065$ )
A1	1.316	1.181	0.856	49.265	47.42	47.385	1.845	1.880
A2	1.602	1.134	2.703	28.361	27.58	28.369	0.781	0.008
A3	1.552	1.125	1.832	38.241	37.49	37.832	0.751	0.409
A4	1.695	1.148	3.195	24.245	23.59	25.255	0.655	1.010
B1	1.393	1.169	0.902	51.723	51.14	51.539	0.583	0.184
B2	1.584	1.125	1.401	52.881	50.12	50.651	2.761	2.230
C1	1.569	1.119	1.836	39.051	36.74	38.080	2.311	0.971
C2	1.621	1.123	2.693	26.683	26.65	28.519	0.033	1.836
C3	1.714	1.123	3.103	28.542	28.29	30.509	0.252	1.967
C4	1.630	1.132	2.693	32.217	30.61	32.307	1.607	0.090
平均值							1.158	1.059

数  $\kappa$ , 孔径大小, 分形维数、压降梯度以及流体黏度等因素密切相关。为验证模型的准确性, 将该模型的预测结果与已有的试验结果进行对比分析。Cheng 等<sup>[23]</sup>选取四川盆地中部须家河组 3 个井气层的 10 个致密砂岩样品, 通过离心测试获得了蜡封岩样的束缚水饱和度, 并基于压汞毛细管压力数据计算各岩样的孔径大小, 确定临界毛细管直径为 0.2  $\mu\text{m}$ , 将岩心样品的基本参数值列于表 1。

基于表 1 中的参数值计算不同  $\kappa$  值下的束缚流体饱和度, 并与蜡封水饱和度比较, 结果如图 4 所示。

由图 4 可以看出, 当比例系数  $\kappa$  的取值范围在 0.04~0.09 时, 绝对误差值小于 2%, 并且当  $\kappa = 0.065$  时, 绝对误差值最小。因此, 令  $\kappa = 0.065$ , 将该模型的预测值与 Cheng 等模型的预测值以及岩心样品的实测值进行对比, 并将结果列于表 2 中。

由表 2 可知, 提出的模型与岩心样品的实测值非常接近, 误差范围在 2.5% 以内, 验证了模型的可靠性。此外, Cheng 等模型预测值的绝对误差范围为 0.033%~2.761%, 平均绝对误差值为 1.158%; 而新模型预测值的绝对误差范围为 0.008%~2.230%, 平均绝对误差值为 1.059%, 新模型的误差范围和绝对误差均值更小, 预测结果更加精确。基于以上分析可知, 新模型通过引入比例系数  $\kappa$  进一步考虑了孔隙结构的阻流效应, 可以有效预测两相流的束缚流体饱和度。

图 4 不同  $\kappa$  值下的绝对误差Fig. 4 Absolute errors at different  $\kappa$  values

### 3.2 应力作用下的参数敏感性分析

应力作用对束缚流体饱和度的影响是不可忽视的, 式 (11) 建立了有效应力作用下固体团簇直径与等效毛细管直径的关系。令  $n=1$ , 将式 (11), (20) 中的参数值代入式 (28) 可以得到应力作用下束缚流体饱和度与固体团簇直径的关系式为

$$S_{\text{ir}} = 1 - (1 - \kappa) \left\{ \frac{d_{\max}^{3-D_T-D_f} - d_c^{3-D_T-D_f}}{d_{\max}^{3-D_T-D_f} - d_{\min}^{3-D_T-D_f}} - \left[ F \left( 1 - \frac{\sigma}{E} \right) \right]^{-(3-D_T-D_f)} \times \frac{0.515 \times (3 - D_T - D_f) (\nabla p)^{-0.419} \mu_w M}{d_{\max}^{3-D_T-D_f} - d_{\min}^{3-D_T-D_f}} \right\} \quad (29)$$

式中:  $d_{\max}$ ,  $d_{\min}$ ,  $d_c$  分别为最大、最小、临界固体团簇直径。由式 (29) 可以看出, 有效应力和弹性模量

也是影响束缚流体饱和度的关键因素。因此,有必要研究模型中各参数对束缚流体饱和度的影响。

假设围成岩石孔隙的任意 3 个固体团簇的直径近乎相等,岩石的孔隙尺度、流体黏度、压降梯度以及分形维数  $D_f$  和  $D_T$  等取值参考 Cheng 等<sup>[23]</sup>的试验结果,开展参数敏感性分析,将使用的参数值列于表 3。

表 3 敏感性分析使用的参数值

Table 3 Parameter values used in sensitivity analysis

符号	值	符号	值
$D_T$	1.15	$\kappa$	0.065
$D_f$	1.50	$F$	0.227
$d_c$	0.2 $\mu\text{m}$	$\mu_w$	0.35 $\text{MPa}\cdot\text{s}$
$d_{\max}$	1 $\mu\text{m}$	$E$	2 $\text{GPa}$
$d_{\min}$	0.01 $\mu\text{m}$	$\nabla p$	1.85 $\text{MPa}/\text{cm}$

基于表 3 给出的具体值,研究各参数对束缚流体饱和度的影响。由式(29)可知,分形维数  $D_f$  和  $D_T$  对  $S_{ir}$  的影响程度是相同的,以  $D_T$  为例,取  $D_f=1.5$ ,分别取  $D_T=1.05, 1.10, 1.15, 1.20, 1.25$  研究不同分形维数对束缚流体饱和度的影响。不同分形维数条件下  $S_{ir}$  随有效应力的变化特征如图 5 所示。

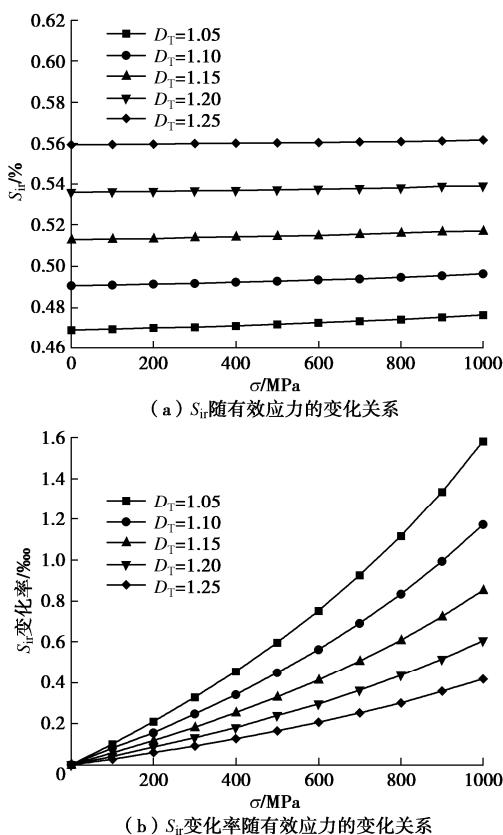


图 5 不同分形维数对  $S_{ir}$  的影响

Fig. 5 Effects of different fractal dimensions on  $S_{ir}$

由图 5 (a) 可以看出,  $D_T$  值越大,  $S_{ir}$  越大, 并且  $S_{ir}$  随有效应力的增大逐渐增大, 但是增量并不明显, 表明有效应力对  $S_{ir}$  的影响是有限的。从微观角度来解释, 固体团簇在应力作用下发生变形, 导致毛细

管直径减小,因此, 小于临界毛细管直径的孔隙数目增多,束缚流体的体积增大,  $S_{ir}$  增大。由式(17)可以看出,  $D_T$  值越大, 表明两相流动路径的迂曲程度越大, 较长的流动路径会造成更大的流动阻力, 导致滞留在孔隙中的束缚流体体积增大,  $S_{ir}$  增大。分形维数  $D_f$  用来表征固体团簇的尺度分布特征, 对  $S_{ir}$  的影响与  $D_T$  相似。由式(14), (15) 可知,  $D_f$  值越大表明固体团簇的数目越多, 而直径较小的固体团簇占的比例越大。随着  $D_f$  值增大, 有更多毛细管的直径小于临界直径, 从而使  $S_{ir}$  增大。因此, 分形维数  $D_T$  和  $D_f$  增大都会增大束缚流体饱和度。

图 5 (b) 所示的  $S_{ir}$  变化率曲线表明,  $D_T$  值越大,  $S_{ir}$  随有效应力的增长率越不明显。从微观角度上讲,流动路径是迂曲的,随着  $D_T$  值增大,由流动路径迂曲度的变化引起的流动阻力减小,在流动路径高度迂曲的极限条件下,两相流的渗透率降为零,此时  $S_{ir}$  的增长率为零,因此,  $D_T$  值增大减小  $S_{ir}$  增长率。同样地,  $S_{ir}$  的增长率随  $D_f$  值的增大而减小。由式(14), (15) 可知,  $D_f$  值越大表示岩石介质中的毛细管数目增多。在极限情况下,两相流在无数根毛管内流动,此时  $S_{ir}$  的应力敏感性远远小于单根毛细管,这与实际情况是一致的。因此,  $D_f$  值增大减小  $S_{ir}$  增长率。

基于表 3 列出的参数值,取  $d_{\min}$  为  $0.01 \mu\text{m}$ ,  $d_{\max}$  为  $1 \mu\text{m}$ , 分别取  $d_c=0.10, 0.11, 0.12, 0.13, 0.14 \mu\text{m}$ , 研究不同临界固体团簇直径下  $S_{ir}$  的应力敏感性特征,结果如图 6 所示。

由图 6 可以看出,  $d_c$  值越大,  $S_{ir}$  越大, 并且随着  $d_c$  值增大,  $S_{ir}$  变化率逐渐增大。从微观角度分析,  $d_c$  值增大, 表明小于临界毛细管直径的毛细管数目增多, 微毛细管束缚流体的含量增大。此外,  $d_c$  值增大一定程度上表示毛细管直径增大, 由式(20)可以看出, 较大的毛细管直径对应形成的束缚流体膜厚度越大,因此,  $S_{ir}$  随  $d_c$  值的增大而增大。随着  $d_c$  值的继续增大,  $S_{ir}$  增长率逐渐增大并趋于一致。当  $d_c$  值趋于接近  $d_{\max}$  值时,束缚流体更多以微毛细管束缚流体的形式存在,此时,毛细管直径较大,  $S_{ir}$  有更强的应力敏感性,而当  $d_c$  值大于某一临界值时,  $S_{ir}$  增长率几乎不再随应力变化,这表明毛细管的孔径受  $d_c$  值增大而增大的程度是有限的。因此,当  $d_c$  值到达这一临界值后,  $S_{ir}$  增长率开始趋于稳定。

为进一步研究孔隙结构特征对  $S_{ir}$  的影响,取  $d_{\min}$  为  $0.01 \mu\text{m}$ ,  $d_c$  为  $0.2 \mu\text{m}$ , 分别取  $d_{\max}$  为  $1, 2, 3, 4, 5 \mu\text{m}$  研究固体团簇的尺度特征对束缚流体饱和度的

影响, 结果如图 7 所示。

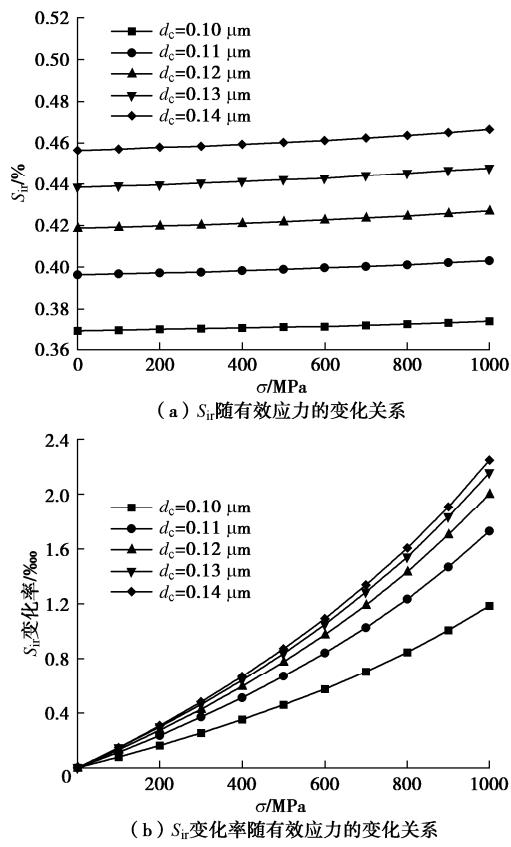


图 6 临界固体团簇直径对  $S_{ir}$  的影响

Fig. 6 Effects of critical solid cluster diameters on  $S_{ir}$

由图 7 (a) 可以看出,  $d_{\max}$  值对  $S_{ir}$  的影响非常显著,  $S_{ir}$  随  $d_{\max}$  值的增大而减小。对比于  $d_c$  值对  $S_{ir}$  的影响,  $d_{\max}$  值越小表明  $d_c$  值越趋于接近  $d_{\max}$  值, 因此,  $d_{\max}$  值和  $d_c$  值对的  $S_{ir}$  的影响程度是相反的。 $d_{\max}$  值越大, 形成的束缚流体膜厚度会有一定程度的增大, 但是以微毛细管束缚流体形式存在的流体含量减少,  $S_{ir}$  减小。由图 7 (b) 可以看出,  $d_{\max}$  值越大,  $S_{ir}$  变化率越大, 且  $S_{ir}$  增长率随  $d_c$  值增大而趋于接近。这种变化趋势与  $d_c$  值对  $S_{ir}$  变化率的影响是一致的, 表明毛细管直径越大,  $S_{ir}$  的应力敏感性越强。

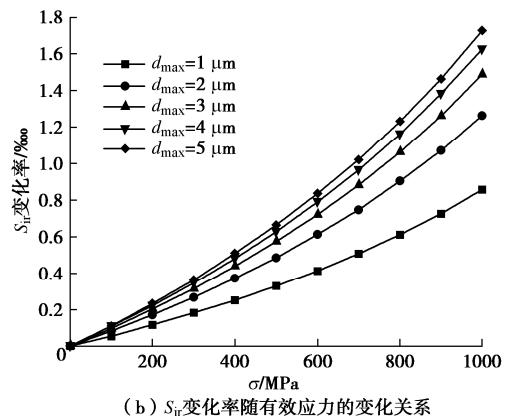
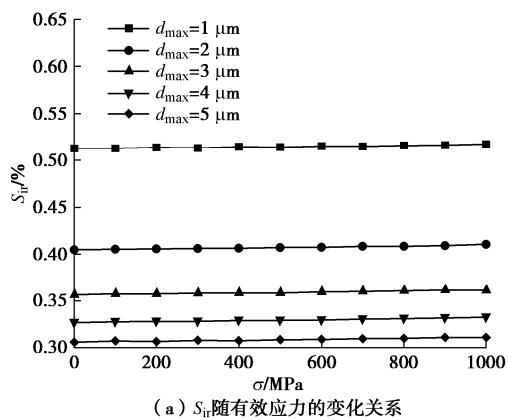


图 7 最大固体团簇直径对  $S_{ir}$  的影响

Fig. 7 Effects of maximum solid cluster diameters on  $S_{ir}$

分形维数和孔隙结构特征对  $S_{ir}$  的影响是不可忽视的, 而岩石的力学性质同样会产生影响。取  $E$  分别为 2, 3, 4, 5, 6 GPa, 其它物理量取表 3 中列出的参数值, 研究在不同弹性模量对束缚流体饱和度的影响, 结果如图 8 所示。

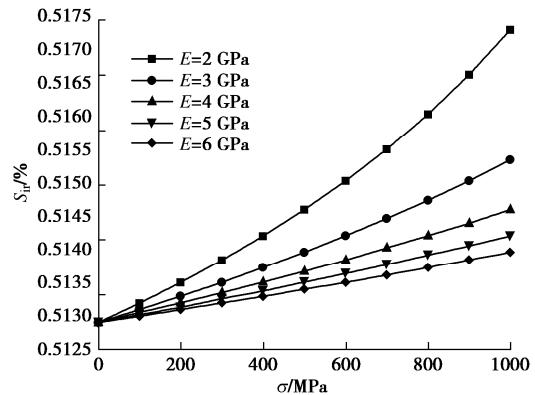


图 8 不同弹性模量对  $S_{ir}$  的影响

Fig. 8 Effects of different elastic moduli on  $S_{ir}$

由图 8 可以看出, 在无应力状态下,  $S_{ir}$  与岩石的弹性模量无关。随着有效应力的增加,  $S_{ir}$  逐渐增大, 岩石的弹性模量越大,  $S_{ir}$  越小, 表明弹性模量较小的岩石在应力作用下会赋存更多的束缚流体。由式 (11), (13) 可知, 弹性模量越大, 相同应力状态下固体团簇的变形量越小, 毛细管直径越大, 两相流的实际流动长度越小。尽管较大的毛细管直径会促进增大束缚流体膜厚度, 但是流动路径的长度减小, 流动阻力降低。考虑到固体团簇的泊松比较小, 弹性模量对流动长度的影响更加明显, 因此, 弹性模量越大,  $S_{ir}$  越小。此外, 由  $S_{ir}$  的变化曲线可知, 岩石的弹性模量越大,  $S_{ir}$  变化率越小, 表明弹性模量越大的岩石, 应力敏感性越低, 这是符合实际的。

进一步研究压降梯度和流体黏度对  $S_{ir}$  的影响。由式 (29) 可以看出两者对  $S_{ir}$  的影响程度是一致的。以压降梯度为例, 分别取  $\nabla p$  为 1.65, 1.75, 1.85, 1.95,

2.05 MPa/cm, 研究束缚水饱和度在不同压降梯度条件下的变化特征, 结果如图 9 所示。

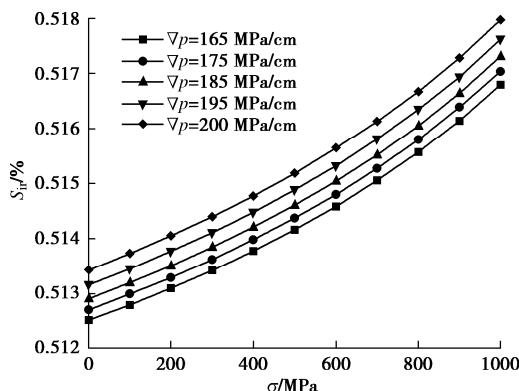


图 9 不同压降梯度对  $S_{ir}$  的影响

Fig. 9 Effects of different pressure drop gradients on  $S_{ir}$

图 9 所示的  $S_{ir}$  曲线表明,  $S_{ir}$  随压降梯度的增大而增大。由式 (20) 可知, 当临界毛细管直径相同时, 压降梯度越大, 束缚流体形成的流体膜厚度越大,  $S_{ir}$  越大。同样地, 流体黏度越大,  $S_{ir}$  越大。换个角度讲, 较大的流体黏度会增大流动阻力, 从而增大孔隙中束缚流体含量,  $S_{ir}$  增大。

由以上分析可知, 束缚流体饱和度与分形维数、孔隙结构特征、弹性模量、压降梯度以及流体黏度密切相关。有效应力会影响孔径尺度和实际流动长度, 从而改变流动阻力, 影响束缚流体饱和度。

## 4 结 论

本文基于分形理论和毛细管模型研究了应力作用下束缚流体饱和度的微观影响机制, 建立了孔隙结构参数与束缚流体饱和度之间的定量关系, 主要得到以下 3 点结论。

(1) 两相流的束缚流体含量与孔隙结构特征、流体黏度、压降梯度以及弹性模量密切相关。束缚流体饱和度随有效应力的增大而增大, 临界毛细管直径越大, 最大毛细管直径越小, 束缚水饱和度越大, 压降梯度和流体黏度增大会增大束缚流体膜厚度, 弹性模量会影响应力作用下的流动路径, 弹性模量越大, 束缚流体饱和度越小, 应力敏感性越低。

(2) 使用分形维数量化了孔隙结构特征对束缚流体饱和度的影响:  $D_T$  可以反映两相流的实际流动长度,  $D_f$  用来表示孔径尺度的分布特征, 进一步反映了束缚流体形成的流体膜厚度, 分形维数  $D_T$  和  $D_f$  增大都会增大束缚流体饱和度。

(3) 该模型与相关试验数据吻合程度高, 相比于其他模型误差范围更小, 预测值更加精确。模型的各个参数都有明确的物理意义, 可以有效揭示岩石储

层中束缚流体的赋存规律和影响机制, 为能源领域的有效开发利用等提供了理论依据。但是该模型仅适用于分形岩石介质的两相渗流过程, 对于孔隙分布不具有分形特征的岩石并不适用。

## 参 考 文 献

- [1] SU Y L, FU J G, LI L, et al. A new model for predicting irreducible water saturation in tight gas reservoirs[J]. Petroleum Science, 2020, **17**(4): 1087-1100.
- [2] 张鹏伟, 胡黎明, MEEGODA J N, 等. 基于岩土介质三维孔隙结构的两相流模型[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(1): 37-45. (ZHANG Pengwei, HU Liming, MEEGODA J N, et al. Two-phase flow model based on 3D pore structure of geomaterials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(1): 37-45. (in Chinese))
- [3] LEI G, MO S Y, DONG Z Z, et al. Theoretical and experimental study on stress-dependency of oil-water relative permeability in fractal porous media[J]. Fractals, 2018, **26**(2): 1840010.
- [4] 张冲, 张超模, 张占松, 等. 致密气储层岩心束缚水饱和度实验对比[J]. 天然气地球科学, 2016, **27**(2): 352-358. (ZHANG Chong, ZHANG Chaomo, ZHANG Zhansong, et al. Comparative experimental study of the core irreducible water saturation of tight gas reservoir[J]. Natural Gas Geoscience, 2016, **27**(2): 352-358. (in Chinese))
- [5] LIU G F, XIE S T, TIAN W, et al. Effect of pore-throat structure on gas-water seepage behaviour in a tight sandstone gas reservoir[J]. Fuel, 2022, **310**: 121901.
- [6] 李海波, 郭和坤, 李海舰, 等. 致密储层束缚水膜厚度分析[J]. 天然气地球科学, 2015, **26**(1): 186-192. (LI Haibo, GUO Hekun, LI Haijian, et al. Thickness analysis of bound water film in tight reservoir[J]. Natural Gas Geoscience, 2015, **26**(1): 186-192. (in Chinese))
- [7] ADENUTSI C D, LI Z P, XU Z C, et al. Influence of net confining stress on NMR T2 distribution and two-phase relative permeability[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2019, **178**: 766-777.
- [8] HUO D, BENSON S M. Experimental investigation of stress-dependency of relative permeability in rock fractures[J]. Transport in Porous Media, 2016, **113**(3): 567-590.
- [9] 赵明凯, 孔德森. 考虑裂隙面粗糙度和开度分形维数的岩石裂隙渗流特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, **41**(10): 1993-2002. (ZHAO Mingkai, KONG Desen. Study on seepage characteristics of rock fractures considering fracture surface roughness and opening fractal dimension[J].

- Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, **41**(10): 1993-2002. (in Chinese))
- [10] 黄献文, 姜朋明, 周爱兆, 等. 基于颗粒分形特征的土体渗透特性预测模型[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(9): 1907-1915. (HUANG Xianwen, JIANG Pingming, ZHOU Aizhao, et al. Prediction model for soil permeability based on fractal characteristics of particles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(9): 1907-1915. (in Chinese))
- [11] PENG L, ZHANG C, MA H L, et al. Estimating irreducible water saturation and permeability of sandstones from nuclear magnetic resonance measurements by fractal analysis[J]. Marine and Petroleum Geology, 2019, **110**: 565-574.
- [12] XU P, QIU S X, YU B M, et al. Prediction of relative permeability in unsaturated porous media with a fractal approach[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2013, **64**: 829-837.
- [13] 孔德森, 赵明凯, 时健, 等. 基于分形维数特征的岩石介质气-水相对渗透率预测模型研究[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(7): 1421-1429. (KONG Desen, ZHAO Mingkai, SHI Jian, et al. A model for predicting gas-water relative permeability of rock media based on fractal dimension characteristics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(7): 1421-1429. (in Chinese))
- [14] MO S Y, HE S L, LEI G, et al. Effect of the drawdown pressure on the relative permeability in tight gas: A theoretical and experimental study[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2015, **24**: 264-271.
- [15] TAN X H, LI X P, LIU J Y, et al. Study of the effects of stress sensitivity on the permeability and porosity of fractal porous media[J]. Physics Letters A, 2015, **379**(39): 2458-2465.
- [16] KRUHL J H. Fractal-geometry techniques in the quantification of complex rock structures: a special view on scaling regimes, inhomogeneity and anisotropy[J]. Journal of Structural Geology, 2013, **46**: 2-21.
- [17] 赵明凯, 孔德森, 关盛杰, 等. 岩体裂隙渗透率应力敏感性分形研究[J]. 地下空间与工程学报, 2022, **18**(6): 1799-1804, 1833. (ZHAO Mingkai, KONG Desen, GUAN Shengjie, et al. Fractal study on stress sensitivity of fracture permeability[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2022, **18**(6): 1799-1804, 1833. (in Chinese))
- [18] 金毅, 王俏俏, 董佳斌, 等. 颗粒填充型分形孔隙结构复杂组构表征[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, **41**(6): 1160-1171. (JIN Yi, WANG Qiaoqiao, DONG Jiabin, et al. Characterization of the complexity assembly of fractal bed-packing porous media[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, **41**(6): 1160-1171. (in Chinese))
- [19] YU B M. Analysis of flow in fractal porous media[J]. Applied Mechanics Reviews, 2008, **61**(5): 050801.
- [20] YU B M, LI J. A fractal model for the transverse thermal dispersion conductivity in porous media[J]. Chinese Physics Letters, 2004(1): 117-120.
- [21] TIAN X F, CHENG L S, YAN Y Q, et al. An improved solution to estimate relative permeability in tight oil reservoirs[J]. Journal of Petroleum Exploration and Production Technology, 2015, **5**(3): 305-314.
- [22] HUANG S, YAO Y D, ZHANG S, et al. A fractal model for oil transport in tight porous media[J]. Transport in Porous Media, 2018, **121**(3): 725-739.
- [23] CHENG Y, ZHANG C, ZHU L q. A fractal irreducible water saturation model for capillary tubes and its application in tight gas reservoir[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2017, **159**: 731-739.