

DOI: 10.11779/CJGE20221379

考虑环间接头影响的盾构隧道纵向变形简化解

梁荣柱¹, 张志伟^{*1}, 李忠超², 符宇坤¹, 曹世安¹, 康成¹, 肖铭钊², 吴文兵¹

(1. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074; 2. 武汉市市政建设集团有限公司, 湖北 武汉 430023)

摘要: 为反映外荷载下盾构隧道相邻环间张开和错台, 提出考虑环间接头影响的盾构隧道纵向变形简化解答。首先, 引入纵向梁-弹簧模型模拟盾构隧道纵向受力变形, 其中采用 Timoshenko 短梁考虑隧道环段变形, 引入转动和剪切弹簧分别模拟环间接头转动与错台。其次, 构建弹性地基上纵向梁-弹簧模型的有限差分方程, 以解决环间接头-管环非连续变形求解问题, 并推导外荷载下既有盾构隧道的纵向变形公式。最后, 建立新建隧道上穿和下穿引起既有盾构隧道的纵向变形解答, 并与新建隧道上、下穿越工程案例及现有理论方法对比验证。研究结果表明: 所提方法预测的隧道位移与 Timoshenko 连续梁模型, 协同变形模型和实测数据均具有较好的一致性, 但所提方法得到的环间错台略低于 Timoshenko 梁模型和协同变形模型; 所提方法可考虑环间接头的影响, 得到的隧道位移曲线呈现既不光滑也不连续的特征, 其中环段变形以刚体位移为主, 而环间接头主要发生转动和错台; 而基于现有理论所得盾构隧道纵向位移均为连续曲线, 无法反映环间接头的真实转动与错台位移。

关键词: 盾构隧道; 纵向变形; 环间接头; 纵向梁-弹簧模型; 接头张开; 环间错台

中图分类号: TU378 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)02-0254-10

作者简介: 梁荣柱(1988—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事城市盾构隧道结构安全方面的研究工作。E-mail: liangcug@163.com。

Simplified solutions for longitudinal deformation of shield tunnels considering influences of circumferential joints

LIANG Rongzhu¹, ZHANG Zhiwei¹, LI Zhongchao², FU Yukun¹, CAO Shi'an¹, KANG Cheng¹,
XIAO Mingzhao², WU Wenbing¹

(1. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Wuhan Municipal Construction Group Co., Ltd.,
Wuhan 340023, China)

Abstract: In order to reflect the opening and dislocation between adjacent rings of a shield tunnel subjected to external loads, an analytical solution for the longitudinal deformation of the shield tunnel is proposed which considering the effects of circumferential joints. Firstly, a simplified longitudinal beam-spring shield tunnel model is introduced to simulate the longitudinal deformation of the shield tunnel. The Timoshenko short beam is used to consider the deformation of the segmental ring. The rotation and shearing springs are used to simulate the rotation and dislocation of the circumferential joints, respectively. Secondly, the finite difference equation of the longitudinal beam-spring model resting on the elastic foundation is established to solve the discontinuous deformation of the circumferential joint-segmental ring. The formula for the longitudinal deformation of the existing shield tunnel under external loads is further derived. Finally, the solutions for the longitudinal deformation of the existing shield tunnel associated with overcrossing tunneling and undercrossing tunneling are established, respectively. The proposed method is verified with new tunnel over-crossing and under-crossing case histories and previous theoretical methods. The results show that the predicted results by the present solution are consistent with those by the Timoshenko continuous beam model and cooperative deformation model and the field measurements, but the dislocations obtained by the present solution are slightly lower than those by the Timoshenko continuous beam model and the cooperative deformation model. The proposed method takes the effects of the circumferential joints into consideration, and it leads to the predicted displacement curve of the tunnel, which is neither smooth nor continuous. It is found that the rigid displacement mainly occurs in the segmental rings, while the rotation and dislocation occur in the circumferential joints. The previous methods always give continuous displacement curves of tunnels, which cannot truly reflect the real rotation and dislocation of joints.

基金项目: 住房和城乡建设部科学技术计划项目(2021-K-074); 湖北省教育厅科学研究计划指导性项目(B2021002); 武汉市市政集团科研项目(wszy202013); 2022 年度浙江省“尖兵”“领雁”研发攻关计划项目(2022C03151)

收稿日期: 2022-11-07

*通信作者 (E-mail: zzw123ab@163.com)

Key words: shield tunnel; longitudinal deformation; circumferential joint; longitudinal beam-spring model; opening of joint; dislocation between rings

0 引言

盾构法隧道是目前软土地层中最主要的地铁隧道结构之一。地铁隧道在逐步网络化的同时其结构会不可避免受到城市建设施工影响, 如邻近大面积突发堆载、新建线路近距离穿越、紧邻深基坑开挖等。盾构隧道作为复合细长结构在外部施工作用下将诱发其纵向不均匀位移, 当引起的变形超过其自身结构的承载极限时, 将会导致地铁隧道发生环间变形、管片渗水和破裂甚至列车脱轨等严重安全事故。因此研究地铁盾构隧道在外荷载作用下的纵向变形对地铁隧道的保护具有重要的意义。

盾构隧道是由一系列预制钢筋混凝土管片通过环间螺栓连接而成, 其最明显的特征是存在大量薄弱的环间接头。这决定了在遭受外部荷载时, 其纵向变形特性和承载能力与连续细长结构物(如桩基和连续管道)有较大的差异。在外部施工作用时, 拼装为整体的管环段由于刚度较大, 不易发生剪切和弯曲变形, 往往以刚体移动为主, 而环间接头由于抵抗变形能力较弱, 则容易发生转动和错台^[1]。这使得盾构隧道在承受外荷载时其纵向位移分布具有明显的不连续性, 环间同时存在张开和错台变形, 如图1所示。

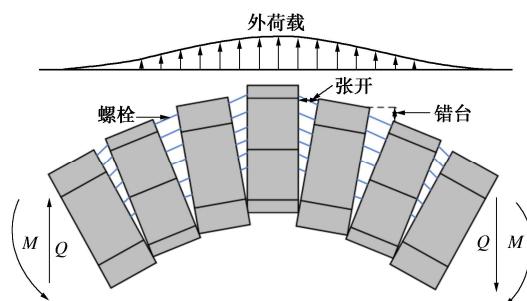


图1 盾构隧道在外荷载下的纵向变形

Fig. 1 Longitudinal deformations of a shield tunnel subjected to external loads

目前分析和预测新建隧道穿越^[2-5]、临近基坑开挖^[6-7]和地表堆载等外部施工作用下盾构隧道的纵向变形, 主要采用的是等效连续地基梁模型, 如图2(a)所示。等效连续地基梁模型是将盾构隧道视为地基上具有等效刚度的连续长梁。目前, 最为常用的等效连续梁模型为 Euler-bernoulli(EB)梁和 Timoshenko(TM)梁模型。等效连续梁模型因其概念简单、可靠有效而在临近施工引起盾构隧道的纵向变形评估中备受青睐。Liang等^[2-3]先后将既有盾构隧道简化为EB梁和TM梁模型, 推导得到了新建隧道上穿时既有盾构隧

道纵向解答; Zhang等^[4]、Yu等^[5]分别将既有盾构隧道视为EB和TM梁来预测新建隧道下穿时既有隧道的纵向行为; 陈仁朋等^[6]、Cheng等^[7]将TM梁模型用于分析临近基坑开挖引起的既有盾构隧道纵向变形。

等效连续梁模型在分析盾构隧道纵向变形特点时, 往往会忽略隧道环段和环间接头的刚度差异, 且难以真实反映盾构隧道的环间张开与错台。为此部分学者提出了协同变形模型^[8], 如图2(b)所示。在该模型中, 盾构隧道的管环段被视为刚体, 环间接头通过剪切和拉伸弹簧来模拟, Liu等^[9]进一步在接头增加了压缩弹簧以考虑轴向作用。协同变形模型能够有效地预测临近施工引起的隧道纵向变形。Liu等^[9-10]应用协同变形模型分别提出新建隧道上穿和下穿作用下既有盾构隧道的纵向变形预测理论方法; 魏纲等^[11]、Huang等^[12]分别基于协同变形模型推导得到了临近基坑开挖卸载作用下既有盾构隧道的纵向变形解答, 随后张治国等^[13]进一步采用该模型用于研究新建盾构下穿下考虑衬砌渗透性的既有隧道纵向变形。

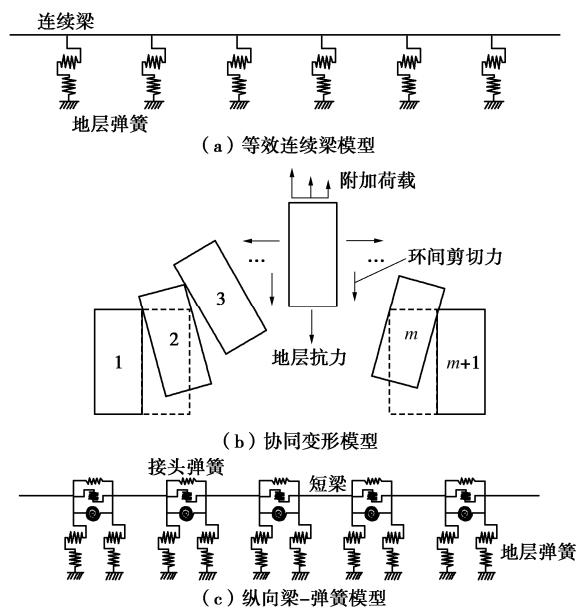


图2 盾构隧道模型

Fig. 2 Models for shield tunnels

相较于以上两种盾构隧道模型, Koizumi等^[14]提出的纵向梁-弹簧模型能更真实地反映盾构隧道的环间变形, 该模型将盾构隧道视为由一系列短梁和具有不同功能的接头弹簧连接而成, 如图2(c)所示。但由于目前尚未有简便、有效的解决方案使得该模型难以普遍采用。Huang等^[15]首先基于状态空间法给出了Winkler地基上纵向梁-弹簧模型的简便解, 但其方法

并不能同时描述隧道环段和接头的变形，得到的隧道位移曲线是连续的。

针对前人研究的不足，采用纵向梁-弹簧模型构建盾构隧道纵向变形模型，引入 Timoshenko 梁表征隧道环段的变形，结合剪切弹簧和转动弹簧模拟环间接头受力特点。通过构建位于弹性地基上纵向梁-弹簧模型的有限差分方程，以解决环间接头-管环非连续变形求解问题，从而推导既有隧道在外荷载下的纵向变形公式。在此基础上，分别建立新建隧道上穿和下穿施工引起的外荷载作用下既有盾构隧道的纵向变形计算方法，并与新建隧道上、下穿越施工实测案例及既有理论方法对比以验证所提方法的合理性。

1 简化的纵向梁-弹簧盾构隧道模型

为同时考虑盾构隧道环间张开和错台变形以及环间接头刚度的弱化，引入纵向梁-弹簧模型，如图 3 所示。本文对该模型基本假设如下：①盾构隧道由管环段通过环间接头连接而成；②隧道环段变形采用 Timoshenko 梁模拟；③环间接头采用线性转动和剪切弹簧模拟。

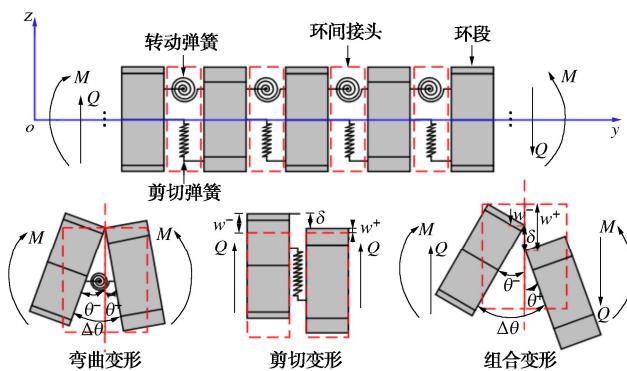


图 3 简化的纵向梁-弹簧盾构隧道模型

Fig. 3 Simplified longitudinal beam-spring shield tunnel model

基于单变量的 Timoshenko 梁理论^[16]，可得管环段的位移、内力和几何方程：

$$w = w_b + w_s, w = w_b - \frac{EI}{\kappa GA} \frac{d^2 w_b}{dy^2}, w_s = -\frac{EI}{\kappa GA} \frac{d^2 w_b}{dy^2}; \quad (1a)$$

$$\theta = \frac{dw_b}{dy}, \gamma = -\frac{EI}{\kappa GA} \frac{d^3 w_b}{dy^3}; \quad (1b)$$

$$M = -EI \frac{d^2 w_b}{dy^2}, Q = -EI \frac{d^3 w_b}{dy^3}, EI \frac{d^4 w_b}{dy^4} = q. \quad (1c)$$

式中： θ 为环段截面转角； w 为环段竖向位移； w_s 和 w_b 分别为环段的剪切和弯曲位移； M 和 Q 分别为环段弯矩和剪力； EI 为环段抗弯刚度； GA 为环段抗剪刚度； κ 为 Timoshenko 梁剪切系数，圆形隧道取 0.53^[17]； q 为作用于环段上的外部荷载。

对于隧道接头处弯矩和剪力有以下表达式^[1]：

$$M_j^- = M_j^+ = M_j = k_\theta \Delta \theta = k_\theta (\theta^- - \theta^+), \quad (2a)$$

$$Q_j^- = Q_j^+ = Q_j = k_s \delta = k_s (w_b^- - w_b^+). \quad (2b)$$

式中： M_j^- ， M_j^+ 和 M_j 分别为隧道接头左侧隧道截面、右侧隧道截面以及接头处的弯矩； Q_j^- ， Q_j^+ 和 Q_j 分别为隧道接头左侧隧道截面、右侧隧道截面以及接头处的剪力； k_θ ， k_s 分别为隧道环间接头转动刚度和剪切刚度； $\Delta \theta$ ， δ 分别为接头段两侧隧道截面的相对转角和剪切错台； θ^- ， θ^+ 分别为接头段左侧和右侧隧道截面转角； w_b^- ， w_b^+ 分别为接头段左侧和右侧隧道截面的弯曲位移。

2 外荷载下盾构隧道纵向变形

2.1 盾构隧道纵向变形推导

图 4 为在外荷载下盾构隧道纵向响应计算模型。将盾构隧道视为 Winkler 地基上的简化纵向梁-弹簧模型。根据管环段受力平衡及弯矩平衡，可得到隧道环段在纵向外荷载作用下弯曲位移 $w_b(y)$ 的微分控制方程为

$$\frac{d^4 w_b}{dy^4} - \frac{k D_t}{\kappa G A} \frac{d^2 w_b}{dy^2} + \frac{k D_t}{E I} w_b = \frac{D_t}{E I} q(y). \quad (3)$$

式中： D_t 为既有隧道直径； k 为地基反力系数。

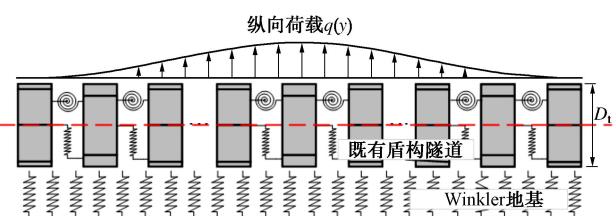


图 4 在外荷载下盾构隧道纵向响应计算模型

Fig. 4 Model for longitudinal responses of shield tunnel to external loads

由图 4 可见，盾构隧道包含管环段和大量的环间接头，其受力变形具有不连续的特点，因此，可通过对其离散化处理以得到其数值解答。图 5 为盾构隧道纵向离散化示意图。假定盾构隧道含有 n_2 个环段，每个环段离散为 n_1 个长度为 l 的节点。为考虑边界条件影响，在隧道两端各增加 2 个虚拟节点。因此，盾构隧道共可分为 $n_1 n_2 + 4$ 个节点。

根据有限差分原理，式 (3) 在第 i 个节点上可改写为以下差分表达式：

$$\frac{w_{b(i+2)} - 4w_{b(i+1)} + 6w_{b(i)} - 4w_{b(i-1)} + w_{b(i-2)}}{l^4} - \frac{k D_t}{\kappa G A}.$$

$$\frac{w_{b(i+1)} - 2w_{b(i)} + w_{b(i-1)}}{l^2} + \frac{k D_t}{E I} w_{b(i)} = \frac{D_t}{E I} q_i. \quad (4)$$

由于挠度 $w_b(y)$ 仅在隧道环段上连续可导，而在环

间接头处既不连续也不可导, 因此需在接头处附近增设虚拟节点, 如图 6 所示, 虚拟节点表示若环间接头不存在时隧道变形后的位置。

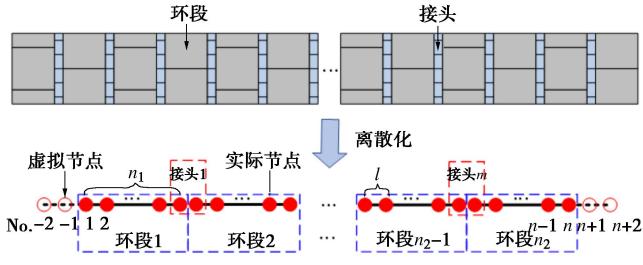


图 5 盾构隧道离散化

Fig. 5 Discretization of shield tunnel

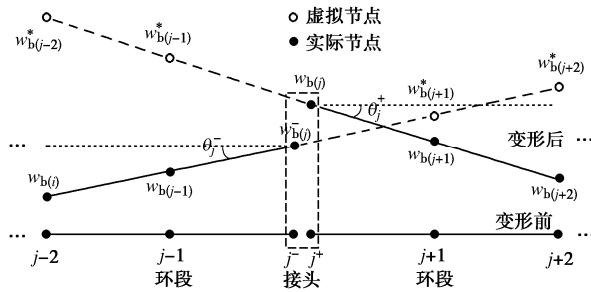


图 6 环间虚拟节点

Fig. 6 Virtual nodes at circumferential joint

根据式 (1) 和 (2), 第 j 个接头处的弯矩 M_j 表示为

$$M_j = k_\theta(\theta_j^- - \theta_j^+) = \frac{k_\theta}{2l} (w_{b(j+1)}^* + w_{b(j-1)}^* - w_{b(j-1)} - w_{b(j+1)}) \quad (5)$$

而第 j 个接头段左右侧环段截面的弯矩 M_j^- 和 M_j^+ 可分别表示为

$$M_j^- = -EI \frac{d^2 w_b}{dy^2} \Big|_{i=j^-} = -EI \frac{w_{b(j-1)} - 2w_{b(j)}^- + w_{b(j+1)}^*}{l^2}, \quad (6a)$$

$$M_j^+ = -EI \frac{d^2 w_b}{dy^2} \Big|_{i=j^+} = -EI \frac{w_{b(j-1)}^* - 2w_{b(j)}^+ + w_{b(j+1)}}{l^2}. \quad (6b)$$

结合式 (2a), (5), (6a), (6b) 可求得虚拟节点 $w_{b(j-1)}^*$ 和 $w_{b(j+1)}^*$ 的表达式分别为

$$w_{b(j-1)}^* = \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j-1)} - \frac{EI}{k_\theta l + EI} w_{b(j+1)}^* + \frac{k_\theta l + 2EI}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^+ - \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^-, \quad (7a)$$

$$w_{b(j+1)}^* = \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j+1)} - \frac{EI}{k_\theta l + EI} w_{b(j-1)} + \frac{k_\theta l + 2EI}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^- - \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^+. \quad (7b)$$

同理, 第 j 个接头段左右侧环段截面的剪力 Q_j^- 和

Q_j^+ 可分别表示为

$$Q_j^- = -EI \frac{w_{b(j+2)}^* - 2w_{b(j+1)}^* + 2w_{b(j-1)} - w_{b(j-2)}}{2l^3}, \quad (8a)$$

$$Q_j^+ = -EI \frac{w_{b(j+2)} - 2w_{b(j+1)} + 2w_{b(j-1)}^* - w_{b(j-2)}^*}{2l^3}. \quad (8b)$$

结合式 (2b), (7a), (7b), (8a), (8b) 可求得虚拟位移节点 $w_{b(j-2)}^*$ 和 $w_{b(j+2)}^*$ 的表达式分别为

$$w_{b(j-2)}^* = w_{b(j+2)} - \frac{4EI + 2k_\theta l}{EI + k_\theta l} w_{b(j+1)} + \frac{2k_\theta l}{EI + k_\theta l} w_{b(j-1)} + \left(\frac{4EI + 2k_\theta l}{EI + k_\theta l} - \frac{2k_s l^3}{EI} \right) w_{b(j)}^+ + \left(\frac{2k_s l^3}{EI} - \frac{2k_\theta l}{EI + k_\theta l} \right) w_{b(j)}^-, \quad (9a)$$

$$w_{b(j+2)}^* = w_{b(j-2)} - \frac{4EI + 2k_\theta l}{EI + k_\theta l} w_{b(j-1)} + \frac{2k_\theta l}{EI + k_\theta l} w_{b(j+1)} + \left(\frac{4EI + 2k_\theta l}{EI + k_\theta l} - \frac{2k_s l^3}{EI} \right) w_{b(j)}^- + \left(\frac{2k_s l^3}{EI} - \frac{2k_\theta l}{EI + k_\theta l} \right) w_{b(j)}^+. \quad (9b)$$

结合式 (7a), (7b), (9a), (9b) 可以分别得到式 (3) 在第 j 个接头左右相邻侧环段节点 j^- 和 j^+ 处的有限差分表达式:

$$\begin{aligned} & \frac{kD_t}{EI} w_{b(j)}^- + \frac{1}{l^4} \left[2w_{b(j-2)} - \frac{4EI + 6k_\theta l}{EI + k_\theta l} w_{b(j-1)} - \frac{2k_\theta l w_{b(j+1)}}{EI + k_\theta l} + \left(\frac{4k_\theta l + 2EI}{k_\theta l + EI} - \frac{2k_s l^3}{EI} \right) w_{b(j)}^- + \left(\frac{2k_s l^3}{EI} + \frac{2k_\theta l}{EI + k_\theta l} \right) w_{b(j)}^+ \right] - \\ & \frac{kD_t}{\kappa GA} \left(\frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j+1)} + \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j-1)} - \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^- - \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^+ \right) = \frac{D_t}{EI} q_j^-, \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{kD_t}{EI} w_{b(j)}^+ + \frac{1}{l^4} \left[2w_{b(j+2)} - \frac{4EI + 6k_\theta l}{EI + k_\theta l} w_{b(j+1)} - \frac{2k_\theta l w_{b(j-1)}}{EI + k_\theta l} + \left(\frac{4k_\theta l + 2EI}{k_\theta l + EI} - \frac{2k_s l^3}{EI} \right) w_{b(j)}^+ + \left(\frac{2k_s l^3}{EI} + \frac{2k_\theta l}{EI + k_\theta l} \right) w_{b(j)}^- \right] - \\ & \frac{kD_t}{\kappa GA} \left(\frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j+1)} + \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j-1)} - \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^- - \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^+ \right) = \frac{D_t}{EI} q_j^+. \end{aligned} \quad (10b)$$

同理, 结合式 (7a), (7b), (9a), (9b) 可分别得到式 (3) 在第 j 个接头左右相邻节点 $j-1$ 和 $j+1$ 处的有限差分表达式:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j+1)} + \left(6 - \frac{EI}{k_\theta l + EI} \right) w_{b(j-1)} - \frac{k_\theta l}{k_\theta l + EI} w_{b(j)}^+ + \left(\frac{k_\theta l + 2EI}{k_\theta l + EI} - 4 \right) w_{b(j)}^- - 4w_{b(j-2)} + w_{b(j-3)} \right] \frac{1}{l^4} - \frac{kD_t}{\kappa GA} \\ & (w_{b(j)}^- - 2w_{b(j-1)} + w_{b(j-2)}) + \frac{kD_t}{EI} w_{b(j-1)} = \frac{D_t}{EI} q_{j-1}, \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\left[\frac{k_0 l}{k_0 l + EI} w_{b(j-1)} + \left(6 - \frac{EI}{k_0 l + EI} \right) w_{b(j+1)} - \frac{k_0 l}{k_0 l + EI} w_{b(j)}^- + \left(\frac{k_0 l + 2EI}{k_0 l + EI} - 4 \right) w_{b(j)}^+ - 4w_{b(j+2)} + w_{b(j+3)} \right] \frac{1}{l^4} - \frac{kD_t}{\kappa GA} (w_{b(j)}^+ - 2w_{b(j+1)} + w_{b(j+2)}) + \frac{kD_t}{EI} w_{b(j+1)} = \frac{D_t}{EI} q_{j+1} \circ \quad (11b)$$

整个盾构隧道两端可视为自由边界(即两端 Q 和 M 为 0), 则得到隧道两端 4 个虚拟位移节点的表达式:

$$\left. \begin{array}{l} w_{b(-2)} = 4w_{b(1)} - 4w_{b(2)} + w_{b(3)} \ , \\ w_{b(-1)} = 2w_{b1} - w_{b2} \ , \\ w_{b(n+1)} = 2w_{b(n)} - w_{b(n-1)} \ , \\ w_{b(n+2)} = 4w_{b(n)} - 4w_{b(n-1)} + w_{b(n-2)} \circ \end{array} \right\} \quad (12)$$

式中, $n=n_1n_2$ 。

结合式 (12), 整理式 (4), (10), (11) 后可写为以盾构隧道纵向弯曲位移 w_b 为未知数的矩阵-向量形式:

$$\mathbf{K}w_b = \mathbf{Q} \ , \quad (13)$$

式中: \mathbf{K} 为盾构隧道-接头刚度矩阵, \mathbf{Q} 为综合外部荷载向量, w_b 为隧道纵向弯曲位移向量。

根据式 (13) 可获得整个盾构隧道的纵向弯曲位移 w_b , 之后由式 (1a) 可求得隧道纵向位移 w , 由式 (1c) 可求得隧道弯矩 M 和剪力 Q 。

2.2 隧道环间接头刚度和基床系数的确定

环间接头转动刚度 k_0 根据 Shiba 等^[18]提出的纵向等效连续模型确定:

$$k_0 = \eta \frac{E_c I_c}{l_s} \frac{\cos^3 \psi}{\cos \psi + \left(\psi + \frac{\pi}{2} \right) \sin \psi} \ . \quad (14a)$$

式中: η 为转动刚度系数, 当不考虑环间接头的加固时, 取值为 1; ψ 为纵向等效连续模型中的中性轴位置, 其计算公式为

$$\psi + \cot \psi = \pi \left(0.5 + \frac{n_b k_b l_s}{E_c A_c} \right) \ . \quad (14b)$$

式中: n_b 为接头处螺栓个数; k_b 为接头螺栓的平均线刚度, $k_b = E_b A_b / l_b$, E_b 为螺栓的弹性模量, A_b 为螺栓的横截面积, l_b 为螺栓长度; l_s 为环宽; E_c 为管片的弹性模量; A_c 为隧道管片横截面积; I_c 隧道截面惯性矩。

根据式 (14a) 可进一步得到盾构隧道环间张开量 Δ 的计算公式为

$$\Delta = \tan \Delta \theta (r + r \sin \psi) \approx \frac{M_j}{k_0} (r + r \sin \psi) \ , \quad (15)$$

式中, r 为纵向拼接螺栓中心到盾构隧道轴线的距离。

Huang 等^[15]基于 Wu 等^[17]提出的等效剪切刚度得到了隧道环间接头剪切刚度 k_s 的表达式为

$$k_s = \frac{n_b \kappa_b G_b A_b \kappa G A}{(\kappa G A - n_b \kappa_b G_b A_b) l_b} \ . \quad (16)$$

式中: κ_b 为螺栓的剪切系数, 取 0.9^[16]; G_b 为螺栓的剪切模量, $G_b = E_b / 2(1 + \nu_b)$, ν_b 为螺栓泊松比。

根据式 (2b), 可以得到隧道相邻环间错台量为

$$\delta = w_j^- - w_j^+ \ . \quad (17)$$

为考虑盾构隧道的任意埋深, 地基反力系数 k 采用 Liang^[19]提出的修正值:

$$k = \frac{1.3 E_s}{\omega D_t (1 - \nu_s^2)} \sqrt{\frac{E_s D_t^4}{EI}} \quad \left(\frac{H_t}{D_t} \geq 0.5 \right) \ . \quad (18)$$

式中: ω 为隧道埋深影响系数, $\omega = 1 + 1/(1.7 H_t / D_t)$, H_t 为隧道埋深; E_s 为地基弹性模量, $E_s = (2.5 \sim 3.5) E_{s0.1-0.2}$ ^[19], $E_{s0.1-0.2}$ 为土体压缩模量; ν_s 为土体泊松比。

3 工程案例验证

3.1 新建隧道上穿和下穿引起的外荷载

应用上述外荷载下盾构隧道纵向变形理论于新建隧道上穿和下穿既有盾构隧道工况中, 以验证所提方法的正确性与适用性。

新建隧道上穿是由于其开挖的土体重量远大于安装的管片重量, 从而产生卸荷效应, 进而引发下方既有隧道发生隆起变形^[2-3]。可通过 Mindlin 应力解求得其作用于下卧盾构隧道轴线处的纵向附加荷载^[2-3]。而新建隧道下穿是由于其施工造成的地层损失会引起上部地层沉降, 从而引发上方既有隧道发生沉降变形。前人主要通过 Peck 高斯分布公式和 Loganathan 位移解来预测作用于既有盾构隧道上的纵向分布位移^[5, 10, 13]。相关计算模型分别如图 7 所示。

基于 Mindlin 应力解^[2]可得新建隧道上穿引起既有隧道轴线处的附加荷载为 $q_1(y)$ 为

$$q_1(y) = \int_{-R/2 - L_1}^{R/2} \int_{-L_2}^{L_2} \frac{p d\varepsilon d\sigma}{8\pi(1-\nu_s)} \left[-\frac{(1-2\nu_s)(H_t - H_1)}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu_s)(H_t - H_1)}{R_2^3} - \frac{3(H_t - H_1)^3}{R_1^5} - \frac{30H_1 H_t (H_t + H_1)^3}{R_2^7} - \frac{3(3-4\nu_s)H_t (H_t + H_1)^2 - 3H_t (H_t + H_1)(5H_t - H_1)}{R_2^5} \right] \ . \quad (19)$$

式中, p 为新建隧道开挖土体重量与管片及泥浆重量之差,

$$p = \frac{\gamma_s \pi R_s^2 - \gamma_t \pi (R_o^2 - R_i^2) - \gamma_n \pi (R_s^2 - R_o^2)}{2R_s} \ . \quad (20)$$

式中: γ_s , γ_t , γ_n 分别为开挖土体、管片和泥浆的重度; R_s , R_i , R_o 分别为新建隧道开挖半径、管环内外半径; L_1 , L_2 分别为新建隧道前后端与轴线交点的距

离; H_1 为新建隧道底部距离地面的垂直距离; H_t 为既有隧道埋深; R_1 , R_2 的表达式为

$$R_1 = \sqrt{(y \sin \alpha_1 - \sigma)^2 + (y \cos \alpha_1 - \varepsilon)^2 + (H_t - H_1)^2}, \quad (21a)$$

$$R_2 = \sqrt{(y \sin \alpha_1 - \sigma)^2 + (y \cos \alpha_1 - \varepsilon)^2 + (H_t + H_1)^2}. \quad (21b)$$

式中, α_1 为新旧隧道轴线夹角。

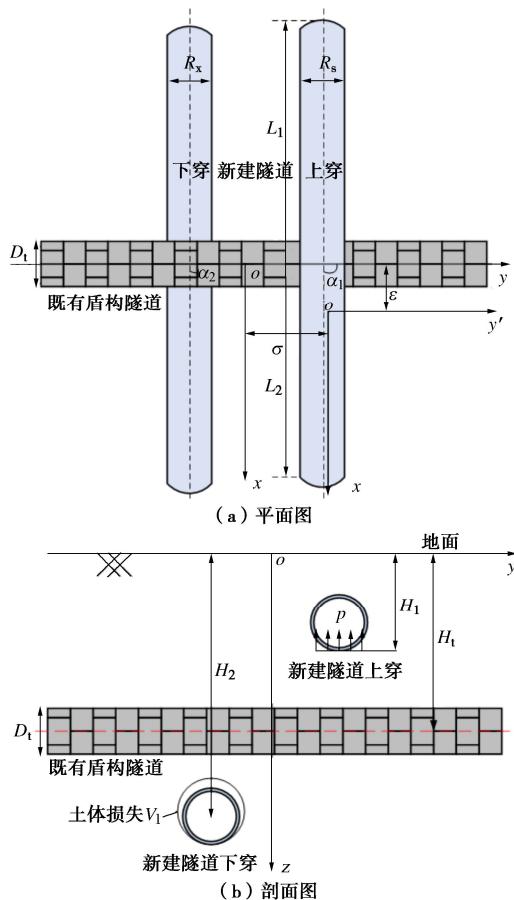


图 7 新建隧道上穿和下穿既有盾构隧道计算模型

Fig. 7 Model for existing shield tunnel due to over-crossing tunneling and under-crossing tunneling

基于修正 Loganathan 位移解^[10]可得新建隧道下穿开挖引起既有盾构隧道轴线处的附加荷载 $q_2(y)$ 为

$$q_2(y) = kV_1 R_x^2 \left\{ -\frac{2H_t[(y \cos \alpha_2)^2 - (H_t + H_2)^2]}{[(y \cos \alpha_2)^2 + (H_t + H_2)^2]^2} + \frac{H_2 - H_t}{(y \cos \alpha_2)^2 + (H_t - H_2)^2} + \frac{(3 - 4v_s)(H_t + H_2)}{(y \cos \alpha_2)^2 + (H_t + H_2)^2} \right\} \exp \left\{ -\frac{1.38(y \cos \alpha_2)^2}{(H_2 + R_x)^2} - \frac{0.69H_t^2}{H_2^2} \right\}. \quad (22)$$

式中: H_2 为新建隧道轴线距离地表的距离; V_1 为地层损失率; R_x 为新建隧道半径; α_2 为新旧隧道轴线夹角。

将式 (19), (22) 分别代入式 (13) 即可求得新建隧道上穿和下穿引起的既有盾构隧道纵向变形和内力。

3.2 上穿案例: 杭州地铁 7 号线上穿既有地铁 1 号

杭州新建地铁 7 号线右线隧道采用直径 6.34 m 的土压平衡盾构机施工, 以净距 1.9 m 和斜角 80° 上穿既有地铁 1 号线双线隧道^[20], 如图 8 所示。新建隧道与既有盾构道外径均为 6.2 m, 内径均为 5.5 m, 环宽均为 1.2 m, 其余结构及材料参数见表 1, 结合表 1 和式 (14a), (14b), (16) 分别计算得到既有隧道接头转动刚度 k_0 和剪切刚度 k_s 为 $6.5 \times 10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 和 $2.2 \times 10^6 \text{ kN/m}$ 。新建隧道顶部距离地表 8.2 m, 既有隧道轴线距离地表 19.4 m, 既有隧道左右线水平间距 15.6 m。新建隧道主要穿越 3-3 粉砂以及 3-5 粉砂夹砂质粉土层, 既有地铁 1 号线隧道主要位于 3-7 砂质粉土和 7-2 粉质黏土层, 主要土层物理参数见表 2, 根据表 2 计算得到土层加权压缩模量 $E_{s0.1-0.2}$ 为 12.04 MPa, 加权泊松比 v_s 为 0.3。既有隧道所在粉质黏土层弹性模量 E_s 取 2.5 倍压缩模量值, 即 30 MPa。隧道掘进长度 L_1 和 L_2 对于左线和右线隧道分别为 30, 99, 46, 53 m。

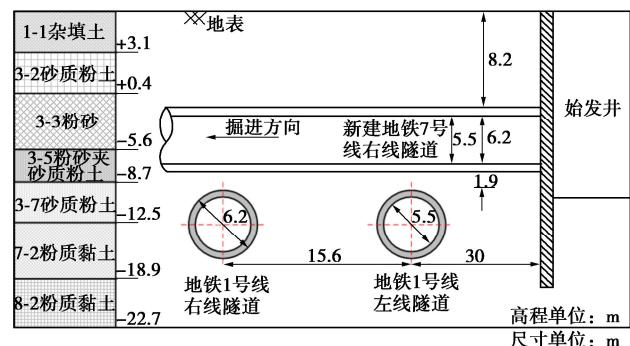


图 8 上穿工程剖面图

Fig. 8 Sectional view of existing shield tunnel due to over-crossing tunneling

表 1 既有盾构隧道结构参数

Table 1 Structural parameters of existing shield tunnel

管片弹性模量 E_c/MPa	管片泊松比 v_c	环间螺栓数量 n_b	螺栓直径 D_b/mm	螺栓长度 l_b/mm	螺栓弹性模量 E_b/MPa
3.45×10^4	0.2	17	30	400	2.06×10^5

表 2 主要地层物理参数

Table 2 Physical parameters of main soil layers

土层	重度 $\gamma_s / (\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	含水率 / %	压缩模量 $E_{s0.1-0.2}/\text{MPa}$	泊松比 v_s
3-3 粉砂	19.6	24.8	14.0	0.28
3-5 粉砂夹粉质粉土	19.7	23.6	15.0	0.27
3-7 砂质粉土	19.2	29.5	7.0	0.34
7-2 粉质黏土	19.7	26.5	12.0	0.32

图 9 给出了 1 号线双线隧道实测值与计算值对比。其中文献[2]采用 EB 连续梁模拟盾构隧道, 结合

Winkler 地基建立了新建隧道上穿既有盾构隧道纵向变形解答；而文献[3]进一步考虑上穿施工中既有盾构隧道的剪切变形，建立了基于 TM 连续梁的盾构隧道纵向变形的计算方法。从图中可以看出本文方法和 TM 连续梁方法计算得到的隧道隆起值基本一致，而 EB 连续梁方法由于无法考虑隧道的剪切变形而略微低估了隧道隆起值。总体而言，3 种方法预测得到的隧道位移与实测值较为一致。

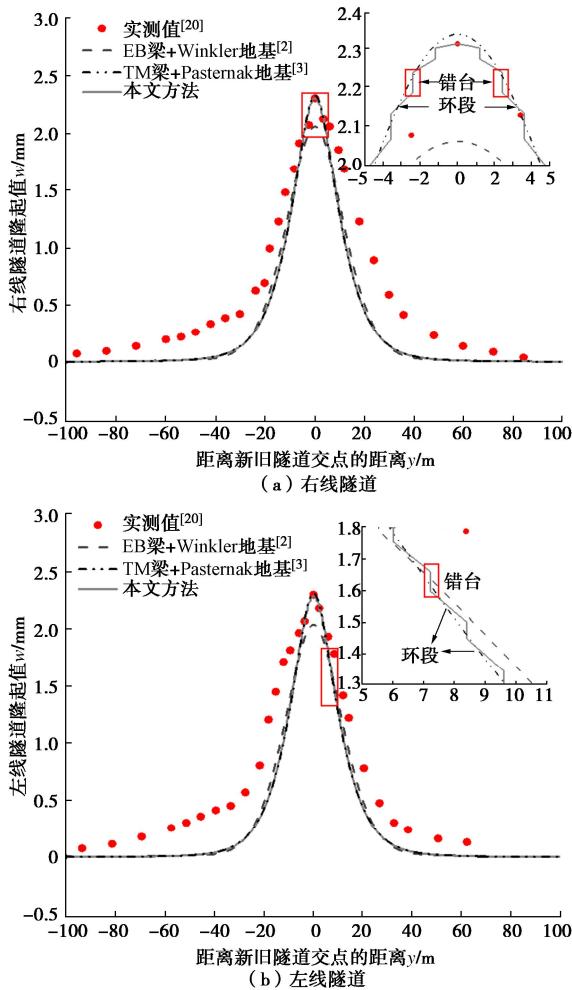


图 9 1 号线双线隧道纵向位移实测值与计算值对比

Fig. 9 Comparison between measured and computed

displacements of tunnel of Metro Line 1

进一步观察图 9 中可以发现，本文方法计算得到的隧道位移曲线既不连续也不光滑，而是由一系列具有一定倾斜角度的短直线连接而成，且在接头处有明显台阶。隧道环段的位移曲线几乎为直线，这表明环段发生刚体运动，其自身弯曲和剪切变形微乎其微。环间接头部位的台阶代表环段之间的错台，前后环段存在一定的夹角，表明前后环段关于接头同时发生了转动变形。在实际工程中，隧道环段刚度较大，在上穿卸荷作用下，环段主要发生刚体位移，其自身的弯曲变形和剪切变形极小，可以忽略不计。而环间接头

抵抗外部变形能力较差，上穿卸载往往会诱发其转动和错台^[21]。因此，在外部荷载作用下，实际的盾构隧道纵向变形以环间接头的错台和转动为主，而环段以发生刚体位移为主。

所提计算模型可以同时捕捉隧道环段和环间接头的变形，预测结果更加符合实际情况。由于现场隧道竖向位移监测点无法密集布置，因此导致该变形现象无法监测到。相反，TM 和 EB 连续梁方法计算得到的隧道位移曲线为光滑且连续，这是因为等效连续梁模型将盾构隧道视为一均质且连续的长梁，赋予隧道等效刚度，并不能考虑隧道环段和接头处的刚度差异。

图 10 给出了基于上述 3 种方法计算得到的 1 号线右线隧道环间变形对比。从图 10 (a) 中可以看出，3 种方法得到的隧道环间张开量的分布趋势均一致，本文方法得到的隧道环间张开量小于 EB 梁方法，而略高于 TM 连续梁方法，这是由于 EB 梁高估了隧道接头处的弯矩。而在图 10 (b) 中，本文方法得到的隧道环间错台量略小于 TM 连续梁方法，而 EB 梁方法由于剪切刚度无穷大的假设，导致错台量为 0。

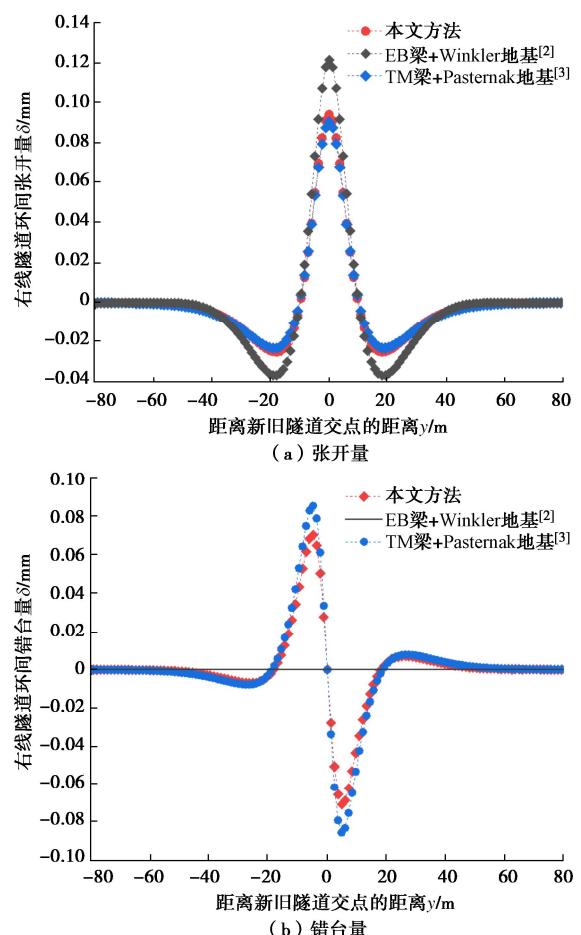


图 10 1 号线右线隧道环间变形计算值对比

Fig. 10 Comparison of calculated deformations of rings of right line tunnel of Metro Line 1

3.3 下穿案例: 上海地铁 11 号线下穿既有地铁 4 号

上海新建地铁 11 号线上行线依次下穿既有地铁 4 号线内圈和外圈隧道^[4], 如图 11 所示。11 号线隧道与既有盾构隧道轴线水平夹角为 75°, 采用直径 6.34 m 的土压平衡盾构机施工, 新旧隧道尺寸与案例 3.2 中一致, 既有盾构隧道接头转动刚度和剪切刚度分别为 $6.5 \times 10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 和 $2.2 \times 10^6 \text{ kN}/\text{m}$ 。新建隧道与既有地铁 4 号线轴线埋深分别为 25.1, 17.1 m, 新旧隧道竖向净距仅 1.82 m。11 号线隧道主要穿越⑤₁ 黏土层和⑤₃ 粉质黏土层, 既有地铁 4 号线主要位于④ 淤泥质黏土层和⑤_{1a} 砂质粉土层, 主要土层物理参数见表 3, 根据文献[22], 土体加权泊松比 ν_s 取 0.26; 土体弹性模量 E_s 取 20.5 MPa; 土体损失率 V_l 取 0.25%。本例中仅研究 11 号线隧道穿越对 4 号线内圈隧道的影响。

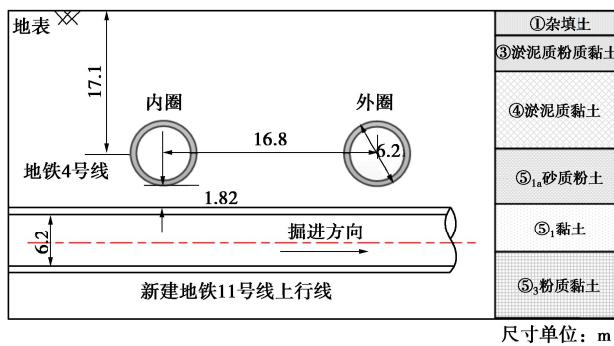


图 11 下穿工程剖面图

Fig. 11 Sectional view of existing shield tunnel due to under-crossing tunneling

表 3 主要土层物理参数

Table 3 Physical parameters of main soil layers

土层	厚度/ m	重度 γ_s / $(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	压缩模量 $E_{s0.1-0.2}/\text{MPa}$	泊松比 ν_s
④ 淤泥质黏土	8.4	16.7	2.09	0.33
⑤ _{1a} 砂质粉土	4.5	18.2	8.21	0.24
⑤ ₁ 黏土	4.3	17.8	3.36	0.26
⑤ ₃ 粉质黏土	5.8	18.1	4.66	0.29

图 12 给出了 4 号线内圈隧道竖向位移实测值与计算值对比。其中 Zhang 等^[4]采用 EB 连续梁模拟盾构隧道, 采用 Sagaseta 位移公式^[23]计算下穿隧道引起的附加荷载, 建立了既有盾构隧道纵向变形简便解; 梁荣柱等^[22]将既有盾构隧道简化为 TM 连续梁以考虑盾构隧道的剪切变形, 并结合 Loganathan 位移解推导了新建隧道下穿既有盾构隧道纵向变形公式; Liu 等^[10]将盾构隧道视为 Pasternak 地基上的协同变形模型, 采用 Loganathan 位移解计算下穿隧道引起的附加荷载, 建立了既有盾构隧道纵向变形解答。从图 12 中可以看出本文方法和 Liu 等^[10]的方法计算得到的隧道沉降曲线基本一致, 且均较接近实测结果, 这是因为所提方法和 Liu 等^[10]的方法均可考虑盾构隧道环间接头刚度

的弱化。梁荣柱等^[22]的方法中由于地基反力系数的取值未考虑隧道埋深的影响, 高估了既有隧道沉降量。相较于以上 3 种方法, Zhang 等^[4]的方法则预测出了更宽的隧道沉降槽以及更大的沉降值, 这是因为 Zhang 等^[4]的方法中地层沉降是采用 Sagaseta 位移公式计算的, 而 Sagaseta 位移公式在计算地层沉降槽曲线时往往宽于实测结果^[22]。

进一步观察图 12 发现, 所提计算得到的下穿作用下隧道位移曲线既不连续也不光滑, 由一系列倾斜的短直线连接而成, 且在接头处有明显错台发生。而其他 3 种计算方法得到的隧道沉降曲线均为连续的, 这是因为本文方法不仅能够考虑盾构隧道环段与接头刚度的差异, 而且可以同时得到盾构隧道环段位移和环间接头的变形。环间接头处较环段更易发生错台和转动变形, 而环段则发生刚体运动。以上结果表明, 本文方法能够给出盾构隧道在外荷载下更符合实际纵向变形的位移曲线。

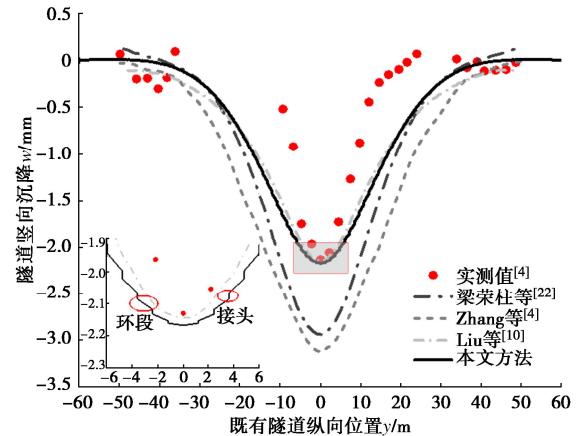


图 12 4 号线内圈隧道竖向位移实测值与计算值对比

Fig. 12 Comparison between measured and calculated vertical displacements of inner tunnel of Metro Line 4

图 13 给出了基于上述 4 种方法得到的 4 号线内圈隧道环间错台量对比。从图 13 中可以看出, 本文方法计算的隧道环间错台量小于 Liu 等^[10]和梁荣柱等^[22]的方法, 且错台分布曲线较 Liu 等^[10]的方法更加光滑。这是因为梁荣柱等^[22]的方法预测出更大的隧道沉降, 导致得到的错台量也大于本文方法。而在 Liu 等^[10]的方法中假设隧道环间的错台量与其相邻环段的相对位移差为线性关系^[8], 这导致尽管其方法和本文方法得到的位移曲线基本一致, 但其方法却得到了更大的错台分布。Zhang 等^[4]的方法中使用的 EB 梁由于无法考虑隧道剪切变形, 因此计算得到的错台量为 0。

图 14 进一步给出了梁荣柱等^[22]的方法、Liu 等^[10]的方法和本文方法计算得到的 4 号线内圈隧道剪力对比。从图 14 中可以看出, 3 种方法得到的隧道剪力的分布趋势一致, 但本文方法得到的剪力值小于 Liu 等^[10]

的方法和梁荣柱等^[22]的方法,这是因为 Liu 等^[10]的方法中剪力计算的假设条件与错台是一致的,而梁荣柱等^[22]的方法高估了隧道沉降,进而也导致高估了隧道剪力。

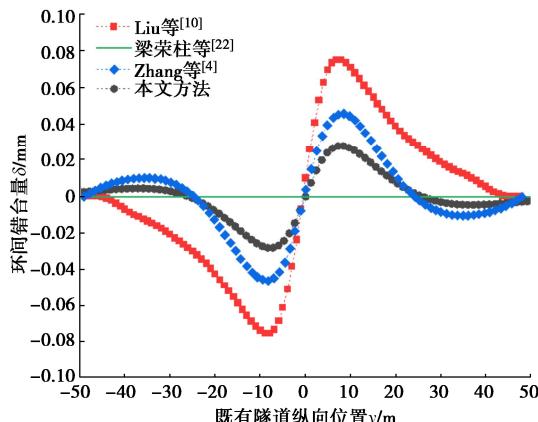


图 13 4 号线内圈隧道环间错台量计算值对比

Fig. 13 Comparison of calculated dislocations of rings of inner tunnel of Metro Line 4

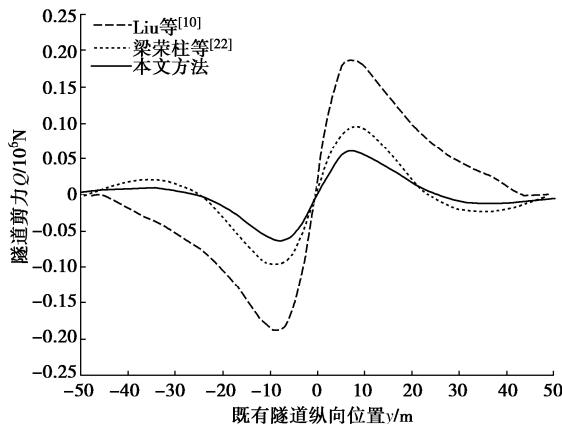


图 14 4 号线内圈隧道剪力计算值对比

Fig. 14 Comparison of calculated shearing forces of inner tunnel of Metro Line 4

4 结 论

(1) 本文首先引入纵向梁-弹簧盾构隧道模型,其中隧道环段采用 Timoshenko 短梁模拟,环间接头采用转动和剪切弹簧模拟;然后采用有限差分法推导出了弹性地基上盾构隧道在外荷载作用下的纵向位移、内力和环间变形计算公式,并分别建立了新建隧道上穿和下穿引起既有盾构隧道纵向变形解答。

(2) 上穿案例中,本文方法和 Timoshenko 连续梁方法预测得到的既有盾构隧道纵向位移与实测结果较为接近,而 Euler-Bernoulli 连续梁方法则低估了隧道隆起值;本文方法得到的隧道环间张开量略高于 Timoshenko 连续梁方法结果,而低于 Euler-Bernoulli 梁结果; Euler-Bernoulli 连续梁得到的隧道环间错台

量为 0,而 Timoshenko 连续梁方法得到的隧道环间错台量略高于所提方法。

(3) 下穿案例中,本文方法和协同变形模型得到的位移曲线在趋势和数值都较为一致,均接近实测结果;但本文方法得到的隧道剪力和环间错台量都小于协同变形模型,且分布曲线更加光滑;而采用 Sagaseta 位移公式计算地层沉降的 Euler-Bernoulli 连续梁方法则得到了更宽更大的隧道沉降槽。

(4) 不同于既有盾构隧道模型计算得到的连续位移曲线,本文方法得到的隧道位移曲线呈现出既不光滑也不连续的特征,由一系列倾斜的短直线组成,在接头处有明显的跳跃。本文方法可以同时反映盾构隧道环段和环间接头在外荷载下的纵向变形,其中环段变形表现为刚体运动,而环间接头变形表现为转动和错台。

值得注意的是,本文提出的计算模型仅适用于外荷载作用下盾构隧道纵向变形较小的工况,当盾构隧道承受较大外荷载时,会导致接头处产生较大的弯矩和剪力,此时环间螺栓接头刚度会出现变化甚至破坏,环间变形与内力间将呈现非线性变化关系,此时本文方法不再适用。

参 考 文 献:

- [1] 张志伟, 梁荣柱, 李忠超, 等. 盾尾非对称推力作用下盾构隧道纵向变形分析[J]. 岩土力学, 2023, 44(1): 88-98. (ZHANG Zhiwei, LIANG Rongzhu, LI Zhongchao, et al. Analysis of longitudinal deformation of shield tunnel subjected to shield tail asymmetric thrust[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, 44(1): 88-98. (in Chinese))
- [2] LIANG R Z, XIA T D, HONG Y, et al. Effects of above-crossing tunnelling on the existing shield tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2016, 58: 159-176.
- [3] LIANG R Z, KANG C, XIANG L M, et al. Responses of in-service shield tunnel to overcrossing tunnelling in soft ground[J]. Environmental Earth Sciences, 2021, 80(5): 1-15.
- [4] ZHANG Z G, HUANG M S. Geotechnical influence on existing subway tunnels induced by multilane tunneling in Shanghai soft soil[J]. Computers and Geotechnics, 2014, 56: 121-132.
- [5] YU J, LI H, HUANG M S, et al. Timoshenko-beam-based response of existing tunnel to single tunneling underneath and numerical verification of opening and dislocation[J]. Computers and Geotechnics, 2022, 147: 104757.
- [6] 陈仁朋, 刘慕淳, 孟凡衍, 等. 基坑开挖旁侧盾构隧道结构

- 横向受力与变形研究[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(1): 24-32. (CHEN Renpeng, LIU Muchun, MENG Fanyan, et al. Circumferential forces and deformations of shield tunnels due to lateral excavation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(1): 24-32. (in Chinese))
- [7] CHENG H Z, CHEN R P, WU H N, et al. A simplified method for estimating the longitudinal and circumferential behaviors of the shield-driven tunnel adjacent to a braced excavation[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **123**: 103595.
- [8] 魏新江, 洪文强, 魏纲, 等. 堆载引起临近地铁隧道的转动与错台变形计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(5): 1281-1289. (WEI Xinjiang, HONG Wenqiang, WEI Gang, et al. Rotation and shearing dislocation deformation of subway tunnels due to adjacent ground stack load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(5): 1281-1289. (in Chinese))
- [9] LIU B, YU Z W, HAN Y H, et al. Analytical solution for the response of an existing tunnel induced by above-crossing shield tunneling[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **124**: 103624.
- [10] LIU B, YU Z W, ZHANG R H, et al. Effects of undercrossing tunneling on existing shield tunnels[J]. International Journal of Geomechanics, 2021, **21**(8): 04021131.
- [11] 魏纲, 洪文强, 魏新江, 等. 基坑开挖引起邻近盾构隧道转动与错台变形计算[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(7): 1251-1259. (WEI Gang, HONG Wenqiang, WEI Xinjiang, et al. Calculation of rigid body rotation and shearing dislocation deformation of adjacent shield tunnels due to excavation of foundation pits[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(7): 1251-1259. (in Chinese))
- [12] HUANG S F, CHEN Z B, XIE Y N, et al. A variational approach to the analysis of excavation-induced vertical deformation in a segmental tunnel[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2022, **122**: 104342.
- [13] 张治国, 程志翔, 张孟喜, 等. 考虑衬砌渗透性的盾构下穿既有隧道纵向结构错台变形研究[J]. 中国公路学报, 2022, **35**(11): 180-194. (ZHANG Zhiguo, CHENG Zhixiang, ZHANG Mengxi, et al. Dislocation deformation of existing longitudinal tunnel structure induced by shield tunneling by under-crossing considering influence of lining permeability[J]. China Journal of Highway and Transport, 2022, **35**(11): 180-194. (in Chinese))
- [14] KOIZUMI J, MURAKAMI H, SAINO K. Modelling of longitudinal structure of shield tunnel[J]. Journal of Japanese Society for Civil Engineering, 1988: 79-88. (in Japanese))
- [15] HUANG W M, WANG J C, YANG Z X, et al. Analytical analysis of the longitudinal response of shield tunnel lining considering ring-to-ring interaction[J]. Computers and Geotechnics, 2022, **146**: 104705.
- [16] KIENDL J, AURICCHIO F, HUGHES T J R, et al. Single-variable formulations and isogeometric discretizations for shear deformable beams[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2015, **284**: 988-1004.
- [17] WU H N, SHEN S L, LIAO S M, et al. Longitudinal structural modelling of shield tunnels considering shearing dislocation between segmental rings[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, **50**: 317-323.
- [18] SHIBA Y, KAWASHIMA K, OBINATA N, et al. Evaluation procedure for seismic stress developed in shield tunnels based on seismic deformation method[J]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 1989, **1989**(404): 385-394.
- [19] LIANG R Z. Simplified analytical method for evaluating the effects of overcrossing tunnelling on existing shield tunnels using the nonlinear Pasternak foundation model[J]. Soils and Foundations, 2019, **59**(6): 1711-1727.
- [20] WU B, LIU W, SHI P, et al. A case study of newly tunnels over-crossing the existing subway tunnels[J]. International Journal of Distributed Sensor Networks, 2022, **18**(3): 15501329221087183.
- [21] 王如路, 袁强, 梁发云, 等. 道路填土引发软土地铁盾构隧道变形案例及整治技术[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(1): 112-121. (WANG Rulu, YUAN Qiang, LIANG Fayun, et al. Case study and treatment technology for deformed shield tunnel in soft soils induced by road construction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(1): 112-121. (in Chinese))
- [22] 梁荣柱, 宗梦繁, 康成, 等. 考虑隧道剪切效应的隧道下穿对既有盾构隧道的纵向影响[J]. 浙江大学学报(工学版), 2018, **52**(3): 420-430, 472. (LIANG Rongzhu, ZONG Mengfan, KANG Cheng, et al. Longitudinal impacts of existing shield tunnel due to down-crossing tunnelling considering shield tunnel shearing effect[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2018, **52**(3): 420-430, 472. (in Chinese))
- [23] SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Géotechnique, 1987, **37**(3): 301-320.