

DOI: 10.11779/CJGE20221370

部分排水条件下静力触探试验力学机理研究

王长虹, 方 恬, 吴昭欣, 王 昆*, 汤道飞

(上海大学力学与工程科学学院土木工程系, 上海 200444)

摘 要: 在自然状态下, 大部分土体的约束条件介于完全排水和不排水两者之间。在孔压静力触探试验 (piezocone penetration test, CPTU) 的贯入过程中, 受探头尺寸、贯入速度和岩土材料等因素的影响, 将发生部分排水现象。为研究排水条件对 CPTU 试验数据的影响, 开展三轴压缩试验。引入应变增量比, 建立考虑渐近状态的修正剑桥 (Modified Cam-Clay, MCC) 模型。推导考虑渐近状态 MCC 模型的柱孔扩张理论, 提出 CPTU 测试数据的力学模型。通过数值模拟和模型槽试验, 研究归一化贯入速度与排水系数的规律。结合 CPTU 数据的力学模型, 获得应变增量比与排水系数的数理关系。最后以上海市苏州河地区深层排水调蓄管道系统工程的测试数据为背景, 验证力学模型的正确性。结果表明: 在部分排水条件下, 利用考虑渐近状态的 MCC 模型, 能够描述土体的应力-应变关系, 合理解释 CPTU 贯入的力学机理。

关键词: 孔压静力触探; 部分排水; 渐近状态; 柱孔扩张理论; 应变增量比

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)03-0519-10

作者简介: 王长虹(1978—), 博士, 特聘教授, 主要从事随机岩土力学-贝叶斯方法研究。E-mail: changhong_wang@163.com。

Mechanism of piezocone penetration tests under partial drainage conditions

WANG Changhong, FANG Tian, WU Zhaoxin, WANG Kun, TANG Daofei

(Department of Civil Engineering, School of Mechanics and Engineering Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: In the natural state, the constraints of soils are between completely drained and undrained conditions. Due to the influences of the probe size, penetration velocity, soil properties and other factors, the partial drainage conditions will occur during the indentation of piezocone penetration test (CPTU). In order to study the influences of the drainage conditions on the CPTU data, the triaxial compression tests are carried out under different partial drainage conditions. The modified Cam-clay (MCC) model considering the asymptotic state is established by introducing the strain increment ratio. Then the cylindrical cavity expansion theory is derived, and the mechanical transformation model for the CPTU data is proposed. The relationship between the normalized penetration velocity and the drainage coefficient is studied through the numerical simulations and model chamber tests. The relationship between the strain increment ratio and the drainage coefficient is obtained by combining the CPTU data with the mechanical transformation model. Finally, based on the CPTU data of the Suzhou River Deep Tunnel Reservoir Project in Shanghai, the correctness of the mechanical transformation model is verified. The results show that the MCC model considering the asymptotic state can describe the stress-strain relationship of soils and reasonably explain the mechanical mechanism of the CPTU penetration under the partial drainage conditions.

Key words: piezocone penetration test; partial drainage; asymptotic state; cylindrical cavity expansion; strain increment ratio

0 引 言

随着城市建设的不断发展, 地下空间开发逐渐向深部探索。开发深层地下空间, 需要开展科学计算, 合理、综合的本构模型, 简单、准确的本构模型参数是岩土力学分析的两大支撑。常规岩土工程勘察钻孔取样和室内土工试验的过程长、扰动多、误差大, 难以快速、简单和准确地获取科学计算中的深部土层岩土参数。孔压静力触探 (piezocone penetration test,

CPTU) 是一种使用范围广、数据质量高的原位测试技术, 可以弥补室内土工试验的不足, 在工程实践中, 得到了广泛应用^[1-4]。

关于静力触探理论方面的研究, 主要有地基承载

基金项目: 上海高校特聘教授岗位计划 (TP2018042); 上海市浦江人才计划 (18PJ1403900); 上海市社会发展科技攻关项目 (21DZ1204300)

收稿日期: 2022-11-07

*通信作者 (E-mail: wang_wkun@shu.edu.cn)

方法、运动点位错法、应变路径法和孔扩理论。其中，孔扩理论发展较快。自 20 世纪 70 年代开始，Vesic^[5]提出小孔扩张理论，该理论一经问世，便在原位测试、桩基础和隧道开挖等领域，得到广泛应用。刘时鹏等^[6]基于（spatial mobilization plane, SMP）屈服准则，引入柱孔扩张速度的概念，采用不相关联流动法则，得到了极限扩孔应力的近似解。Collins 等^[7]利用相似解理论，在排水和不排水两种条件下，硬/软化土在初始孔径为零时，给出了孔扩问题的半解析解。Chen 等^[8-9]基于修正剑桥模型（Modified Cam-Clay, MCC），在对偏应力 q 不做任何假设的条件下，针对排水和不排水条件，采用拉格朗日分析法，分别推导了柱孔扩张弹塑性半解析解。李镜培等^[10]将该方法求得的极限扩孔应力，应用到静力触探贯入过程，认为锥尖阻力由极限扩孔应力和修正后的孔隙水压力两部分组成。近年来，小孔扩张理论与复杂本构模型，具有结合的趋势。

目前，对小孔扩张理论的研究，主要基于完全排水或者不排水两种情况。在自然状态下，大部分土体的约束条件介于两者之间。改变排水条件，将影响土体的应力-应变关系。在部分排水条件下，国内外学者对砂土力学特性，进行了较为深入的研究。Gudehus 等^[11]提出渐近状态的概念，用于描述部分排水现象。渐近状态是临界状态的扩展，即临界状态也是渐近状态的一种特殊情况。在不同应力路径下，将达到极限应力比的应力比，绘制在同一张图上，得到的曲线即为渐进状态线。Chu 等^[12]通过大量试验，得出饱和和砂土渐近状态方程。在控制应变增量比试验基础上，发展了渐近状态本构模型。Yao 等^[13]在统一硬化模型的基础上，提出了可以反映饱和和砂土渐近状态特性的弹塑性本构模型。路德春等^[14]、程星磊^[15]利用标准应力路径三轴仪，在部分排水条件下，研究了饱和砂土的力学特性，建立了饱和砂土的渐近状态本构模型。部分排水特性的研究主要集中在砂土，在部分排水条件下，对饱和黏性土力学特性研究较少。在某些地区（如上海）的黏性土层中，存在夹砂的现象。含砂量的多少会影响土的渗透性，进而发生部分排水现象。对于路堤填筑、堤坝等工程中软黏土地基的变形或失稳破坏的排水边界条件，也通常属于部分排水条件。研究证明，黏性土的渐近状态特性与砂土截然相反^[16-17]。因此，研究黏性土的渐近状态特性具有重要的工程意义。

1 部分排水条件下渐近状态本构模型

在部分排水条件下，研究黏土的应力-应变特性。

首先，开展室内三轴压缩试验，通过引入应变增量比 ξ ，得到考虑渐近状态的 MCC 模型。然后，推导服从 MCC 本构模型的柱孔扩张理论，获得考虑渐近状态 MCC 模型的柱孔扩张弹塑性解。最后，建立了修正锥尖阻力 q_t 、侧摩阻力 f_s 和超孔隙水压力 Δu 与极限扩孔应力之间的理论关系。

1.1 试验土样及试验方案

为了开展部分排水的三轴压缩试验，介绍了土的基本物理力学参数、土样制备和试验操作流程。

（1）试验土样

试验土样取自于上海深隧工程的云岭综合设施基坑，取土深度大约为 47 m 左右，位于上海地区深部第⑧₁层粉质黏土，颗粒粒径级配如图 1 所示。

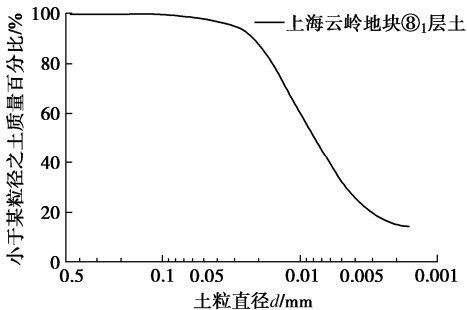


图 1 上海云岭地块第⑧₁层土粒径累计曲线

Fig. 1 Cumulative curve of soil particle size in layer ⑧₁ of Yunling area, Shanghai

根据《土工试验方法标准：GB/T50123—2019》^[18]，利用分层击实法，将土样制成若干直径为 39.1 mm、高 80 mm 的圆柱体重塑土试样。测得土样的物理力学参数如表 1 所示。

表 1 ⑧₁土层的物理力学性质参数

Table 1 Physical and mechanical properties of soil layer ⑧ ₁						
密度 $\rho/$ ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	含水率 /%	孔隙比 e	液限 $w_L/\%$	塑限 $w_P/\%$	黏聚力 c/kPa	内摩擦 角 $\varphi/(^\circ)$
1.80	35.2	1.0	36.9	22	22	17.5

（2）试验方案

试验采用英国 GDS 公司的多功能三轴仪实验系统。试验包括完全排水、完全不排水以及部分排水三种排水条件，通过控制体积应变增量 $d\varepsilon_v$ 和轴向应变增量 $d\varepsilon_1$ 之比，模拟三轴压缩过程中的部分排水条件。在剪切试验过程中，排水条件可通过设置排水体积、排水速度以及相匹配的剪切速度实现。根据相关文献^[17]，部分排水的应变增量比 ξ 应介于 0~0.3。试验方案如表 2 所示。利用击实试验，测得⑧₁层粉质黏土的最优含水率为 23%，干密度为 1.62 g/cm^3 ，初始孔隙比为 0.69。采用上述参数，制备重塑土样。

表2 三轴试验方案
Table 2 Schemes of triaxial tests

应变增量比 ξ	轴向加载速度 $v_c/(\text{mm} \cdot \text{min}^{-1})$	反压体积应变速度 $d\varepsilon_v/(\text{mm}^3 \cdot \text{min}^{-1})$
0.10	0.01	1.2
0.15		1.8
0.20		2.4
0.25		3.0
0.30		3.6

1.2 渐近状态本构模型

为了建立考虑渐近状态的 MCC 模型。首先, 引入应变增量比 ξ , 建立相变应力比方程。随后, 得到了考虑渐近状态的 MCC 模型, 并针对柱孔扩张问题, 在平面应变条件下, 建立了相变应力比方程。

(1) 黏性土渐近状态本构模型

MCC 模型简单、直观, 能够准确描述正常固结土和轻超固结土的力学性质, 被广泛应用于岩土工程实践。MCC 模型采用相关联流动法则, 其屈服函数为

$$f = c_p \ln \frac{p'}{p'_0} + c_p \ln \left(1 + \frac{q^2}{M^2 p'^2} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (1)$$

式中: q 为偏应力; p' 为有效平均正应力; M_0 为临界状态线的斜率; p'_0 为初始有效正应力。

控制应变增量比 $\xi = d\varepsilon_v/d\varepsilon_1$ 为常数加载时, 最终有效应力比也趋于某一常数。当 $\xi = d\varepsilon_v/d\varepsilon_1 = \text{const}$, $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$ 时, $q/p' \rightarrow \eta_f$ 。将不同 ξ 下, 由三轴压缩试验得到的最终有效应力比, 定义为终值应力比 η_f 。根据部分排水的三轴压缩试验, 在不同的应力路径下, 得到终值应力比 η_f 。如图 2 所示, 在不同的排水条件下, 饱和黏土的 η_f 随着应变增量比增大而增大。在渐进状态条件下, 砂土的终值应力比 η_f 随着应变增量比 ξ 增加而减小^[13]。当处于排水状态 ($\xi > 0$) 时, 黏性土的终值应力比 η_f 表现出与砂土截然相反的变化规律。

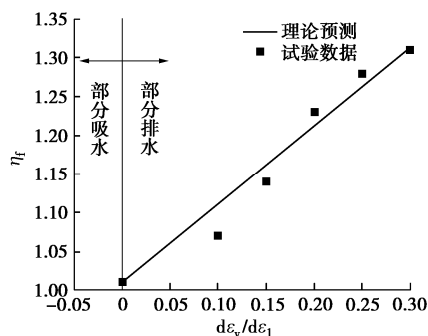


图2 不同排水条件下的渐近状态应力比

Fig. 2 Stress ratios of asymptotic state under different drainage conditions

Chu 给出了饱和砂土的渐近状态方程, 如下所示:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} = \frac{3(M_0 - \eta_f)}{M_0} \quad (2)$$

参考饱和砂土的渐近状态方程形式, 根据图 2 中的试验数据, 得出饱和黏土的渐近状态方程, 如下所示:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} = \frac{\eta_f - M_0}{M_0} \quad (3)$$

在常规的三轴压缩实验中, $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3$, 可得应变增量的关系:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_d &= \frac{2}{3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3) \\ d\varepsilon_v &= d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $d\varepsilon_d$ 为剪应变增量; $d\varepsilon_v$ 为体应变增量; $d\varepsilon_1$ 为轴向应变增量。

将式 (4) 变形, 得到体应变增量与剪应变增量的关系:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} = \frac{1}{\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_d} - \frac{1}{3}} \quad (5)$$

根据应变增量比计算公式 $\xi = d\varepsilon_v/d\varepsilon_1$, 将式 (2) 代入式 (5) 得到

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} = \frac{3\xi}{3-\xi} = \frac{3(\eta_f - M_0)}{4M_0 - \eta_f} \quad (6)$$

在渐进状态条件下, 弹性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^e$ 与塑性应变增量相比 $d\varepsilon_{ij}^p$, 影响较小, 可以忽略。认为塑性应变增量与总应变增量相等, 即 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_d^p \approx d\varepsilon_v/d\varepsilon_d$ 。在临界状态下, 体应变增量与剪应变增量的关系表示为

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} \approx \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - \eta_f^2}{2\eta_f} \quad (7)$$

相变应力比 M 表征了剪缩与剪胀的界限, 直观反映了土体剪胀性的发挥程度, 进而影响渐近状态应力比的大小^[15]。将式 (6) 和式 (7) 联立, 在部分排水条件下, 可得相变应力比方程, 如下所示:

$$M = \sqrt{\frac{6M_0(\xi+1)\xi}{3-\xi} + (\xi+1)^2 M_0^2} \quad (8)$$

考虑渐近状态的 MCC 模型屈服函数, 如下所示:

$$f = c_p \ln \frac{p'}{p'_0} + c_p \ln \left(1 + \frac{q^2}{M^2 p'^2} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (9)$$

式中: M 为相变应力比; ε_v^p 为塑性体积应变, 表示本构模型的硬化参数。当应变增量比 $\xi = 0$ 时, $M = M_0 = \eta_f$, 此时渐近状态模型退化成 MCC 模型。当 $\xi \neq 0$ 时, $M \neq \eta_f$, 此时渐近状态模型反映了部分排水对土体力学性质的影响。

(2) 平面应变下的相变应力比

应变增量比 ξ 将影响土体终值应力比 η_f 的大小, 因此在柱孔扩张理论中, 需要考虑 ξ 的影响。在三轴试验中, 最大主应变为轴向应变 ε_a , $\varepsilon_1 = \varepsilon_a$ 。在柱孔扩张理论中, 三个主应变分别表示为径向应变 ε_r , 环向应变 ε_θ 和轴向应变 ε_z , 最大主应变为 ε_r , $\varepsilon_1 = \varepsilon_r$ 。考虑渐近状态 MCC 模型的孔扩理论, 将利用应变增量比 ξ , 描述扩孔过程中的排水条件。在柱孔扩张中, 应变增量比 ξ 如下所示:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_r} = \xi \quad (10)$$

式中: $d\varepsilon_r$ 为径向应变增量; $d\varepsilon_v$ 为体积应变增量。

体应变增量与剪应变增量的关系如下所示:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} = \frac{d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta + d\varepsilon_z}{\frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_r - d\varepsilon_z)^2 + (d\varepsilon_r - d\varepsilon_\theta)^2 + (d\varepsilon_\theta - d\varepsilon_z)^2}} \quad (11)$$

式中: $d\varepsilon_\theta$ 为切向应变增量; $d\varepsilon_z$ 为轴向应变增量。

根据柱孔扩张理论, 轴向应变增量 $d\varepsilon_z = 0$, 式(11)表示为

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} = \frac{d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta}{\frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta)^2 - 3d\varepsilon_r d\varepsilon_\theta}} \quad (12)$$

应变增量比和体积应变增量的计算方法表示为

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_v &= \xi d\varepsilon_r \\ d\varepsilon_v &= d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式(13)可改写为

$$d\varepsilon_\theta = (\xi - 1)d\varepsilon_r \quad (14)$$

将其代入式(12), 可得体应变增量与剪应变增量的关系的另一种形式:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} = \frac{\xi}{\frac{2}{3} \sqrt{\xi^2 - 3\xi + 3}} \quad (15)$$

假设三轴压缩和平面应变条件下, 饱和黏土具有相同的渐近状态方程。采用式(8)的计算方法, 可得柱孔扩张过程中的相变应力比方程:

$$M = \sqrt{\frac{6M_0(\xi+1)\xi}{2\sqrt{\xi^2-3\xi+3}} + M_0^2(\xi+1)^2} \quad (16)$$

在求解塑性区方程时, 将应变增量比 ξ 和不排水剪切强度 M_0 代入式(16), 计算得到相变应力比 M , 用于计算塑性区方程。

2 渐近状态本构模型的柱孔扩张理论

为进一步研究土体的约束条件, 对原位测试结果的影响, 推导了渐近状态下 MCC 模型的柱孔扩张理论,

在部分排水条件下, 奠定了黏土力学特性的研究基础。

2.1 基本假定

在无限土体中, 柱孔扩张模型如图 3 所示, 假设土体为均质、各向同性的材料。柱孔初始孔径为 a_0 , 初始水平应力为 σ_0 , 初始孔隙水压力为 u_0 ; 随着柱孔初始内压力不断增长, 柱孔半径从 a_0 扩张至 a , 孔壁应力由 σ_0 增长至 σ_r , 有效切向应力为 σ'_θ 、有效径向应力为 σ'_r , 孔隙水压力为 u 。孔周土体塑性区域扩大, 弹塑性区交界处半径由 r_{p0} 增长至 r_p 。

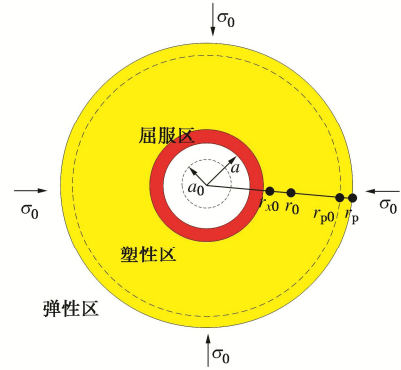


图 3 柱孔扩张问题示意图

Fig. 3 Schematic diagram of cylindrical cavity expansion

2.2 弹性区方程

采用小变形假设, 在弹性区内, 土体服从 Hooke 定律, 通过联立平衡方程、几何方程和物理方程, 可解得弹性区内应力和位移分布为^[19]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_0 + (\sigma_p - \sigma_0) \left(\frac{r_p}{r} \right)^2, \\ \sigma_\theta &= \sigma_0 - (\sigma_p - \sigma_0) \left(\frac{r_p}{r} \right)^2, \\ \sigma_z &= \sigma_{z0}, \\ u_r &= \frac{\sigma_p - \sigma_0}{2G} \frac{r_p^2}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: σ_r , σ_θ 和 σ_z 分别为径向、切向和轴向应力; σ_{z0} 为初始竖直应力; σ_p 为弹塑性边界处径向应力; G 为

剪切模量, $G = \frac{3(1-2\nu)\nu p'}{2(1+\nu)\kappa}$; ν 为比容 (又称比体积),

由孔隙比 e 计算得到, $\nu = 1 + e$; ν 为泊松比; r_p 为弹塑性边界的半径。

2.3 塑性区方程

在塑性区采用相关联流动法则, 采用 Chen 等^[8]的计算方法, 得到考虑渐近状态 MCC 模型柱孔扩张弹塑性方程的一般解:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma'_r \\ d\sigma'_\theta \\ d\sigma'_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d\varepsilon_r \\ d\varepsilon_\theta \\ d\varepsilon_z \end{Bmatrix} \quad (18)$$

式中: $b_{ij}(i=1,2,3, j=1,2,3)$ 和 Δ 为弹塑性矩阵系数, 由岩土参数确定, 具体表达式与 Chen 等^[8]的表达式相同。

当柱孔扩张时, $d\varepsilon_z=0$ 。考虑部分排水条件, 存在 $d\varepsilon_v=\xi d\varepsilon_r$ 。在塑性区, 采用大变形理论, 环向应变表示为 $d\varepsilon_\theta=-dr/r$, 通过引入位移辅助变量 $\omega=u_r/r$, 在部分排水条件下, 得到塑性区方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma'_r}{d\omega} &= -\frac{1}{\Delta(1-\omega)} \left[\frac{b_{11}}{(\xi-1)} + b_{12} \right], \\ \frac{d\sigma'_\theta}{d\omega} &= -\frac{1}{\Delta(1-\omega)} \left[\frac{b_{21}}{(\xi-1)} + b_{22} \right], \\ \frac{d\sigma'_z}{d\omega} &= -\frac{1}{\Delta(1-\omega)} \left[\frac{b_{31}}{(\xi-1)} + b_{32} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

求解该微分方程还需确定位移和边界条件。根据 Chen 等^[8]给出的方法, 在上述微分方程的弹塑性界面, 应力初始条件为

$$\left. \begin{aligned} q(\omega_p) &= M_0 p'_0 \sqrt{\text{OCR} \left[1 + \left(\frac{q_0}{M_0 + p'_0} \right)^2 \right] - 1}, \\ \sigma'_r(\omega_p) &= \sigma'_{r0} + \sqrt{\sigma'^2_{r0} - \frac{1}{3}(4\sigma'^2_{r0} + \sigma'^2_{z0} - 2\sigma'_{r0}\sigma'_{z0} - q(\omega_p)^2)}, \\ \sigma'_\theta(\omega_p) &= \sigma'_{\theta0} - \sqrt{\sigma'^2_{r0} - \frac{1}{3}(4\sigma'^2_{r0} + \sigma'^2_{z0} - 2\sigma'_{r0}\sigma'_{z0} - q(\omega_p)^2)}, \\ \sigma'_z(\omega_p) &= \sigma'_{z0} = \frac{3}{1+2K_0} p'_0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: $\sigma'_r(\omega_p)$, $\sigma'_\theta(\omega_p)$ 和 $\sigma'_z(\omega_p)$ 分别为弹塑性边界的径向、切向和竖向的有效应力分量; σ'_{r0} , $\sigma'_{\theta0}$ 和 σ'_{z0} 分别为对应的初始有效应力。 K_0 为侧压力系数。

弹塑性界面的位移初始条件为

$$\omega_p \left(\frac{u_r}{r} \right)_{r=r_p} = \frac{\sigma'_{rp} - \sigma'_{r0}}{2G_0}. \quad (21)$$

对于孔壁处, $\omega_a = (u_r/r)_{r=a} = (a-a_0)/a$ 。

体应变用比容表示为 $\varepsilon_v = -\ln v_0/v$ 。Chen 等^[9]推导了弹塑性半径与扩孔半径间的关系:

$$\frac{r_p}{a} = \exp \left(\int_{\omega_a}^{\omega_p} \frac{d\omega}{1 - v_0/(v(\omega)(1-\omega)) - \omega} \right). \quad (22)$$

塑性区方程为一阶常微分方程组, 方程系数复杂, 难以得到解析解。因此, 采用龙格-库塔四阶算法, 求得常微分方程组的数值解, 计算孔壁处的应力。

2.4 超孔隙水压力

在柱孔扩张理论中, 孔壁土体的任意一点满足应力平衡方程:

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} + \frac{du}{dr} + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} = 0. \quad (23)$$

通过引入位移辅助变量 ω , 式 (23) 可以改写为

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma'_r}{d\omega} \frac{d\omega}{dr} + \frac{du}{d\omega} \frac{d\omega}{dr} + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} \\ &= \left(\frac{d\sigma'_r}{d\omega} + \frac{du}{d\omega} \right) + \left(-\frac{u_r}{r} + \frac{du_r}{dr} \right) (\sigma'_r - \sigma'_\theta) \\ &= 0. \end{aligned} \quad (24)$$

式中: u_r 为土体单元的相对位移。

根据渐近状态的应变关系, 可得

$$\varepsilon_r = \frac{1}{(\xi-1)} \varepsilon_\theta = \frac{1}{(\xi-1)} \ln \frac{1}{1-\omega}. \quad (25)$$

同时, 位移与径向应变的关系还可以表示为^[5]

$$\frac{du_r}{d\omega} = 1 - e^{\varepsilon_r}. \quad (26)$$

联立式 (25), (26), 可得式 (27):

$$-\omega + \frac{du_r}{dr} = 1 - \omega + \left(\frac{1}{1-\omega} \right)^{\frac{1}{(\xi-1)}}. \quad (27)$$

将式 (27) 代入式 (24), 并积分, 可得孔壁处 u 的计算公式, 如下所示:

$$u(\omega_a) = \sigma'_r(\omega_p) - \sigma'_r(\omega_a) - \int_{\omega_p}^{\omega_a} \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{1 - \omega + \left(\frac{1}{1-\omega} \right)^{\frac{1}{(\xi-1)}}} d\omega + u_0. \quad (28)$$

式中: ω_a , ω_p 分别为孔壁处、弹塑性边界的位移辅助变量; u_0 为静水压力。

超孔隙水压 Δu 为

$$\Delta u = u(\omega_a) - u_0. \quad (29)$$

2.5 CPTU 测试数据计算方法

锥尖阻力 q_c 为 CPTU 的原始测试数据, 由于孔压过滤环导致锥尖阻力 q_c 偏小。在工程实践中, 根据孔压测试结果, 修正原始锥尖阻力的测试数据, 修正后的锥尖阻力用 q_t 表示。假设 CPTU 圆锥探头在土体中的贯入过程中, 始终满足柱孔扩张的静力平衡条件。基于渐进状态 MCC 模型的柱孔扩张理论, 推导了修正锥尖阻力 q_t 、侧摩阻力 f_s 和超孔隙水压力 Δu 与极限扩孔应力之间的力学关系, 模型简图如图 4 所示。

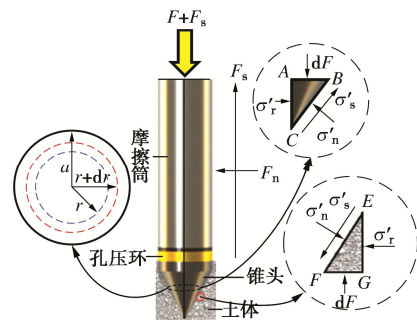


图4 CPTU 贯入计算模型

Fig. 4 Computational model of CPTU penetration

修正锥尖阻力 q_t 由垂直于锥面的土压力、锥面摩擦力在竖向的分量与孔隙水压力 u 组成。土体与 CPTU 之间的摩擦系数 ψ ，决定了侧摩阻力 f_s 的大小。基于柱孔扩张理论，王长虹等^[20]建立了锥尖阻力 q_t 、侧摩阻力 f_s 与扩孔应力 σ'_r 之间的关系，但未考虑超孔隙水压 Δu 。将王长虹等^[20]基于总应力法建立的锥尖阻力计算公式作为有效应力部分，得到修正锥尖阻力 q_t 与孔壁处应力 p_a （即扩孔应力）间的关系为

$$q_t = \frac{1 + \sqrt{3}\psi}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\psi} p_a + \Delta u + u_0 \quad (30)$$

侧摩阻力 f_s 根据摩擦系数 ψ 和 p_a 确定：

$$f_s = \psi p_a \quad (31)$$

如式 (29) 所示，超孔隙水压力为

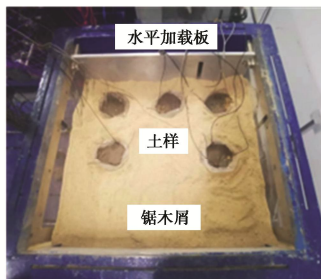
$$\Delta u = u(\omega_a) - u_0 \quad (32)$$

3 部分排水条件下的模型槽试验

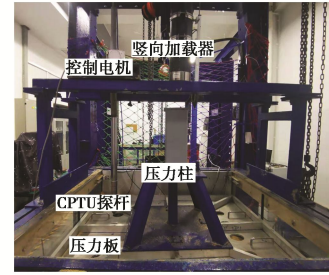
为建立归一化贯入速度 V 与应变增量比 ξ 间的关系。首先，利用归一化贯入速度 V ，描述排水条件的影响因素。在不同排水条件下，利用排水系数 χ ，描述超孔隙水压力 Δu 的变化。结合 CPTU 模型槽试验数据和数值模拟结果，获得 V 与 χ 的关系。随后，结合 CPTU 测试数据的力学转换模型，获得 ξ 与 χ 的力学关系。最后，以 χ 为“媒介”，建立 V 与 ξ 间的关系，即可直接通过 CPTU 原位测试方法，获取土体受力时的应变增量比 ξ 。

3.1 CPTU 模型槽试验与数值模型

采用分层击实法，制备直径 20 cm、高 50 cm 的土柱试样，沿水平加载板放置，试样在模型槽中具体位置如图 5 (a) 所示。采用轻质锯木屑作为填充介质，传递竖向和横向应力。为进一步消除填充介质的应力消散现象，土样适当靠近水平加载板的位置。在竖向加载器下方，安放一块面积为 1.0 m² 的钢制加载板，将竖向集中力转化为均布荷载，加载方法如图 5 (b) 所示。



(a) 试样位置图



(b) 应力加载方法

图 5 试样布置图

Fig. 5 Layout of sample

为详细获取试样的应力状态和孔压变化规律，采用 YBY-2001 型动静态应变测试分析系统，采集土压力、孔隙水压力传感器数据。静力触探测试系统采用东南大学研发的 SEU@CPTU-103 数据采集仪。采用 DMKY 型孔隙水压力计和土压力盒、SEU@CPTU-1 型数字式孔压静力触探探头，开展 CPTU 模型槽试验，传感器的具体布置如图 6 所示。

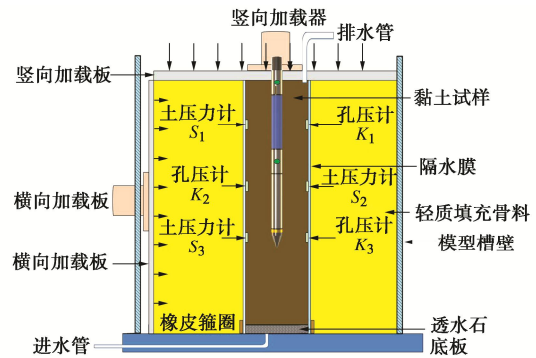


图 6 CPTU 模型槽试验传感器布置

Fig. 6 Layout of sensors for CPTU model tests

选择渗透系数 k 和贯入速度 v ，作为试验变量，开展研究。利用静力触探模型槽试验，研究贯入速度 v 、渗透系数 k 对 CPTU 测试数据的影响。

模型槽试验制样复杂、耗时较长。对于极其缓慢的贯入速度，难以开展试验。根据渗透系数的定义，针对中渗透性和不透水性土样，利用数值模拟方法，开展仿真试验。参考相关文献中的模拟方法^[21]，利用商业有限元软件 ABAQUS 2020，在不同排水条件下，开展 CPTU 贯入的数值模拟。将应变增量比 ξ 的计算公式和相变应力比方程，编入 UMAT 子程序，在数值模拟中，考虑了应变增量比 ξ 的影响。

3.2 贯入速度对排水系数的影响

Lee 等^[22]综合考虑了 CPTU 锥体贯入速度 v 、锥头直径 D 和固结系数 c_{vh} 对排水条件的影响，提出归一化贯入速度 V ，如下所示：

$$V = \frac{vD}{c_{vh}} \quad (33)$$

在式(33)中, 固结系数 c_{vh} 又可写成压缩系数 λ 、渗透系数 k 、有效竖向应力 σ'_{v0} 和比容 v 间的关系式, 如下所示:

$$c_{vh} = \frac{k v \sigma'_{w0}}{\lambda \gamma_w} \quad (34)$$

在CPTU的贯入过程中, 基于不同排水条件, 讨论对超孔隙水压力 Δu 的影响。Mo等^[23]提出排水系数 χ , 应在0到1之间的范围变化, 描述 Δu 的变化规律, 计算方法如下所示:

$$\chi = 1 - \frac{\Delta u}{\Delta u_{UD}} \quad (35)$$

式中: χ 为排水系数; Δu 为特定排水条件下对应的超孔隙水压力; Δu_{UD} 为完全不排水条件下所对应的超孔隙水压力。

在渗透系数 k 分别为 1×10^{-5} m/s和 1×10^{-9} m/s的条件下, 利用数值模拟方法, 研究贯入速度 v 对排水条件的影响, 并结合模型槽试验数据, 得出 V 和排水系数 χ 间的关系, 如图7所示。

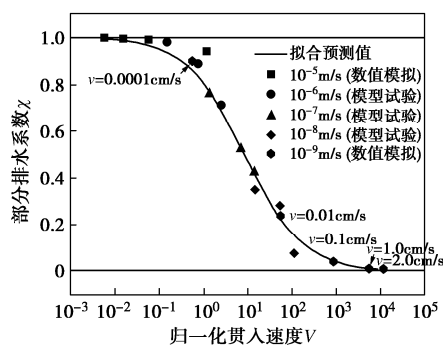


图7 归一化贯入速度对排水系数的影响

Fig. 7 Influences of normalized penetration velocity on drainage coefficient

由图7可知, V 和 χ 的拟合关系呈“S”型。当 k 为 1×10^{-9} m/s时, 属于极低渗透性土, 当 v 处于0.1~2 cm/s时, 对应 V 值的数量级均大于 10^3 , χ 值均小于0.1, v 的变化对排水系数影响很小。当 v 值下降至0.001 cm/s时, CPTU的贯入过程缓慢, 超孔隙水压力 Δu 在试验过程中充分消散, 此时 χ 为0.85。当 k 为 1×10^{-5} m/s时, 属于中度渗透性土, 由于土体本身的排水性较高, V 值的数量级小于 10^0 , v 值对其影响较小, χ 都大于0.9。

3.3 应变增量比对排水系数的影响

在不同应变增量比 ξ 的条件下, 为了研究排水系数 χ 的影响, 利用CPTU测试数据理论转换公式, 得到不同 ξ 对应的 χ 。根据第⑧₁层粉质黏土的室内试验数据, 理论计算的岩土参数值如表3所示。

表3 CPTU 测试数据理论计算参数

Table 3 Theoretical calculation parameters of CPTU data

临界状态应力比 M_0	回弹系数 κ	压缩系数 λ	孔隙比 e	超固结比 OCR
1.01	0.023	0.139	0.9	1.001

注: $\sigma_v = 30$ kPa, $\sigma_h = 15$ kPa, $\nu = 0.3$ 。

在不同应变增量比 ξ 的条件下, CPTU测试数据和排水系数 χ 的变化规律如图8所示。在CPTU测试数据的力学转换模型中, ξ 为体积应变 $d\varepsilon_v$ 和径向应变 $d\varepsilon_r$ 的比值, 描述了土体受力时的变形约束条件。在完全不排水条件下, 土体不产生体积变化, 此时 ξ 的值为0。在完全排水条件下, ξ 为0.3, 该值参考了CD试验, 试样所能达到的最大的应变增量比^[17]。随着 ξ 的增长, 修正锥尖阻力 q_t 和侧摩阻力 f_s 也随之增长。当 ξ 为0~0.3时, q_t 为89~204 kPa; f_s 为2~13 kPa。超孔隙水压力 Δu 随着 ξ 的增长而降低, 当 ξ 为0和0.3时, Δu 为83 kPa和0 kPa。当 ξ 为0和0.3时, χ 分别为0和1, 对应不排水和完全排水条件。

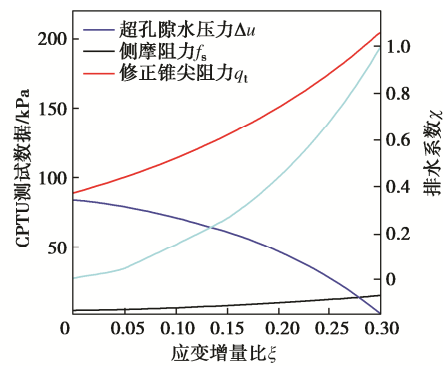


图8 应变增量比对排水条件的影响

Fig. 8 Influences of strain increment ratio on drainage conditions

3.4 部分排水条件下的应变增量比

在原位勘察CPTU测试中, 归一化贯入速度 V 综合描述了排水条件的影响因素。 V 的获取相对简单, 在CPTU贯入过程中, 反映了土体的排水条件, 但是缺乏对应的应变增量比 ξ 。

通过设置排水速度和剪切速度, 在不同约束条件下, 开展三轴压缩试验。但是, 在钻孔取样的过程中, 破坏了土体的约束条件。因此, 通过三轴压缩试验, 无法获取天然状态下土体的应变增量比 ξ 。

结合模型槽试验数据和数值模拟结果, 以CPTU排水系数 χ 为“桥梁”, 得出归一化贯入速度 V 与应变增量比 ξ 之间的拟合关系, 如图9所示。 V 与 ξ 的关系呈“S”型, 对于特定的 V 值, 有唯一的 ξ 值。当 V 值的数量级大于 1×10^3 或小于 1×10^0 时, 随着 V 的增大或减小, 曲线逐渐趋于平缓, 土体的接近完全不排水或者完全排水的约束条件。

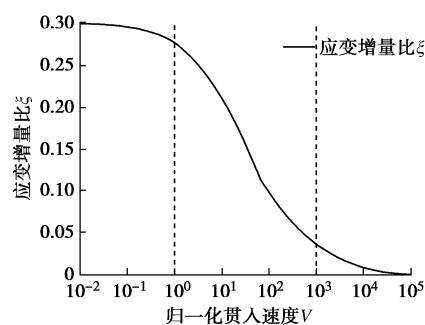


图 9 归一化贯入速度的应变增量比取值

Fig. 9 Influences of normalized penetration velocity on strain increment ratio

对于特定的模型槽试验或数值模拟工况，根据归一化贯入速度 V 和应变增量比 ξ 的拟合关系，能够获得唯一的 ξ 值。将 ξ 代入 CPTU 测试数据转换理论模型中，求得 CPTU 测试数据的理论预测值。在不同 ξ 值的条件下，侧摩阻力 f_s 的数值变化幅度较低，仅针对修正锥尖阻力 q_t 和超孔隙水压力 Δu ，对比数值模拟结果、模型槽试验数据与理论预测值之间的误差，如图 10 所示。

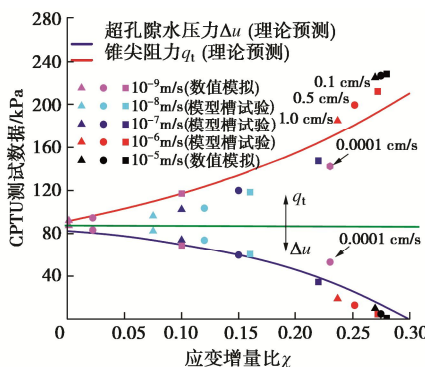


图 10 部分排水条件下的应变增量比

Fig. 10 Strain increment ratios under partial drainage conditions

在图 10 中，实线分别为修正锥尖阻力 q_t 和超孔隙水压力 Δu 的理论预测值，离散点为数值模拟和模型槽试验的结果。对于离散的数据点，利用不同颜色，表示渗透系数 k 的数量级变化；利用不同形状，表示贯入速度 v 的变化。

由图 10 可知，当应变增量比 ξ 小于 0.2 时，超孔隙水压力 Δu 的理论预测值与模型槽试验、数值模拟结果的吻合程度较高。当 ξ 大于 0.2 时， Δu 的理论值偏大，但是最大误差不超过 20%。通过比较修正锥尖阻力 q_t 的理论预测值与模型槽试验、数值模拟结果，得出两者的变化趋势保持一致。

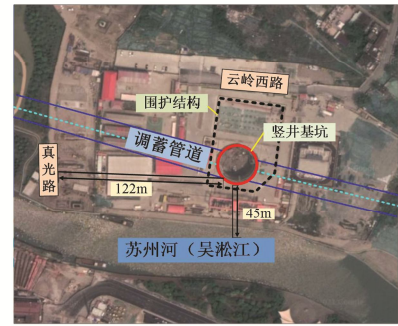
4 理论的应用案例

上海苏州河地区深层排水调蓄管道系统工程，地理位置如图 11 所示。管道西起苗圃，东至福建北，对

解决中心城区防洪排涝问题，具有重大意义。目前正在建设的云岭综合设施入流竖井，对深隧工程具有示范作用，其地下连续墙插入土层深度达 105 m，内径为 34 m，开挖深度达 57.8 m，基坑底板坐落于第⑧₂层软塑、流塑夹砂粉质黏土中。



(a) 苏州河深层调蓄管道系统



(b) 云岭综合设施概况

图 11 苏州河深层排水调蓄管道系统及云岭综合设施工程概况
Fig. 11 Schematic diagram of surrounding environment of Yunling complex

以上海市深部第⑧层土为研究对象，结合工程地质勘察资料，得到云岭地块第⑧层土的岩土参数，如表 4 所示。

表 4 云岭地块第⑧ ₁ 层土的岩土参数 Table 4 Geotechnical parameters in layer ⑧ ₁ of Yunling area, Shanghai							
深度/m	OCR	λ	κ	ξ	e	M_0	ν
46~55	1.50	0.134	0.024	0.03	1.005	1.31	0.32

修正锥尖阻力 q_t 、侧摩阻力 f_s 和孔隙水压力 u 的预测曲线，如图 12 所示。图中，点线为 CPTU 原位试验的实测曲线。YLC、MPC 和 JKL 分别代表原位试验的不同场地，数字“1”、“2”等表示勘察场地内 CPTU 试验的孔位编号，实测均值表示根据实测数据点拟合的二次曲线。

由图 12 可知，修正锥尖阻力 q_t 、侧摩阻力 f_s 和孔隙水压力 u 的预测值位于实测曲线范围内。当不考虑渐进状态 ($\xi = 0.00$) 时， q_t ， f_s 与实测均值相比偏小，而 u 偏大。此时，三者实测值与预测曲线的标准差依次为 0.381，13.065，220.230。当考虑渐进状

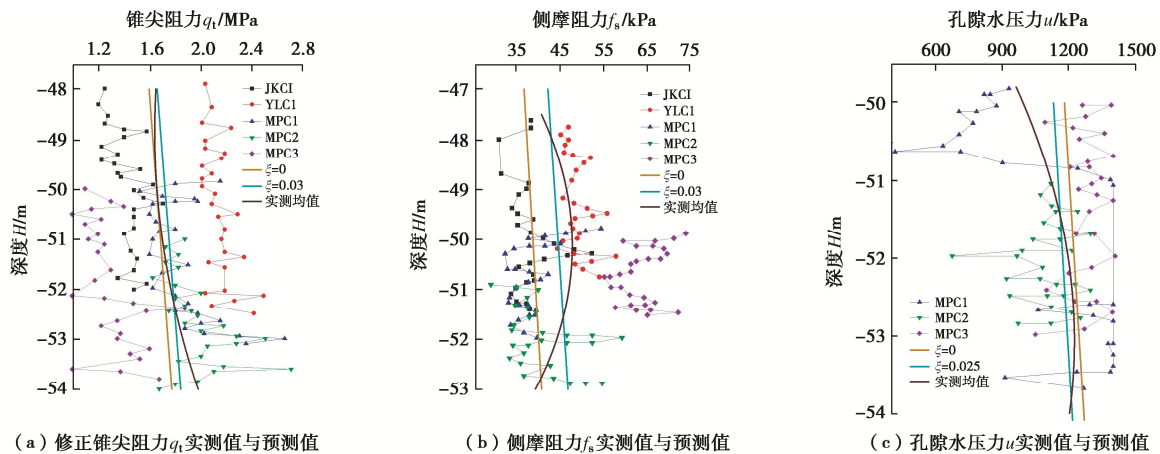


图 12 云岭地块 CPTU 测试数据实测值与预测值

Fig. 12 Measurements and predicted values of CPTU data in Yunling area, Shanghai

态时, q_t , f_s 和 u 逐渐靠近实测均值。当 $\xi = 0.03$ 时, 三者实测值与预测曲线的标准差依次为 0.378, 11.060, 210.827。三者与通过引入 ξ , 实测值与预测曲线的标准差均降低, 分别降低了 3%, 15%, 5%。

基于 CPTU 试验数据, 计算岩土参数是一个反分析问题。如果本构模型不能完全反映土体的部分排水力学行为, 计算得到的岩土参数就会偏大或偏小。采用 CPTU 试验数据, 确定应变增量比 ξ , 能够考虑贯入过程中的部分排水状态。因此, 使用考虑渐近状态的 MCC 模型, 解译 CPTU 数据, 能够获得更准确的岩土参数, 具有较好的实用价值。

5 结 论

针对工程实践中的部分排水问题, 以上海深部⑧₁层粉质黏土为研究对象, 采用理论分析、数值模拟和模型槽试验的方法, 主要得出以下 4 点结论。

(1) 在部分排水条件下, 开展三轴压缩试验。通过引入应变增量比 ξ , 提出了考虑渐近状态的 MCC 模型。

(2) 利用柱孔扩张理论, 解译 CPTU 贯入过程中的力学机理。在部分排水条件下, 建立了 CPTU 测试数据转换力学模型。

(3) 结合数值模拟、模型槽试验和力学理论, 通过排水系数 χ , 构建归一化贯入速度 V 与应变增量比 ξ 的拟合关系。结果表明: 归一化贯入速度 V 与应变增量比 ξ 的关系呈“S”型, 当 V 的数量级接近 1×10^{-2} 或 1×10^3 时, 可认为已经达到完全排水或者不排水状态。根据室内试验数据, 利用拟合曲线和力学转换模型, 得到 CPTU 数据的预测值, 并比较模型槽试验和数值模拟的结果。证明了拟合关系、CPTU 测试数据力学转换模型的科学性。

(4) 利用上海苏州河深层排水调蓄管道系统工程

云岭段试验场地的测试数据, 验证 CPTU 测试数据力学转换模型的正确性。结果表明: 在部分排水条件下, 考虑渐近状态的 CPTU 测试数据的力学转换模型, 能够体现部分排水条件对土体强度的影响, 较好的预测 CPTU 原位测试数据。采用 CPTU 数据, 确定应变增量比, 能合理获取部分排水条件下的强度指标和其他重要本构参数。

参考文献:

- [1] 段 伟, 蔡国军, 刘松玉, 等. 无黏性土的电率 CPTU 状态参数确定方法及其液化评价[J]. 交通运输工程学报, 2019, 19(2): 59-68. (DUAN Wei, CAI Guojun, LIU Songyu, et al. Determining method of cohesionless soil state parameter based on resistivity CPTU and liquefaction evaluation[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2019, 19(2): 59-68. (in Chinese))
- [2] ZHAO Z N, CONGRESS S S C, CAI G J, et al. Bayesian probabilistic characterization of consolidation behavior of clays using CPTU data[J]. Acta Geotechnica, 2022, 17(3): 931-948.
- [3] DUAN W, CONGRESS S S C, CAI G J, et al. A hybrid GMDH neural network and logistic regression framework for state parameter-based liquefaction evaluation[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2021, 99(999): 1801-1811.
- [4] ZHAO Z N, DUAN W, CAI G J. A novel PSO-KELM based soil liquefaction potential evaluation system using CPT and Vs measurements[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, 150: 106930.
- [5] VESIC A S. Expansion of cavities in infinite soil mass[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1972, 98(3): 265-290.

- [6] 刘时鹏, 施建勇, 雷国辉. 基于 SMP 准则柱孔扩张问题相似解[J]. 岩土力学, 2012, **33**(5): 1375-1380. (LIU Shipeng, SHI Jianyong, LEI Guohui. Similarity solutions of cylindrical cavity expansion based on SMP criterion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(5): 1375-1380. (in Chinese))
- [7] COLLINS I F, STIMPSON J R. Similarity solutions for drained and undrained cavity expansions in soils[J]. Géotechnique, 1994, **44**(1): 21-34.
- [8] CHEN S L, ABOUSLEIMAN Y N. Exact undrained elasto-plastic solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam Clay soil[J]. Geotechnique, 2012, **62**(5): 447-456.
- [9] CHEN S L, ABOUSLEIMAN Y N. Exact drained solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam Clay soil[J]. Geotechnique, 2013, **63**(6): 510-517.
- [10] 李镜培, 唐剑华, 张亚国, 等. 饱和粘土中球孔扩张问题弹塑性解析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, **46**(12): 71-77. (LI Jingpei, TANG Jianhua, ZHANG Yaguo, et al. Elastic-plastic solution of sphere cavity expansion in saturated clay[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, **46**(12): 71-77. (in Chinese))
- [11] GUDEHUS G, GOLDSCHIEDER M, WINTER H. Mechanical properties of sand and clay and numerical integration methods: some sources of errors and bounds of accuracy[C]// Finite Elements in Geomechanics. New York: Wiley, 1977: 121-150.
- [12] CHU J, LO S C R. Asymptotic behavior of a granular soil in strain path testing[J]. Géotechnique, 1994, **44**(1): 65-82.
- [13] YAO Y P, LIU L, LUO T. A constitutive model for granular soils[J]. Science China (Technological Sciences), 2018, **61**(10): 120-129.
- [14] 路德春, 程星磊, 杜修力. 部分排水条件下饱和砂土的力学特性研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(12): 2263-2269. (LU Dechun, CHENG Xinglei, DU Xiuli. Mechanical properties of saturated sand under partial drainage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(12): 2263-2269. (in Chinese))
- [15] 程星磊. 部分排水条件下饱和砂土的力学特性研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2012. (CHENG Xinglei. Mechanics Property Research of Saturated Sand Under Part Drainage Condition[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2012. (in Chinese))
- [16] 张林, 陈存礼, 张登飞, 等. 饱和重塑黄土在部分排水条件下的力学特性研究[J]. 水力发电学报, 2019, **38**(12): 112-120. (ZHANG Lin, CHEN Cunli, ZHANG Dengfei, et al. Mechanical properties of saturated remolded loess under partial drainage conditions[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2019, **38**(12): 112-120. (in Chinese))
- [17] 周星辰. 部分排水条件下饱和黏土的强度试验研究[J]. 科学技术与工程, 2017, **17**(20): 223-229. (ZHOU Xingchen. Experimental study on saturated clay strength under partial drainage conditions[J]. Science Technology and Engineering, 2017, **17**(20): 223-229. (in Chinese))
- [18] 土工试验方法标准: GB/T50123—2019[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019. (Standard for Geotechnical Testing Method: GB/T50123—2019[S]. Beijing: China Planning Press, 2019. (in Chinese))
- [19] YU H. Cavity Expansion Methods in Geomechanics[M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 2000.
- [20] 王长虹, 汤道飞, 王昆, 等. 静力触探试验的宏细观耦合分析方法与应用[J]. 岩土力学, 2021, **42**(7): 1815-1827. (WANG Changhong, TANG Daofei, WANG Kun, et al. Macro and micro coupling analysis method and application of cone penetration test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, **42**(7): 1815-1827. (in Chinese))
- [21] 潘梓阳. 静力触探贯入机理的数值模拟研究[D]. 北京: 清华大学, 2017. (PAN Ziyang. Study on the Mechanism of Cone Penetration Test by Numerical Simulation[D]. Beijing: Tsinghua University, 2017. (in Chinese))
- [22] LEE J, RANDOLPH M. Penetrometer-based assessment of spudcan penetration resistance[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, **137**(6): 587-596.
- [23] MO P, GAO X, YANG X, et al. A cavity expansion-based solution for interpretation of CPTu data in soils under partially drained conditions[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2020, **44**(7): 1053-076.