

DOI: 10.11779/CJGE20221264

含挖填界面边坡三维稳定性上限分析

闫 超, 王红雨*

(宁夏大学土木与水利工程学院, 宁夏 银川 750021)

摘要: 针对工程实践中挖填交界面与边坡坡面走向线斜交的高边坡空间三维稳定分析问题, 基于极限分析上限定理, 构建拓展的三维牛角状破坏机构, 通过引入机构参数挖填界面倾角 α 突出边坡特性, 建立与之对应的功能平衡方程, 采用序列二次规划优化算法求解强度折减后的边坡安全系数上限解。在此基础上, 计算了宁夏黄土丘陵地区妙岭 750 kV 变电站高边坡以及相关文献中极限状态下边坡稳定性系数 $\gamma H/c$ 工程案例, 并将计算结果与有限元极限分析软件模拟值进行对比分析。结果表明: 随着挖填界面倾角 α 的增大, 边坡安全系数 F_s 上限解和模拟值均减小, 两种方法的计算结果相对误差在 5.9% 以内, 且拓展的破坏机构与数值模拟的剪切耗散变形模式基本一致; 在极限状态下, 拓展机构的上限解和数值模拟结果都十分接近于 1.0, 二者相对误差未超过 8.3%。研究工作为此类高边坡空间稳定分析问题提供了一种简便实用的计算方法。

关键词: 边坡稳定性; 上限分析; 挖填界面; 三维效应; 安全系数

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2024)01-0174-08

作者简介: 闫 超(1995—), 男, 硕士研究生, 主要从事边坡稳定性和极限分析方法方面的研究工作。E-mail: 1847610334@qq.com。

Three-dimensional stability of slopes with cut-fill interface based on upper-bound limit analysis

YAN Chao, WANG Hongyu

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750021, China)

Abstract: For the problem of spatial three-dimensional stability analysis of high slopes in engineering practice where the cut-fill interface intersects obliquely crossing with the slope strike line, an expanded three-dimensional horn-shaped failure mechanism is established based on the upper-bound limit theorem in this paper. Then, the corresponding functional equilibrium equation is formulated by highlighting the slope characteristics by introducing the mechanism parameter dip angle α of the excavation-fill interface. The sequential quadratic programming optimization algorithm is used to solve the safety factor of the upper-bound limit analysis of the strength-discounted slope. On this basis, the high slope project of Miaoling 750 kV substation in Ningxia loess hilly area and the case of the stability factor $\gamma H/c$ under the limit state in the relevant literature are selected as examples, and the computations are compared with the simulated values of finite element limit analysis software. The results show that the upper-bound solution and the simulated value of the safety factor F_s of the slope both decrease with the increase of the dip angle α of the dredge-fill interface. The relative error of the calculated results of the two methods is within 5.9%, and the expanded damage mechanism is basically consistent with the shear dissipation deformation mode of the numerical simulation. In the limit state, the upper-bound solution of the expanded mechanism and the numerical simulation results are very close to 1.0, and the relative error of the two methods does not exceed 8.3%. The research work provides a simple and practical method for the spatial stability analysis of high slopes.

Key words: slope stability; upper-bound limit analysis; cut-fill interface; three-dimensional effect; safety factor

0 引言

平山造地及堤坝填筑等工程中往往会造成含挖填界面的高边坡, 建筑场地极易沿挖填界面发生滑坡。已有文献对顺坡上的填筑土体进行过相关研究, 徐光明等^[1]应用离心模型试验的方法对倾斜基岩面上存在软弱夹层土的边坡破坏模式和稳定性进行了分析, 结

果表明紧贴基岩的软弱夹层成为边坡失稳状态下的滑

基金项目: 国家自然科学基金项目(41962016); 妙岭 750 kV 变电站科技进步项目(SGNXSB00BDJS2100567); 宁夏回族自治区一流学科建设项目(NXYLXK2021A03)

收稿日期: 2022-10-14

*通信作者(E-mail: why.nxts@nxu.edu.cn)

动破坏面。在此基础上, 吴志轩等^[2]提出基岩和填土界面处开挖台阶可以提高边坡安全性。此后, 龚伟翔等^[3]通过室内物理模型试验和有限元数值模拟对含高陡交填界面软弱带边坡失稳模式的研究表明填方边坡会沿交填界面整体滑移。然而, 对于挖填交界线出露于坡面的高边坡稳定性分析问题(见图1), 由于无法将此类问题简化为平面问题, 即处理平面应力问题的二维模型已不再适用, 只能将其置于复杂的三维空间进行讨论。因此, 需要探讨简单适用的方法来解决此类边坡稳定性分析问题。

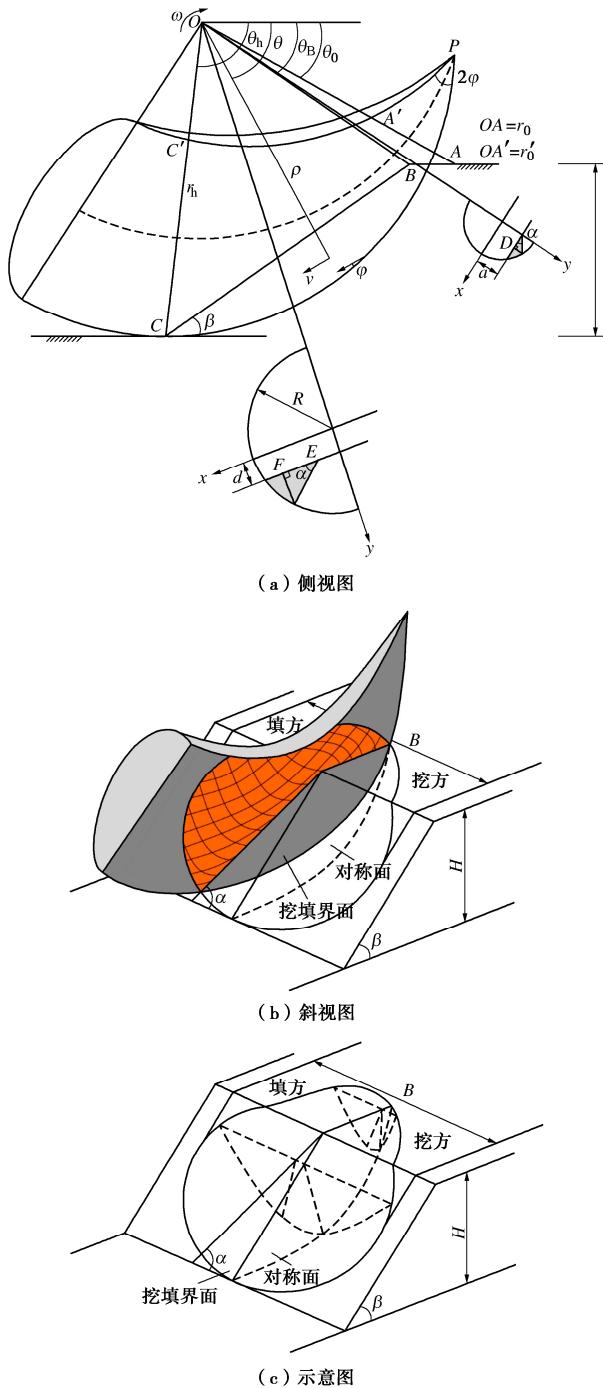


图1 含挖填界面边坡三维旋转破坏机构

Fig. 1 Three-dimensional rotation failure mechanism of slope with cut-and-backfill interface

塑性力学基本原理的极限分析上限方法避免了复杂的本构关系而具有严谨简洁的求解过程, 被广泛应用于边坡稳定性分析^[4-7]。近年来, 边坡三维稳定上限分析受到国内外很多学者关注并取得了丰硕成果^[8-11]。其中, 最引人注目的是 Michalowski 等^[12-13]构建的牛角状三维旋转破坏机构, 将对数螺旋锥体与边坡土体相交部分视为滑动体, 结合极限分析上限方法对边坡稳定性进行评估, 并绘制了方便获取安全系数的稳定性图表。此后, Michalowski 等^[14-15]在破坏机构中进一步考虑了地震荷载和孔隙水压力对边坡稳定性的影响。在此基础上, Dowon 等^[16]对一些不合理的几何约束进行了改进; Yang 等^[17-18]对二级边坡无台阶和有台阶情况分别构建牛角状破坏机构进行了三维稳定上限分析; 饶平平等^[19]引入机构参数, 在牛角状三维旋转破坏机构中考虑了裂缝边坡的坡面、坡趾和坡底破坏。Pan 等^[20]、侯超群等^[21]则分别以牛角状三维旋转破坏机构作为计算模型, 采用极限分析上限方法分析了渗透力、加筋对边坡稳定性的影响。还有一些学者在边坡三维稳定性上限分析中综合考虑了多种复杂因素, 如张标等^[22]采用拟静力法将地震力引入到二级边坡的牛角状三维破坏模型中; Rao 等^[23]、Li 等^[24]在桩加固边坡的三维稳定性分析中分别考虑了4种水位骤降模式和地震作用; Pang 等^[25]以均匀和三角加固边坡为探究对象, 将孔隙水压力对加固边坡稳定性的影响扩展到三维情况。

虽然上述研究通过构建牛角状三维旋转破坏机构, 针对边坡的几何内在特性(多级坡面、含裂缝等)和外力荷载作用(地震、渗透力、抗滑桩等)以及组合条件进行了拓展分析, 但是对于含挖填界面边坡, 目前尚无简洁适用的破坏机构与之匹配。因此, 本文将 Michalowski 等构造的三维旋转破坏机构(牛角状破坏机构)做了进一步的拓展, 应用于平山造地、堤坝填筑等工程中挖填接触带走向与坡面斜交且在高边坡坡面出露情况的边坡三维稳定分析之中。根据虚功原理, 推导含挖填界面边坡安全系数的上限表达式, 并采用 Matlab 软件编制相应的计算程序求解; 以宁夏黄土丘陵地区妙岭 750 kV 变电站场区高边坡为例, 分别采用本文方法和有限元极限分析软件 Optum G3 数值模拟方法进行计算与对比分析; 在此基础上, 将 Michalowski 等^[12]中稳定性系数 $\gamma H/c$ 作为指标计算了该类边坡的安全系数, 进一步分析验证了文中方法的准确性与合理性, 实现了将边坡三维空间问题极限分析上限解拓展到考虑挖填界面影响的边坡稳定分析之中。

1 基本原理和拓展机构

1.1 基本原理

极限分析上限定理可描述为：在所有与运动许可的速度场和应变率场相对应的荷载中，极限荷载最小，或者说按运动许可的速度场与应变率场求得的极限荷载都大于真正的极限荷载。根据虚功原理可将其表示为^[5]

$$\int_A T_i u_i^* dA + \int_V F_i u_i^* dV \leq \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* dV . \quad (1)$$

式中：左边项为外力做功率用 W 表示；右边项为内能耗散率用 D 表示； F_i 为体积力； T_i 为表面力； u_i^* 为机动容许的位移场； ε_{ij}^* 为与 u_i^* 相容的应变场； σ_{ij} 为与 F_i 和 T_i 关联的应力； A 和 V 分别为表面力作用面积和破坏的土体体积。

针对边坡含挖填界面的特性（见图 1），采用极限分析上限方法对其进行三维稳定性分析时，假定边坡土体为理想塑性材料且服从莫尔库伦屈服准则和相关联流动法则。除重力功率外，不考虑其他外荷载做功，依据 Michalowski 等^[12]提出的策略进行内能耗散率的计算，将内外功率代入到上述虚功率表达式中，结合强度折减技术对边坡安全系数的上限解进行优化求解。

1.2 拓展的三维牛角状破坏机构

在场地平整形成的含挖填界面边坡中，挖方区土体受上覆重力荷载长期作用，抗剪强度明显高于人工回填土体，填方区域沿着软弱的挖填界面易发生滑坡。实际工程中通常会采取台阶状开挖、接缝补强等措施增加挖填界面的阻滑性能，这里为了突出挖填交界面的影响规律，假设挖填接触面为平面，属于最不利的一种情况。

为了评估含挖填界面边坡稳定性，对 Michalowski 构建的牛角状对数螺旋锥体进行了拓展，如图 1 所示。该破坏机构的对称面由两条对数螺旋线组成，夹角（锥体顶角）为 2φ ，横截面为半径不断增大的半圆形， r 为土体内任意一点到旋转轴 O 的半径，对应破坏机构圆截面与旋转轴 O 的夹角为 θ 。填方区土体构成的牛角状对数螺旋锥体和挖填交界面构成三维空间滑移体的边界，即滑移体为被挖填交界面切割的填方区一侧局部牛角状对数螺旋锥体。将该滑移体视为刚性块体并绕着旋转轴转动，转动角速度为 ω ，滑动体内任意一点线速度 $v=\omega r$ ，依据相关联流动法则，滑面上任意一点的线速度方向与滑动面夹角为土体内摩擦角 φ 。在坡顶 AB 区和坡面 BC 区分别取一个半圆形横截

面并建立相应的局部直角坐标系进行计算，滑动体为图 1 (a) 中圆截面的阴影部分（不规则扇形），圆心角为挖填界面的倾角 α 。

2 含挖填界面边坡三维稳定上限解

2.1 几何关系

牛角状对数螺旋锥体对称面的上下轮廓由两条对数螺旋线表示：

$$r = r_0 e^{(\theta - \theta_0) \tan \varphi} , \quad (2)$$

$$r' = r'_0 e^{-(\theta - \theta_0) \tan \varphi} . \quad (3)$$

式中： r_0 和 θ_0 如图 1 所示； φ 为土体内摩擦角。牛角状对数螺旋锥体对称面过脚趾点 C ， θ_0 ， θ_h 和 r'_0/r_0 唯一确定了“角”的空间位置，通过改变以上角度和比率可以得到边坡安全系数的最小上限解。

圆形横截面半径 R 和圆心轨迹 r_m 为

$$R = \frac{r - r'}{2}, \quad r_m = \frac{r + r'}{2} . \quad (4)$$

以横截面的圆心作为原点建立局部直角坐标系，过旋转轴的直径所在的直线为 y 轴， D 为坡顶上一点， E ， F 点位于坡面上，由几何关系可得

$$\left. \begin{array}{l} x_D^2 + (y_1 + a)^2 = R^2 \\ \frac{y_1}{x_D} = \tan \alpha \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$x_D = \frac{\sqrt{R^2(1 + \tan^2 \alpha) - a^2} - a \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} , \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{l} (x_2 + x_E)^2 + (y_2 + d)^2 = R^2 \\ \frac{y_2}{x_2} = \tan \alpha \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_F = x_2 + x_E \\ = \frac{\sqrt{R^2(1 + \tan^2 \alpha) - d^2} - d \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{array} \right. . \quad (8)$$

式中： x_D 和 x_F 为 D 和 F 点在直角坐标系中的横坐标； x_2 和 y_1 ， y_2 为三角形阴影区域在 x 和 y 方向的边长； α 为挖填界面倾角 ($0 < \alpha < 90^\circ$)； a ， d 和 x_E 由下式给出

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} r_0 - r_m , \\ d = \frac{\sin(\theta_h + \beta)}{\sin(\theta + \beta)} r'_0 e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - r_m , \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$x_E = (\theta - \theta_B) \frac{\sin(\theta_h + \beta)}{\sin(\theta + \beta)} r'_0 e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} \cot \alpha . \quad (10)$$

式中： β 为边坡倾角。

旋转轴 O 和 B 点所在的平面将滑动土体分为两部分，土重功率应分别计算，由图 1 (a) 中几何关系可以确定角度 θ_B ：

$$\left. \begin{array}{l} \theta_B = \arctan \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0 - A}, \\ A = \frac{\sin(\theta_h - \theta_0)}{\sin \theta_h} - \frac{e^{(\theta_h - \theta_0)\tan \varphi} \sin \theta_h - \sin \theta_0}{\sin \theta_h \sin \beta} \sin(\theta_h + \beta) \end{array} \right\} \quad (11)$$

2.2 外功率

极限分析的运动学方法又称为能耗分析法, 根据虚功率原理, 不考虑外荷载作用情况下, 平衡方程的组成部分包括土重做功率和破坏土体耗散的功率。土重功率由一般表达式计算:

$$W_\gamma = \gamma \int_V v \cos \theta dV, \quad (12)$$

式中: γ 为土体重度, 旋转线速度 v 和体积微元 dV 分别为

$$v = (r_m + y) \omega, \quad (13)$$

$$dV = dx dy (r_m + y) d\theta. \quad (14)$$

将牛角状对数螺旋锥体与填方区土体相交形成的阴影区域(不规则扇形)分割为三角形区域和不规则扇形区域, 积分后累加, 即

$$\begin{aligned} \frac{W_\gamma}{\omega \gamma} = & \int_{\theta_0}^{\theta_B} \frac{1}{2} x_D^2 \tan \alpha (r_m + y)^2 \cos \theta d\theta + \\ & \int_{\theta_0}^{\theta_B} \int_{x_D}^{x^*} \int_a^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dy dx d\theta + \\ & \int_{\theta_B}^{\theta_h} \frac{1}{2} (x_F - x_E)^2 \tan \alpha (r_m + y)^2 \cos \theta d\theta + \\ & \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_{x_F}^{x^*} \int_d^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dy dx d\theta. \end{aligned} \quad (15)$$

式中, y 的积分上限是 x 的函数, 右项第二个和第四个积分中 x 的积分上限可由 a 和 d 确定:

$$y^* = \sqrt{R^2 - x^2}, \quad x^* = \sqrt{R^2 - a^2}, \quad x^* = \sqrt{R^2 - d^2}. \quad (16)$$

2.3 内能耗散率

对于牛角状三维旋转破坏机构的土体内能耗散率, Michalowski 等^[12]采用了一种新的计算策略并进行了详细的介绍。由此可将该机构中的内能耗散率表达式转化为

$$D = c \cot \varphi \int_S \mathbf{n}_i \mathbf{v}_i dS. \quad (17)$$

式中: c 为土体黏聚力; \mathbf{n}_i 为垂直于 dS 的向外单位向量; \mathbf{v}_i 为速度矢量。需要注意的是, 式(1)不能用于 $\varphi=0$ 的情况。

本文针对边坡内含挖填界面的特点, 结合已构建的牛角状三维旋转破坏机构, 对内能耗散率进行了如下拓展计算

$$\frac{D_{AB}}{c \cot \varphi} = -\omega r_0^2 \sin^2 \theta_0 \int_{\theta_0}^{\theta_B} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R^2 - a^2} d\theta, \quad (18)$$

$$\frac{D_{BC}}{c \cot \varphi} = -\omega r_0^2 e^{2(\theta_h - \theta_0)\tan \varphi} \sin^2(\theta_h + \beta).$$

$$\int_{\theta_B}^{\theta_h} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} (\sqrt{R^2 - d^2} - x_E) d\theta. \quad (19)$$

如果将式(15), (19)中几何参数 x_D , x_E , x_F 设置为 0, 则本文计算方法便蜕化为 Michalowski 等^[12]提出的土质边坡稳定性的三维牛角状极限分析上限解。因此, 本文拓展了三维牛角状极限分析上限解的应用场景。

2.4 边坡安全系数上限解

根据极限分析上限定理, 边坡土体达到极限平衡状态时, 外功率等于内能耗散率(功能平衡方程为 $W_\gamma = D_{AB} + D_{BC}$), 本文以安全系数作为评价指标对含挖填界面边坡三维稳定性进行分析。结合强度折减技术, 边坡安全系数 F_s 定义为土体实际抗剪强度参数 c 和 $\tan \varphi$ 与维持土体极限平衡所需的黏聚力 c_d 和内摩擦角 $\tan \varphi_d$ 的比值:

$$F_s = \frac{c}{c_d} = \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_d}. \quad (20)$$

土体强度参数 c 和 $\tan \varphi$ 折减 F_s 后代入功能平衡方程中, 可以得到 F_s 的隐式表达式。将 F_s 作为目标函数, 对定义破坏机构的几何参数加以约束 ($0 < \theta_0 < \theta_h < \pi$, $0 < r'_0/r_0 < 1$), 基于 Matlab 工具箱中的 Fmincon 函数, 把求 F_s 极小值问题转化为约束非线性最优问题, 采用序列二次规划法(SQP)寻优求解。计算流程如图 2 所示。

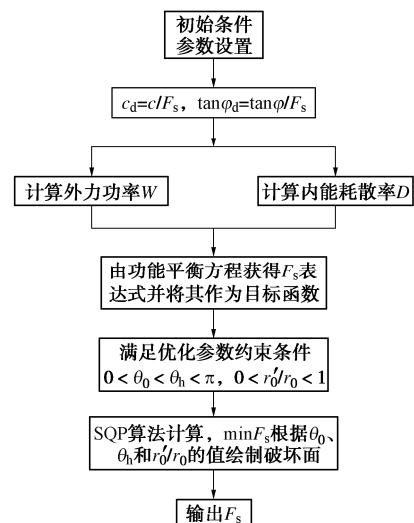


图 2 安全系数计算流程图

Fig. 2 Flow chart for calculation of safety factor

3 算例、分析与讨论

3.1 算例 1

妙岭 750 kV 变电站位于宁夏境内的黄土丘陵边缘区, 站区地势开阔, 地形起伏大, 整体地形呈北高、南低, 最大高差约 30 m, 如图 3 所示。工程地勘报告和设计资料显示站场上层为黄土状粉土, 属中压缩性

土, 工程性能较差; 下层为黄土状粉质黏土, 属中低压缩性土, 工程性能较好; 场地平整最大挖方厚度约 17 m, 最大填方厚度约 10 m; 填方区主要为上层黄土状粉土, 挖方区为下层黄土状粉质黏土, 场地平整后的挖填土层基本物理力学参数见表 1。



(a) 妙岭变电站工后航拍图



(b) 妙岭变电站场区平面布置图

图 3 宁夏妙岭 750 kV 变电站挖填高边坡场景

Fig. 3 Excavation and filling of high slope of Miaoling 750 kV substation in Ningxia

表 1 挖填土层基本物理力学参数

Table 1 Basic physical and mechanical parameters of excavated and filled soil layers

土层	黏聚力 c/kPa	内摩擦角 $\phi/^\circ$	重度 $\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$
上层黄土状粉土	12.5	31.0	16.8
下层黄土状粉质黏土	30.0	31.5	18.9

该场地的挖填交界线见图 3 (b) 所示, 其中挖填交界线出露于场地边坡面的位置用红色圆圈标注。由于场地挖填交界处分布局部湿陷性黄土需清除回填, 再叠加场地边缘自然边坡, 便形成了文中的含挖填交界面边坡场景。为便于计算, 将研究对象的几何参数设置为 $\beta=45^\circ$, $B/H=3$, 图 3 (b) 中地势缓平的界线出露区 1 坡高概化为 $H=5 \text{ m}$, 界线出露区 2 高边坡概

化为 $H=10 \text{ m}$ 。分别采用本文方法(计算流程见图 2)和极限分析有限元软件 Optum G3 建模模拟计算了挖填界面倾角 α 为 30° , 45° , 60° 的边坡安全系数 F_s , 本文方法与数值模拟结果对比如表 2, 3 所示。为了更加直观说明本文方法的有效性, 给出图 4, 5 所示的 Optum G3 剪切耗散变形图。在此基础上, 将文中理论方法设定的滑移面与数值模拟的剪切耗散剖面图进行比较(如图 6 所示), 从边坡安全系数和破坏模式两个方面对比验证。其中, Optum G3 判定边坡失稳的依据是滑面塑性区贯通或滑面上位移与应变产生突变, 形成很大且无限制的塑性流动^[26]。

表 2 两种计算方法结果对比 ($H=5 \text{ m}$)Table 2 Comparison of results of two methods ($H=5 \text{ m}$)

工况	$\alpha/^\circ$	F_s		相对误差/%
		Optum G3	本文	
1	30	2.390	2.321	2.9
2	45	2.265	2.208	2.5
3	60	2.237	2.140	4.3

表 3 两种计算方法结果对比 ($H=10 \text{ m}$)Table 3 Comparison of results of two methods ($H=10 \text{ m}$)

工况	$\alpha/^\circ$	F_s		相对误差/%
		Optum G3	本文	
1	30	1.608	1.574	2.1
2	45	1.581	1.490	5.8
3	60	1.555	1.464	5.9

对比两种方法计算得到的边坡安全系数可以发现, 本文上限解与 Optum G3 数值模拟结果非常接近, 最大相对误差不超过 5.9%, 随着挖填界面倾角 α 的增大, 边坡安全系数均呈现减小的趋势。通过图 4, 5 所示的剪切耗散变形图可知, 对于含挖填界面边坡, 接触面剪切显著, 判定为失稳状态下的优先破坏面, 且破坏模式与本文假设的拓展机构基本一致, 说明本文方法针对含挖填界面边坡的稳定性分析有较好的适用性。

3.2 算例 2

如前所述, 本文方法可以蜕化为 Michalowski 等^[12]所构建的均质土坡牛角状三维旋转破坏机构, 加之该文献三维均质土坡在极限状态下的稳定性系数 $\gamma H/c$ 的算例, 故可将本文研究的挖填交界线出露于坡面的边坡稳定性问题蜕化为均质边坡问题与之进行比较, 以此来说明本文方法的适用性。选取该文献中的稳定性系数 $\gamma H/c$ 求出土坡在极限状态下 ($F_s=1.0$) 的临界黏聚力 c , 再将 c 代入本文功能平衡方程进而获得安全系数上限解。算例中的物理几何参数设置为 $\gamma=18 \text{ kN/m}^3$, $\phi=15^\circ$, $H=10 \text{ m}$, $\beta=45^\circ$ 。

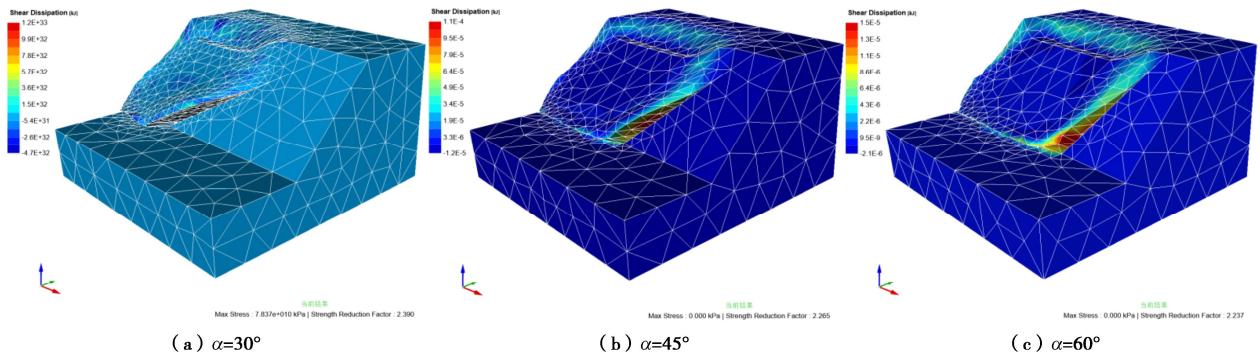


图 4 算例的 Optum G3 剪切耗散变形图 ($H=5$ m)

Fig. 4 Optum G3 shear dissipative deformations of example ($H=5$ m)

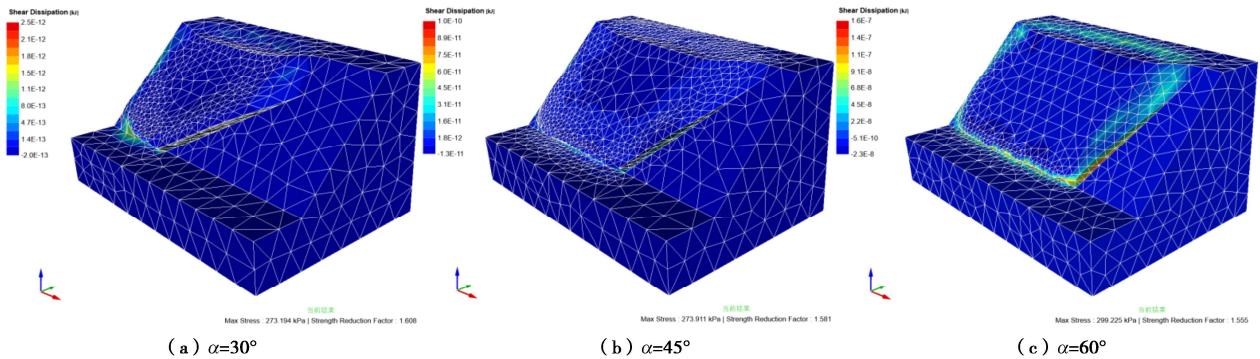


图 5 算例的 Optum G3 剪切耗散变形图 ($H=10$ m)

Fig. 5 Optum G3 shear dissipative deformations of example ($H=10$ m)

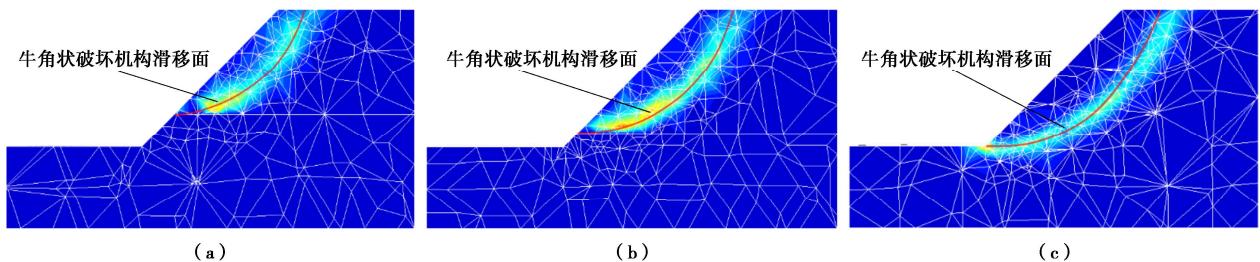


图 6 本文破坏机构滑移面与数值模拟结果对比 ($H=5$ m, $\alpha=45^\circ$)

Fig. 6 Comparison of slip surfaces between proposed destructive mechanisms and numerical simulation ($H=5$ m, $\alpha=45^\circ$)

为了更好验证本文方法的准确性，采用有限元极限分析软件 Optum G3 建立了与之相适应的数值模型，模拟值与本文上限解对比结果如表 4 所示。

表 4 本文方法与数值模拟结果对比

Table 4 Comparison between results by proposed method and numerical simulations

B/H	$\gamma H/c^{[12]}$	c/kPa	F_s	
			Optum G3	本文
1	19.672	9.150	1.007	0.997
2	14.875	12.101	1.038	1.000
3	13.731	13.109	1.070	1.004
5	12.984	13.863	1.070	1.002
10	12.494	14.407	1.101	1.010

从表 4 中可以看出, 对于宽高比 B/H 在 1~10 范

围内变化的三维边坡，在极限状态下，本文方法和数值模拟获得的安全系数都十分接近于 1.0，二者最大误差不超过 8.3%，进一步说明本文方法具有良好的适用性与准确性。

3.3 分析与讨论

平山造地、堤坝填筑等工程中出现的含挖填界面边坡，根据挖填交界面走向与坡面走向的关系可以划分为顺坡和斜交两类，对于挖填交界面走向与坡面走向一致的顺坡填筑情况已有学者研究并提出挖填接触面为失稳状态下的滑移破坏面的计算，但对于挖填交界面走向与坡面走向线斜交，且出露于坡面的情况却鲜有报道。针对此类挖填交界线形成的边坡特点，尝试将 Michalowski 等构建的牛角状破坏机构进行拓展用于解决此类问题。需要说明的是，由于挖填界面倾

角的影响，不能将挖填交界面出露于坡面的情况简化为平面应力问题进行分析，即简单的二维模型已不再适用，只能将其置于复杂的三维情况下讨论。在拓展的上限破坏机构中，填方区牛角状对数螺旋锥体外表面对挖填交界面构成三维空间滑移体的边界，即滑移体为被挖填交界面切割的填方区一侧局部牛角状对数螺旋锥体，如图 1 (b) 所示，相比于传统的牛角状破坏机构，本文拓展了其适用场景，使其满足挖填交界面斜交于坡面且出露于坡面的滑移规律。为此，引入机构参数挖填界面倾角 α ，如图 1 (a), (c) 所示，推导了与拓展机构对应的几何关系，然后根据上限定理和虚功原理给出相应计算公式，采用序列二次规划法 (SQP) 对强度折减后的边坡安全系数 F_s 寻优求解，最终得到安全系数上限解。虽然笔者尚未查阅到针对此类问题的研究报道，但文献中有一些涉及软弱夹层（结构面）的边坡三维稳定分析方法为本文的研究工作提供了参考，也间接表明本文方法在理论上是可行的。

由于目前尚无可以参考的研究成果，故本文选取宁夏黄土丘陵地区妙岭 750 kV 变电站场区含挖填界面边坡工程作为算例，分别采用本文方法和 Optum G3 数值模拟方法计算了该工程挖填交界线附近的边坡安全系数，并做了对比分析。无论是边坡安全系数 F_s 还是破坏模式，本文提出的解析方法与数值模拟计算结果均吻合良好，边坡安全系数相对误差不超过 5.9%，且边坡安全系数随挖填界面倾角 α 的增大而减小，说明挖填界面的存在对边坡稳定性确有一定影响。

在此基础上，将 Michalowski 等^[12] 中极限状态下的稳定性系数 $\gamma H/c$ 作为指标计算边坡安全系数，进行间接对比验证。具体做法是根据土坡达到极限状态时的安全系数等于 1.0 的原理，将本文的拓展模型蜕化到 Michalowski 提出的均质边坡完整的三维牛角状破坏模式，在极限状态下，分别采用本文方法和 Optum G3 数值模拟分析方法，分析计算了宽高比 B/H 介于 1~10 范围内的三维边坡，结果表明，解析方法与数值模拟获得的边坡安全系数 F_s 均接近于 1.0，二者相对误差不超过 8.3%。因此，通过以上两个算例的对比分析，验证了拓展牛角状破坏机构的适用性和理论公式的有效性。

4 结 论

(1) 针对人工回填土强度一般低于长期自然固结密实状态的挖方土强度的实际情况，本文提出一种计算挖填交界面走向与边坡坡面斜交，且挖填界线出露于坡面的三维边坡稳定性上限分析方法，通过引入挖

填界面倾角 α 作为机构参数，将传统牛角状破坏机构的应用拓展至建筑场地常见的含挖填界面三维边坡。

(2) 选取宁夏黄土丘陵地区妙岭 750 kV 变电站场区高边坡工程作为算例，上限解理论公式计算的边坡安全系数 F_s 与数值模拟结果相对误差均在 5.9% 以内，两种计算方法滑移面模式吻合良好，并且随着挖填界面倾角 α 的增大含挖填界面的边坡安全系数 F_s 减小。

(3) 在极限状态下，通过分析计算宽高比 B/H 介于 1~10 范围内的三维边坡安全系数 F_s ，显示本文上解与 Optum G3 数值模拟值均接近于 1.0，二者相对误差未超过 8.3%。

(4) 研究结果提示，挖填界面属于潜在软弱面，在工程实践中应重视陡倾挖填接触面的阻滑处理。受自然环境（干湿、冻融和地震）等扰动影响的出露于坡面的含挖填界面边坡的稳定性还有待于进一步深入研究。

参 考 文 献：

- [1] 徐光明, 邹广电, 王年香. 倾斜基岩上的边坡破坏模式和稳定性分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(5): 703-708. (XU Guangming, ZOU Guangdian, WANG Nianxiang. Failure mode and stability analysis of soil slope on inclined bedrock[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(5): 703-708. (in Chinese))
- [2] 吴志轩, 张大峰, 孔郁斐, 等. 基-填界面开挖台阶对顺坡填筑高边坡稳定性影响研究[J]. 工程力学, 2019, 36(12): 90-97. (WU Zhixuan, ZHANG Dafeng, KONG Yufei, et al. Study on stability influence of high slope foundation-fill interfacial excavation steps[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(12): 90-97. (in Chinese))
- [3] 龚伟翔, 张晓超, 裴向军, 等. 基于高陡交填界面软弱带影响下黄土填方边坡失稳模式研究[J]. 工程地质学报, 2023, 31(1): 288-298. (GONG Weixiang, ZHANG Xiaochao, PEI Xiangjun, et al. Instability modelling of loess fill slope with influence of weak zone of high and steep filling interface[J]. Journal of Engineering Geology, 2023, 31(1): 288-298. (in Chinese))
- [4] DRUCKER D C, PRAGER W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1952, 10(2): 157-165.
- [5] CHEN W F. Limit Analysis and Soil Plasticity[M]. New York: Elsevier Scientific Pub Co, 1975.
- [6] 屈智炯, 刘恩龙. 土的塑性力学[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2011. (QU Zhijiong, LIU Enlong. Plastic Mechanics of Soil[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese))
- [7] SLOAN S W. Geotechnical stability analysis[J]. Géotechnique,

- 2013, **63**(7): 531-571.
- [8] CHEN Z Y, WANG X G, HABERFIELD C, et al. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**(3): 369-378.
- [9] CHEN Z Y, WANG J, WANG Y J, et al. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem-part II: numerical approaches, applications and extensions[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**(3): 379-397.
- [10] 杨健, 王玉杰, 陈祖煜. 三维极限分析方法在恰甫其海水利工程边坡稳定分析中的应用[J]. 水利学报, 2003(11): 102-106. (YANG Jian, WANG Yujie, CHEN Zuyu. Application of three-dimensional limit analysis method in slope stability analysis of Qiafuqihai water conservancy project[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003(11): 102-106. (in Chinese))
- [11] 杨健, 王玉杰, 陈祖煜, 等. 水电站进水口高边坡稳定性三维极限分析[J]. 岩土力学, 2004, **25**(6): 991-994. (YANG Jian, WANG Yujie, CHEN Zuyu, et al. 3D limit analysis of stability of high slope at intake of huge hydropower station[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(6): 991-994. (in Chinese))
- [12] MICHALOWSKI R L, DRESCHER A. Three-dimensional stability of slopes and excavations[J]. Géotechnique, 2009, **59**(10): 839-850.
- [13] MICHALOWSKI R L. Limit analysis and stability charts for 3D slope failures[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(4): 583-593.
- [14] MICHALOWSKI R L, MARTEL T. Stability charts for 3D failures of steep slopes subjected to seismic excitation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, **137**(2): 183-189.
- [15] MICHALOWSKI R L, NADUKURU S S. Three-dimensional limit analysis of slopes with pore pressure[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **139**(9): 1604-1610.
- [16] PARK D, MICHALOWSKI R L. Intricacies in three-dimensional limit analysis of earth slopes[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2018, **42**(17): 2109-2129.
- [17] YANG X L, XU J S. Three-dimensional stability of two-stage slope in inhomogeneous soils[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(7): 06016045.
- [18] YANG X L, LI Z W. Factor of safety of three-dimensional stepped slopes[J]. International Journal of Geomechanics, 2018, **18**(6): 04018036.
- [19] 饶平平, 吴健, 崔纪飞, 等. 裂缝边坡三维极限上限拓展分析[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(9): 1612-1620. (RAO Pingping, WU Jian, CUI Jifei, et al. Extended three-dimensional analysis of cracked slopes using upper-bound limit method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(9): 1612-1620. (in Chinese))
- [20] PAN Q J, XU J S, DIAS D. Three-dimensional stability of a slope subjected to seepage forces[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(8): 04017035.
- [21] 侯超群, 邓欣, 孙志彬, 等. 非线性准则下三维加筋边坡稳定性的上限分析[J]. 中国公路学报, 2018, **31**(2): 124-132. (HOU Chaoqun, DENG Xin, SUN Zhibin, et al. Upper bound analysis of stability of three-dimensional reinforced slopes based on nonlinear failure criterion[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, **31**(2): 124-132. (in Chinese))
- [22] 张标, 王晅, 张家生, 等. 地震效应下二级边坡三维动态稳定性上限分析[J]. 中国公路学报, 2018, **31**(2): 86-96. (ZHANG Biao, WANG Xuan, ZHANG Jiasheng, et al. Upper bound analysis of three-dimensional dynamic stability of secondary slope under earthquake effect[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, **31**(2): 86-96. (in Chinese))
- [23] LI Y X, YANG X L. Seismic displacement of 3D slope reinforced by piles with nonlinear failure criterion[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, **19**(6): 04019042.
- [24] RAO P P, ZHAO L X, CHEN Q S, et al. Three-dimensional slope stability analysis incorporating coupled effects of pile reinforcement and reservoir drawdown[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, **19**(4): 06019002.
- [25] PANG H P, NIE X P, SUN Z B, et al. Upper bound analysis of 3D-reinforced slope stability subjected to pore-water pressure[J]. International Journal of Geomechanics, 2020, **20**(4): 06020002.
- [26] 彭文哲, 赵明华, 肖尧, 等. 抗滑桩加固边坡的稳定性分析及最优桩位的确定[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2020, **47**(5): 23-30. (PENG Wenzhe, ZHAO Minghua, XIAO Yao, et al. Stability analysis of anti-slip pile reinforced slope and determination of optimal pile position[J]. Journal of Hunan University (Science and Technology), 2020, **47**(5): 23-30. (in Chinese))