

DOI: 10.11779/CJGE20221254

区域土特征函数：收敛性

袁晓铭, 卢坤玉, 李兆焱, 陈卓识, 吴晓阳

(中国地震局工程力学研究所, 中国地震局地震工程与工程振动重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150800)

摘要: 无论从一个地区内建立 $N-v_s$ 关系曲线的工程应用角度还是作为区域土特征理论的必要组成部分, 构建科学的 $N-v_s$ 函数所需的数组量都是重要问题, 但以往研究为空白。采用实测数据的随机分析, 研究不同样本数量下 $N-v_s$ 特征函数的稳定性和收敛性, 并提出构建不同精度 $N-v_s$ 特征函数的数组阈值。实测数据来源于 4 个国家 9 个地区, 共 11 个工况, 对此分别进行随机分析的结果表明, 随样本数量增加, $N-v_s$ 特征函数具有稳定性与收敛性。研究表明, 一个地区内取 $N-v_s$ 数组超过 50, 100, 200 和 800, 则可分别得到变异系数小于 0.2, 0.15, 0.10 和 0.05 的 $N-v_s$ 特征函数。
关键词: 区域土; 特征函数; $N-v_s$ 特征函数; $N-v_s$ 数组; 收敛阈值

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)01-0026-09

作者简介: 袁晓铭(1963—), 男, 博士, 研究员, 主要从事岩土工程方面的研究工作。E-mail: yxmiem@163.com。

Characteristic functions of regional soils: convergence

YUAN Xiaoming, LU Kunyu, LI Zhaoyan, CHEN Zhoushi, WU Xiaoyang

(Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration; Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering

Vibration, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China)

Abstract: Whether from the perspective of engineering application of establishing $N-v_s$ relationship curve in a region or as an essential part of regional soil characteristic theory, the number of arrays required for constructing scientific $N-v_s$ function is an important problem, but this issue has not been involved before. The stability and convergence of $N-v_s$ characteristic functions under different sample numbers are studied by using the random analysis of measured data, and the array thresholds for constructing $N-v_s$ characteristic functions with different precisions are proposed. The measured data come from 9 regions in four countries, and there are 11 working conditions in total. The results of random analysis show that the $N-v_s$ characteristic function is stable and convergent with the increase of the number of samples. The research shows that if the $N-v_s$ array exceeds 50, 100, 200 and 800 in a region, the $N-v_s$ characteristic functions with coefficients of variation less than 0.2, 0.15, 0.10 and 0.05 can be obtained respectively.

Key words: regional soil; characteristic function; $N-v_s$ characteristic function; $N-v_s$ array; convergence threshold

0 引言

土层剪切波速 v_s 试验和标准贯入 SPT 试验都是土动力学的基本试验, 且分别用于不同工程目的。工程场地的分类、土体动力弹性模量的计算依赖于剪切波速, 在场地动力分析计算中, 剪切波速也是一个关键因素。SPT 的标准贯入锤击数 N 是计算相对密度、内摩擦角等土体参数的常用方法, 也可用于预测无黏性土的承载力、沉降、无侧限抗压强度和土体的抗液化能力等。在很多情况下, 在一个地区内通过经验统计, 建立 v_s 和 SPT- N 关系, 以便完成二者互换, 将会为工程实践带来很大便利。鉴于此, 从 20 世纪 60 年代^[1], 国内外很多学者和工程技术人员都开展了 SPT- N 和 v_s 平均关系的研究, 并致力于提出本地区的

$N-v_s$ 关系曲线。至今为止, 已有 17 个国家的 77 个地区建立了适用于本区域的 $N-v_s$ 平均关系曲线^[2-7], 中国学者和工程技术人员建立的 $N-v_s$ 关系曲线涉及了 20 个不同地区。

一些学者^[8-10]对不同地区 $N-v_s$ 关系曲线的研究表明, $N-v_s$ 确实具有相关性, 但不同地区 $N-v_s$ 关系曲线不能互相替代。受以往研究成果的启发, 笔者提出了以各地区 $N-v_s$ 平均关系曲线作为区域土特征函数, 以表征区域土力学和工程特性的思想。文献[11]中, 笔者从土的经典本构模型出发, 提出了双控制参数和区

基金项目: 中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项项目 (2021EEV0208); 黑龙江省自然科学基金重点项目 (ZD2019E009)
收稿日期: 2022-10-11

域土特征函数的概念, 阐明了其定义、内涵和外延以及构建准则, 阐述了 $N-v_s$ 特征函数的构建原理, 并通过 17 个国家 77 个地区实际 $N-v_s$ 函数关系的分布特征的研究, 论证了砂土和黏土 $N-v_s$ 特征函数的存在性。这一结果, 是对以往土工程性质具有明显区域性的认识^[12-13]的一个初步的理论阐释。

但是, 无论是从一个地区内建立 $N-v_s$ 关系曲线的应用角度, 还是作为区域土特征理论的必要组成部分, 都有一个重要问题需要回答, 即一个地区内完成 $N-v_s$ 函数关系的构造在统计学意义上所需要的 $N-v_s$ 数组的数量, 理论上进一步可归结到 $N-v_s$ 关系的收敛性问题。从以往的结果看, 构成一个地区 $N-v_s$ 关系, 采用的 $N-v_s$ 数组多少不等, 大多在 50~200 组, 部分也有上千组, 部分也有十几组^[14-16], 但这些工作中都没有关于 $N-v_s$ 关系所需要的 $N-v_s$ 数组的讨论, 更无收敛性的研究。

本文将采用实测数据的随机分析, 研究不同样本数量下 $N-v_s$ 特征函数的稳定性和收敛性, 并提出构建不同精度 $N-v_s$ 特征函数的数组阈值, 给出一个地区内构造 $N-v_s$ 函数关系在统计学意义上所需要的 $N-v_s$ 数组数量的解答。

1 $N-v_s$ 特征函数系数的敏感性

区域土 $N-v_s$ 特征函数 $v_s = aN^b$ 中有两个系数 a 和 b , 本文 $N-v_s$ 关系收敛性研究中, 需要掌握这两个系数的敏感性。

文献[11]中已经给出了 17 个国家 77 个地区的 $N-v_s$ 关系曲线系数 a 和 b 的分布特征, 由此可得到不同地区砂土 $N-v_s$ 函数系数 a 和 b 的标准差 (σ_a 和 σ_b) 分别为 21.4 和 0.086; 二者的均值 (\bar{a} 和 \bar{b}) 分别为 85.1 和 0.359; 不同地区黏土 $N-v_s$ 函数系数 a 和 b 的标准差分别为 22.4 和 0.084, 二者均值分别为 89.6 和 0.369。

为获得两个系数对 $N-v_s$ 函数关系的敏感性, 本文以 $v_s = aN^b$ 为基础, 以 a 为自变量, v_s 为因变量, 令 a 在其特征区间 $[\bar{a} - \sigma_a, \bar{a} + \sigma_a]$ 变化。在 $[\bar{a} - \sigma_a, \bar{a} + \sigma_a]$ 区间内, 当 $a = \bar{a} + \lambda\sigma_a$, 其中 $\lambda \in [-1, 1]$, 由此引起 $v_s = aN^b$ 中 v_s 的相对变化量记为 Δ_a , 则 Δ_a 可表达为

$$\Delta_a = \frac{(\bar{a} + \lambda\sigma_a)N^b - \bar{a}N^b}{\bar{a}N^b} = \lambda \frac{\sigma_a}{\bar{a}} \quad (1)$$

由式 (1) 可见, Δ_a 与 N 无关。同样, 以 b 为自变量, v_s 为因变量, 令 b 在其特征区间 $[\bar{b} - \sigma_b, \bar{b} + \sigma_b]$ 变化。当 $b = \bar{b} + \lambda\sigma_b$, 其中 $\lambda \in [-1, 1]$, 由此引起 $v_s = aN^b$

中 v_s 的相对变化量记为 Δ_b , 则 Δ_b 可表达为

$$\Delta_b = \frac{aN^{\bar{b} + \lambda\sigma_b} - aN^{\bar{b}}}{aN^{\bar{b}}} = \frac{N^{\bar{b} + \lambda\sigma_b} - N^{\bar{b}}}{N^{\bar{b}}} = N^{\lambda\sigma_b} - 1 \quad (2)$$

由式 (2) 可见, Δ_b 与 N 相关。

令 Δ (Δ_a 和 Δ_b) 为纵坐标, 以式 (1), (2) 计算 $\lambda \in [-1, 1]$ 下的 Δ , 结果如图 1 所示, 其中 $N=5, 10, 20, \dots, 50$ 。由图 1 可以看出, 无论对砂土还是黏土, 当 N 在常见的变化范围内, a 和 b 在各自特征区间内变化时, 二者引起的 v_s 相对变化量接近。也就是说, 就既有的数据而言, $v_s = aN^b$ 中的系数 a 和 b 具有几乎相同的敏感性。

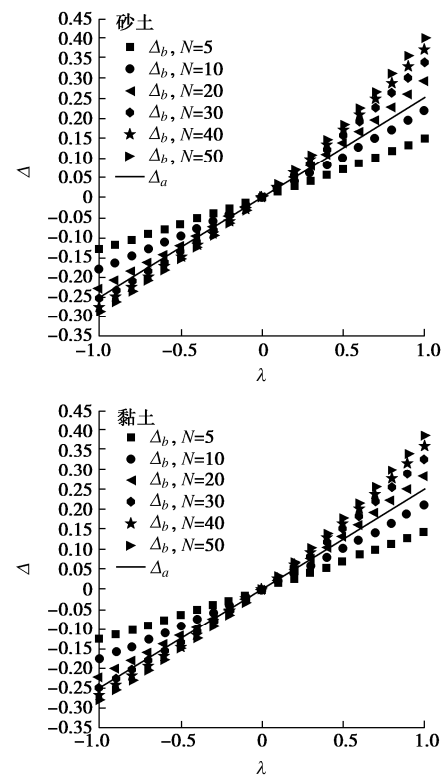


图 1 $N-v_s$ 函数关系中两个系数的敏感性分析

Fig. 1 Sensitivity analysis of two coefficients in $N-v_s$ function relationship

2 $N-v_s$ 特征函数的收敛性

2.1 数据来源

为解决随机意义上取多少 $N-v_s$ 数组可以构成一个收敛的 $N-v_s$ 函数的问题, 本文以世界 9 个不同地区 11 个工况下的 $N-v_s$ 数据为样本进行分析。如表 1 所示, 9 个不同地区 11 个工况下的 $N-v_s$ 数据中, $N-v_s$ 数组分别从 63 到 1001。需注意的是, 这 11 个工况的 $N-v_s$ 拟合曲线的相关系数均大于 0.7, 意味着这 11 个工况的 $N-v_s$ 回归方程都是成立的。

表 1 11 个工况的基本信息
Table 1 Basic information of 11 working conditions

研究者	国家(地区)	土类	单元数	回归方程	相关系数 R
Hanumantharao(2008)	印度(新德里)	砂土	133	$v_s = 79N^{0.434}$	$R=0.99$
Dikmen(2009)	土耳其(埃斯基谢希尔)	砂土	82	$v_s = 73N^{0.33}$	$R=0.72$
Maheswari(2010)	印度(钦奈)	砂土	81	$v_s = 100.53N^{0.265}$	$R=0.92$
Thaker(2011)	印度(苏拉特)	砂土	142	$v_s = 51.21N^{0.45}$	$R=0.88$
Tsiambaos(2011)	希腊(*)	砂土	78	$v_s = 79.7N^{0.365}$	$R=0.79$
Anbazhagan(2013)	印度(勒克瑙)	砂土	110	$v_s = 60.17N^{0.56}$	$R=0.93$
王梦龙(2016)	中国(巴楚)	砂土	146	$v_s = 98.787N^{0.22483}$	$R=0.90$
袁晓铭(2020)	中国(哈尔滨)	砂土	1001	$v_s = 116.55N^{0.3149}$	$R=0.85$
Anbazhagan(2013)	印度(勒克瑙)	黏土	121	$v_s = 106.63N^{0.39}$	$R=0.86$
Kumar(2018)	印度(古瓦哈提)	黏土	212	$v_s = 47.84N^{0.6}$	$R=0.87$
Maheswari(2010)	印度(钦奈)	黏土	63	$v_s = 89.31N^{0.358}$	$R=0.96$

2.2 分析方法

由于 $N-v_s$ 关系具有 $v_s=aN^b$ 的统一表达, 因此 $N-v_s$ 关系的收敛性可归结为其系数 a 和 b 的收敛性问题。采用表 1 的数据, 对 $N-v_s$ 关系的稳定性和收敛性进行分析, 其步骤如下:

(1) 从每个工况的 $N-v_s$ 数据单元中, 随机提取 t 个 $N-v_s$ 数组, $t=5, 10, 20, 30, 40, 50, \cdots$, 将提取的 t 个数组按照 $v_s=aN^b$ 的形式进行拟合, 得到系数 a 和 b 。

(2) 重复步骤 (1) k 次, 得到 k 组 a 和 b 值。

(3) 基于步骤 (2) 的 k 组数据, 计算系数 a 和 b 的离散度, 包括标准差 σ_a 和 σ_b 以及变异系数 CV_a 和 CV_b , 其中

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2}{k}}, \tag{3}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \tag{4}$$

式中: x_i 为第 i 个样本值; μ 为总体的均值; σ 为标准差; CV 为变异系数; k 为样本数。

(4) 将由步骤 (3) 得到的系数 a 和 b 的离散度 (σ_a, σ_b, CV_a 和 CV_b) 与 $N-v_s$ 数组 t 之间进行回归拟合, 确定随机分析下系数 a 和 b 与数组 t 间的关系, 即 $N-v_s$ 函数的收敛性。

需要说明的是, 本文统一取 $k=30$, 因为本文尝试了 $k=10, 20, 30, 40, 50$, 发现取不同 k 对最终结果影响不大。

2.3 分析结果

按照 2.2 节中步骤 (1) ~ (4), 11 个工况下系数 a 和 b 的 σ_a, σ_b, CV_a 和 CV_b 与数组 t 的关系见图

2。从图 2 可以看出, 所有 11 个工况下的 σ_a, σ_b, CV_a 和 CV_b 随数组的增加而减小, 并且 σ_a, σ_b, CV_a 和 CV_b 与数组 t 之间均可用统一的指数模型 $y=ct^d$ 表达, 其中 c, d 为该指数模型的参数。

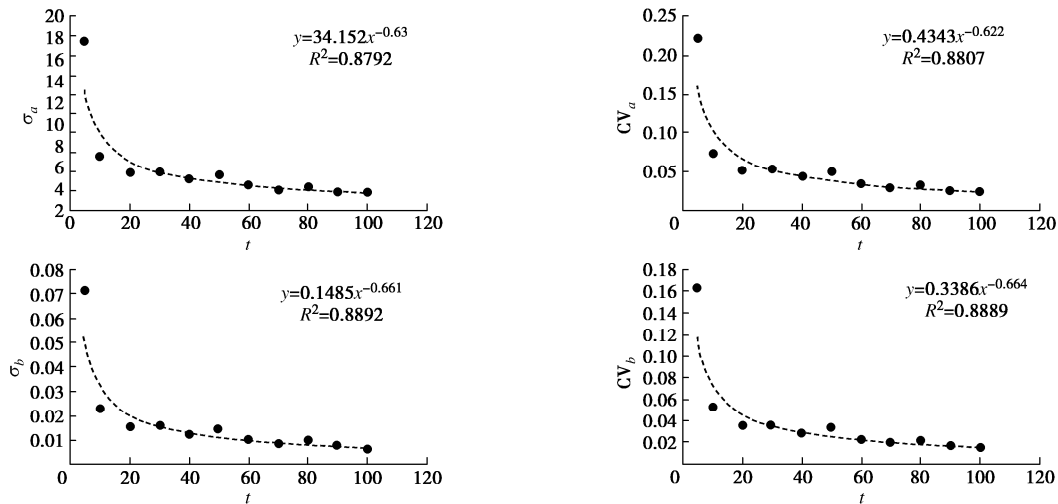
将图 2 中 σ_a, σ_b, CV_a 和 CV_b 与数组 t 的回归关系的拟合优度 R^2 的频数分布见图 3。

从图 3 可见, R^2 在 0.84~0.99, 大多大于 0.9, 主要集中在 0.94 以上, 拟合优度总体表现十分优秀。因此, 对于砂土和黏土而言, 其 $N-v_s$ 回归特性与所取数组之间具有稳定的关系。

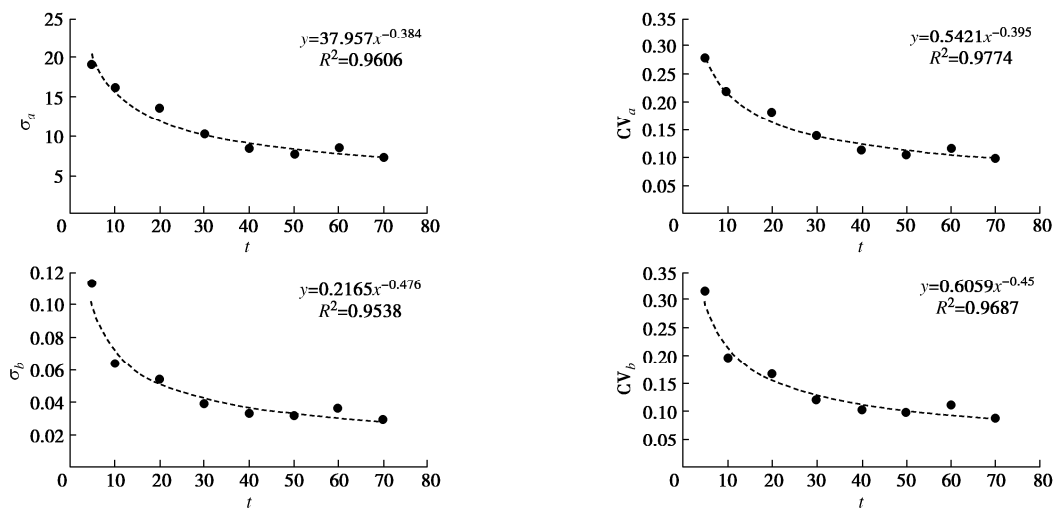
进一步, 将 11 个工况下系数 a 和 b 大范围内随 $N-v_s$ 数组 t 的变化曲线及其一阶导数见图 4。可以注意到, 对不同工况, 变化曲线分别为统一指数形式 $y=ct^d$ 和 $y'=cdt^{d-1}$, 且 d 值的范围为 -0.998~-0.384。这样, 如图 4 所示, 当数组超过一定数目后, 系数 a 和 b 的离散度随着 t 的增加而迅速减小, 并趋于恒定值。并且, 各工况下 $\sigma'_a, \sigma'_b, CV'_a$ 和 CV'_b 的绝对值都随 t 的增大而迅速减小, 并最终趋于 0。这些结果表明, 从工程意义上讲, $N-v_s$ 关系具有收敛性。

3 $N-v_s$ 特征函数的收敛阈值

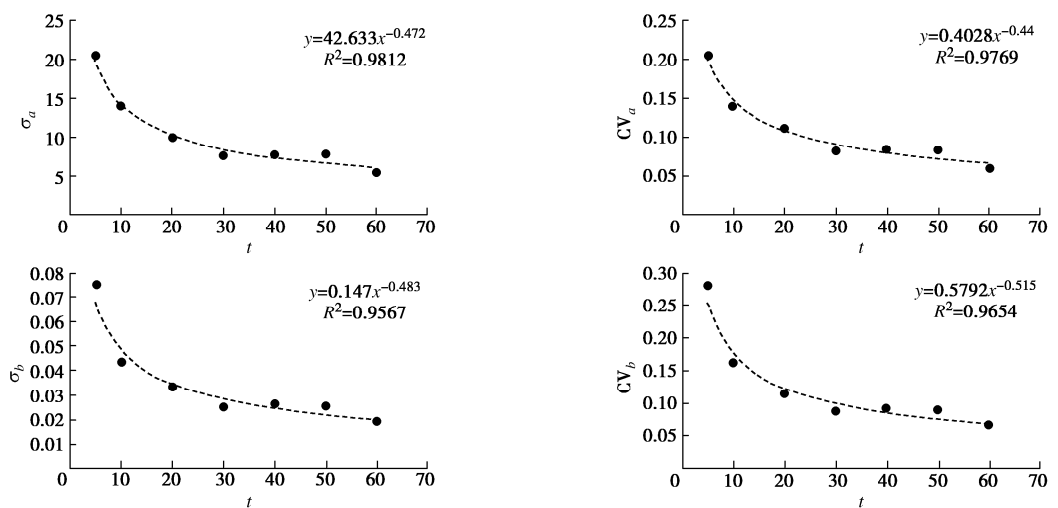
从图 4 中还可以看出, $N-v_s$ 统计关系是收敛的, 收敛速度的主控因素为 $N-v_s$ 数组数目, 但也因地区和土类有所变化。同时, 收敛所需要的数组也与所要求的精度有关。例如, 对于砂土, 要求 CV_a 小于 0.05 时, 印度新德里地区所需数组为 33, 希腊地区所需数组为 757; 数组为 100 时, 土耳其埃斯基谢希尔地区的 CV_a 为 0.09, 印度钦奈地区 CV_a 为 0.05。



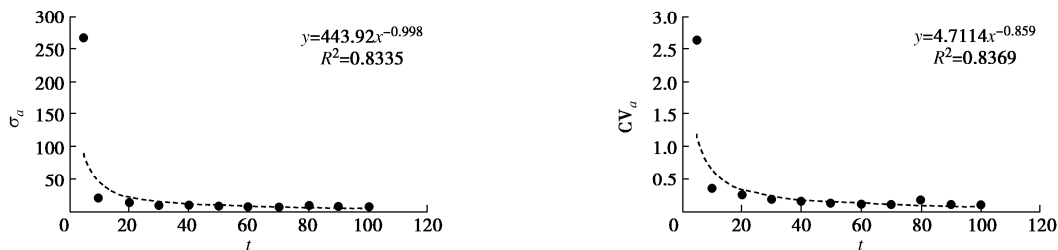
(a) 印度新德里, 砂土 (Hanumantharao and Ramana, 2008)

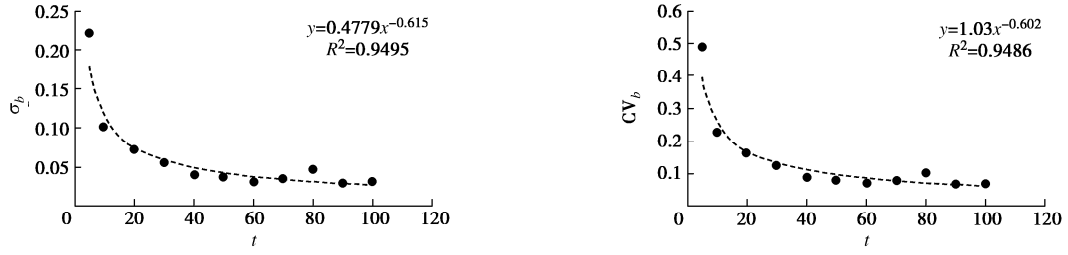


(b) 土耳其埃斯基谢希尔, 砂土 (Dikmen, 2009)

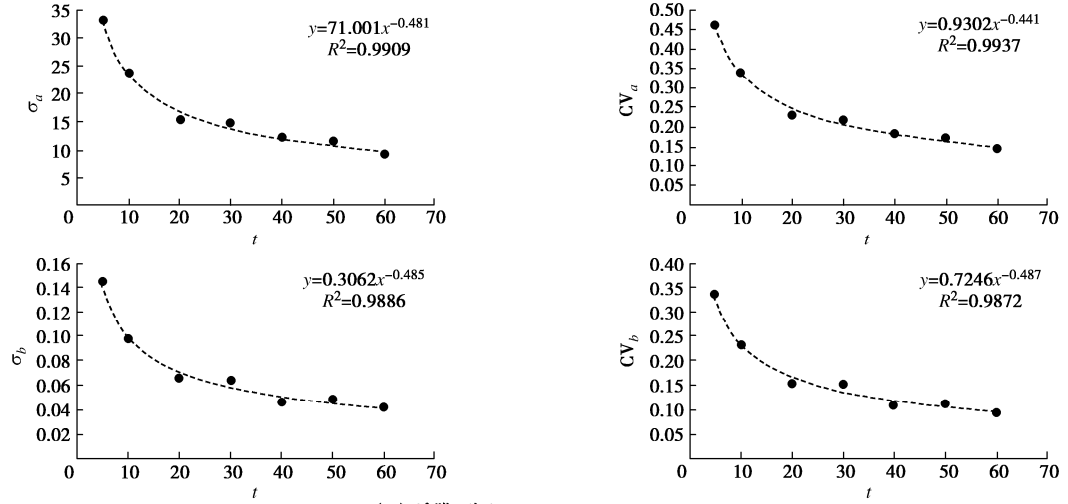


(c) 印度钦奈, 砂土 (Maheswari et al., 2010)

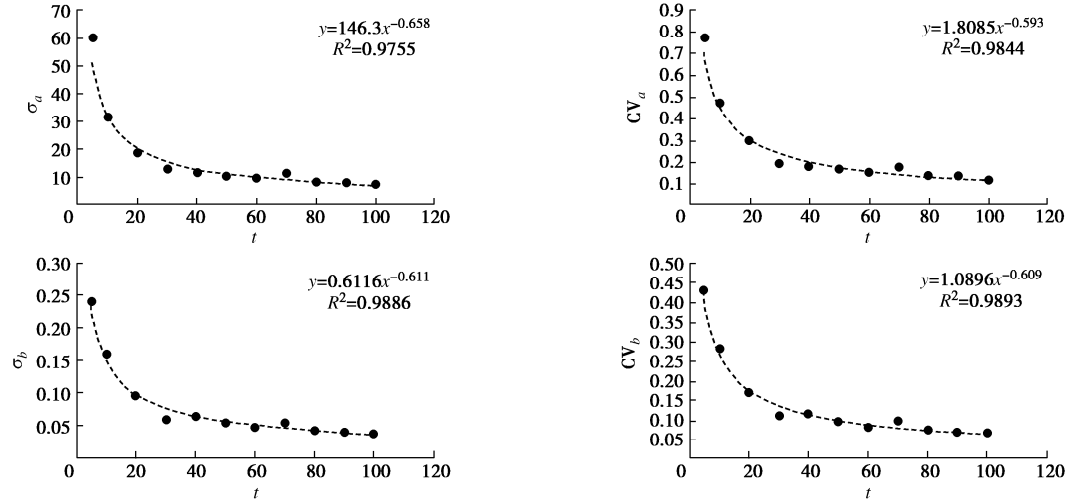




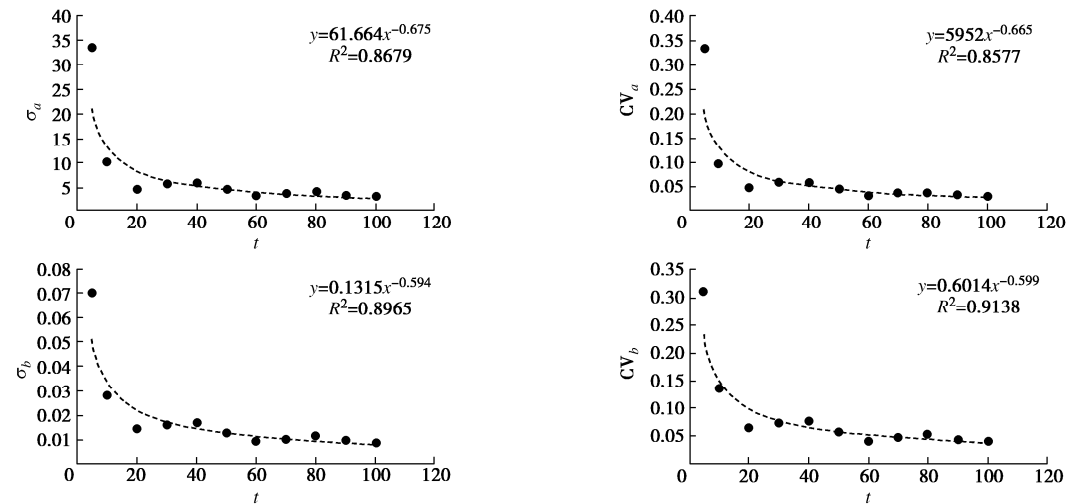
(d) 印度苏拉特, 砂土 (Thaker and Rao, 2011)



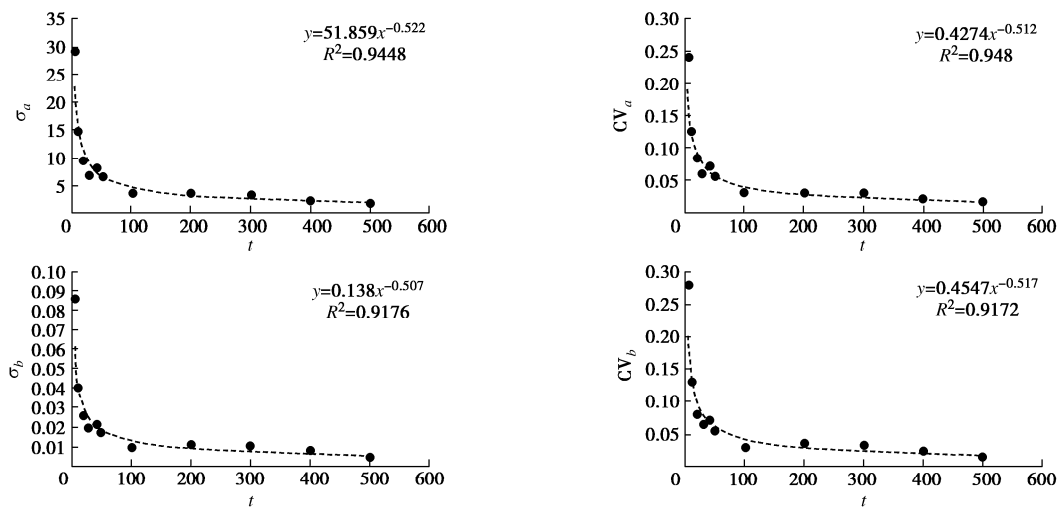
(e) 希腊, 砂土 (Tsiambaos and Sabatakakis, 2011)



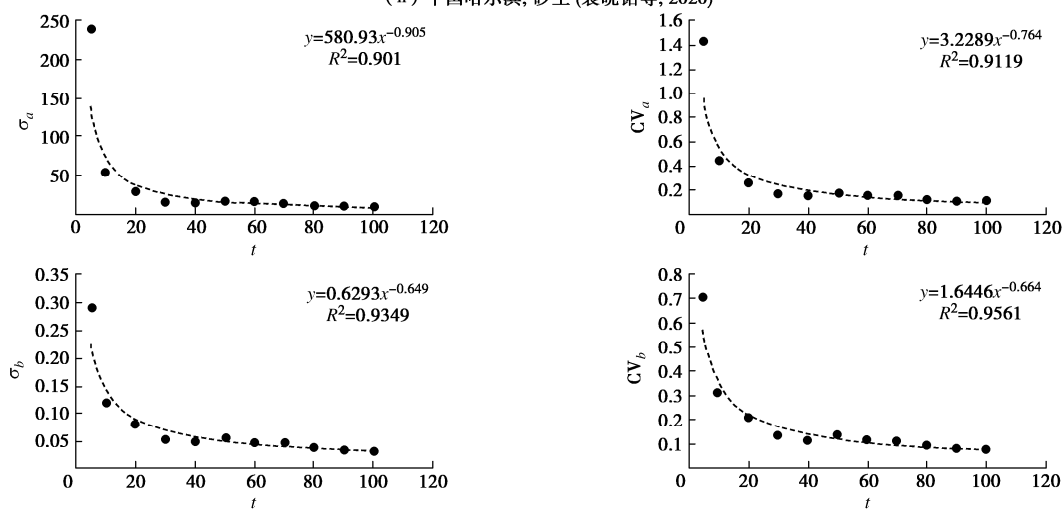
(f) 印度勒克瑙, 砂土 (Anbazhagan et al., 2013)



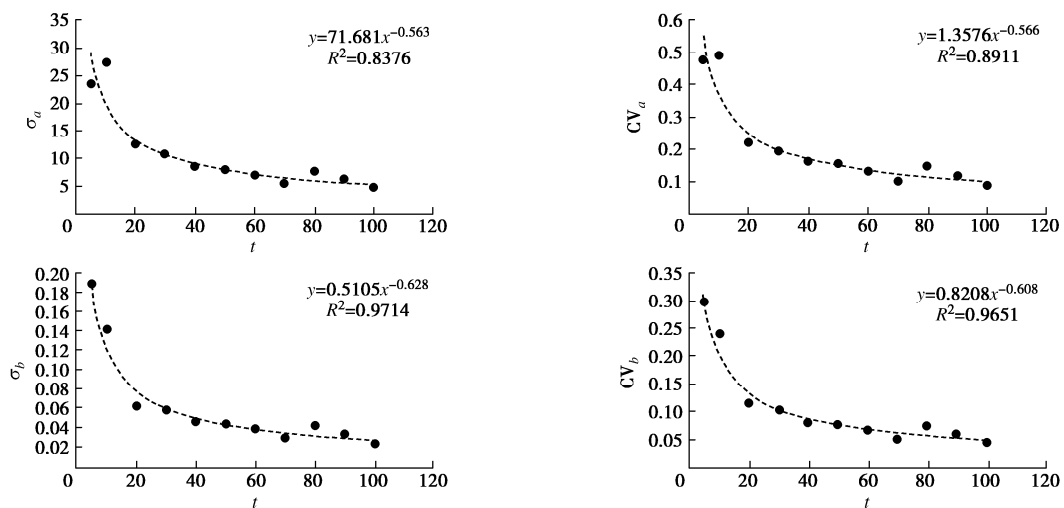
(g) 中国巴楚, 砂土 (王梦龙, 2016)



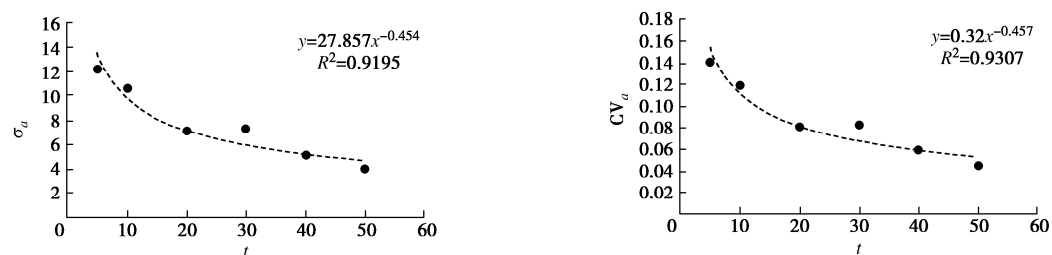
(h) 中国哈尔滨, 砂土 (袁晓铭等, 2020)

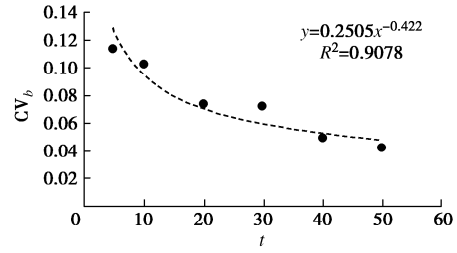
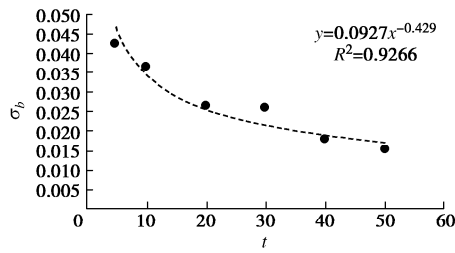


(i) 印度勒克瑙, 黏土 (Anbazhagan et al., 2013)

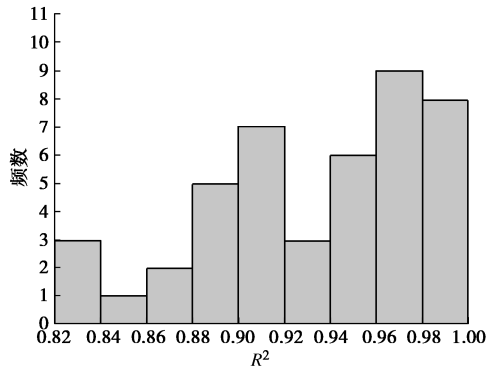
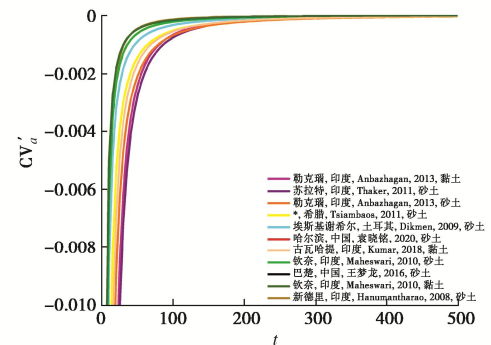
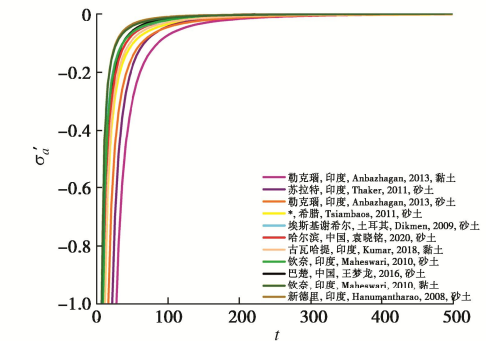
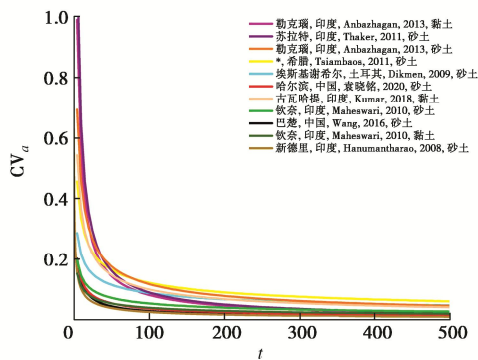
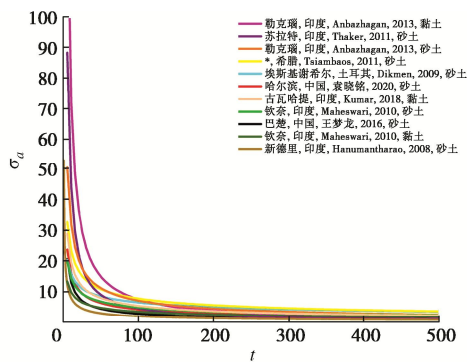
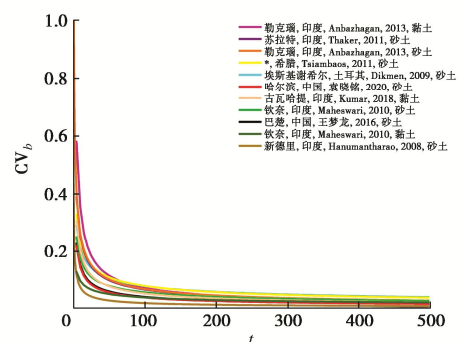
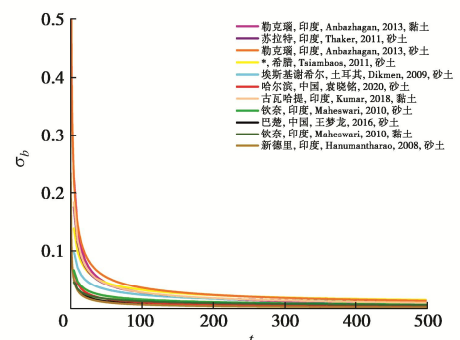


(j) 印度古瓦哈提, 黏土 (Kumar et al., 2018)





(k) 印度钦奈, 黏土 (Maheswari et al., 2010)

图 2 随机分析下系数 a 和 b 的离散度 (σ_a , σ_b , CV_a 和 CV_b) 随 $N-v_s$ 数组 t 的变化Fig. 2 Variation of dispersion of coefficients a and b (σ_a , σ_b , CV_a and CV_b) with $N-v_s$ array t under random analysis图 3 随机分析下系数 a 和 b 的离散度 (σ_a , σ_b , CV_a 和 CV_b)与 $N-v_s$ 数组 t 回归方程拟合优度 R^2 的频数分布图Fig. 3 Frequency distribution of goodness of fitting R^2 of regression equation dispersion of coefficients a and b (σ_a , σ_b , CV_a and CV_b and $N-v_s$ array t under random analysis(b) σ'_a 和 CV'_a (a) σ_a 和 CV_a (c) σ_b 和 CV_b

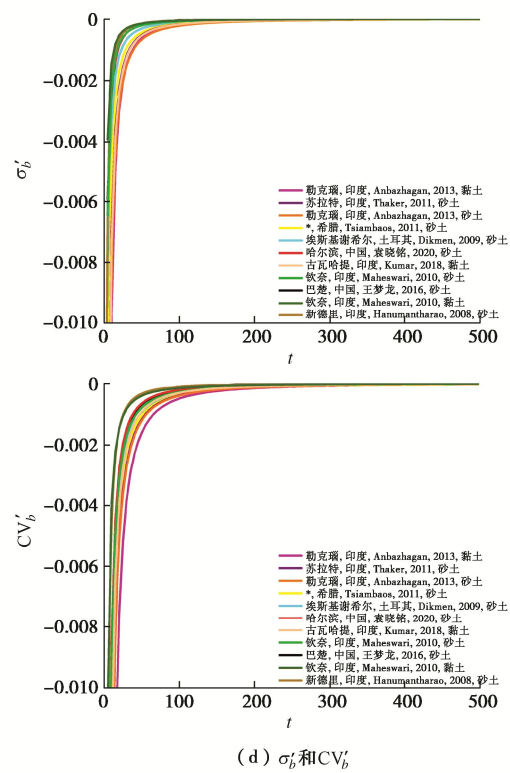


图 4 11 个工况下系数 a 和 b 的离散度随 $N-v_s$ 数组 t 的变化曲线及其一阶导数

Fig. 4 Variation curves and their first derivatives of dispersion of coefficients a and b with $N-v_s$ array t under 11 working conditions

本文定义的 $N-v_s$ 特征函数的收敛阈值为: 指定精度下 $N-v_s$ 关系收敛所需要的最小 $N-v_s$ 数组归整数目, 简称为 T 。其中, 精度要求以变异系数 CV 表示。

取 $N-v_s$ 数组为 10, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450 和 500, 根据图 2, 对表 1 中的 11 个工况, 计算对应的变异系数值 (CV_a 和 CV_b)。进一步, 取变异系数 0.05, 0.10, 0.15 和 0.20 四个限定值, 计算 11 个工况中变异系数小于限定值要求的工况占比, 该占比简称为成功率, 简称 SR 。针对系数 a 和 b , 收敛阈值与 SR 和精度的关系如图 5 和表 2 所示。

从图 5 中和表 2 中可以看出, 同样成功率和变异系数下, 系数 a 和 b 单元阈值是有差别的。但考虑由第 1 节中给出的系数 a 和 b 具有几乎相同敏感性的结

果, 同时考虑到工程上的可操作性, 收敛阈值最后取为系数 a 和 b 阈值中的最大者, 即表 2 中的 T 为 CV_a 和 CV_b 下 T 中二者的最大者。

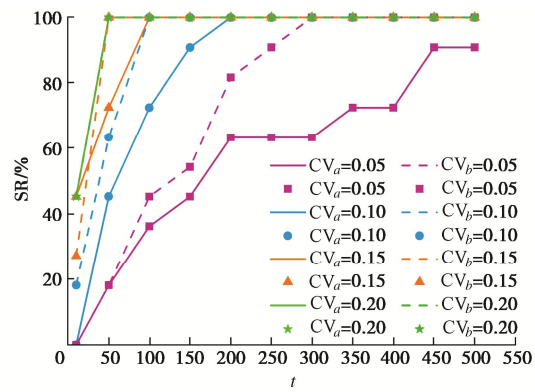


图 5 不同精度和成功率下 $N-v_s$ 特征函数的收敛阈值
Fig. 5 Convergence thresholds of $N-v_s$ characteristic functions under different accuracies and success rates

从表 2 中可以得到不同精度和成功率要求下, 一个区域内统计学意义上完成 $N-v_s$ 函数构造所需要的单元的最小数量。十分严格要求 ($CV=0.05$) 下, 成功率要达到 80% 以上, 单元数要在 450 组以上; 较严格要求 ($CV=0.10$) 下, 成功率达到 80% 时单元数为 150 组, 成功率达到 100% 时数组则为 200 组; 一般要求 ($CV=0.15$) 下, 数组达到 100 组, 成功率就可达 100%, 而数组为 50 时, 成功率可达到 70%; 较为放松的要求 ($CV=0.20$) 下, 数组达到 50, 成功率就可达 100%。

需要指出的是 $N-v_s$ 特征函数是一种统计和工程意义上的函数, 难以做到绝对的收敛和绝对的高精度。因此, 从工程角度考虑, 取成功率为 100%, 本文推荐的收敛阈值为: 较为放松的要求下, 收敛阈值为 50 组, 以此可取得成功率为 100% 下变异系数 0.2 精度的 $N-v_s$ 函数曲线; 一般要求下, 收敛阈值为 100~200 组, 以此可取得成功率为 100% 下变异系数 0.15 到 0.10 精度的 $N-v_s$ 函数曲线; 严格要求下, 收敛阈值为 450~800 组, 以此可取得变异系数 0.05 精度下成功率分别为 90% 和 100% 的 $N-v_s$ 函数曲线。

表 2 不同精度和成功率下的 $N-v_s$ 特征函数的收敛阈值

Table 2 Convergence thresholds of $N-v_s$ characteristic functions under different accuracies and success rates

成功率 SR/%	CV=0.05			CV=0.10			CV=0.15			CV=0.20		
	T_{CV_a}	T_{CV_b}	T	T_{CV_a}	T_{CV_b}	T	T_{CV_a}	T_{CV_b}	T	T_{CV_a}	T_{CV_b}	T
50	200	150	200	100	50	100	50	50	50	50	50	50
60	200	200	200	100	50	100	50	50	50	50	50	50
70	350	200	350	100	100	100	50	50	50	50	50	50
80	450	200	450	150	100	150	100	50	100	50	50	50
90	450	250	450	150	100	150	100	50	100	50	50	50
100	800	300	800	200	100	200	100	50	100	50	50	50

4 结 论

(1) 采用四个国家 9 个地区 11 个工况的 $N-v_s$ 数据为样本, 分别进行随机分析, 表明随着样本数量增加, $N-v_s$ 特征函数表现出稳定性和收敛性。

(2) 较为放松要求下, 取 $N-v_s$ 数组超过 50, 可得到变异系数 0.2 内的 $N-v_s$ 特征函数。

(3) 一般要求下, 取 $N-v_s$ 数组超过 100 和 200, 可分别得到变异系数 0.15 和 0.10 内的 $N-v_s$ 特征函数。

(4) 较严格要求下, 取 $N-v_s$ 数组超过 800, 可得到变异系数 0.05 内的 $N-v_s$ 特征函数。

参考文献:

- [1] KANAI K. Conference on cone penetrometer[R]. Ankara: The Ministry of Public Works and Settlement, 1966.
- [2] HANUMANTHARAO C, RAMANA G V. Dynamic soil properties for microzonation of Delhi, India[J]. Journal of Earth System Science, 2008, **117**(2): 719-730.
- [3] DIKMEN Ü. Statistical correlations of shear wave velocity and penetration resistance for soils[J]. Journal of Geophysics and Engineering, 2009, **6**(1): 61-72.
- [4] 王梦龙. 国家标准液化判别方法区域化修正初探[D]. 哈尔滨: 中国地震局工程力学研究所, 2016. (WANG Menglong. Preliminary Study on Regional Method of National Standard of Liquefaction Discrimination Formula[D]. Harbin: Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, 2016. (in Chinese))
- [5] UMA MAHESWARI R, BOOMINATHAN A, DODAGOUDAR G R. Use of surface waves in statistical correlations of shear wave velocity and penetration resistance of Chennai soils[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2010, **28**(2): 119-137.
- [6] KUMAR A, HARINARAYAN N H, VERMA V, et al. Seismic site classification and empirical correlation between standard penetration test N value and shear wave velocity for guwahati based on thorough subsoil investigation data[J]. Pure and Applied Geophysics, 2018, **175**(8): 2721-2738.
- [7] 袁晓铭, 卢坤玉, 林颖, 等. 哈尔滨地区砂土层 $N-V$ 关系特征曲线及对比研究[J]. 地震工程与工程振动, 2020, **40**(6): 1-15. (YUAN Xiaoming, LU Kunyu, LIN Ying, et al. The $N-V$ relationship curve of sand layers in Harbin region and its comparison with those in other regions of China[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2020, **40**(6): 1-15. (in Chinese))
- [8] ANBAZHAGAN P, KUMAR A, SITHARAM T G. Seismic site classification and correlation between standard penetration test N value and shear wave velocity for Lucknow city in indo-gangetic basin[J]. Pure and Applied Geophysics, 2013, **170**(3): 299-318.
- [9] RAHIMI S, WOOD C M, WOTHERSPOON L M. Influence of soil aging on SPT- v_s correlation and seismic site classification[J]. Engineering Geology, 2020, **272**: 105653.
- [10] XIAO S H, ZHANG J, YE J M, et al. Establishing region-specific $N-v_s$ relationships through hierarchical Bayesian modeling[J]. Engineering Geology, 2021, **287**: 106105.
- [11] 袁晓铭, 卢坤玉, 汪云龙, 等. 区域土特征函数: 概念与原理[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(12): 2429-2437. (YUAN Xiaoming, LU Kunyu, WANG Yunlong, et al. Characteristic functions of regional soils: concepts and principles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(12): 2429-2437. (in Chinese))
- [12] 周镜. 岩土工程中的几个问题[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(1): 2-8. (ZHOU Jing. Some cases in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(1): 2-8. (in Chinese))
- [13] 龚晓南. 21 世纪岩土工程发展展望[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(2): 238-242. (GONG Xiaonan. Prospects for the development of geotechnical engineering in the 21th century[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(2): 238-242. (in Chinese))
- [14] FABBROCINO S, LANZANO G, FORTE G, et al. SPT blow count vs. shear wave velocity relationship in the structurally complex formations of the Molise Region (Italy)[J]. Engineering Geology, 2015, **187**: 84-97.
- [15] THAKER T, RAO K S. Development of statistical correlations between shear wave velocity and penetration resistance using MASW technique[R]. Toronto: 2011 Pan-Am CGS Geotechnical Conference, 2011.
- [16] TSIAMBAOS G, SABATAKAKIS N. Empirical estimation of shear wave velocity from *in situ* tests on soil formations in Greece[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2011, **70**(2): 291-297.