

DOI: 10.11779/CJGE202212017

基于 CEL 的灵敏性黏土斜坡渐进破坏数值模拟研究

沈佳轶^{1, 2}, 陈 前¹, 库 猛¹, 王立忠^{1, 2}

(1. 浙江大学海洋学院, 浙江 舟山 316000; 2. 浙江大学浙江省海洋岩土工程与材料重点实验室, 浙江 杭州 310058)

摘 要: 为了揭示灵敏性黏土斜坡渐进破坏机理, 以加拿大 Saint-Jude 滑坡为研究案例, 采用耦合欧拉-拉格朗日 (Coupled Eulerian-Lagrangian, CEL) 框架下的欧拉方法, 开展灵敏性黏土斜坡渐进破坏数值模拟研究。研究结果表明: CEL 数值模拟得到的 Saint-Jude 滑坡地形与现场勘测滑坡地形基本一致; CEL 数值模拟方法可以有效地模拟灵敏性黏土斜坡从初始失稳破坏到后续渐进破坏的全过程, 真实还原 Saint-Jude 滑坡的渐进破坏模式; CEL 数值模拟方法有效地模拟灵敏性黏土斜坡渐进破坏过程中剪应力的演化特征, 从而揭示灵敏性黏土斜坡渐进破坏机理。

关键词: 灵敏性黏土; 应变软化; Saint-Jude 滑坡; 渐进破坏; CEL 数值分析

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)12-2297-07

作者简介: 沈佳轶(1983—), 男, 副教授, 主要从事边坡及地下工程、岩体强度理论和海洋岩土工程的研究。Email: jiayi@zju.edu.cn。

Numerical simulation of progressive failure of sensitive clay slopes using CEL method

SHEN Jia-yi^{1, 2}, CHEN Qian¹, KU Meng¹, WANG Li-zhong^{1, 2}

(1. Ocean College, Zhejiang University, Zhoushan 316000, China; 2. Key Laboratory of Offshore Geotechnics and Material of Zhejiang Province, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In order to reveal the mechanism of the progressive failure of sensitive clay slopes, the Saint-Jude landslide in Canada is used as a research case, and the Eulerian approach under the coupled Eulerian-Lagrangian (CEL) framework is used to carry out the numerical simulation. The research results show that: (1) The topography of the Saint-Jude landslide obtained by the CEL numerical simulation is basically consistent with the field surveyed one. (2) The CEL numerical simulation method can effectively simulate the sensitive clay landslides from the initial instability failure to the subsequent progressive failure, and the progressive failure mode of the Saint-Jude landslide can be truly simulated. (3) The CEL numerical simulation method effectively captures the characteristics of shear stress during the progressive failure of the sensitive clay slope, thereby revealing the mechanism of progressive failure of sensitive clay slopes.

Key words: sensitive clay; strain softening; Saint-Jude landslide; progressive failure; CEL numerical analysis

0 引 言

灵敏性黏土斜坡渐进破坏是一种特殊的地质灾害, 极具破坏力, 对当地的基础设施造成严重的损毁, 并威胁附近居民的生命和财产安全^[1]。1950 年瑞典 Surte 滑坡^[2], 造成 1 人死亡, 数十栋城镇房屋被摧毁, 约 300 人无家可归; 1993 年不列颠哥伦比亚省 Mink Creek 滑坡^[3], 倒退距离长达 600 m, 滑坡面积约为 $23 \times 10^4 \text{ m}^2$; 2010 年加拿大 Saint-Jude 滑坡^[1], 造成 4 人死亡, 1 人受伤, 河流堵塞, 当地交通中断。

灵敏性黏土斜坡渐进破坏常常由局部扰动引起。当斜坡局部受到外力作用, 这部分土体由于应变软化特性, 其强度会随着应变的增大而降低, 形成局部剪切带, 无法继续承载荷载, 使得剪切带向周围土体发

生扩展并逐渐贯通, 最终形成斜坡整体破坏, 剪切带的扩展是发生斜坡渐进破坏的显著特征^[4-5]。

当前, 已有不少学者对灵敏性黏土斜坡渐进破坏开展了相关理论和数值模拟研究。Locat 等^[6]研究了理想斜坡发生渐进破坏的理论机制, 在此基础上, Bernander 等^[7]采用有限差分法, 开展了斜坡向下渐进破坏的数值模拟研究, 揭示了局部的微小破坏引发大面积整体滑坡的机理; Locat 等^[8]使用 PLAXIS 2D 和 BIFURC 有限元程序对理想斜坡的渐进破坏进行了数值模拟, 提出坡脚侵蚀是渐进破坏的诱因之一。

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项基金项目 (2021QNA4037);

国家自然科学基金项目 (51939010)

收稿日期: 2021-11-11

Quinn 等^[9-10]基于 Palmer 等^[11]提出的线弹性断裂力学方法,建立了理想无限长斜坡中剪切带扩展的模型,计算了剪切带扩展所需的临界长度。Zhang 等^[12]使用粒子有限元法,对加拿大 Saint-Jude 滑坡进行了数值分析,阐明了 Saint-Jude 滑坡渐进破坏机理。Shan 等^[13]采用大变形有限元的数值分析方法,对加拿大 Sainte-Monique 滑坡开展了数值模拟研究,分析了灵敏性黏土的应变软化特性参数对渐进破坏特征的影响规律。

耦合欧拉-拉格朗日 (Coupled Eulerian-Lagrangian, CEL) 的有限元法,不仅能够考虑土体的应变软化特性,而且可以避免在土体发生大变形的情况下网格过度畸变,已经逐渐被学者采用用于分析灵敏性黏土斜坡渐进破坏。基于 CEL 方法,Trapper 等^[14]开展了海底斜坡渐进破坏引起海啸的数值模拟研究;Dey 等^[15]在采用 CEL 数值模拟方法,分析了土体力学参数和斜坡几何参数对斜坡渐进破坏的影响规律;Dey 等^[16]进一步分析了坡顶荷载对斜坡渐进破坏的触发机制,发现坡顶荷载会促进斜坡中剪切带的扩展,以触发斜坡渐进破坏。

上述研究表明 CEL 方法可以有效地模拟渐进滑坡,已成为模拟斜坡渐进破坏的又一重要数值分析方法。但是当前的 CEL 数值分析局限于理想斜坡模型,并没有开展真实案例分析。因此,CEL 数值模拟方法用于揭示斜坡渐进破坏机理的可靠性,有待进一步的研究。

加拿大 Saint-Jude 滑坡是典型的灵敏性黏土斜坡渐进破坏,已有学者对其开展地质调查^[1],理论分析^[6]和数值模拟研究^[12],相关资料丰富。因此,本文以加拿大 Saint-Jude 滑坡为研究案例,采用 CEL 框架下的欧拉方法,开展灵敏性黏土斜坡渐进破坏数值模拟研究,模拟滑坡从初始失稳破坏到后续渐进破坏的全过程,分析滑坡过程中坡体内剪应力的演化规律。

1 灵敏性黏土应变软化特性

灵敏性黏土一般具有应变软化的特征,指的是土体在应变较小的情况下,其抗剪强度随着应变的增大而升高,而当应变达到一定程度以后,其抗剪强度随着应变的增大显著降低,如图 1(a)所示。当灵敏性黏土斜坡受到扰动后(河流冲刷、坡脚开挖等),潜在滑动面上一些区域的土体(图 1(b)点 1)的剪应力达到了其峰值抗剪强度,强度迅速下降,就会率先发生破坏;本应由这些区域承载的剪应力将转嫁到附近的土体,进而可能引起附近土体也发生破坏(图 1(b)点 2, 3),直到剪应力和剪应变再次达到平衡为止;

这样的破坏过程不断持续,最终会形成一个贯通的剪切带,导致边坡的整体破坏。由此可见,土体的应变软化特性是灵敏性黏土斜坡发生渐进破坏的内因。

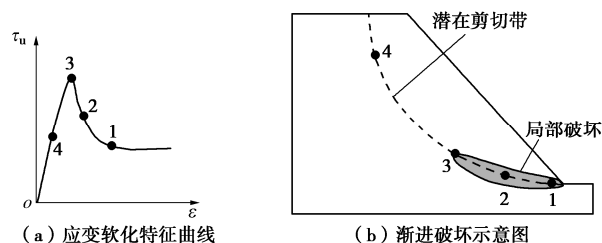


图 1 灵敏性黏土斜坡渐进破坏^[6]

Fig. 1 Progressive failure of sensitive clay slope^[6]

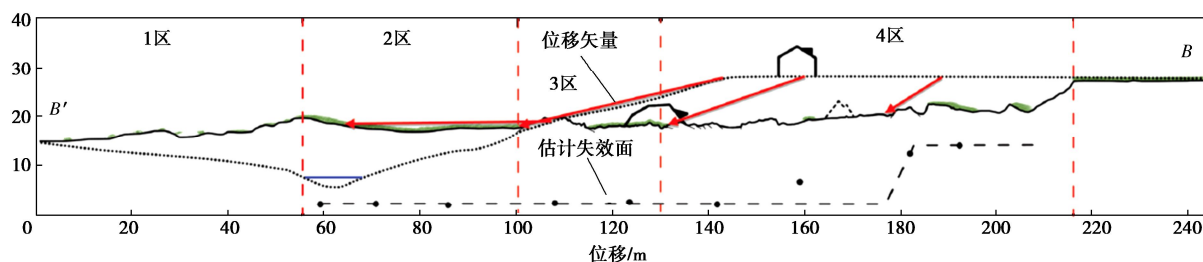
2 加拿大 Saint-Jude 滑坡

Saint-Jude 滑坡位于加拿大魁北克省 Salvail 河岸附近,该滑坡发生于 2010 年 5 月 10 日,滑坡航拍图,如图 2(a)所示。原始斜坡坡高约 22 m,倾角为 $12^\circ \sim 20^\circ$,该区域的土体是 Champlain 海灵敏性黏土,土体不排水抗剪强度具有显著的应变软化特性。地质勘测报告^[1]显示, Saint-Jude 滑坡可分为 4 个区域,如图 3 所示。其中,区域 1 占滑坡总面积的 22%;区域 2 位于 Salvail 河的原始位置之上,约占滑坡总面积的 20%,该区域的地表大致水平;区域 3 (占滑坡总面积的 24%) 和区域 4 (占滑坡总面积的 34%) 有明显的地垒和地堑等块状岩土体,如图 2(b)所示。



图 2 Saint-Jude 滑坡^[1]

Fig. 2 Saint-Jude landslide^[1]

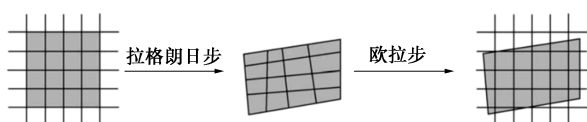
图 3 断面 B-B' 的地形图^[1]Fig. 3 Topographic section B-B' ^[1]

初始滑坡发生后, 相继引起了一连串的多重倒退式滑坡, 最终水平破坏距离约为 275 m, 破坏体积约为 $5.2 \times 10^5 \text{ m}^3$, 破坏后的地形呈现典型的地垒和地堑特征, 如图 2 (b) 所示。Locat 等^[1]对该滑坡进行了详细的地质勘查, 勘测结果显示滑坡是由 Salvail 河岸处坡脚侵蚀作用引发的, 河岸侵蚀会带走坡脚处的沉积黏土, 引起坡体内潜在剪切带处的剪应力增加, 导致斜坡局部失稳。

3 ABAQUS-CEL 框架下的欧拉方法

本文采用 ABAQUS-CEL 框架下的欧拉分析模拟斜坡渐进破坏过程。欧拉分析由 Benson 等^[17-18]提出, 其基本思想是把每个计算时间增量步分为两个子步, 分别为拉格朗日步和欧拉步, 如图 4 所示。在拉格朗日步中, 假定节点临时与材料绑定, 并且单元与材料一起变形; 在欧拉步中, 节点与材料解绑, 材料暂停变形, 具有显著变形的单元被自动重新划分, 回到其原始的空间固定位置, 进而计算相邻单元之间的材料输运。

因此, 该分析方法可有效避免网格过度畸变, 可应用于大变形问题求解。在欧拉分析中, 所有的材料物质都被赋予为欧拉材料, 可以在欧拉网格中自由流动, 由于欧拉网格在空间上是固定的, 因此即使在滑坡剪切带上应变非常大的情况下, 也不会出现与网格畸变有关的数值问题, 计算效率高。同时, 该方法可以捕捉自由面的演化, 比如滑坡体的运动和斜坡失稳后新滑坡的出现。

图 4 欧拉公式的算子分裂^[17]Fig. 4 Operator splitting of Eulerian formulation^[17]

3.1 拉格朗日步

基于显式中心差分法, 第 n 个时间增量步至第 $n+1$

步时, 控制方程的离散形式为

$$\mathbf{v}^{n+1/2} = \mathbf{v}^{n-1/2} + \Delta t \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{F}^{\text{int}}), \quad (1)$$

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \Delta t \mathbf{v}^{n+1/2}, \quad (2)$$

式中, \mathbf{v} , \mathbf{x} 分别为离散的速度和位移矢量, \mathbf{M} 为对角集中质量矩阵, \mathbf{F}^{ext} 为外力矢量, \mathbf{F}^{int} 为内力矢量, Δt 为时间增量。在拉格朗日步中, 为了处理包含多种材料的混合单元 (例如包含土、水和“孔隙”等材料), ABAQUS 采用了混合单元内每种材料的应变率等于单元平均应变率的假设。单元中的平均应力 σ^{n+1} 是各材料应力 σ_m^{n+1} 的体积加权平均值,

$$\sigma^{n+1} = \sum_{m=1}^M \sigma_m^{n+1} V_m^f, \quad (3)$$

式中, V_m^f 为该单元中第 m 种材料的体积分数, M 为材料总数。

3.2 欧拉步

在欧拉步中, 在拉格朗日步中已变形的网格将被移回其原始的空间固定位置, 并通过几何投影来计算相邻单元之间的物质输运, 而后更新相关求解变量 (如质量、能量、动量和应力等), 这种计算物质输运的方式是保守的。为了计算混合单元中材料之间的交界面, ABAQUS 使用了流体体积 (Volume of Fluid, VOF) 法。在每个时间增量步中, VOF 方法基于当前单元和相邻各单元内每种材料的体积分数来确定各材料之间的交界面。此外, 在欧拉步中, 时间增量为零, 即时间不会发生变化。在 ABAQUS 中, 时间增量步的大小 Δt_{stable} 为

$$\Delta t_{\text{stable}} = \frac{L^c}{c_d}, \quad (4)$$

式中, L^c 为网格单元长度, c_d 为材料波速。

4 Saint-Jude 滑坡数值模型

4.1 斜坡模型

斜坡模型简化为平面应变问题进行模拟, 根据 Saint-Jude 滑坡 B-B' 截面的初始地形数据建立斜坡几何模型, 如图 5 所示。由于 CEL 框架下单元必须为实体单元, 因此在垂直于平面的方向上, 取计算宽度仅

为一个网格单元长度 (0.5 m)，因此该模型长 240 m，高 29.5 m，宽 0.5 m。模型中包括受到河流侵蚀的坡脚（初始破坏）、覆土、灵敏性黏土和供材料流动的欧拉网格区域（空隙）4 个部分。

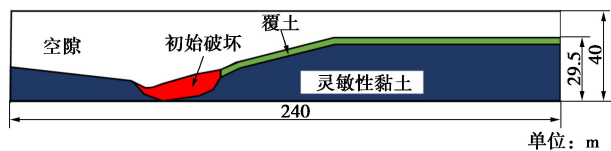


图 5 Saint-Jude 滑坡示意图

Fig. 5 Diagram of Saint-Jude landslide

4.2 土体物理力学参数

根据 Locat 等^[1]的地质勘测报告，选取斜坡土体的基本物理力学参数，如表 1 所示。在不排水条件下，覆土和灵敏性黏土的重度分别为 18.6，16.0 kN/m³，弹性模量均取 10 MPa，泊松比均取 0.49，均采用 Tresca 屈服准则；灵敏性黏土的峰值抗剪强度平均值为 45 kPa，残余抗剪强度为 1.6 kPa，采用线性应变软化的模型^[12]，并依据 Quinn 等^[9]对 Saint-Jude 滑坡处的土体测试结果，达到残余强度所对应的参考等效塑性应变取 1.6；而覆土不具有应变软化特性，采用理想弹塑性的模型，其峰值抗剪强度为 75 kPa。

表 1 Saint-Jude 滑坡土体力学参数^[1]

Table 1 Mechanical parameters of soil of Saint-Jude landslide^[1]

参数	重度 $\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	弹性 模量 E/MPa	泊松 比 ν	峰值不	残余不	参考等 效塑性 应变 $\bar{\kappa}$
				排水抗 剪强度 τ_p/kPa	排水抗 剪强度 τ_r/kPa	
灵敏性 黏土	16.0	10	0.49	45	1.6	1.6
覆土	18.6	10	0.49	75	—	—

4.3 边界条件和网格划分

欧拉网格的边界条件设置是通过速度的限制来设置。在所有计算区域内，施加垂直于计算平面方向上的零速度边界条件（ z 方向速度为 0），以符合平面应变条件；在模型底部， x, y, z 方向速度均为 0，即底部固定；在模型的左右两边界 x 方向速度为 0；模型顶部 y 方向速度为 0，以防止材料流出计算区域。在土体和空隙的交界面处，不施加速度边界条件（为自由面），为欧拉材料的流动预留空间。模型采用 0.5 m×0.5 m×0.5 m 的均匀欧拉网格，用 28320 个 EC3D8R 单元对整个计算区域进行离散。

4.4 分析步骤

数值计算采用显式动力学分析，包括以下两个分析步：首先，对整个模型施加重力，以获得斜坡中土体的初始地应力。斜坡在初始地应力下是稳定的，虽

然在 Salvail 河岸附近产生了一些相对较大的剪应力，但小于土体的峰值强度，没有形成剪切带。其次，通过预定义场变量，将 Locat 等^[1]分析确定的斜坡初始临界滑动面内的土体设置为完全重塑状态（残余强度），即在数值分析时对该部分土体的强度进行折减，以诱发斜坡的初始破坏。

5 数值模拟结果与分析

5.1 渐进破坏模式分析

图 6 为 Saint-Jude 滑坡渐进破坏的等效塑性应变云图。图 6（a）～6（f）表示模拟时间 t 分别为 6，15，20，24，32，36 s 时滑坡的破坏特征。数值模拟显示，Saint-Jude 滑坡为典型的多重倒退式渐进破坏。图 6（a）显示了斜坡的初始破坏，坡脚处出现塑性贯通区，土体流向 Salvail 河，导致新的斜坡底部黏性土产生塑性剪切，形成新的剪切带并发生扩展（图 6（b）），剪切带逐渐从斜坡底部向顶部表面扩展，引发第 1 个倒退式滑坡。滑坡 1 向下滑动，重力势能转化为其动能，将已经破坏的土体向前推移，斜坡底部剪切带的土体变形严重，失去承载能力，导致斜坡整体沿底部剪切带滑移；剪切带上部的土体保存相对完整，但是由于前面土体的阻挡和后面土体的推压，该部分土体内部发育形成新的剪切带，产生地垒和地堑（图 6（c）中三角形）。滑坡 1 的形成使得在其后缘产生了一个不稳定的坡面，继续在底部形成新的剪切带，引发滑坡 2 旋转式下滑（图 6（d））。滑坡 2 在下滑的过程中，也形成了新的地垒与地堑（图 6（e））。按此破坏机制，形成滑坡 3（图 6（f））；滑坡 3 发生以后，由于前方土体的阻挡，剪切带不再扩展，滑坡终止。

CEL 数值模拟得到的 Saint-Jude 滑坡地形和现场勘测滑坡地形（虚线）基本吻合，如图 6（f）所示。数值分析得到的滑坡终止位置与右边界的距离为 26 m，这与 Locat 等^[1]的观测数据（25 m）接近。此外，根据 Locat 等^[1]的滑坡现场调查图（图 6（g）），Saint-Jude 滑坡可分为 4 个破坏区域。区域 1，2 中，较为平缓，没有观察到明显的地垒和地堑；区域 3，4 都可以观察到明显的地堑和地垒，数值模拟得到的 3 个地垒的顶点位置分别在 88，130，175 m 处，这与现场观测到的结果基本一致，其 3 个地垒顶点位置分别位于 107，135，180 m 处，如图 6（g）所示。

上述模拟结果表明，本文所采用的 ABAQUS-CEL 计算框架下的欧拉分析方法可以有效地模拟灵敏性黏土斜坡从初始失稳破坏到后续渐进破坏的全过程，真实还原多重倒退式滑坡的渐进破坏模式。

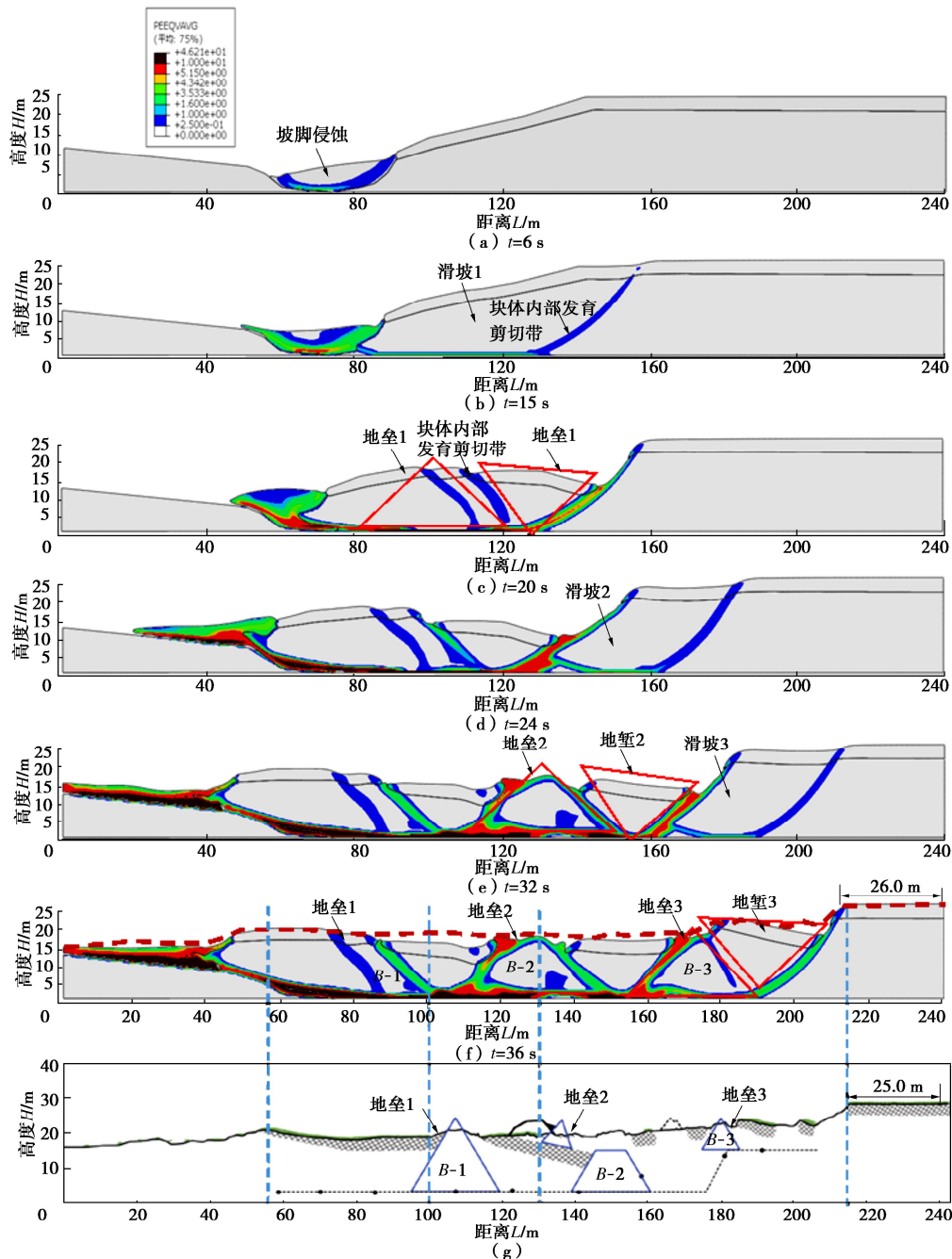


图 6 Saint-Jude 滑坡渐进破坏等效塑性应变云图

Fig. 6 Contours of equivalent plastic strain of progressive failure of Saint-Jude landslide

5.2 渐进破坏机理分析

Saint-Jude 滑坡 B-B'断面在渐进破坏过程中的剪应力云图和底部剪应力分布,如图 7 所示。图 7(a)~7(f)表示时间 t 分别为 6, 15, 20, 24, 32, 36 s 时滑坡的剪应力 τ 分布情况,虚线为斜坡底部剪应力分布曲线。图 7(a)显示,当坡脚处出现初始滑坡,底部的剪应力 τ 突然增大(图 7(a)圆圈标识),滑坡后缘的土体内部也有着较高的剪应力,这是因为初始滑坡的出现,引起了后方土体内剪切带的形成及扩展(图 7(a)中的箭头)。图 7(b)中,当初始滑坡向左滑动后,滑坡 1 开始出现,该处土体内部的剪应力也随之逐渐上升(图 7(b)圆圈标识),引起剪切

带在土体内部的扩展。图 7(c)中,滑坡 1 形成以后,在其后缘产生了不稳定的坡面,剪应力又在该处开始增加,形成了一个新的剪切带,并逐渐向斜坡顶部扩展(图 7(c)箭头),按此破坏机制,依次形成 3 个渐进滑坡,如图 7(e)所示。最后,由于前边破坏土体的堆积限制了新滑坡的形成,虽然有剪切带的出现(图 7(f)箭头),但是剪切带并未贯穿到斜坡顶部,没有形成新的滑坡。

此外,在图 7 中可以注意到,刚形成滑坡处的剪应力峰值较大(约为 45 kPa),如图 7(a),7(b),7(d),7(e)中圆圈标识处,这是因为该区域的黏土虽然受到了扰动,但其抗剪强度仍然很高,因此仍可

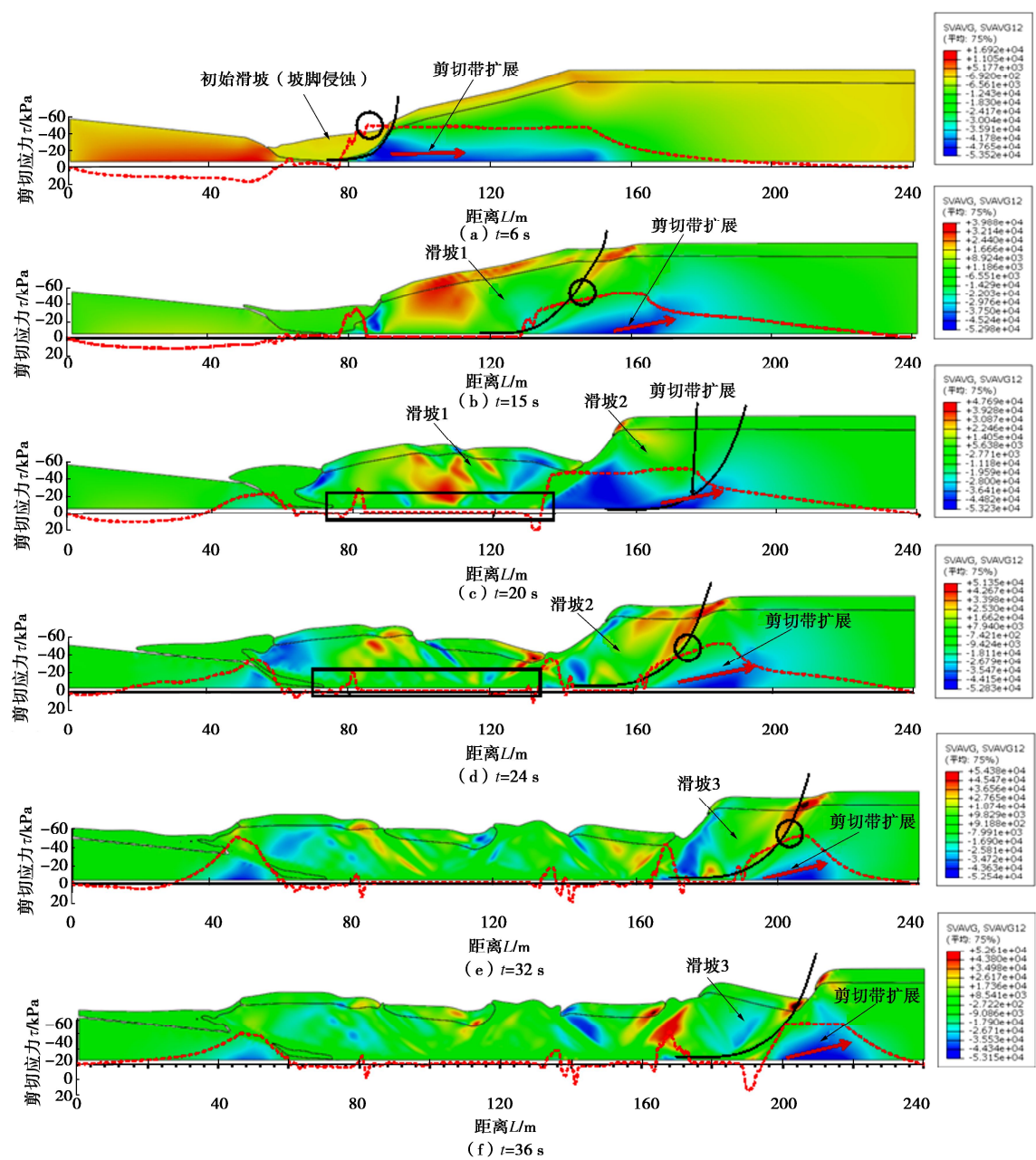


图7 Saint-Jude 滑坡渐进破坏剪应力云图和底部剪应力分布

Fig. 7 Contours of shear stress of progressive failure of the Saint-Jude landslide and distribution of bottom shear stress

以承受较大的剪应力。然而，滑坡底部位置处的剪应力非常低，例如图 7 (c)，7 (d) 中方框标识处，因为这些区域的土体都经历了严重的塑性变形，土体的抗剪强度已经非常低（约为 1.6 kPa），这也符合对灵敏性黏土定义时输入的强度参数（ $\tau_p=45\text{ kPa}$ ， $\tau_r=1.6\text{ kPa}$ ）。图 7 中还观察到河道左岸区域也出现了较大的剪应力，这是因为土体渐进破坏，滑坡向左移动，滑体堆积在河道左岸，导致该处也出现了较大的剪应力。除了河道左岸附近以及新滑坡破坏的位置底部出现了剪应力峰值，其它地方也会出现底部剪应力较大的情况（例如图 7 (f) 的约 80，140，170 m 处），该现象与 Zhang 等^[12]的模拟结果类似。这种情况的出现原因

可能是，各个滑坡最初都呈现为旋转式，因此坡脚会不可避免地残存完整度较高的黏土体，这些黏土体仍可以承受较大的剪应力。

上述模拟结果表明，CEL 数值模拟方法可以有效地模拟灵敏性黏土斜坡渐进破坏过程中剪应力的演化特征，从而揭示灵敏性黏土斜坡渐进破坏机理。

6 结 论

以加拿大 Saint-Jude 滑坡为研究对象，采用 CEL 数值模拟方法，开展了灵敏性黏土斜坡渐进破坏数值模拟研究，得到 2 点结论。

（1）CEL 数值模拟方法可以有效地模拟灵敏性

黏土斜坡从初始失稳破坏到后续渐进破坏的全过程, 真实还原 Saint-Jude 滑坡的渐进破坏模式。斜坡的初始失稳, 使其底部黏性土变形增大, 形成剪切带并发生扩展, 引发滑坡的倒退式破坏, 土体下滑过程中, 内部出现新的剪切带, 形成地垒和地堑, 并在后缘产生了一个不稳定的坡面, 引发后续的渐进滑坡。

(2) CEL 数值模拟方法有效地模拟灵敏性黏土斜坡渐进破坏过程中剪应力的演化特征, 从而揭示灵敏性黏土斜坡渐进破坏机理。随着斜坡渐进破坏的发生, 斜坡底部剪应力曲线的峰值不断从左向右移动, 这种类型的底部剪应力分布是倒退式渐进破坏的显著特征, 遵循向上渐进破坏机理。

参考文献:

- [1] LOCAT A, LOCAT P, DEMERS D, et al. The Saint-Jude landslide of 10 May 2010, Quebec, Canada: investigation and characterization of the landslide and its failure mechanism[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2017, **54**(10): 1357 – 1374.
- [2] LINDBERG F, OLVMO M, BERGDAHL K. Mapping areas of potential slope failures in cohesive soils using a shadow-casting algorithm – A case study from SW Sweden[J]. Computers and Geotechnics, 2011, **38**(6): 791 – 799.
- [3] GEERTSEMA M, TORRANCE J K. Quick clay from the mink creek landslide near terrace, British Columbia: geotechnical properties, mineralogy, and geochemistry[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, **42**(3): 907 – 918.
- [4] SKEMPTON A W. Long-term stability of clay slopes[J]. Géotechnique, 1964, **14**(2): 77 – 102.
- [5] TERZAGHI K, PECK R. Soil Mechanics in Engineering Practice[M]. New York: John Wiley and Sons, Inc, 1948.
- [6] LOCAT A, LEROUEIL S, BERNANDER S, et al. Progressive failures in eastern Canadian and Scandinavian sensitive clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011, **48**(11): 1696 – 1712.
- [7] BERNANDER S, KULLINGSJÖ A, GYLLAND A S, et al. Downhill progressive landslides in long natural slopes: triggering agents and landslide phases modeled with a finite difference method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, **53**(10): 1565 – 1582.
- [8] LOCAT A, JOSTAD H P, LEROUEIL S. Numerical modeling of progressive failure and its implications for spreads in sensitive clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2013, **50**(9): 961 – 978.
- [9] QUINN P E, DIEDERICHS M S, ROWE R K, et al. A new model for large landslides in sensitive clay using a fracture mechanics approach[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011, **48**(8): 1151 – 1162.
- [10] QUINN P E, DIEDERICHS M S, ROWE R K, et al. Development of progressive failure in sensitive clay slopes[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2012, **49**(7): 782 – 795.
- [11] PALMER A, RICE J. The growth of slip surfaces in the progressive failure of over-consolidated clay[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1973, **332**(1591): 527 – 548.
- [12] ZHANG X, WANG L, KRABBENHOFT K, et al. A case study and implication: particle finite element modelling of the 2010 Saint-Jude sensitive clay landslide[J]. Landslides, 2020, **17**(5): 1117 – 1127.
- [13] SHAN Z G, ZHANG W C, WANG D, et al. Numerical investigations of retrogressive failure in sensitive clays: revisiting 1994 Sainte-Monique slide, Quebec[J]. Landslides, 2021, **18**(4): 1327 – 1336.
- [14] TRAPPER P A, PUZZIN A M, GERMANOVICH L N. Effects of shear band propagation on early waves generated by initial breakoff of tsunamigenic landslides[J]. Marine Geology, 2015, **370**: 99 – 112.
- [15] DEY R, HAWLADER B, PHILLIPS R, et al. Large deformation finite-element modelling of progressive failure leading to spread in sensitive clay slopes[J]. Géotechnique, 2015, **65**(8): 657 – 668.
- [16] DEY R, HAWLADER B, PHILLIPS R, et al. Numerical modeling of combined effects of upward and downward propagation of shear bands on stability of slopes with sensitive clay[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2016, **40**(15): 2076 – 2099.
- [17] BENSON D J, OKAZAWA S. Contact in a multi-material Eulerian finite element formulation[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, **193**(39/40/41): 4277 – 4298.
- [18] BENSON D J. A multi-material Eulerian formulation for the efficient solution of impact and penetration problems[J]. Computational Mechanics, 1995, **15**(6): 558 – 571.