

DOI: 10.11779/CJGE20221125

非饱和土地基中端承桩对 SH 波的水平地震响应

邹新军^{1,2}, 杨紫健^{*1}, 吴文兵³

(1. 湖南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 湖南大学建筑安全与节能教育部重点实验室, 湖南 长沙 410082;

3. 中国地质大学工程学院岩土钻掘与防护教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430074)

摘要: 为探讨非饱和土地基中 SH 波作用下端承桩的水平地震响应, 先基于一维波动理论得出 SH 波引起的土层自由场水平振动解, 然后考虑非饱和土体动剪切模量随其饱和度的变化特性, 采用三维连续介质力学和 Euler 梁模型建立轴向静荷载下非饱和土-端承桩水平耦合振动模型, 进而通过引入势函数和分离变量法推导出桩顶水平位移相互作用因子、桩顶水平位移放大因子和桩身曲率比的表达式, 经与已有成果对比验证后再经参数分析, 获得土体饱和度、桩身长径比和土体黏滞阻尼对桩身水平抗震特性的影响规律: 土体饱和度和桩身长径比仅在高频范围对相互作用因子和放大因子有显著影响; 土体黏滞阻尼仅在共振频率使得相互作用因子和放大因子分别逐渐增大和减小。

关键词: 端承桩; 非饱和土; SH 波; 水平振动; Euler 梁模型

中图分类号: TU435 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)01-0072-09

作者简介: 邹新军(1975—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事桩基础设计计算理论与应用方面的研究工作。

E-mail: xjzouhd@hnu.edu.cn。

Horizontal seismic response of end-bearing piles in unsaturated soil foundation under SH waves

ZOU Xinjun^{1,2}, YANG Zijian¹, WU Wenbing³

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China; 2. Key Laboratory of Building Safety and Energy Efficiency of Ministry of Education, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China; 3. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to study the horizontal seismic response of end-bearing piles in unsaturated soils subjected to SH waves, the free field vibration of soils induced by SH waves is firstly obtained based on the one-dimensional wave theory. Then, considering the dynamic shear modulus of soils to change with saturation, an unsaturated soil-pile coupling vibration model is established by using the three-dimensional continuum mechanics and the Euler beam model. By introducing the potential function and the separation of variables, the expressions for the interaction and amplification factors of horizontal displacement of pile head and the pile curvature ratio are derived, and verified by comparison with the previous research results. Finally, the influences of soil saturation, pile length-diameter ratio and viscous damping of soils on the horizontal seismic characteristics of piles and their variation reasons are discussed. The results show that saturation and pile length-diameter ratio have significant effects on the interaction and amplification factors of horizontal displacement of pile head only in the high frequency range. With the increase of soil viscous damping, the interaction and amplification factors increase and decrease respectively only at the resonant frequency.

Key words: end-bearing pile; unsaturated soil; SH wave; horizontal vibration; Euler beam model

0 引言

桩基自从被发明创造并且逐渐使用、发展, 直至今日已经成为常见的深基础形式之一^[1-2]。一般来说, 地震波下的桩基础断裂很可能影响上部建筑物的安全性和稳定性; 同时, 土中桩的存在使得地震波在传播过程中经常发生绕射和散射, 导致桩周土的运动特性与土体自由场响应明显不同, 因此明确桩基在地震波

下的动力特性对工程抗震防灾设计显得非常重要^[3-4]。

作为地震波从震源向外传播的主要形式之一, SH 波(也称横波或剪切波)是桩基地震响应中重要的研究对象。近年来, 国内外学者对 SH 波下桩体的动态

基金项目: 国家自然科学基金项目(52178329); 湖南省研究生科研创新项目(CX20230442)

收稿日期: 2022-09-11

*通信作者(E-mail: zijianyang@hnu.edu.cn)

特性进行了深入研究。通过采用 Winkler 地基梁模型模拟桩土作用反力, Anoyatis 等^[5]分析了 SH 波入射时激振频率、桩土参数和边界条件对桩体水平振动响应的影响。类似地, 杨晓等^[6]采用此方法, 考虑了桩周土液化现象及上部结构惯性作用, 建立了 SH 简谐波下液化土-桩-上部结构振动的计算体系且深入讨论了桩土共振现象。然而, Winkler 梁模型忽略了桩周土的竖向连续性; 相比之下, 利用弹性动力学理论建立的土体动力控制方程更加严谨和真实^[7-9]。为此, 闫启方等^[10]借助连续介质力学模型考虑单相土的竖向波动效应, 严格求解了 SH 波作用下单一土与端承桩的耦合振动问题; 随后, 刘林超等^[11]将其拓展到了饱和土领域, 并且分析了土体渗透性和孔隙压力变化对桩体抗震特性的影响。因此, 采用连续介质模型不仅能反映桩土间的耦合作用, 还能得到与实际情况较为符合的解析解或者半解析解。

上述研究成果均将桩周土视为单相土或饱和土, 但工程建设中常常处理非饱和状态的土体(比如过度开采地下水的土体), 因此将桩周土视为非饱和土较为合理^[12-14]。在徐明江^[14]建立了较为合理的非饱和土地基振动方程后, 章敏等^[12]基于 Euler 梁模型和三维连续介质力学模型, 初步探讨了非饱和土中端承桩和悬浮桩的水平振动特性; 随后, 郭诚^[15]采用同样方法将其拓展到了非饱和土与管桩的动力响应问题, 并且通过小型振动台模型试验进行对比。进一步, 考虑上部竖向静荷载在桩体内产生的初始轴力, 杨紫健等^[13]采用 Timoshenko 模型详细分析了非饱和土与单桩的动力相互作用。目前, 基本未见有关 SH 波作用下非饱和土地基中端承桩水平振动特性的成果。为此, 本文先求得 SH 波下土体自由场响应, 然后考虑轴向静荷载和动剪切模量变化的影响, 建立 SH 波作用下非饱和土地基-端承桩计算模型, 并通过参数化研究探讨非饱和土中端承桩对 SH 波的水平地震响应。

1 计算模型与假设条件

1.1 数学模型

SH 波下非饱和土地基与单桩(端承桩)的水平耦合振动模型如图 1 所示。桩体为有限长度圆截面的均质杆件且等效为 Euler 梁, 记其长度、半径和横截面积分别为 L 、 R_1 和 A_p 。桩周土为各向同性、均质、黏弹性的三相连续体, 采用三维连续介质力学模拟。桩顶处受到轴向力 $A_p P$, 其中荷载 P 来源于上部结构和承台的自重。在 roz 平面内, SH 波从基岩沿 r 方向垂直入射到非饱和土-桩系统。

1.2 假设条件

(1) 桩-土系统振动视为小变形, 同时只考虑水

平方向的位移; 桩土接触界面处的位移连续且无滑移, 满足完全不透水和不透气条件。

(2) 假定地表不发生转动位移, 同时土体顶部视为自由表面, 土体底部为固定边界。

(3) 不考虑桩体埋入对 SH 波传播特性及土体自由场振动的影响。

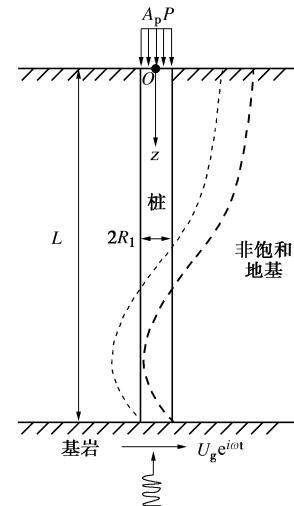


图 1 SH 波下非饱和土地基-端承桩动力耦合模型

Fig. 1 Dynamic coupling model for unsaturated soil foundation-end-bearing pile subjected to SH waves

2 SH 波下桩土控制方程及边界条件

2.1 土体自由场的振动方程及边界条件

首先, 需要求得 SH 波在没有桩体存在的情况下引起的土体自由场水平位移 $u_{\text{SH}}(z, t)$ 。这里设 SH 波沿 r 方向的位移为 $u_g(t) = U_g e^{i\omega t}$, 则桩周土相对于基岩的相对位移为 $u_f(z, t) = u_{\text{SH}}(z, t) - u_g(t)$ 。通过弹性波动理论, 列出一维情况下土体自由场水平位移 u_{SH} 运动方程为

$$\left. \begin{aligned} G^* \frac{\partial^2 u_{\text{SH}}}{\partial z^2} &= \rho \frac{\partial^2 u_{\text{SH}}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial u_{\text{SH}}}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0, \quad u_{\text{SH}}(L) = u_g. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $G^* = G_o(1+i\delta_o)$, G^* 为土骨架的 Lame 常数 (Pa), G_o 和 δ_o 分别为土体的剪切模量 (Pa) 和材料阻尼; ρ 为桩周土的总密度 (kg/m^3)。

2.2 存在桩体情况下土层的振动方程及边界条件

当土体中存在桩体时, SH 波下土体的振动会引起桩体的振动, 随后桩体的振动也会使土体受力并且产生位移, 后者的土体动力控制方程为^[12-13]

$$\begin{aligned} G^* \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda_c + G^*) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + M \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \\ N \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) &= \rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \ddot{\mathbf{v}} + \rho_a \ddot{\mathbf{w}}, \\ D_1 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + D_2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + D_3 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$= \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \frac{\rho_f}{nS_r} \ddot{\mathbf{v}} + \frac{\eta_f}{k_{rf}\kappa} \dot{\mathbf{v}} , \quad (3)$$

$$\begin{aligned} D_4 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + D_5 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + D_6 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) \\ = \rho_a \ddot{\mathbf{u}} + \frac{\rho_a}{n(1-S_r)} \ddot{\mathbf{w}} + \frac{\eta_a}{k_{ra}\kappa} \dot{\mathbf{w}} . \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\lambda_c = \lambda + a\gamma D_1 + a(1-\gamma)D_4$, $M = a\gamma D_2 + a(1-\gamma)D_5$, $N = a\gamma D_3 + a(1-\gamma)D_6$, $a = 1 - \frac{K_b}{K_s}$, $D_1 = \frac{aA_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}$, $D_2 = \frac{1}{nS_r} \frac{A_{22}A_{13} - A_{12}A_{23}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}$, $D_3 = \frac{1}{n(1-S_r)} \frac{A_{22}A_{14} - A_{12}A_{24}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}$, $A_{24} = S_r(1-S_r)$, $D_4 = -\frac{aA_{21}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}$, $D_5 = \frac{1}{nS_r} \frac{A_{11}A_{23} - A_{21}A_{13}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}$, $D_6 = \frac{1}{n(1-S_r)} \frac{A_{11}A_{24} - A_{21}A_{14}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}$, $S_e = \frac{S_r - S_{w0}}{1 - S_{w0}}$, $\rho = (1-n)\rho_s + nS_r\rho_f + n(1-S_r)\rho_a$, $K_b = \lambda + \frac{2}{3}G^*$, $A_{11} = \frac{a\gamma - nS_r}{K_s} + \frac{nS_r}{K_f}$, $A_{12} = \frac{a(1-\gamma) - n(1-S_r)}{K_s} + \frac{n(1-S_r)}{K_a}$, $A_{13} = nS_r$, $A_{14} = n(1-S_r)$, $A_{21} = A_s - \frac{S_r(1-S_r)}{K_f}$, $A_{22} = \frac{S_r(1-S_r)}{K_a} - A_s$, $A_{23} = -S_r(1-S_r)$ 。式中: \mathbf{u} 为固相土骨架相对于基岩的位移矢量 (单位: m); \mathbf{v} 和 \mathbf{w} 分别为孔隙水和空气相对于土骨架的位移矢量 (m); λ 和 G^* 分别为土骨架的第一 Lame 常数和第二 Lame 常数; ρ_s , ρ_f 和 ρ_a 分别为土颗粒、孔隙水以及孔隙气体的密度 (kg/m^3); λ 和 n 分别为非饱和土体的有效应力系数和孔隙率; κ 为土体的固有渗透系数 (m^2); η_f , η_a 分别为孔隙水和孔隙气体的黏滞系数 ($\text{Pa}\cdot\text{s}$); k_{rf} , k_{ra} 分别为孔隙水和孔隙气体的相对渗透系数 (m/s); K_s , K_f , K_a 和 K_b 分别为土颗粒、孔隙水、孔隙气体及土骨架的体积压缩模量 (GPa); S_r 和 S_{w0} 分别为桩周土饱和度及残余饱和度; χ , m 和 d 分别为土水特征曲线中 Van-Genuchten 模型的拟合参数。

Ma 等^[16]的研究结果表明非饱和土中的动剪切模量 G_o 会随饱和度 S_r 发生改变, 这里采用

$$G_o = G_s + \frac{2500}{\chi} \tan \varphi' \ln(\sqrt{S_e^{-2} - 1} + S_e^{-1}) . \quad (5)$$

式中: G_s 为饱和状态下桩周土的动剪切模量 (Pa); φ' 为饱和状态下桩周土的有效内摩擦角 ($^\circ$)。

水平方向无限远处土体位移趋近于 0:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= v_r = w_r = 0 \\ u_\theta &= v_\theta = w_\theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: u_r , u_θ 为固相土骨架相对于基岩的径向、环向位移 (m); v_r , v_θ 为孔隙流体相对于土骨架的径向、环向位移 (m); w_r , w_θ 为孔隙气体相对于土骨架径向、环向位移 (m)。

地基底部相对于基岩的径向、环向位移为 0:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= v_r = w_r = 0 \\ u_\theta &= v_\theta = w_\theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

不考虑土层竖向位移时, 地表转角为 0:

$$\left. \frac{\partial u_r}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 . \quad (8)$$

2.3 桩基动力平衡微分方程及边界条件

采用 Euler 梁模型模拟桩体, 可得

$$E_p I_p \frac{d^4 u_p}{dz^4} + \rho_p A_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} + A_p P \frac{d^2 u_p}{dz^2} + f = 0 . \quad (9)$$

式中: $u_p(z, t) = \bar{u}_p(z) e^{i\omega t}$ 为桩体水平位移; 其中 \bar{u}_p 为幅值大小 (m); ρ_p , I_p 和 E_p 分别为桩身密度 (kg/m^3)、转动惯性矩 ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$) 和弹性模量 (GPa); $f(z, t) = q_h e^{i\omega t}$ 是水平简谐荷载作用下沿桩身单位长度的侧向阻力 (N)。

消除时间项数 $e^{i\omega t}$, 化简方程 (9), 可得

$$\frac{d^4 \bar{u}_p}{dz^4} + W \frac{d^2 \bar{u}_p}{dz^2} + J \bar{u}_p = -\frac{q_h}{E_p I_p} , \quad (10)$$

$$\text{其中, } W = \frac{A_p P}{E_p I_p}, \quad J = -\frac{\rho_p A_p \omega^2}{E_p I_p} .$$

桩土完全接触, 接触面无滑移脱离:

$$\left. \begin{aligned} u_f \cos \theta + u_r &= \hat{u}_p \cos \theta \\ u_f \sin \theta + u_\theta &= -\hat{u}_p \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: \hat{u}_p 为桩体相对于基岩的水平位移 (m), 满足 $\hat{u}_p = u_p - u_g$ 。

桩-土接触面不透水, 不透气:

$$\left. \begin{aligned} v_r &= w_r = 0 \\ u_\theta &= w_\theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

桩底简化为固定支座, 可表示为

$$u_p(L) = u_g, \quad \theta_p(L) = 0 . \quad (13)$$

3 方程求解

3.1 土体自由场的振动方程求解

对非齐次方程 (1) 进行求解, 可得

$$u_f = U_g \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t} , \quad (14)$$

$$\text{式中: } a_n = -\frac{2\rho\omega^2 \operatorname{sh}(g_n L)}{g_n L(G^* g_n^2 + \rho\omega^2)}, \quad g_n = \frac{(2n-1)\pi}{2L} i .$$

因此, 在没有桩体存在的情况下, SH 简谐波引起的土体自由场水平位移为

$$u_{\text{SH}} = u_{\text{g}} + u_{\text{f}} = U_{\text{g}} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{ch}(g_n z) \right] e^{i\omega t} \quad (15)$$

3.2 存在桩体情况下土层的振动方程求解

引入势函数, 发现势函数 φ_s , φ_f 和 φ_a 相关, ψ_s , ψ_f 和 ψ_a 相关, 得到两个独立的矩阵方程组为

$$\begin{bmatrix} (\lambda_c + 2G^*)\nabla^2 + G^*g_n^2 + \rho\omega^2 & M\nabla^2 + \rho_f\omega^2 \\ D_1\nabla^2 + \rho_f\omega^2 & D_2\nabla^2 - b_f \\ D_4\nabla^2 + \rho_a\omega^2 & D_5\nabla^2 \\ N\nabla^2 + \rho_a\omega^2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_s \\ \varphi_f \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} G^*\nabla^2 + G^*g_n^2 + \rho\omega^2 & \rho_f\omega^2 & \rho_a\omega^2 \\ \rho_f\omega^2 & -b_f & 0 \\ \rho_a\omega^2 & 0 & -b_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_f \\ \psi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

式中: $b_f = -\frac{\rho_f\omega^2}{nS_r} + i\frac{\eta_f\omega}{k_{rf}\kappa}$, $b_a = -\frac{\rho_a\omega^2}{n(1-S_r)} + i\frac{\eta_a\omega}{k_{ra}\kappa}$ 。

由于齐次方程组 (16) 和 (17) 存在非零解, 说明其系数矩阵的行列式为零。通过算子分解理论和边界条件 (6) ~ (8), 求得

$$\varphi_s = [A_1 K_1(\beta_1 r) + A_2 K_1(\beta_2 r) + A_3 K_1(\beta_3 r)] \cos \theta, \quad (18)$$

$$\varphi_f = [d_{f1} A_1 K_1(\beta_1 r) + d_{f2} A_2 K_1(\beta_2 r) + d_{f3} A_3 K_1(\beta_3 r)] \cos \theta, \quad (19)$$

$$\varphi_a = [d_{a1} A_1 K_1(\beta_1 r) + d_{a2} A_2 K_1(\beta_2 r) + d_{a3} A_3 K_1(\beta_3 r)] \cos \theta, \quad (20)$$

$$\psi_s = A_4 K_1(\beta_4 r) \sin \theta, \quad (21)$$

$$\psi_f = c_f A_4 K_1(\beta_4 r) \sin \theta, \quad (22)$$

$$\psi_a = c_a A_4 K_1(\beta_4 r) \sin \theta. \quad (23)$$

其中, $\beta_4^2 = -\frac{\rho\omega^2}{G^*} - \frac{\rho_a^2\omega^4}{G^*b_a} - \frac{\rho_f^2\omega^4}{G^*b_f} - g_n^2$,

$$d_{fi} = \frac{(D_3 D_4 - D_1 D_6) \beta_i^4 + (D_1 b_a + \rho_a \omega^2 D_3 - \rho_f \omega^2 D_6) \beta_i^2 + \rho_f \omega^2 b_a}{(D_2 D_6 - D_3 D_5) \beta_i^4 - (D_2 b_a + D_6 b_f) \beta_i^2 + b_f b_a} \quad (i=1, 2, 3),$$

$$d_{ai} = \frac{(D_1 D_5 - D_2 D_4) \beta_i^4 + (D_4 b_f - \rho_a \omega^2 D_2 + \rho_f \omega^2 D_5) \beta_i^2 + \rho_a \omega^2 b_f}{(D_2 D_6 - D_3 D_5) \beta_i^4 - (D_2 b_a + D_6 b_f) \beta_i^2 + b_f b_a} \quad (i=1, 2, 3),$$

$$c_f = \frac{\rho_f \omega^2}{b_f}, \quad c_a = \frac{\rho_a \omega^2}{b_a}.$$

式中: β_1^2 , β_2^2 和 β_3^2 是式 (16) 对应的 Helmholtz 方程所产生的非零解; $K_m(\dots)$ 为第二类 m 阶虚宗量贝塞尔函数; $A_i(i=1, 2, 3, 4)$ 均为由边界条件确定的待定系数。

将上述势函数表达式 (18) ~ (23) 代入式 (16) 中, 即可求出桩土动力相互作用引起的各相位移分别:

$$u_r = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{4n} Q_{4n} - A_{1n} Q_{1n} - A_{2n} Q_{2n} - A_{3n} Q_{3n}) \cdot \cos \theta \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t}, \quad (24)$$

$$u_\theta = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{4n} Q_{8n} - A_{1n} Q_{5n} - A_{2n} Q_{6n} - A_{3n} Q_{7n}) \cdot \sin \theta \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t}, \quad (25)$$

$$v_r = \sum_{n=1}^{\infty} (c_f A_{4n} Q_{4n} - d_{f1} A_{1n} Q_{1n} - d_{f2} A_{2n} Q_{2n} - d_{f3} A_{3n} Q_{3n}) \cdot \cos \theta \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t}, \quad (26)$$

$$W_r = \sum_{n=1}^{\infty} (c_a A_{4n} Q_{4n} - d_{a1} A_{1n} Q_{1n} - d_{a2} A_{2n} Q_{2n} - d_{a3} A_{3n} Q_{3n}) \cdot \cos \theta \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t}. \quad (27)$$

其中,

$$Q_{1n} = \frac{\beta_{1n}}{2} [K_2(\beta_{1n} r) + K_0(\beta_{1n} r)], \quad Q_{2n} = \frac{\beta_{2n}}{2} [K_2(\beta_{2n} r) + K_0(\beta_{2n} r)]$$

$$Q_{3n} = \frac{\beta_{3n}}{2} [K_2(\beta_{3n} r) + K_0(\beta_{3n} r)], \quad Q_{4n} = \frac{\beta_{4n}}{2} [K_2(\beta_{4n} r) - K_0(\beta_{4n} r)]$$

$$Q_{5n} = \frac{\beta_{1n}}{2} [K_2(\beta_{1n} r) - K_0(\beta_{1n} r)], \quad Q_{6n} = \frac{\beta_{2n}}{2} [K_2(\beta_{2n} r) - K_0(\beta_{2n} r)]$$

$$Q_{7n} = \frac{\beta_{3n}}{2} [K_2(\beta_{3n} r) - K_0(\beta_{3n} r)], \quad Q_{8n} = \frac{\beta_{4n}}{2} [K_2(\beta_{4n} r) + K_0(\beta_{4n} r)]$$

综上, 容易推导出 SH 简谐波作用下土骨架相对于基岩的径向、切向位移为

$$\tilde{u}_r = U_g \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{4n} Q_{4n} - A_{1n} Q_{1n} - A_{2n} Q_{2n} - A_{3n} Q_{3n}) \cos \theta \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t}, \quad (28)$$

$$\tilde{u}_\theta = -U_g \sin \theta \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{4n} Q_{8n} - A_{1n} Q_{5n} - A_{2n} Q_{6n} - A_{3n} Q_{7n}) \sin \theta \operatorname{ch}(g_n z) e^{i\omega t}. \quad (29)$$

设 $A_{1n} = N_{1n} A_{4n}$, $A_{2n} = N_{2n} A_{4n}$ 和 $A_{3n} = N_{3n} A_{4n}$, 其中系数 N_{1n} , N_{2n} 和 N_{3n} 能够通过边界条件 (11) ~ (13) 建立的方程组得到。因此, 沿桩身单位长度的侧向阻力为

$$q_h = -\int_0^{2\pi} (\sigma_r \cos \theta - \tau_{r\theta} \sin \theta) \Big|_{r=R_1} R_1 d\theta = \pi R_1 \sum_{n=1}^{\infty} [E_{1n} N_{1n} + E_{2n} N_{2n} + E_{3n} N_{3n} - \beta_{4n}^2 G^* K_1(\beta_{4n} R_1)] A_{4n} \operatorname{ch}(g_n z). \quad (30)$$

式中, $E_{in} = -\beta_{in}^2 K_1(\beta_{in} R_1) [\lambda + 2G^* + D_1\gamma + D_4(1-\gamma) + D_2\gamma d_{fi} + D_5(1-\gamma)d_{fi} + D_3\gamma d_{ai} + D_6(1-\gamma)d_{ai}]$, ($i=1, 2, 3$)。

3.3 桩基动力平衡微分方程的求解

对非齐次线性常微分方程 (10) 进行求解, 可得 $\bar{u}_p(z) = S_1 \cos(\lambda_1 z) + S_2 \sin(\lambda_1 z) + S_3 \operatorname{ch}(\lambda_2 z) + S_4 \operatorname{sh}(\lambda_2 z) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{1n} A_{4n} \operatorname{ch}(g_n z)$

$$S_4 \operatorname{sh}(\lambda_2 z) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{1n} A_{4n} \operatorname{ch}(g_n z). \quad (31)$$

$$\text{其中, } \lambda_1 = \sqrt{\frac{W + \sqrt{W^2 - 4J}}{2}}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{-W + \sqrt{W^2 - 4J}}{2}},$$

$$\Theta_{1n} = -\frac{\pi R_l \left[E_{1n} N_{1n} + E_{2n} N_{2n} + E_{3n} N_{3n} - \beta_{4n}^2 G^* K_1(\beta_{4n} R_l) \right]}{E_p I_p (g_n^4 + W g_n^2 + J)},$$

S_i ($i=1, 2, 3, 4$) 为边界条件确定的待定系数。

利用桩土完全接触条件 (11), 可得

$$A_{4n} = \frac{2(S_1 f_1 + S_2 f_2 + S_3 f_3 + S_4 f_4)}{L(\Theta_{2n} - \Theta_{1n})} - V_n, \quad (32)$$

其中, $V_n = U_g \left[\frac{2 \operatorname{sh}(g_n L) + a_n g_n L}{g_n L (\Theta_{2n} - \Theta_{1n})} \right]$,

$$\Theta_{2n} = \left[\frac{K_1(\beta_{4n} R_l)}{R_l} - \frac{N_{1n} K_1(\beta_{1n} R_l)}{R_l} - \frac{N_{2n} K_1(\beta_{2n} R_l)}{R_l} - \frac{N_{3n} K_1(\beta_{3n} R_l)}{R_l} - N_{1n} \beta_{1n} K_0(\beta_{1n} R_l) - N_{2n} \beta_{2n} K_0(\beta_{2n} R_l) - N_{3n} \beta_{3n} K_0(\beta_{3n} R_l) \right] \quad .$$

$$f_1 = \int_0^L \cos(\lambda_1 z) \operatorname{ch}(g_n z) dz, \quad f_2 = \int_0^L \sin(\lambda_1 z) \operatorname{ch}(g_n z) dz,$$

$$f_3 = \int_0^L \operatorname{ch}(\lambda_2 z) \operatorname{ch}(g_n z) dz, \quad f_4 = \int_0^L \operatorname{sh}(\lambda_2 z) \operatorname{ch}(g_n z) dz.$$

故桩体水平位移的幅值表达式为

$$\begin{aligned} \bar{u}_p(z) &= S_1 \left[\cos(\lambda_1 z) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{1n} L_{1n} \operatorname{ch}(g_n z) \right] + \\ &S_2 \left[\sin(\lambda_1 z) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{1n} L_{2n} \operatorname{ch}(g_n z) \right] + \\ &S_3 \left[\operatorname{ch}(\lambda_2 z) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{1n} L_{3n} \operatorname{ch}(g_n z) \right] + \\ &S_4 \left[\operatorname{sh}(\lambda_2 z) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{1n} L_{4n} \operatorname{ch}(g_n z) \right] - \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{1n} V_n \operatorname{ch}(g_n z) \quad . \end{aligned} \quad (33)$$

$$\text{式中, } L_m = \frac{2f_i}{L(\Theta_{2n} - \Theta_{1n})}, i=1, 2, 3, 4.$$

由材料力学知识, 容易求出 Euler 梁模型中的转角、弯矩和剪力的表达式。结合桩体边界条件, 确定整个桩身范围内的水平振动特性。

4 分析与验证

为了评价 SH 简谐波下非饱和土-桩系统的地震响应, 这里引入桩顶水平位移相互作用因子 I_u 、桩顶水平位移放大因子 A_u 和桩身曲率比 CR_z 为^[5, 10-11]

$$I_u = \frac{u_p(0)}{u_{SH}(0)}, \quad A_u = \frac{u_p(0)}{u_g}, \quad CR_z = \frac{(V_s)^2 u''_p(z)}{-\omega^2 u_{SH}(0)}. \quad (34)$$

4.1 计算精度研究

本节先分析三角级数项数引起的误差, 计算过程中相关的桩土参数可以参考文献[12, 17]取值如下:

① 土体: $K_s = 36 \text{ GPa}$, $K_f = 2.0 \text{ GPa}$, $K_a = 145 \text{ kPa}$, $\rho_s = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_f = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_a = 1.29 \text{ kg/m}^3$, $\eta_f = 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\eta_a = 18 \times 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $n = 0.375$, $\gamma = S_r = 0.7$, $S_{w0} = 0.05$, $\kappa = 1.0 \times 10^{-11} \text{ m}^2$, $E_s = 25 \text{ MPa}$, $\nu_s = 0.25$, $G_s = 1.0 \times 10^7 \text{ Pa}$, $\delta_o = 0.1$, $\varphi' = 20^\circ$, $\chi = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$, $m = 0.5$, $d = 2$; ② 桩体: $L = 20 \text{ m}$, $R_l = 0.5 \text{ m}$, $\rho_p = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $E_p = 25 \text{ GPa}$, $\nu_p = 0.2$, $P = 50 \text{ MPa}$ 。图 2 给出了不同三角级数项数下相互作用因子 A_u 和放大因子 I_u 随无量纲频率 $a_0 = \omega d_1 / V_s$ 的变化规律。由图 2 可见, 两种因子随着项数 n 的增加趋于收敛, 特别是 $n=10$ 时同类型的曲线基本重合。通过验算桩径比 $L/d_1 = 10, 30$ 和 40 的情况, 计算结果均可在 $n>10$ 时收敛。因此, 若无特殊说明, 本文后续工作的三角级数项数均取为 10。

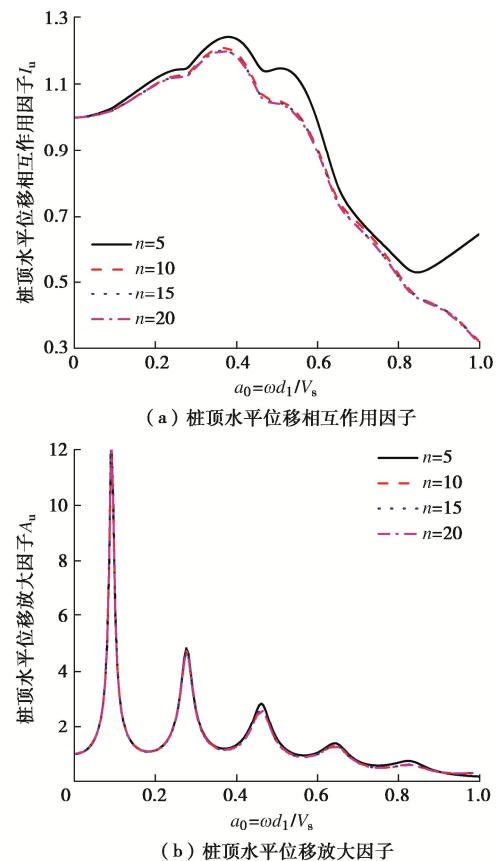


图 2 三角级数收敛性分析

Fig. 2 Convergence analysis of trigonometric series

4.2 合理性验证

本节将非饱和三相介质退化为单相介质, 与闫启方等^[10]和 Anoyatis 等^[5]得到的计算结果进行比较, 其中 $n=0.00001$, $\rho_f = 0.00001 \text{ kg/m}^3$, $\rho_a = 0.00001 \text{ kg/m}^3$, S_r 趋于 S_{w0} , $P=0 \text{ MPa}$, 其他参数取值均同 4.1 节。图 3 给出了本文解与现有理论解的对比曲线。对于相互作用因子 I_u , 3 种数学模型所得曲线趋势一致; 对于

位移放大因子 A_u , 本文退化解与其他两种方法估算的共振频率完全一致, 仅在对应峰值上存在部分差异。因此, 本文计算模型具有较好的普适性和准确性。

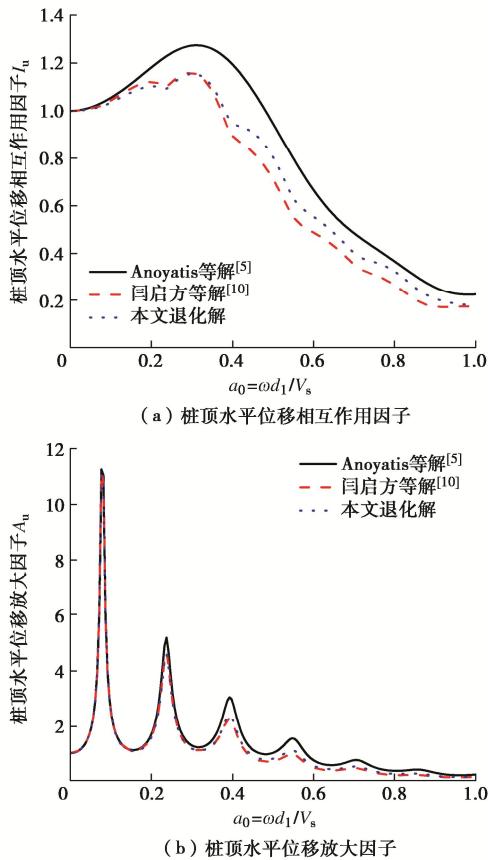


图 3 本文解与现有解的比较

Fig. 3 Comparison of present solution with existing solutions

5 参数分析

5.1 土体饱和度的影响

令非饱和土的饱和度 S_r 分别为 0.3, 0.5, 0.7 和 0.9, 计算结果如图 4 所示。当相互作用 I_u 等于 1 时, 非饱和土与桩基处于相对静止状态; I_u 大于 1 说明桩体有偏离桩周土的风险, I_u 小于 1 表示 SH 简谐波减小了桩基的振动响应。当放大因子 A_u 大于 1 时, SH 波震级被放大; 反之, 则表示土体的材料阻尼降低了地震波震级。低激励频率范围下 ($a_0 < 0.4$) 两种因子受 S_r 影响非常小, $0.6 < a_0 < 1$ 时随着饱和度 S_r 的增加而逐渐增大, 但共振频率基本不变。这是因为土体饱和度的增加使更多孔隙水参与承受地震应力, 导致了土体动剪切模量降低, 减弱了桩身位移的约束能力。图 5 反映了无量纲频率 $a_0=0.5$ 下土体饱和度 S_r 对桩身曲率比 CR_z 的影响。由图可见, 深度 $z=0.7L$ 到 $0.8L$ 时饱和度 S_r 发挥的作用最大, $S_r=0.9$ 时的桩身曲率比 CR_z 相比于 $S_r=0.3$ 时最多可增大约 34.51%。

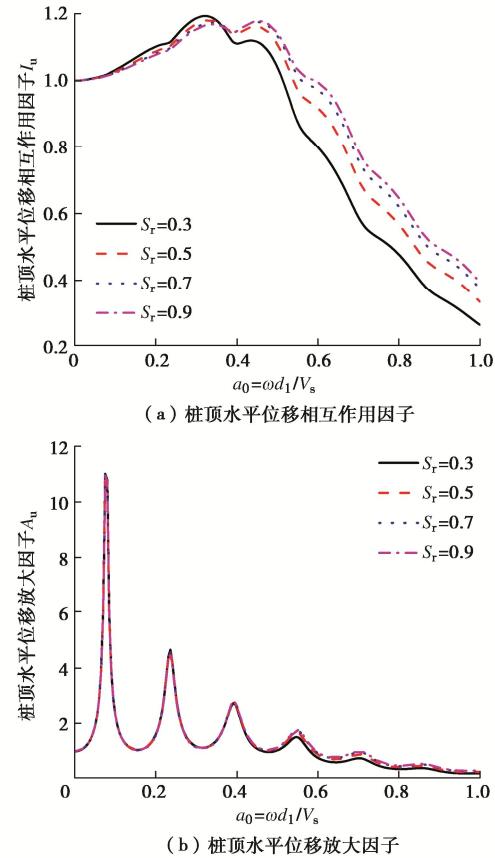


图 4 土体饱和度对系统地震响应的影响

Fig. 4 Influences of soil saturation on seismic response of system

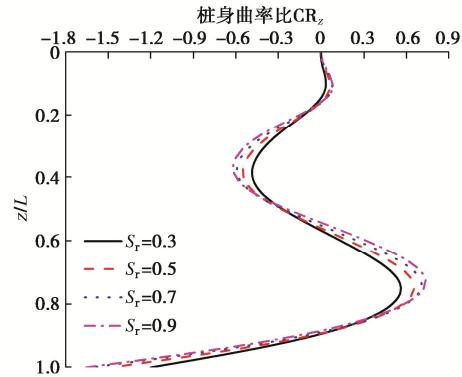


图 5 土体饱和度对桩身曲率比的影响

Fig. 5 Influences of soil saturation on pile curvature ratio

5.2 桩身长径比的影响

保持桩径不变, 通过改变桩长 L 使得桩身长径比 L/d_1 分别取 10, 20, 30, 40。图 6 给出了不同桩身长径比 L/d_1 下相互作用因子 I_u 和放大因子 A_u 随无量纲频率 a_0 的变化规律。由图 6 可见, 低激励频率范围下 ($a_0 < 0.2$) 相互作用因子 I_u 基本不随长径比 L/d_1 发生变化; 高激励频率范围 ($0.6 < a_0 < 1$) 时, L/d_1 对 I_u 的影响较大但未改变其趋势, 说明无论短粗桩或长细桩均具有较好的抗震性能。此外, 随着 L/d_1 的增大, 放大因子 A_u 的一阶共振频率明显减小, 并且波峰数量增多。这说明实际工程采用的长细桩很容易受到地震波的影响而发生共振, 导致结构体系的抗震效果变差。

图 7 显示了无量纲频率 $a_0=0.5$ 下桩身长径比 L/d_1 对桩身曲率比 CR_z 的影响。由图 7 可见，整个桩身范围内桩身曲率比 CR_z 发生振荡的次数随长径比 L/d_1 的增加而增多。这是因为 SH 波从基岩垂直入射，导致桩底处水平位移改变的幅度大于桩身其他部位。

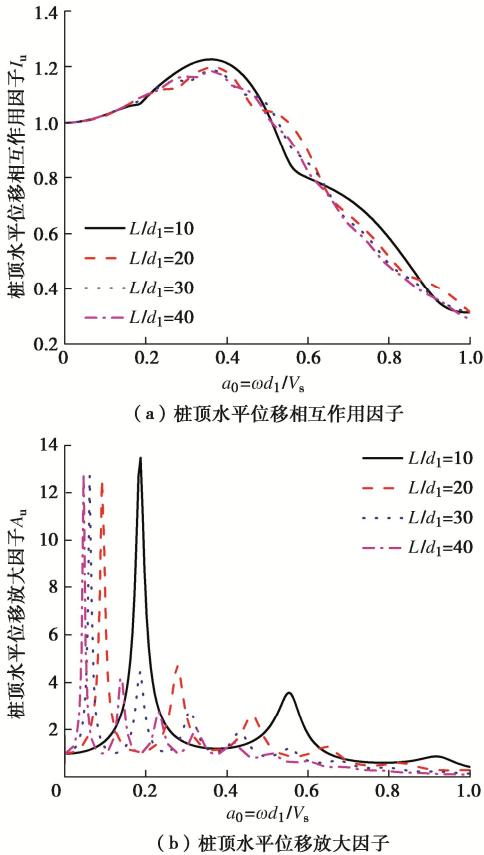


图 6 桩身长径比对系统地震响应的影响

Fig. 6 Influences of pile length-diameter ratio on seismic response of system

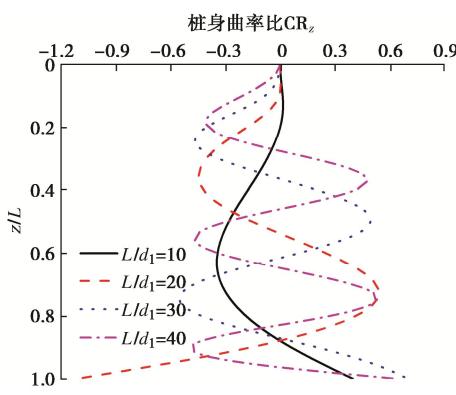


图 7 桩身长径比对桩身曲率比的影响

Fig. 7 Influences of pile length-diameter ratio on pile curvature ratio

5.3 土体黏滞阻尼的影响

令土体黏滞阻尼分别为 0, 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 和 0.1, 计算结果如图 8 所示。由图 8 可看出：随着土体黏滞阻尼 δ_o 的增加，相互作用因子 I_u 和放大因子 A_u 仅在共振频率处分别逐渐增大和减小；同时，土体

黏滞阻尼 δ_o 基本不会改变共振频率。上述现象说明将土体视为线弹性介质时会忽略土体中传播速度较弱的弹性波及其能量耗散；而假定土体为黏弹性介质时，可以通过增大阻尼 δ_o 表示桩周土体吸收了更多的地震振动能量，有利于分析整个振动过程的能量消散。图 9 给出了无量纲频率 $a_0=0.5$ 下土体黏滞阻尼 δ_o 对桩身曲率比 CR_z 的影响。

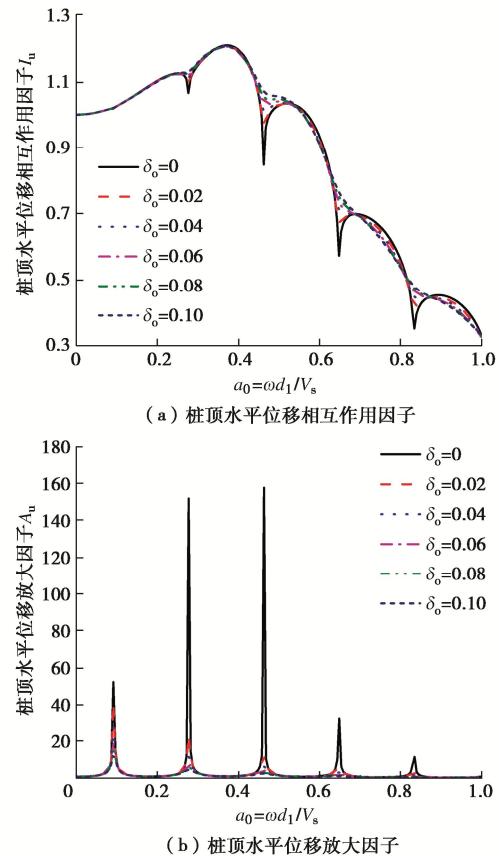


图 8 土体黏滞阻尼对系统地震响应的影响

Fig. 8 Influences of viscous damping of soils on seismic response of system

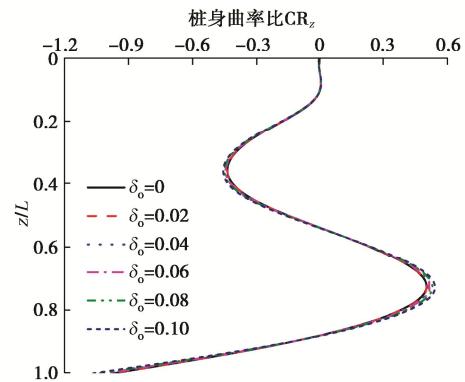


图 9 土体黏滞阻尼对桩身曲率比的影响

Fig. 9 Influences of viscous damping of soils on pile curvature ratio

由图 9 可见，仅在深度 $z=0.3L \sim 0.5L$, $0.7L \sim 0.8L$ 范围内对应的桩身曲率比 CR_z 随土体黏滞阻尼 δ_o 的增

加而略微增大，并且 $\delta_0=0.1$ 时的桩身曲率比 CR_z 相比于 $\delta_0=0$ 时最多可增大约 8.24%。

6 结 论

本文研究了 SH 地震波作用下非饱和土-端承桩振动问题，分析了土体饱和度、桩身长径比和土体黏滞阻尼对端承桩水平地震响应的影响，得出了以下 3 点结论。

(1) 当无激励频率 $a_0<0.4$ 时，相互作用因子 I_u 和放大因子 A_u 基本不受饱和度 S_r 影响；而 $0.6<a_0<1$ 时，两种因子均随着饱和度 S_r 的增加而逐渐增大，并且共振频率基本不变；深度 $z=0.7L\sim0.8L$ 范围时增加饱和度 S_r 对桩身曲率比 CR_z 的增大作用最明显。

(2) 当无量纲频率 $a_0<0.2$ 时，相互作用因子 I_u 基本不随长径比 L/d_1 变化，而 $0.6<a_0<1$ 时，长径比 L/d_1 对 I_u 的影响较大但未改变其趋势；随长径比 L/d_1 的增加，放大因子 A_u 中的一阶共振频率明显减小，整个桩身范围内桩身曲率比发生变化的次数增多。

(3) 随着土体黏滞阻尼 δ_0 的增加，相互作用因子 I_u 和放大因子 A_u 仅在共振频率处分别逐渐增大和减小，而共振频率不受其影响；深度 $z=0.3L\sim0.5L$ 以及 $z=0.7L\sim0.8L$ 范围内对应的桩身曲率比 CR_z 随土体黏滞阻尼 δ_0 的增加而略微增大。

诚然，所建立的模型存在一定局限性，如未考虑桩周土的非线性、成层性等，但其仍可为桩基抗震设计的发展提供一定的理论基础。

参考文献：

- [1] 郑长杰, 林 浩, 曹光伟, 等. 水平动荷载作用下海洋大直径管桩动力响应解析解[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(5): 810-819. (ZHENG Changjie, LIN Hao, CAO Guangwei, et al. Analytical solution for dynamic response of offshore large-diameter pipe piles subjected to horizontal dynamic loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(5): 810-819. (in Chinese))
- [2] 邹新军, 杜昊桐, 王亚雄. 双层非均质地基中 $V-T$ 联合受荷桩承载特性分析 [J]. 岩土工程学报, 2018, 40(10): 1843-1851. (ZOU Xinjun, DU Haotong, WANG Yaxiong. Bearing behavior of a single pile in double-layered nonhomogeneous subsoil under $V-T$ combined loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(10): 1843-1851. (in Chinese))
- [3] ZHENG C J, KOURETZIS G, LUAN L B, et al. Kinematic response of pipe piles subjected to vertically propagating seismic P-waves[J]. Acta Geotechnica, 2021, 16(3): 895-909.
- [4] HE R, KAYNIA A M, ZHANG J S. Lateral free-field responses and kinematic interaction of monopiles to obliquely incident seismic waves in offshore engineering[J]. Computers and Geotechnics, 2021, 132: 103956.
- [5] ANOYATIS G, DI LAORA R, MANDOLINI A, et al. Kinematic response of single piles for different boundary conditions: analytical solutions and normalization schemes[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, 44: 183-195.
- [6] 杨 骊, 方晓雯, 汪德江. SH 波作用下液化土中桩-土-上部结构的动力相互作用 [J]. 工程力学, 2017, 34(1): 101-108. (YANG Xiao, FANG Xiaowen, WANG Dejiang. Dynamic interaction of pile-soil-superstructure in liquefied soil under sh wave[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(1): 101-108. (in Chinese))
- [7] 刘 浩, 吴文兵, 蒋国盛, 等. 土塞效应对管桩低应变测试视波速的影响研究 [J]. 岩土工程学报, 2019, 41(2): 383-389. (LIU Hao, WU Wenbing, JIANG Guosheng, et al. Influences of soil plug effect on apparent wave velocity of pipe piles during low-strain integrity[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(2): 383-389. (in Chinese))
- [8] 赵 密, 黄义铭, 王丕光, 等. 桩顶水平动荷载作用下水-桩-土相互作用的解析解[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(5): 907-915. (ZHAO Mi, HUANG Yiming, WANG Piguang, et al. Analytical solution for water-pile-soil interaction under horizontal dynamic loads on pile head[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(5): 907-915. (in Chinese))
- [9] 杨紫健, 吴文兵, 陆洪智, 等. 黏弹性地基中楔形桩水平振动特性研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(11): 74-83. (YANG Zijian, WU Wenbing, LU Hongzhi, et al. Horizontal vibration characteristics of tapered pile embedded in viscoelastic foundation[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(11): 74-83. (in Chinese))
- [10] 闫启方, 刘林超. 考虑波动效应的 SH 简谐地震波作用下单桩水平振动研究 [J]. 岩土工程学报, 2012, 34(8): 1483-1487. (YAN Qifang, LIU Linchao. Lateral vibration of a single pile under SH harmonic seismic waves considering three-dimensional wave effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(8): 1483-1487. (in Chinese))

- [11] 刘林超, 杨 骁. 地震作用下饱和土-桩-上部结构动力相互作用研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(1): 120-128. (LIU Linchao, YANG Xiao. Dynamic interaction of saturated soil-pile-structure system under seismic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(1): 120-128. (in Chinese))
- [12] 章 敏, 王星华, 冯国瑞. 非饱和土中端承桩水平振动特性研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(2): 409-422. (ZHANG Min, WANG Xinghua, FENG Guorui. Horizontal vibration of an end-bearing pile in unsaturated soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(2): 409-422. (in Chinese))
- [13] 杨紫健, 吴文兵, 张云鹏, 等. 考虑竖向荷载影响的非饱和地基中桩的水平振动[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, 41(增刊 1): 2979-2990. (YANG Zijian, WU Wenbing, ZHANG Yunpeng, et al. Horizontal vibration of piles in unsaturated foundations considering vertical loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, 41(S1): 2979-2990. (in Chinese))
- [14] 徐明江. 非饱和土地基与基础的动力响应研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2010. (XU Mingjiang. Investigation on Dynamic Response of Unsaturated Soils and Foundation[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2010. (in Chinese))
- [15] 郭 诚. SH 波作用下非饱和土中管桩水平动力特性的理论及试验研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2018. (GUO Cheng. Dynamic Response of Pipe Pile in Unsaturated Soil Subjected under SH Waves and its Model Test[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2018. (in Chinese))
- [16] MA W J, SHAN Y, XIANG K, et al. Torsional dynamic response of a pipe pile in homogeneous unsaturated soils[J]. Computers and Geotechnics, 2022, 143: 104607.
- [17] 章 敏, 王星华, 冯国瑞, 等. 非饱和土中部分埋入桩的竖向振动[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2015, 43(2): 48-57. (ZHANG Min, WANG Xinghua, FENG Guorui, et al. Vertical vibration of partially-embedded pile in unsaturated soil[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2015, 43(2): 48-57. (in Chinese))

第十届全国岩土工程物理模拟学术研讨会征文通知（一号通知）

为促进中国岩土工程物理模拟学术交流,由中国水利学会岩土力学专业委员会和中国土木工程学会土力学及岩土工程分会主办,交通运输部天津水运工程科学研究院、南京水利科学研究院、中交天津港湾工程研究院有限公司、天津大学承办的第十届岩土工程物理模拟学术研讨会将于2024年8月16日—18日在天津举行。本届会议是继武汉(2011年)、杭州(2013年)、北京(2017年)、喀什(2023年)会议后全国岩土工程物理模拟领域的又一次学术盛会。届时将邀请国内外岩土力学与物理模拟领域的著名专家和学者进行交流,展现最新模拟技术和研究成果,探讨物理模拟在“交通强国与海洋强国”基础设施建设与防灾减灾研究中的应用,以促进物理模拟研究对中国重大战略和重大工程的技术支撑作用。本次会议热诚欢迎本领域及相关领域的专家、学者及工程技术人员参加,特别欢迎相关的博士和硕士研究生参加。

一、会议议题

岩土工程物理模拟理论、技术和装备的发展前沿及“交通强国与海洋强国”基础设施建设工程难点问题(例如高烈度土工抗震、港口码头的基础设施建设与高性能服役等),具体会议议题包括(但不限)如下:①物理模拟新设备与新技术(Ng超重力模拟与1g常重力模拟);②岩土工程物理模拟理论与相

似律;③岩土工程物理模拟与数值分析;④交通基础设施与地下工程;⑤边坡与堤坝工程防灾减灾;⑥近海及海洋岩土工程;⑦土动力学与岩土地震工程;⑧水利水电与能源岩土工程;⑨冻土与特殊土力学及工程;⑩岩土工程物理模拟研究生论坛。

二、论文征稿

论文全文请于2024年1月1日前电邮至会议秘书处邮箱:125828612@qq.com,审查结果将于2024年1月30日通知。根据审查意见,作者修改后的论文终稿请于2024年3月15日前电邮至会议秘书处邮箱。

论文格式:论文限6页以内,论文排版格式参考《岩土工程学报》。

本次会议优秀论文将推荐在《岩土工程学报》或《水道港口》等正刊或专刊上发表。热忱从事相关领域的研究、勘察、设计与施工的科技工作者及青年研究生踊跃投稿。论文请控制在6页以内。

三、联系方式

地址:交通运输部天津水运工程科学研究院;邮编:300456;E-mail:125828612@qq.com,726327972@qq.com;电话:张宇亭18622332119,安晓宇18622236750,王雪奎13502069907,陈广思1532018817。

(会议组委会)