

DOI: 10.11779/CJGE202211006

# 基于多维概率分布的砂砾石坝填料级配研究

赵宇飞<sup>1</sup>, 王毅<sup>2</sup>, 亚森·纳斯尔<sup>3</sup>, 王文博<sup>4</sup>, 路鹏飞<sup>5</sup>, 刘彪<sup>1</sup>

(1. 中国水利水电科学研究院, 北京 100048; 2. 中国水利水电第八工程局有限公司, 湖南 长沙 410007; 3. 新疆维吾尔自治区大石门水利枢纽建设管理局, 新疆 库尔勒 841000; 4. 中国水利水电第六工程局有限公司, 辽宁 沈阳 110179; 5. 中国水电第十五工程局有限公司, 陕西 西安 530001)

**摘要:** 砂砾石坝填料的级配和粒径决定颗粒间的接触关系, 进而影响其宏观力学响应。基于坝体施工过程中检测得到的两千余组试验数据, 结合概率统计方法探索颗粒级配与坝体填料基本物理特征间的关系, 分别得出了在砂砾石填料区和过渡料填料区与干密度相关性最密切的 3 个级配特征参数。进而提出基于一维威布尔概率分布模型的坝体填料试验数据分析方法, 对以上 3 个级配特征参数分别构建一维威布尔分布模型, 并得到了在一定保证率条件下的粗粒土级配参数估计值。在此基础上, 进一步推导出了三维威布尔分布函数表达式, 建立了能够利用 3 个级配特征参数间的相关关系反映干密度的三维威布尔分布模型, 采用 K-S 检验证明了三维威布尔分布模型用于综合考虑多参数影响的坝体填料分析方法的可靠性。研究结果表明, 威布尔分布模型能够较好地适用于大坝填料试验数据的描述及参数估计。

**关键词:** 砂砾石坝填料; 级配特征参数; 干密度; 多维概率分布; 参数拟合; 威布尔分布

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)11-2007-10

**作者简介:** 赵宇飞(1979—), 男, 正高级工程师, 博士, 主要从事岩土力学方面的工作。E-mail: zhaoyf@iwhr.com。

## Gradation of filling materials of sand-gravel dams based on multi-dimensional probability distribution

ZHAO Yu-fei<sup>1</sup>, WANG Yi<sup>2</sup>, YASEN Nasier<sup>3</sup>, WANG Wen-bo<sup>4</sup>, LU Peng-fei<sup>5</sup>, LIU Biao<sup>1</sup>

(1. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China; 2. Sinohydro Bureau 8th Co., Ltd., Changsha 410007, China; 3. Xinjiang Dashimen Water Conservancy Project Construction Administration, Korla 841000, China; 4. Sinohydro Bureau 6th Co., Ltd., Shenyang, 110179, China; 5. China Hydropower Fifteenth Engineering Bureau Co., Ltd., Xi'an 530001, China)

**Abstract:** The gradation and particle size of filling materials of sand-gravel dams determine the inter-particle contact relationship, and further affect the macro-mechanical response. Based on more than 2000 groups of test data detected during dam construction, the relationship between particle gradation and basic physical characteristics of dam materials is explored by using the probability and statistics method, and three gradation characteristic parameters that are most closely related to dry density in sand-gravel materials and transition materials are obtained respectively. Based on the one-dimensional Weibull probability distribution, the test data analysis method for dam materials is proposed. The one-dimensional Weibull distribution model is respectively established for the above three factors, and the estimated value of gradation parameters of coarse-grained soil is obtained under certain assurance rate. The expression for the three-dimensional Weibull distribution function is further derived, and a three-dimensional Weibull distribution model which can reflect the dry density by using the correlation among the three gradation characteristic parameters is established. The K-S tests are used to verify the fitting degree of the model, which proves the reliability that the three-dimensional Weibull distribution model is used for the analysis of dam materials considering the influences of multiple parameters at the same time.

**Key words:** filling material of sand-gravel dam; gradation characteristic parameter; dry density; multi-dimensional probability distribution; parameter fitting; Weibull distribution

## 0 引言

中国西北、西南地区河流河床及河岸滩地等区域大多覆盖层发育、砂砾料储量丰富, 砂砾料是一种较好的筑坝材料。相应地, 在西北和西南水利水电开发中, 砂砾石坝成为一种重要的坝型<sup>[1-3]</sup>。目前, 砂砾料

已经成为新疆等地区常用的筑坝材料, 如新疆阿尔塔什水利枢纽中的混凝土面板砂砾石坝、新疆大石门水利枢纽沥青混凝土心墙砂砾石坝等<sup>[1]</sup>。与另外一种常

基金项目: 中国水科院三型人才专项项目 (GE0145B022021)

收稿日期: 2021-08-16

见的爆破堆石料相比,其开采成本低,施工方便,压实后具有更高的强度和变形模量,而且具有在高应力环境下强度衰变小,变形稳定时间短等优点<sup>[4-5]</sup>。

对于筑坝填料而言,其物理力学特性参数的确定,主要取决于颗粒组成,即级配对物理力学特性(密度、渗透系数、强度参数及变形特性参数)具有重要的影响<sup>[6]</sup>。因此,研究砂砾料在一定压实度条件下的力学特性,首先应对砂砾料颗粒级配进行深入研究。从国内外相关文献来看,目前针对粗粒土级配开展的研究主要集中在土体级配对其物理力学特性方面的影响,以及粗粒土在缩尺之后对其力学性质的影响。如李罡等<sup>[7]</sup>在研究粒状材料颗粒级配对临界状态影响时,引入了  $C_u$  开展相关的研究工作;蒋明镜等<sup>[8]</sup>通过试验研究不同颗粒级配对火山灰力学性质影响,分析了某种级配曲线对压缩性及强度指标的影响;朱晟等<sup>[9]</sup>细致开展了粗粒土级配特征对粗粒土的物理力学特性的影响。而在级配表示方法方面,研究相对较少,主要的研究结果包括朱晟等<sup>[10]</sup>提出的基于分形方法的土体颗粒组成表达;朱俊高等<sup>[11]</sup>提出了适用于连续级配土的级配方程并验证了该级配方程对多种土料实际级配的适用性。然而现有的研究成果大多是利用不均匀系数  $C_u$  与曲率系数  $C_c$  来评价粗粒土的级配优劣,其并未直接表达粗粒土中颗粒尺寸和完整的级配特征,因此也就难以进行级配特征与土体物理力学特征之间的定量表达。

砂砾石料的级配特性,主要受母岩特性、产生原因、空间分布等不确定因素的影响。由于无黏性粗粒土力学参数的离散程度与细粒土相比较,现有分析方法在计算精度方面及砾石填料适用性上尚存在不足。因此试验方法仍然是当前确定其参数最直接、最可靠的方法,也是大多数理论和经验估值的重要依据。充分利用有限的试验数据,结合概率统计方法探索颗粒级配与力学参数间的关系,是目前较为实用的途径<sup>[12]</sup>。

通过实际工程经验也可知,碾压完成后的砂砾石坝体力学强度特征参数,与坝料级配特征参数有着明显的关系,但是碾压区域坝料质量检测数据极少,仅3~5组。根据前期大量的地质勘探资料分析可知,心墙坝坝壳填筑所用的坝料,来源于同一地质时期形成的层位,该坝料堆积形成的历史成因是相同的,所经历的地质运动也是相同的,同一个区域内的砂砾石,在其物理力学特性上具有强烈的概率统计特性,可以认为他们都是来源于同一个大母体分布中服从某一种概率分布的随机变量,因此可以通过前期积累的大量现场挖坑检测的数据形成先验分布,结合后续单元工程中挖坑检测得到的试验数据样本,可较为合理地评

价大坝填筑施工质量。根据已有的样本数据去推断总体分布时,一般需要将数据拟合具体的概率分布模型,并估计其相应的分布参数,在数理统计分析中一般采用多维正态分布,但正态分布往往难以得到小样本条件下土体力学参数分布的最优估计,且不能反映有偏样本和截尾样本的分布特点,甚至有时不能通过检验<sup>[13]</sup>。而威布尔分析模型弥补了正态分布的这些缺陷,对各种类型试验数据有极强的适应能力,不仅能够适用于大样本数据,对小样本数据也有较好的适用性,广泛用于研究机械、化工、电气、电子、材料、航天,甚至医学研究。威布尔分布模型由其形状、尺度(范围)和位置3个参数决定。其中形状参数是最重要的参数,决定分布密度曲线的基本形状,通过改变其形状参数可以近似表达其他分布,如正态、对数正态、指数等分布。尺度参数起放大或缩小曲线的作用,但不影响分布的形状。

通过设计模型试验获取数据进行统计分析的方法,由于试验中数据量较少且未能考虑施工中的不确定性因素的影响,试验数据往往较为理想,所得方法用于拟合实际工程中的问题时通常难以较好的描述。在本研究中,结合新疆大石门水利枢纽工程施工过程中获取的大量检测试验数据,在大量统计的基础上,通过分析各参数与干密度间的相关性,在砂砾石填料区选取了与干密度相关性最密切的3个级配特征参数为砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、最大粒径;在过渡料填料区选取了与干密度相关性最密切的3个特征参数为砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、含泥量(小于0.075 mm),并对其分别构建了一维威布尔分布模型,求出对应模型的3个控制参数为位置参数  $\mu$ 、尺度参数  $\sigma$ 、形状参数  $\xi$ ,得到了在一定保证率条件下的粗粒土级配参数估计值。在此基础上,进一步推导出了三维威布尔分布函数表达式,建立了能够利用以上3个级配特征参数间相关关系反映砂砾石料和过渡料填料区干密度的三维威布尔分布模型,使干密度的表征方法更具综合性,可用于砂砾坝填料的质量评估和预测。

## 1 威布尔分布模型

### 1.1 一维威布尔分布模型

Weibull分布自1939年由瑞典工程师提出后,因能够以小样本准确可靠地进行预测而被广泛采用<sup>[14]</sup>。目前一维威布尔概率分布已发展成为工程中最广的概率分布类型之一,能够较好的拟合数据样本点,可适用于完全样本、有偏样本和截尾样本的拟合。Weibull分布包括传统的二参数分布和三参数分布,前者可理解为后者的特例。

#### (1) 概率分布函数

一维威布尔概率分布函数的表达式可表示为<sup>[15-18]</sup>

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\xi\right] \quad (x \geq \mu), \quad (1)$$

其密度函数为

$$f(x) = \frac{\xi}{\sigma} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\xi-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\xi\right], \quad (2)$$

式中,  $F(x)$  为分布函数,  $f(x)$  为密度函数,  $x$  为随机变量,  $x \geq \mu$ ;  $\xi$  为形状参数 (斜率),  $\xi \geq 0$ , 其决定威布尔分布曲线的形状;  $\sigma$  为尺度参数,  $\sigma \geq 0$ , 是一种平均效应, 表征威布尔分布中点的大致位置;  $\mu$  为位置参数, 表征威布尔分布的起算位置, 当  $\mu = 0$  时, 三参数威布尔分布便退化为二参数威布尔分布。

## (2) 参数计算

威布尔分布参数计算常用的方法是极大似然法和最小二乘法<sup>[19-20]</sup>。虽然极大似然法精度高, 但需要在实数范围内, 搜索求解极大似然超越方程, 求解计算复杂; 最小二乘法求解相对简单, 可简单的求出位置数据, 使求得的数据与实际数据之间误差的平方和最小。因此, 本研究采用最小二乘法进行求解, 为计算威布尔分布中的 3 个参数, 需将式 (1) 两边取 2 次自然对数得到:

$$\ln \ln \frac{1}{1-F(x)} = \xi \ln(x-\mu) - \ln \sigma^\xi. \quad (3)$$

$$\text{令 } Y = \ln \ln \frac{1}{1-F(x)}, \quad X = \ln(x-\mu), \quad A = \ln \sigma^\xi,$$

则式 (3) 变为线性方程:

$$Y = \xi X - A. \quad (4)$$

由于  $\mu$  表示威布尔分布模型的起算位置, 因此可取一个小于试验数据最小值的数  $\mu_0$  (或者取为 0) 作为起始值 (已知值) 进行初步计算, 得出  $X_i = \ln(x_i - \mu_0)$ ; 计算  $Y$  时需要先计算出累计概率  $F(x_i)$ , 目前常用的方法: 将  $n$  个变量 (试验数据) 由小到大排序为  $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$ , 对应的累计失效概率为  $F(x_1) \leq F(x_2) \leq F(x_3) \leq \dots \leq F(x_n)$ , 其中第  $i$  个累计失效概率  $F(x_i)$  可用中位秩算法求得<sup>[21]</sup>:

$$F(x_i) = \frac{i-0.3}{n+0.4}. \quad (5)$$

进一步选用最小二乘法对上式线性方程进行参数计算<sup>[22]</sup>, 进而可求出线性方程中的斜率  $\xi$  和截距  $A$ :

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}, \quad (6)$$

$$A = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Y_i - \frac{\xi}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i, \quad (7)$$

进而求出尺度参数  $\sigma = \exp\left(\frac{A}{\xi}\right)$ 。

在计算式 (6), (7) 的同时, 也可同时计算出表征拟合直线的相关系数  $r$ :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2\right)}}. \quad (8)$$

计算效果的优劣可用相关系数  $r$  表征, 其绝对值越接近 1, 说明线性拟合的效果越好。由于在初始计算时  $\mu$  为任意小于试验数据最小值的数, 计算得出的  $r$  往往并非接近于 1, 因此需要对  $\mu$  进行优化, 以得出最接近于 1 的  $r$ 。

因此, 可设目标函数  $U = \text{Max} |r(\mu_0)|$ , 以  $\mu_0$  为变量, 进行迭代计算, 使目标函数  $U$  趋近于 1 时的  $\mu_0$  即为最优值, 其可作为一维威布尔分布函数的位置参数  $\mu$ , 同时也可对应计算出形状参数  $\xi$  和尺度参数  $\sigma$ 。此时, 一维威布尔分布函数的 3 个参数已全部求出。

## (3) 可靠度条件下的估计值

在实际应用时, 往往需要给出在一定可靠度条件下的参数估计值, 因此, 设参数估计的可靠度为  $R^2$ , 分布函数与可靠度  $R^2$  的关系为<sup>[23]</sup>

$$R^2(x) = 1 - F(x), \quad (9)$$

即

$$R^2(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\xi\right], \quad (10)$$

$$\frac{1}{R^2(x)} = \exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\xi. \quad (11)$$

再对式 (11) 两边取对数得

$$x_{R^2} = \mu + \sigma \ln\left(\frac{1}{R^2}\right)^{\frac{1}{\xi}}, \quad (12)$$

式中,  $x_{R^2}$  为一维威布尔分布在可靠度  $R^2$  条件下的估计值, 利用已经得出的 3 个参数, 代入式 (12) 即可计算出  $x_{R^2}$ 。

## 1.2 三维威布尔分布模型

实际工程中坝料级配的描述, 是一系列颗粒粒径及其含量的表达, 这些参数在一定的尺度范围内存在着随机性和符合统计规律的自相似性, 且某些参数间存在着明显的相关性<sup>[24]</sup>。因此, 难以采用一维概率分布进行全面描述, 但目前多维概率分布中参数、相关系数确定以及假设检验仍存在困难, 限制了多维概率分布在坝料级配特性表达中的应用。

近年来不少研究者逐步完善了多维复合极值分

布理论并将其成功应用于极端海况以及台风预测中<sup>[25-27]</sup>,为坝料级配特性的多维概率表达提供了新的思路。已有研究以离散型随机变量是 Poisson 分布为基础,推导得出了 Poisson-Nested-Logistic 三维复合极值分布模型<sup>[28-31]</sup>,表达式为

$$G(x, y, z) = \exp \left\{ - \left[ (S_1^{1/(\alpha\beta)} + S_2^{1/(\alpha\beta)})^\beta + S_3^{1/\alpha} \right]^\alpha \right\}, \quad (13)$$

式中,  $S_j = \left( 1 + \xi_j \frac{x_j - \mu_j}{\sigma_j} \right)^{-1/\xi_j}$ ,  $j = 1, 2, 3$ 。本研究受

上述离散型多维复合极值分布模型建立思想的启发,在一维威布尔分布的基础上,通过对坝料级配曲线中参数的相关性拟合分析,结合干密度概率分布,构建了基于威布尔分布的多维复合分布函数模型,一维威布尔概率函数如式(1)所示,对于三维威布尔分布而言,其概率分布函数应该是每个变量的边缘函数的组合,考虑三维威布尔概率分布中变量之间的相关系数,通过公式推导与数值拟合,得出的三维威布尔分布模型概率函数的数学表达式为

$$G(x, y, z) = \left\{ \left[ \left( 1 - \exp \left( - \left( \frac{x - \mu_1}{\sigma_1} \right)^{\xi_1} \right) \right) \cdot \left( 1 - \exp \left( - \left( \frac{y - \mu_2}{\sigma_2} \right)^{\xi_2} \right) \right) \right]^{\beta/\sqrt[3]{\alpha\beta}} \cdot \left( 1 - \exp \left( - \left( \frac{z - \mu_3}{\sigma_3} \right)^{\xi_3} \right) \right)^{\alpha/\sqrt[3]{\alpha\beta}} \right\}^{\alpha/\sqrt[3]{\alpha\beta}}. \quad (14)$$

式中,  $\xi_j$ ,  $\mu_j$ ,  $\sigma_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) 分别为  $x$ ,  $y$ ,  $z$  的边缘分布形状参数、位置参数和尺度参数,  $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$  为由相关系数  $r$  得到的相关参数,  $\alpha, \beta$  均为 1 时,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  相互独立。史道济等<sup>[32]</sup>通过矩估计法,给出了相关参数  $\alpha, \beta$  的显式表达式:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\sqrt{1-r_{1,3}} + \sqrt{1-r_{2,3}}}{2}, \\ \beta &= \frac{\sqrt{1-r_{1,2}}}{\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中,  $r_{ij}$  为线性相关系数,  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $i < j$ 。

式(14)中 3 个变量的分层结构 ( $\alpha$  为外层,  $\beta$  为内层) 代表  $xy$  之间比  $xz$  和  $yz$  之间有着更强的相关性; 式中  $\sqrt[3]{\cdot}$  是通过迭代优化的方法得到的。最后对推导的三维威布尔分布模型的合理性进行显著水平为 0.05 的 K-S 检验。

根据模拟数据的拟合分析可知,当三维威布尔分布中 3 个参数中任意两个参数间的相关系数小于 0.15 时,可认为该三维威布尔分布中的参数相互独立,此时三维威布尔分布表达式可直接用边缘分布相乘,这样得到的拟合效果要较考虑参数之间相关系数后,即利用式(14),计算得到的效果更准确。

### 1.3 威布尔分布的假设检验

模型假设检验是为了评价所得概率分布模型的拟合精度,在统计分析中常用的检验方法有:卡方检验、D 检验和 K-S 检验,其中 K-S 检验(Kolmogorov-Smirnov)在威布尔分布中广泛采用,是比较一个频率分布  $G(x)$  与理论概率分布  $F(x)$  的检验方法<sup>[33]</sup>。其假设  $H_0$  为两个数据分布一致或者数据符合理论分布。计算公式为

$$D_n = \max \{ D_n^+, D_n^- \}, \quad (16)$$

式中,

$$D_n^+ = \max \left\{ \frac{i}{n} - F_0(x_i) \right\}, \quad (17)$$

$$D_n^- = \max \left\{ F_0(x_i) - \frac{i-1}{n} \right\}. \quad (18)$$

若实际观测值  $D_n > D(n, \alpha)$ , 则拒绝  $H_0$ , 否则接受  $H_0$  假设。

## 2 基于威布尔分布的砂砾石坝填料颗粒级配概率模型构建

### 2.1 工程背景

本研究的工程背景为新疆车尔臣河大石门水利枢纽工程,其位于巴州且末县境内的车尔臣河干流上,距乌鲁木齐约 1200.0 km,建设工程为防洪、发电和灌溉等综合利用。水库总库容  $1.27 \times 10^9 \text{ m}^3$ ,正常蓄水位 2300.0 m,电站装机容量 60.0 MW。主要由大坝、泄水建筑物、发电引水系统和地面厂房等建筑物组成,施工总工期为 48 个月。

挡水大坝采用沥青混凝土心墙坝,其标准横剖面图如图 1 所示。坝顶高程 2304.5 m,最大坝高 128.8 m,坝顶宽度 12.0 m,坝长 205.0 m。坝体填筑材料主要分区为上游砂砾料填筑区、下游砂砾料填筑区、心墙上下游过渡料填筑区、岸坡过渡料填筑区、上游围堰砂砾石填筑区、沥青混凝土心墙、利用堆石料填筑区。主要工程量:砂砾料填筑量约  $312.8 \times 10^4 \text{ m}^3$ ,过渡料约  $16.1 \times 10^4 \text{ m}^3$ ,沥青混凝土约  $1.4 \times 10^4 \text{ m}^3$ ,可利用料约  $18.5 \times 10^4 \text{ m}^3$ 。

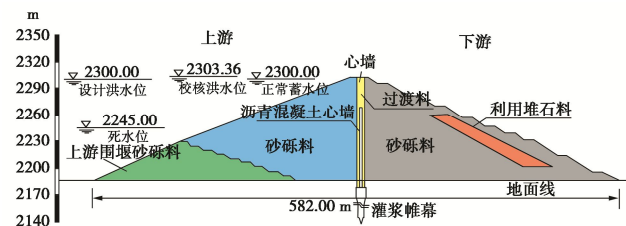


图 1 大石门水利枢纽沥青混凝土心墙坝标准横剖面图

Fig. 1 Standard horizontal section of sand-gravel dam with asphalt concrete core wall of Dashimen project

### 2.2 砂砾石坝料干密度主要影响因素的相关性分析

大坝填筑最重要的控制因素是压实后的干密度,

影响坝料干密度的因素较多, 主要包括坝料压实功作用(碾压速度、遍数、振动频率、吨位等综合作用)、坝料级配、母岩强度、含水率等。大坝压实功基本都是通过碾压试验确定, 对于母岩来源一致的坝料而言, 级配参数、含水率是碾压施工结束后干密度的主要控制因素。筑坝砂砾填料干密度具有级配相关性, 但在砂砾填料施工质量控制中, 目前主要以含砾量表级配对于干密度的影响, 未考虑级配形状、最大粒径、不均匀系数、曲率系数的影响。已有研究表明, 砂砾料干密度受这些因素的影响较为显著, 而简化的室内实验难以准确描述现场原级配料的干密度。在此基础上推导出来的外延公式缺乏普遍适用性, 应用时存在较大的误差。为了研究这些参数对其敏感性, 本研究借助数理统计的方法, 基于施工过程中大量的检测试验数据, 建立试验参数间的关系, 选择与干密度相关性最紧密的 3 个因素, 并对这 3 个因素通过威布尔分布进行拟合分析, 推导出在一定保证率条件下的估计值。

在大石门水利枢纽工程堆石坝工程施工过程中, 堆石坝工程检测资料主要为上游砂砾填筑料(453 组)、下游砂砾填筑料(473 组)、心墙上下游过渡料(908 组)、岸坡过渡料(183 组), 共 2017 组试验。

上述试验数据会有部分组数的参数数据缺失, 经统计上游砂砾填筑料的有效试验组数(级配参数与干密度数据均存在)为 345 组, 下游砂砾填筑料的有效试验组数为 358 组, 心墙上下游过渡料的有效试验组数为 455 组, 下游砂砾填筑料的有效试验组数为 183 组, 本研究采用数据处理软件 SPSS 22 对以上有效试验数据进行相关性分析, 研究挖坑检测试验数据中与干密度关系最密切的参数。计算所得的干密度与其他特征参数的相关性  $r$  见表 1, 具体的实现过程详见李

申等<sup>[34]</sup>的研究。由表 1 可知, 在上下游砂砾石填料区含泥量(小于 0.075 mm)、不均匀系数  $C_u$ 、含水率与干密度间表现出明显的不相关或负相关, 砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、最大粒径与干密度间表现出明显的相关性; 而在过渡料填料区不均匀系数  $C_u$ 、最大粒径、含水率与干密度间表现出明显的不相关或负相关, 砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、含泥量(小于 0.075 mm)与干密度间表现出明显的相关性。根据相关性分析结果, 最后在砂砾石填料区选取了与干密度相关性最密切的 3 个级配特征参数为砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、最大粒径; 在过渡料填料区选取了与干密度相关性最密切的 3 个特征参数为砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、含泥量(小于 0.075 mm)。

2.3 基于一维威布尔分布的砂砾石级配参数拟合

根据 1.1 节推导的威布尔分布拟合公式, 编制 EXCEL 规划算法, 对与干密度最为相关的级配特征参数逐个进行拟合, 进而计算出威布尔分布的 3 个参数, 构建一维威布尔概率分布模型。分别对各参数的实际有效数据进行一维威布尔分布拟合, 限于篇幅, 仅列出上游、下游砂砾填筑料的拟合结果, 心墙上下游过渡料、岸坡过渡料的拟合结果不再一一列出。上下游砂砾填筑料的拟合结果见图 2~9, 对应的威布尔分布参数见表 2, 3, 从拟合结果可以看出, 威布尔分布拟合结果的相关系数  $r$  均超过 0.98, 拟合结果较为可观。然后利用 K-S 检验法分别对本文威布尔分布拟合得到的干密度、砾石含量、曲率系数以及最大粒径的概率分布进行检验, K-S 检验法结果如表 2, 3 所示, 从表中可看出在在显著性水平  $\alpha = 0.05$  条件下, 威布尔分布拟合得到的各项级配参数的概率密度函数都通过了

表 1 试验数据相关性分析(相关系数  $r$ )  
Table 1 Correlation analysis of test data (correlation coefficient)

各填料区干密度	砾石含量 (%)	含泥量(小于 0.075 mm) (%)	曲率系数 $C_c$	不均匀系数 $C_u$	最大粒径 (mm)	含水率 (%)
上游砂砾填筑料干密度(g/cm <sup>3</sup> )	0.665	-0.028	0.522	-0.004	0.331	-0.123
下游砂砾填筑料干密度(g/cm <sup>3</sup> )	0.793	0.015	0.441	-0.076	0.473	0.027
心墙上下游过渡料干密度(g/cm <sup>3</sup> )	0.363	-0.093	0.193	0.003	0.020	-0.036
岸坡过渡料干密度(g/cm <sup>3</sup> )	0.527	-0.144	0.312	-0.038	-0.025	0.010

表 2 上游砂砾填筑料级配威布尔分布模型参数  
Table 2 Parameters of Weibull distribution model for gradation of upstream sand-gravel materials

统计指标	样本总数 $n$	位置参数 $\mu$	尺度参数 $\sigma$	形状参数 $\xi$	相关系数 $r$	显著性水平 $\alpha$	临界值 $D(n, \alpha)$	$D_n$	估计值 $F(N)$
干密度(g/cm <sup>3</sup> )	453	2.256	0.124	7.824	0.989	0.05	0.0639	0.0384	2.349
砾石含量(%)	345	64.000	10.759	5.691	0.998	0.05	0.0732	0.0534	71.245
曲率系数	345	1.500	3.369	2.314	0.988	0.05	0.0732	0.0259	2.774
最大粒径(mm)	345	160.000	159.674	2.856	0.996	0.05	0.0732	0.0564	232.621



表 3 下游砂砾填筑料级配威布尔分布模型参数

Table 3 Parameters of Weibull distribution model for gradation of downstream sand-gravel materials									
统计指标	样本总数 $n$	位置参数 $\mu$	尺度参数 $\sigma$	形状参数 $\xi$	相关系数 $r$	显著性水平 $\alpha$	临界值 $D(n, \alpha)$	$D_n$	估计值 $F(N)$
干密度(g/cm <sup>3</sup> )	473	2.016	0.364	19.533	0.984	0.05	0.0625	0.0437	2.341
砾石含量(%)	473	57.967	16.907	7.580	0.997	0.05	0.0625	0.0492	70.532
曲率系数	358	1.231	3.469	2.184	0.994	0.05	0.0719	0.0418	2.507
最大粒径(mm)	473	110.434	213.426	3.560	0.993	0.05	0.0625	0.0581	223.851

拟合良好性检验，能够真实反映随机变量的概率分布情况。说明本研究的威布尔分布模型能够较好地适用于坝体填料试验数据的描述及参数估计，具有较好地应用前景。

从概率密度函数曲线还可以看出，威布尔分布模型具有可偏、截尾、有界的特性，能够推断出一定保证率条件下的参数估计值，具有较好地适用于无黏性粗粒土力学参数离散程度大的特点。

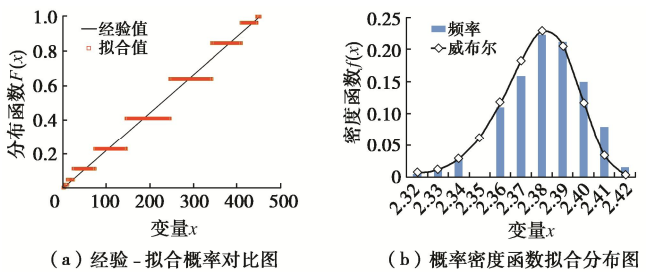


图 2 上游砂砾填筑料干密度一维威布尔分布拟合

Fig. 2 One-dimensional Weibull distribution fitting of dry density in upstream sand-gravel materials

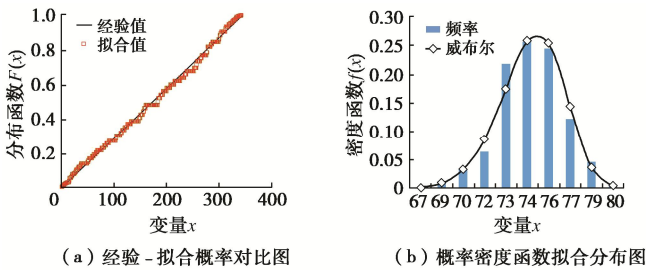


图 3 上游砂砾填筑料砾石含量一维威布尔分布拟合

Fig. 3 One-dimensional Weibull distribution fitting of gravel content in upstream sand-gravel materials

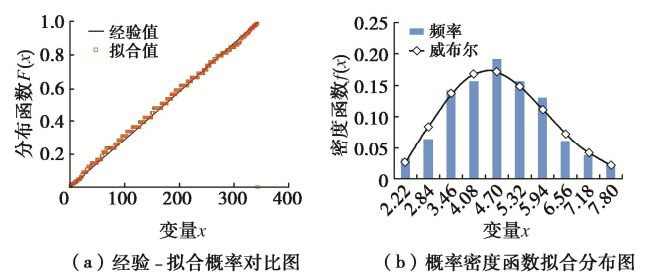


图 4 上游砂砾填筑料曲率系数一维威布尔分布拟合

Fig. 4 One-dimensional Weibull distribution fitting of curvature coefficient in upstream sand-gravel materials

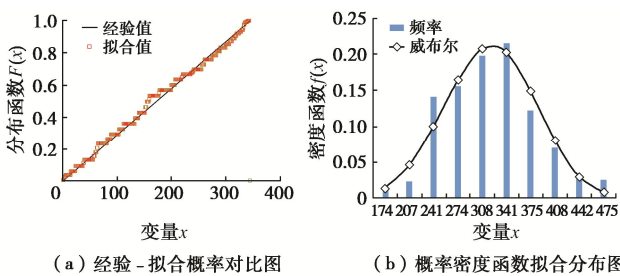


图 5 上游砂砾填筑料最大粒径一维威布尔分布拟合

Fig. 5 One-dimensional Weibull distribution fitting of maximum particle size in upstream sand-gravel materials

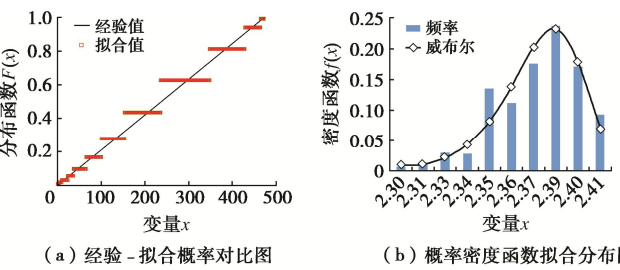


图 6 下游砂砾填筑料干密度一维威布尔分布拟合

Fig. 6 One-dimensional Weibull distribution fitting of dry density in downstream sand-gravel materials

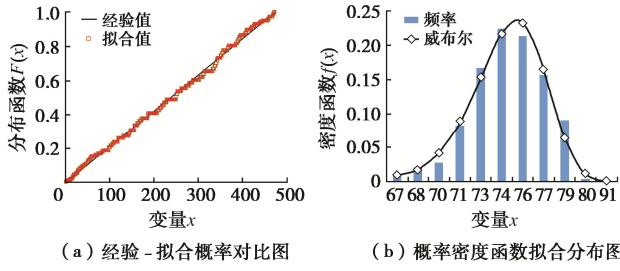


图 7 下游砂砾填筑料砾石含量一维威布尔分布拟合

Fig. 7 One-dimensional Weibull distribution fitting of gravel content in downstream sand-gravel materials

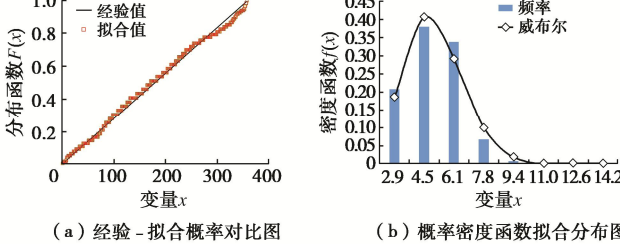


图 8 下游砂砾填筑料曲率系数一维威布尔分布拟合

Fig. 8 One-dimensional Weibull distribution fitting of curvature coefficient in downstream sand-gravel materials

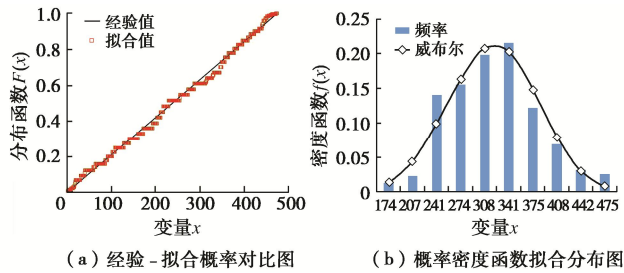


图 9 下游砂砾填筑料最大粒径一维威布尔分布拟合

Fig. 9 One-dimensional Weibull distribution fitting of maximum particle size in downstream sand-gravel materials

在实际工程中, 大坝填筑施工质量控制的最关键指标是在标准大坝填筑碾压施工之后, 利用挖坑灌水或灌砂法测定干密度。结合统计分析得到的在保证率为 90% 的条件下坝料级配特征参数的概率分布模型, 能够用于碾压之后坝料干密度预测, 可为大坝填筑中质量控制提供重要的参考与借鉴。

#### 2.4 基于三维威布尔分布的砂砾石级配参数拟合

通过对干密度主要影响因素的相关性分析, 得出了在砂砾石填料区与干密度相关性最密切的砾石含量、曲率系数  $C_c$  和最大粒径 3 个因素, 但这 3 个参数间还同时存在着相关性。基于此, 将这 3 个参数利用推导出的式 (14) 建立三维威布尔分布模型, 其中,  $r_{12}$  为砾石含量与曲率系数相关系数,  $r_{23}$  为曲率系数与最大粒径相关系数, 进而可求出  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\xi_j$ ,  $\mu_j$ ,  $\sigma_j$  分别为 3 个参数在对应的一维威布尔分布中的形状参数、位置参数和尺度参数, 将以上值代入式 (14) 即可求出三维威布尔分布函数  $G(x, y, z)$ 。其中, 此时的频率分布不再是一维威布尔分布中的单个参数的频率, 而是同时满足 3 个参数时的频率。

计算结果见图 10~13, 图中横坐标表示三维变量分组的个数, 纵坐标表示分布函数值, 图 10, 11 是砂砾石填料区基于砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、最大粒径间相关关系建立的三维威布尔分布模型, 图 12, 13 是心墙上下游过渡料和岸坡过渡料填料区基于砾石含量、曲率系数  $C_c$ 、含泥量 (小于 0.075 mm) 间相关关系建立的三维威布尔分布模型。由图 10~13 可知, 三维威布尔分布较好地拟合了试验结果, 能够同时考虑三个参数对干密度的影响, 使干密度的表征方法更具综合性。

从拟合结果可以看出, 使用本研究提出的多维威布尔分布概率模型对新疆大石门水库砂砾石坝料的级配特征参数检验时, 其拟合效果相对较好。然后利用 K-S 检验法分别对不同填料区建立的三维威布尔分布模型进行检验, K-S 检验法结果如表 4 所示, 从表中可看出在显著性水平  $\alpha = 0.05$  条件下, 本文构建的三维威布尔概率分布函数模型都通过了拟合良好性检

验, 能够真实反映随机变量的概率分布情况。

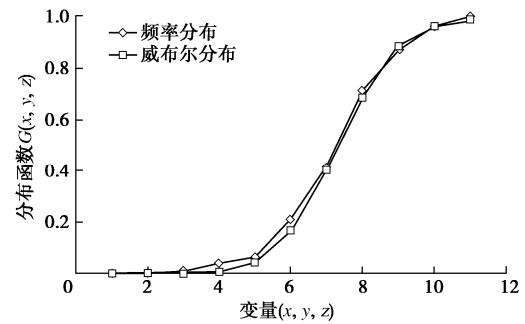


图 10 上游砂砾填筑料三维威布尔分布拟合

Fig. 10 Three-dimensional Weibull distribution fitting of upstream sand-gravel materials

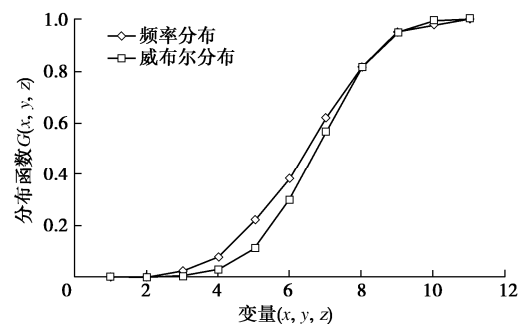


图 11 下游砂砾填筑料三维威布尔分布拟合

Fig. 11 Three-dimensional Weibull distribution fitting of downstream sand-gravel materials

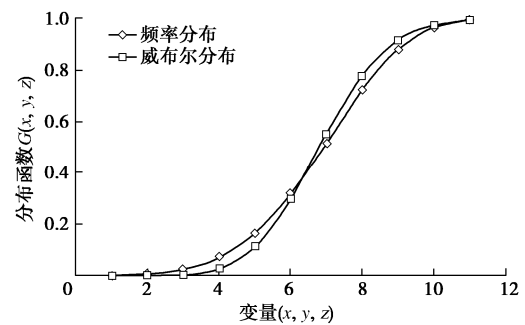


图 12 心墙上下游过渡料三维威布尔分布拟合

Fig. 12 Three-dimensional Weibull distribution fitting of upstream and downstream transition materials on core wall

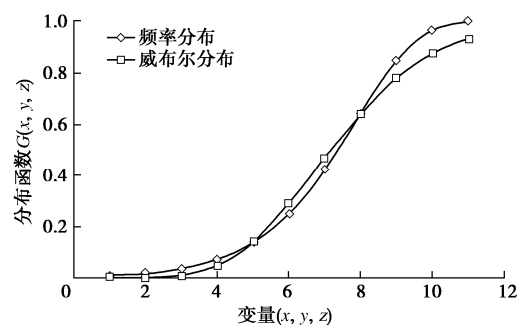


图 13 岸坡过渡料三维威布尔分布拟合

Fig. 13 Three-dimensional Weibull distribution fitting of transition materials on bank slope

表 4 不同填料区三维威布尔分布模型的 K-S 检验

Table 4 K-S tests of three-dimensional Weibull distribution models in different packing areas

填料区	样本数 $n$	显著性水平 $\alpha$	临界值 $D(n, \alpha)$	$D_n$
上游砂砾填筑料	11	0.05	0.391	0.3093
下游砂砾填筑料	11	0.05	0.391	0.2976
心墙上下游过渡料	11	0.05	0.391	0.3424
岸坡过渡料	11	0.05	0.391	0.3137

通过每个变量边缘分布的规划求解,得到边缘分布密度函数参数,结合不同变量间相关系数,进而得到与干密度相关的级配特征为主要因素的多维威布尔分布概率函数。随着大坝填筑施工智能化程度越来越高,越来越多地采用智能化监控设备进行大坝碾压施工过程的实时监控。每一个单元工程或碾压仓位,可积累数十万条海量施工数据,因此利用大坝填筑过程中挖坑检测积累的坝料级配特征数据,整理得到坝料级配的三维威布尔分布模型作为先验分布,结合拟分析的单元工程检测样本,可以推求该单元工程中随机位置的坝料级配后验分布,可为施工过程中海量数据与挖坑检测数据之间的耦合分析提供重要途径与桥梁。

3 结 论

针对土石坝来说,坝料级配控制是坝料压实特性、力学强度及变形参数控制的最重要的指标之一,针对同一起来源的砂砾石坝填料,其颗粒组成具有明显的规律性,服从一定的概率分布规律,因此,利用多维的威布尔概率分布对砂砾石坝填料级配的重要特征参数进行拟合研究,对于大坝填筑碾压施工质量控制、压实后坝体材料力学参数估计及坝体变形分析与预测都具有重要的基础意义。通过系统的概率理论推导研究,并结合大石门水利枢纽真实坝料筛分试验结果,进行了砂砾石坝填料多维概率分布拟合研究与应用探讨,主要得到3点结论。

(1)采用数据处理软件SPSS 22 对新疆大石门水库砂砾石坝料的级配特征参数进行了相关性分析,分别得出了在砂砾石填料区和过渡料填料区与干密度相关性最密切的3个级配特征参数。

(2)给出了一维威布尔概率分布模型的详细推导过程,结合大石门大坝工程施工过程中得到的施工质量检测资料,对上、下游砂砾填料级配特征参数进行了威布尔分布概率拟合,得到的不同级配特征参数的拟合结果与经验值之间的相关系数均大于0.98,取得了较好的拟合效果。结果表明,一维威布尔分布能够较好地描述砾石填料的参数特征,并能预测出在一定保证率条件下的参数估计值,可以用于碾压之后的坝

料干密度预测,为大坝填筑中质量控制提供参考与借鉴。

(3)推导了三维威布尔分布函数表达式,建立了能够利用颗粒砾石含量、最大粒径及曲率系数 $C_c$ 间的相关关系反映砂砾石填料区干密度的三维威布尔分布模型,以及利用颗粒砾石含量、曲率系数 $C_c$ 、含泥量(小于0.075 mm)间的相关关系反映过渡料填料区干密度的三维威布尔分布模型,该模型能够同时考虑三个参数对干密度的影响,使干密度的表征方法更具综合性,可用于砂砾填料的质量评估和预测。

在后续的研究中,本文将利用上述整理得到坝料级配的多维威布尔分布模型作为先验分布,结合拟分析的某单元工程检测样本,推求该单元工程中随机位置的坝料级配后验分布,然后通过同一母体中的多维威布尔分布先验与后验分析,得到某一单元工程中的任意部位在一定分位数条件下服从多维概率分布的随机数,通过相关研究得到的该点的工程力学参数,进而实现真正的大坝拟真实性态的应力变形分析。

参考文献:

[1] 杨玉生, 赵剑明, 王 龙, 等. 级配特征对筑坝砂砾料填筑标准的影响[J]. 水利学报, 2019, 50(11): 1374 - 1383. (YANG Yu-sheng, ZHAO Jian-ming, WANG Long, et al. Influence of gradation characteristics on filling standard of sand gravel material for dam construction[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2019, 50(11): 1374 - 1383. (in Chinese))

[2] 谢定松, 蔡 红, 魏迎奇, 等. 覆盖层不良级配砂砾石料渗透稳定特性及影响因素探讨[J]. 水利学报, 2014, 45(增刊 2): 77 - 82. (XIE Ding-song, CAI Hong, WEI Ying-qi, et al. Discussion of seepage stability characteristic of bad graded sand and gravel overlay[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(S2): 77 - 82. (in Chinese))

[3] 李炎隆, 唐 旺, 温立峰, 等. 沥青混凝土心墙堆石坝地震变形评价方法及其可靠度分析[J]. 水利学报, 2020, 51(5): 580 - 588. (LI Yan-long, TANG Wang, WEN Li-feng, et al. Dam seismic deformation evaluation method of asphalt concrete core rockfill dam and its reliability analysis[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2020, 51(5): 580 - 588. (in Chinese))

[4] 褚福永, 朱俊高. 砂卵砾石料强度及变形大型三轴试验研究[J]. 水力发电学报, 2014, 33(6): 209 - 214. (CHU Fu-yong, ZHU Jun-gao. Large-scale triaxial test study of strength and deformation behaviors of sand-grained materials[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014,



- 33(6): 209 - 214. (in Chinese))
- [5] 任秋兵, 李明超, 杜胜利, 等. 筑坝堆石料抗剪强度间接测定模型与实用计算公式研究[J]. 水利学报, 2019, 50(10): 1200 - 1213. (REN Qiu-bing, LI Ming-chao, DU Sheng-li, et al. Mathematical model and practical formula for indirect determination of shear strength of dam rockfill materials[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2019, 50(10): 1200 - 1213. (in Chinese))
- [6] 张 昭, 程靖轩, 刘奉银, 等. 基于颗粒级配参数描述砂土持水及非饱和强度特性的土壤转换函数[J]. 水利学报, 2020, 51(4): 479 - 491. (ZHANG Zhao, CHENG Jing-xuan, LIU Feng-yin, et al. Pedotransfer functions to describe water retention and unsaturated strength behaviors of sandy soils based on particle size parameters[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2020, 51(4): 479 - 491. (in Chinese))
- [7] 李 罡, 刘映晶, 尹振宇, 等. 粒状材料临界状态的颗粒级配效应[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(3): 452 - 457. (LI Gang, LIU Ying-jing, YIN Zhen-yu, et al. Grading effect on critical state behavior of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(3): 452 - 457. (in Chinese))
- [8] 蒋明镜, 郑 敏, 王 闯, 等. 不同颗粒级配的某火山灰的力学性质试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(增刊 2): 64 - 66. (JIANG Ming-jing, ZHENG Min, WANG Chuang, et al. Experimental investigation on mechanical properties of a volcanic ash with different grain size gradations[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(S2): 64 - 66. (in Chinese))
- [9] 朱 晟, 钟春欣, 郑希镭, 等. 堆石体的填筑标准与级配优化研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(1): 108 - 115. (ZHU Sheng, ZHONG Chun-xin, ZHENG Xi-lei, et al. Filling standards and gradation optimization of rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(1): 108 - 115. (in Chinese))
- [10] 朱 晟, 邓石德, 宁志远, 等. 基于分形理论的堆石料级配设计方法[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(6): 1151 - 1155. (ZHU Sheng, DENG Shi-de, NING Zhi-yuan, et al. Gradation design method for rockfill materials based on fractal theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(6): 1151 - 1155. (in Chinese))
- [11] 朱俊高, 郭万里, 王元龙, 等. 连续级配土的级配方程及其适用性研究[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(10): 1931 - 1936. (ZHU Jun-gao, GUO Wan-li, WANG Yuan-long, et al. Equation for soil gradation curve and its applicability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(10): 1931 - 1936. (in Chinese))
- [12] 黄 达, 曾 彬, 王庆乐. 粗粒土孔隙比及级配参数与渗透系数概率的相关性研究[J]. 水利学报, 2015, 46(8): 900 - 907. (HUANG Da, ZENG Bin, WANG Qing-le. Study on probabilistic relation between permeability coefficient and void ratio and grain composition of coarse grained soils using Copula theory[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 46(8): 900 - 907. (in Chinese))
- [13] 宫凤强, 李夕兵, 邓 建. 小样本岩土参数概率分布的正态信息扩散法推断[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(12): 2559 - 2564. (GONG Feng-qiang, LI Xi-bing, DENG Jian. Probability distribution of small samples of geotechnical parameters using normal information spread method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(12): 2559 - 2564. (in Chinese))
- [14] 雷 刚. Weibull 分布寿命数据的参数估计[D]. 武汉: 华中科技大学, 2006. (LEI Gang. Parameter Estimation of Lifetime Data in Weibull Distribution[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2006. (in Chinese))
- [15] WEIBULL W. A statistical distribution function of wide applicability[J]. Journal of Applied Mechanics, 1951, 18(3): 293 - 297.
- [16] KIRCHNER H P, GRUVER R M, SOTTER W A. Fracture stress-mirror size relations for polycrystalline ceramics[J]. Philosophical Magazine, 1976, 33(5): 775 - 780.
- [17] TALREJA R. Estimation of weibull parameters for composite material strength and fatigue life data[J]. ASTM STP, 1981: 291 - 311.
- [18] 蒋仁言. 威布尔模型族: 特性、参数估计和应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999. (JIANG Ren-yan. Characteristics, Parameter Estimation and Application of Weibull Model Family[M]. Beijing: Science Press, 1999. (in Chinese))
- [19] 罗 哉, 王 艳, 王岚晶, 等. 基于三参数威布尔分布的自动调整臂服役可靠性研究[J]. 计算机测量与控制, 2017, 25(3): 234 - 236, 247. (LUO Zai, WANG Yan, WANG Lan-jing, et al. Service reliability research of automatic brake adjuster based on weibull distribution of three parameters[J]. Computer Measurement & Control, 2017, 25(3): 234 - 236, 247. (in Chinese))
- [20] 金 星, 陈景鹏, 文 明, 等. 威布尔分布产品参数估计极大似然优化方法[J]. 装备指挥技术学院学报, 2003, 14(5): 46 - 48. (JIN Xing, CHEN Jing-peng, WEN Ming, et al. Optimized maximum likelihood estimation method of parameters estimation for weibull distributed item[J]. Journal

- of Institute of Command and Technology, 2003, **14**(5): 46 - 48. (in Chinese))
- [21] BANARD A, BOSI-LEVENBACH E C. "Het uitzetten van waarnemingen op waarsechijnlijkheids-papier" (The Plotting of observations on probability paper)[J]. *Statistica Neerlandica*, 1953(7): 163 - 173.
- [22] 刘 哲, 李 琦, 任鲁川, 等. 基于三参量威布尔分布的潜在震源区强震危险性估计[J]. *震灾防御技术*, 2017, **12**(2): 346 - 353. (LIU Zhe, LI Qi, REN Lu-chuan, et al. Estimation of the strong earthquake risk in potential seismic source based on 3-parameter weibull distribution[J]. *Technology for Earthquake Disaster Prevention*, 2017, **12**(2): 346 - 353. (in Chinese))
- [23] 刘子娟, 郑学斌, 郭小军. 应用 MS Excel 求解三参数威布尔分布函数的参数估计[J]. *机械工程师*, 2020(2): 117 - 119, 124. (LIU Zi-juan, ZHENG Xue-bin, GUO Xiao-jun. Parameter estimation of three-parameter weibull distribution function using MS excel[J]. *Mechanical Engineer*, 2020(2): 117 - 119, 124. (in Chinese))
- [24] 朱 晟, 宁志远, 钟春欣, 等. 考虑级配效应的堆石料颗粒破碎与变形特性研究[J]. *水利学报*, 2018, **49**(7): 849 - 857. (ZHU Sheng, NING Zhi-yuan, ZHONG Chun-xin, et al. Study on particle crush and deformation characteristics considering rockfill gradation effect[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2018, **49**(7): 849 - 857. (in Chinese))
- [25] 刘德辅, 谢波涛, 伍远康, 等. 台风诱发暴雨降水量的概率预测[J]. *中国海洋大学学报(自然科学版)*, 2007, **37**(6): 1027 - 1033. (LIU De-fu, XIE Bo-tao, WU Yuan-kang, et al. Probability prediction of typhoon-induced rainfall[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2007, **37**(6): 1027 - 1033. (in Chinese))
- [26] 刘德辅, 姜 昊. 台风诱发暴雨极端潮位的预测方法[J]. *中国海洋大学学报(自然科学版)*, 2009, **39**(3): 516 - 520. (LIU De-fu, JIANG Hao. Prediction method of extreme sea level induced by typhoon[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2009, **39**(3): 516 - 520. (in Chinese))
- [27] 刘德辅, 韩凤亭, 庞 亮, 等. 台风作用下核电站海岸防护标准的概率分析[J]. *中国海洋大学学报(自然科学版)*, 2010, **40**(6): 140 - 146. (LIU De-fu, HAN Feng-ting, PANG Liang, et al. Probabilistic approach of coastal defense against typhoon attacks for nuclear power plant[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2010, **40**(6): 140 - 146. (in Chinese))
- [28] 刘德辅, 王莉萍, 庞 亮. 多维复合极值分布理论在极端海况概率预测中的应用[J]. *科学通报*, 2006(9): 1112 - 1116. (LIU De-fu, WANG Li-ping, PANG Liang. Application of multidimensional composite extreme value distribution theory in probability prediction of extreme Sea state[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2006(9): 1112 - 1116. (in Chinese))
- [29] LIU D F, WANG L P, PANG L Theory of multivariate compound extreme value distribution and its application to extreme sea state prediction[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2006, **51**(23): 2926 - 2930.
- [30] LIU D F, PANG L, XIE B T. Typhoon disaster in China: prediction, prevention and mitigation[J]. *Natural Hazards*, 2009, **49**(3): 421 - 436.
- [31] LIU D F, PANG L, XIE B T, et al. Typhoon disaster zoning and prevention criteria—A double layer nested multi-objective probability model and its application[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2008, **51**(7): 1038 - 1048.
- [32] 史道济, 孙炳堃. 嵌套 Logistic 模型的矩估计[J]. *系统工程理论与实践*, 2001, **21**(1): 53 - 60. (SHI Dao-ji, SUN Bing-kun. Moment estimation in a nested logistic model[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2001, **21**(1): 53 - 60. (in Chinese))
- [33] JUSTEL A, PEÑA D, ZAMAR R. A multivariate Kolmogorov-Smirnov test of goodness of fit[J]. *Statistics & Probability Letters*, 1997, **35**(3): 251 - 259.
- [34] 李 申, 赵润东, 宋岳庭, 等. 相关性分析、聚类分析、因子分析的可靠性对比: 以嘎拉勒和躬琼左波两条剖面为例[J]. *地质与勘探*, 2018, **54**(3): 574 - 583. (LI Shen, ZHAO Run-dong, SONG Yue-ting, et al. Reliability comparison of correlation, clustering and factor analyses for lithogeochemistry: examples of two profiles in Galale and Gongqiongzuo, Tibet[J]. *Geology and Exploration*, 2018, **54**(3): 574 - 583. (in Chinese))