

非饱和砂土渗透系数的理论公式及其在路面排水基层性能分析中的应用

张 昭¹, 祝良玉¹, 张 钊¹, 张同令¹, 韩华强², 刘奉银¹, 齐吉琳³

(1. 西安理工大学 岩土工程研究所, 陕西 西安 710048; 2. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210024; 3. 北京建筑大学 土木与交通工程学院, 北京 100044)

摘 要: 为准确分析路面排水基层中的水分运动规律, 需要合理描述构成基层的非饱和土渗透系数。为此, 以砂土为研究对象, 先基于 Hagen-Poiseuille 方程和 Darcy 定律, 依据毛细管原理, 并结合土孔径分布与持水曲线之间的相似关系, 推得其非饱和渗透系数的积分型公式; 其次, 依据非饱和土水力特性数据库 (UNSODA) 中 6 种砂土的持水及饱和-非饱和渗透试验结果验证了理论公式在低于 1000 kPa 基质吸力范围内预测减湿过程相对渗透系数的合理性; 最后, 将提出的理论公式用于计算典型路面排水基层的排水时间, 以评价其在排水基层性能分析中的应用效果。研究结果可为路面内部排水系统设计提供理论依据。

关键词: 砂土; 非饱和渗透系数; 孔径分布; 持水曲线; 路面排水基层

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)10-1807-09

作者简介: 张 昭(1983-), 男, 陕西西安人, 博士(后)、教授, 主要从事非饱和土水力特性的研究工作。E-mail: zhangzhao_1983@126.com。

Theoretical equation to predict permeability coefficient for unsaturated sandy soils and its application in the quality analysis of pavement drainage base layer

ZHANG Zhao¹, ZHU Liang-yu¹, ZHANG Zhao¹, ZHANG Tong-ling¹, HAN Hua-qiang², LIU Feng-yin¹, QI Ji-lin³

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 3. College of Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China)

Abstract: A better understanding of the moisture flow in the pavement drainage base layer can be achieved by the permeability coefficient for unsaturated soils, which form this kind of layer. In response, an equation to predict unsaturated permeability coefficient was proposed based on the Hagen-Poiseuille equation and Darcy law for sandy soils. The similarity relation between pore size distribution and soil water retention curve was used to derive an integration equation based on the capillary theory. The proposed equation was then validated against both water retention and saturated-unsaturated permeability data for six sandy soils from the hydraulic property database (UNSODA), illustrating that the proposed equation is superior to other published equations for predicting the relative permeability coefficients during drying in the matric suction range lower than 1000 kPa. Finally, the application of the proposed equation was presented based on the evaluation of the time-to-drain on the quality analysis of the pavement drainage base layer. The research results can provide theoretical support for the design of pavement subsurface drainage system.

Key words: sandy soils; permeability coefficient for unsaturated; pore size distribution; water retention curve; pavement drainage base layer

0 引 言

路面常年遭受自然界的风化作用, 导致水进入路面系统, 削弱路面内部排水基层材料的结构强度, 加之交通荷载的影响, 致使路面的长期服役性能劣化, 可能诱发路面塌陷及其它路面损伤等早期破坏问题。

为控制水对路面的不利影响, 有必要在其内部设置排

基金项目: 国家自然科学基金项目 (41877278), 国家留学基金资助 (201908610043), 陕西省教育厅重点实验室科研计划项目 (18JS071), 陕西省科技创新团队 (2022TD-01)

收稿日期: 2022 - -

水层,以保证路面结构在运营期保持相对干燥的状态。排水基层设计方法一般以饱和土的渗流原理为基础^[1],而路面系统仅在极少环境和时段内处于饱和状态,而在大多数时段内处于非饱和状态^[2];对降雨引起的路面内部水分分布变化可采用表征土饱和-非饱和流动特征的偏微分方程——Richards 方程模拟。该方程完全封闭的解析解虽很难求得^[3],但可采用诸如 SEEP/W 软件的有限元方法或有限差分方法求得近似数值解。在求解该方程的过程中,如何确定非饱和渗透系数 k_w 关于基质吸力 ψ 的函数关系至关重要。值得注意:持水曲线与非饱和土渗透系数关于基质吸力的函数密切相关。因此,采用统计方法对非饱和土渗透系数进行间接预测,理论基础较为严谨,预测结果相对可靠,能够满足工程实际需求^[4-6]。统计方法认为土孔隙随机分布且相互连通,水分在土孔隙内的流动特征可用 Hagen-Poiseuille 方程描述,从而对持水曲线方程进行积分算得非饱和土渗透系数。

Burdine^[7]、Mualem^[8]基于多孔介质概念模型提出了相对渗透系数 k_r (即非饱和渗透系数 k_w 与饱和渗透系数 k_s 之比)关于体积含水率 θ 的预测公式:

$$k_r(\theta) = \Theta^\eta \left\{ \int_0^\Theta [1/\psi^\varepsilon(\theta)] d\theta / \int_0^1 [1/\psi^\varepsilon(\theta)] d\theta \right\}^\zeta \quad (1)$$

式中: Θ 为归一化体积含水率, $\Theta = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$, 其中 θ_s 和 θ_r 分别为饱和、残余体积含水率; 参数 η 可描述孔隙的迂曲度, ζ 和 ε 为幂指数参数。当参数 η 、 ζ 和 ε 分别取 2、1 和 2 时, 式 (1) 为 Burdine 公式^[7]; 当参数 η 、 ζ 和 ε 分别取 1/2、2 和 1 时, 式 (1) 为 Mualem 公式^[8]。

至于 k_r 关于 ψ 的预测公式, Fredlund 等^[9]将 Childs 等^[10]提出的累加和型公式改为如下的积分型公式:

$$k_r(\psi) = \frac{\int_{\psi}^{10^6} y^{-2} [\theta(y) - \theta(\psi)] \theta'(y) dy}{\int_{\psi_{\text{aev}}}^{10^6} y^{-2} [\theta(y) - \theta_s] \theta'(y) dy} \quad (2)$$

式中: $\theta(\psi)$ 为持水曲线方程; y 为积分变量; $\theta(y)$ 和 $\theta'(y)$ 分别为积分变量 y 表示的持水曲线方程及其导数; ψ_{aev} 为进气值, 第 2 节将详述该参数的确定方法。

采用式 (1) ~ (2) 所示公式预测非饱和渗透系数函数时, 需对持水曲线方程进行积分。van Genuchten^[11]和 Fredlund 等^[12]先后提出了用归一化体积含水率 Θ 表示的持水曲线方程, 并得到广泛应用:

$$\Theta(\psi) = [1 + (\alpha_v \psi)^{n_v}]^{(1/n_v - 1)} \quad (3)$$

$$\Theta(\psi) = \left[1 - \frac{\ln(1 + \psi / C_r)}{\ln(1 + 10^6 / C_r)} \right] \left\{ \ln \left[e + (\psi / a_f)^{n_f} \right] \right\}^{-m_f} \quad (4)$$

式中: α_v 表示与 ψ_{aev} 成反比的拟合参数 (kPa^{-1}); a_f 表示由于与 ψ_{aev} 有关的拟合参数 (kPa); n_v 和 n_f 均表示

与持水曲线拐点处斜率 (或称减湿率) 有关的拟合参数; m_f 表示与残余体积含水率 θ_r 有关的拟合参数; C_r 表示与残余基质吸力 ψ_r 有关的拟合参数 (kPa)。

综上所述, 式 (1) ~ (2) 描述了土孔隙沿水流方向的相互影响, 并认为土的孔径分布可以用持水曲线等同表达^[6], 进而依据毛细管原理将基质吸力换算为孔径。然而, 持水曲线是通过试验测得的, 而孔隙的随机性是孔径分布的内在特征, 因此持水曲线并非完全等同于孔径分布, 而是存在相似关系。这与蔡国庆等^[13]、Della Vecchia 等^[14]、陶高梁等^[15]和李华等^[16]依据孔径分布分析初始孔隙比或干密度) 对持水曲线和非饱和土渗透系数函数影响时所得结论一致。

本文以砂土为研究对象, 先采用持水曲线与孔径分布的相似关系, 推导基于持水曲线预测非饱和渗透系数关于基质吸力函数的理论公式。其次, 利用非饱和土水力特性数据库 UNSODA^[17] 中 6 种砂土的持水曲线与非饱和渗透试验结果, 并结合 Burdine 公式^[7]、Mualem 公式^[8]、Fredlund 公式^[9]的预测结果, 对比验证提出的理论公式在表征非饱和渗透系数与基质吸力关系的合理性。最后, 在 SEEP/W 软件中利用本文理论公式计算典型路面排水基层的排水时间, 旨在评价其在路面排水基层排水性能分析中的应用效果。

1 非饱和渗透系数的理论公式推导

本节基于多孔介质内水分的流动原理, 结合 Hagen-Poiseuille 方程和 Darcy 定律, 通过考虑每种尺寸毛细孔隙的非饱和渗透系数分布 (即从理论上将非饱和渗透系数与孔径分布建立关系), 从而建立非饱和渗透系数与基质吸力的关系。这里在推导非饱和渗透系数公式时采用以下 3 个基本假定: ① 非饱和土内的水分运动服从 Darcy 定律, 并可用 Hagen-Poiseuille 方程描述其运动特征; ② 对砂土而言, 可认为其残余体积含水率近似取零; ③ 土孔隙的迂曲度对砂土的影响及其体积随基质吸力的变化均可忽略。以下将详述理论公式的数学推导过程。

由文献^[18]可知, Hagen 和 Poiseuille 求得表征圆柱形毛细管内水流服从层流规律的 Navier-Stokes 方程解析解, 从而将该解答在柱坐标系内进一步整理为

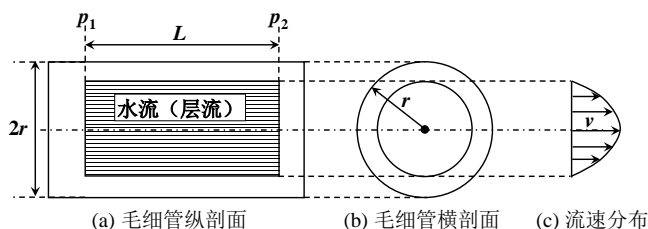


图 1 单个圆柱形毛细管内水流的层流示意

Fig. 1 Water laminar flow in a single cylindrical capillary tube

Hagen-Poiseuille 方程 (图 1):

$$\Delta p / L = 8\mu_w v / r^2 = 8\mu_w q / (r^2 A) \quad (5)$$

式中: $\Delta p = p_1 - p_2$ 为沿毛细管 (长度为 L 、半径 r 、截面积为 A) 的压力差, μ_w 为水动力粘度 ($\text{Pa} \cdot \text{s}$), γ_w 为水的容重 (N/m^3), v 为水的流速, ΔH 为水头损失。进而将 $\Delta p = \gamma_w \Delta H$ 、 $i = \Delta H / L$ 和 $A_n = \pi r_n^2$ 代入式 (5) 并进一步整理得

$$q_n = \pi \gamma_w r_n^4 i / (8\mu_w) \quad (6)$$

式中: q_n 为不可压缩牛顿流体 (如水流) 通过半径为 r_n 且水力坡降为 i 的单个孔隙流量。多孔介质内与水流方向垂直的截面由一簇孔隙组成。式 (6) 中的下标 n 表示孔隙计数。因此, 当水分通过所有孔隙的水力坡降为 i 时, 则通过 N 个孔隙所组成的横截面总流量 q_t 为

$$q_t = [\pi \gamma_w i / (8\mu_w)] \sum_{n=1}^N r_n^4 \quad (7)$$

联立式 (7) 和 Darcy 定律公式 ($q_t = k_s A_t i$), 则可得饱和渗透系数公式为

$$k_s = [\pi \gamma_w / (8 A_t \mu_w)] \sum_{n=1}^N r_n^4 \quad (8)$$

式中: 横截面的总面积 A_t 等于孔隙总面积与孔隙率 ϕ 之比:

$$A_t = (\pi / \phi) \sum_{n=1}^N r_n^2 \quad (9)$$

将式 (9) 代入式 (8) 可得

$$k_s = [\phi \gamma_w / (8\mu_w)] (\sum_{n=1}^N r_n^4) / (\sum_{n=1}^N r_n^2) \quad (10)$$

已知孔径分布, 即一组孔隙半径 (r_j) 的概率 ($P(r_j)$), 则可将式 (10) 进一步整理为

$$k_s = [C_s \phi \gamma_w / (8\mu_w)] [\sum_{j=1}^J P(r_j) r_j^4 / \sum_{j=1}^J P(r_j) r_j^2] \quad (11)$$

式中: J 为孔隙半径的组数; C_s 为描述孔隙截面不规则形状和几何特征的常数。对式 (11) 进一步积分可得

$$k_s = [C_s \phi \gamma_w / (8\mu_w)] [\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} g(r) r^4 dr / \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} g(r) r^2 dr] \quad (12)$$

式中: $g(r)$ 为孔径分布密度函数; r_{\max} 和 r_{\min} 分别为孔隙的最大、最小半径。

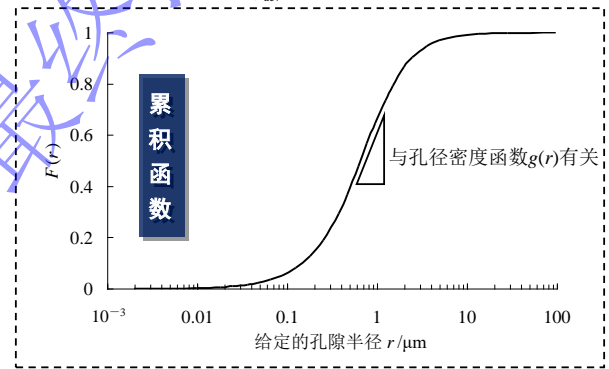
依据毛细管原理, 即可用式 (12) 计算通过非饱和和土内部的水分流量。所谓毛细管原理, 是指在一束孔隙通道中, 减湿排水过程取决于孔隙半径, 即当 $r_{j+1} > r_j$ 时, 半径为 r_{j+1} 的孔隙先于半径为 r_j 的孔隙排水; 反之, 在增湿过程中, 当 $r_{n+1} > r_n$ 时, 半径为 r_n 的孔隙先于半径为 r_{n+1} 的孔隙被水充满。被水充满的孔隙为水分传导孔隙, 而仍空余的孔隙被累加和 (或积分上下限) 排除在外。式 (12) 中的 ϕ 可替换为饱和体积

含水率 θ_s 。当施加的基质吸力为 ψ 时, 仍处于饱和状态的最大孔隙半径为

$$r_\psi = 2\sigma_w / (\psi \gamma_w) \quad (13)$$

此外, 由文献[14]可知, 依据毛细管原理, 可假定用归一化体积含水率 Θ 表示的持水曲线与孔径分布的累积函数相似, 如图 2 所示, 累积函数可通过孔径密度分布与持水曲线的斜率建立相似关系, 故可用持水曲线方程的导数 $\Theta'(\psi)$ 来描述孔径密度函数 $g(r)$, 即令 $g(r) = \Theta'(\psi)$ 。因此, 将式 (13) 转换为表示 ψ 的公式。饱和渗透系数可通过在完整基质吸力范围内积分求得。式 (12) 中积分的上下限亦可采用 ψ 进行变量代换, r_{\min} 可用 ψ_r 代换, r_{\max} 可用 ψ_{aev} 代换, 其中 ψ_{aev} 为进气值 (即空气进入最大孔隙时的基质吸力), ψ_r 为残余基质吸力 (即空气进入最小孔隙时的基质吸力)。由此可将式 (12) 写为

$$k_s = \frac{\theta_s C_s \sigma_w^2}{2\gamma_w \mu_w} \frac{\int_{\psi_r}^{\psi_{\text{aev}}} [\Theta'(\psi) / \psi^6] d\psi}{\int_{\psi_r}^{\psi_{\text{aev}}} [\Theta'(\psi) / \psi^4] d\psi} \quad (14)$$



孔径密度分布 \longleftrightarrow 相似关系 \longleftrightarrow 持水曲线斜率

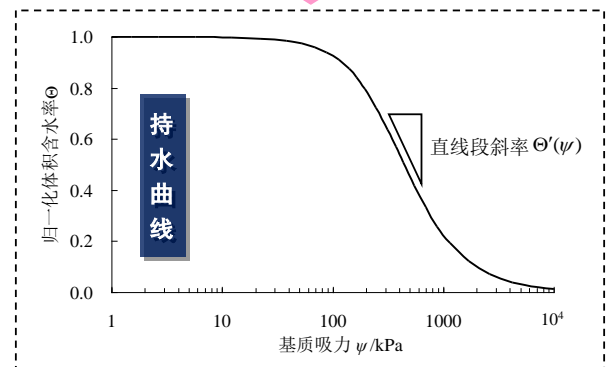


图 2 土孔径分布的累积函数与持水曲线的关系 (引自文献[14])
Fig. 2 Conceptual link between pore size cumulative function and soil water retention curve (data from literature[14])

非饱和渗透系数 k_w 可表示为基质吸力 ψ 的函数, 并可通过改变式 (14) 中的积分上限算得

$$k_w(\psi_m) = \theta(\psi_m) \frac{C_s \sigma_w^2}{2\gamma_w \mu_w} \frac{\int_{\psi_{\text{aev}}}^{\psi_m} [\Theta'(\psi) / \psi^6] d\psi}{\int_{\psi_{\text{aev}}}^{\psi_m} [\Theta'(\psi) / \psi^4] d\psi} \quad (15)$$

式中： $\theta(\psi_m)$ 为第 m 个基质吸力增量 ψ_m 对应的体积含水率。在式 (15) 中如何通过试验确定常数 C_s 仍有待进一步研究。因此，这里采用一种实用方法计算相对渗透系数，即将非饱和渗透系数函数（式 (15)）与饱和渗透系数（式 (14)）做比值，原因在于饱和渗透系数的试验测定方法较为成熟。由此可将相对渗透系数函数可表示为

$$k_r(\psi_m) = k_w(\psi_m) / k_s =$$
$$S_r(\psi_m) \frac{\int_{\psi_{acv}}^{\psi_m} [\Theta'(\psi) / \psi^6] d\psi / \int_{\psi_{acv}}^{\psi_m} [\Theta'(\psi) / \psi^4] d\psi}{\int_{\psi_{acv}}^{\psi_r} [\Theta'(\psi) / \psi^6] d\psi / \int_{\psi_{acv}}^{\psi_r} [\Theta'(\psi) / \psi^4] d\psi} \quad (16)$$

式中： $\Theta(\psi_m) = \theta(\psi_m) / \theta_s$ 。需注意：若砂土的体积变形可不考虑^[9]，故可认为归一化体积含水率 Θ 等同于饱和度 S_r 。可见，式 (16) 对砂土用体积含水率、饱和度表示的持水曲线均适用。

2 理论公式的验证与讨论

采用 UNSODA 数据库^[17]中不同种砂土（表 1）的持水与非饱和渗透试验结果验证、评价第 1 节推导出的理论公式在预测相对渗透系数函数时的合理性和适用性，如表 1 所示，前 6 种砂土用于对比分析本文公式和已有公式对相对渗透系数函数的预测效果，标注▲的土类用于对干湿循环下相对渗透系数函数的预测效果分析，标注△的土类用于对相对渗透系数函数的预测误差分析。需注意：为在第 3 节进一步评价本文公式在路面排水基层性能分析中的应用效果，表 1 中前 6 种砂土根据其土类结构和颗粒组成均可作为排水基层材料^[17]。

表 1 UNSODA 数据库中所用土类及其基本物理性质参数

Table 1 Soil properties from UNSODA

土类编号	土名	θ_s	ρ_d (g/cm ³)	k_s (cm/d)
4000	Lille 砂	0.38	1.46	99.6
4142	Retie 砂	0.35	1.63	153.1
4132	Poppel 砂	0.33	1.71	79.8
4151	Postel 砂	0.36	1.62	143.7
4050	Beerse 灰壤质砂	0.44	1.27	97.7
4010	Booischoot 砂	0.43	1.44	50.9
4890▲	Del Monte 砂	0.29	1.72	37.9
2351△	Memleben 粉质壤土	0.48	1.39	13.1

2.1 理论公式的参数确定

采用式 (16) 所述理论公式对相对渗透系数进行预测的关键在于对持水曲线方程参数的确定、对式 (16) 中积分的计算。令 θ_r 为零，采用 van Genuchten 方程（式 (3)）和 Fredlund-Xing 方程（式 (4)）对 UNSODA 数据库^[17]中 6 种砂土持水实测数据进行非线性最小二乘拟合，即可确定这两种持水曲线方程的

拟合参数（van Genuchten 方程中的 α_v 和 n_v ，Fredlund-Xing 方程中的 a_f 、 n_f 、 m_f 和 C_r ），如表 2 所示。

表 2 6 种砂土的持水曲线方程基本参数

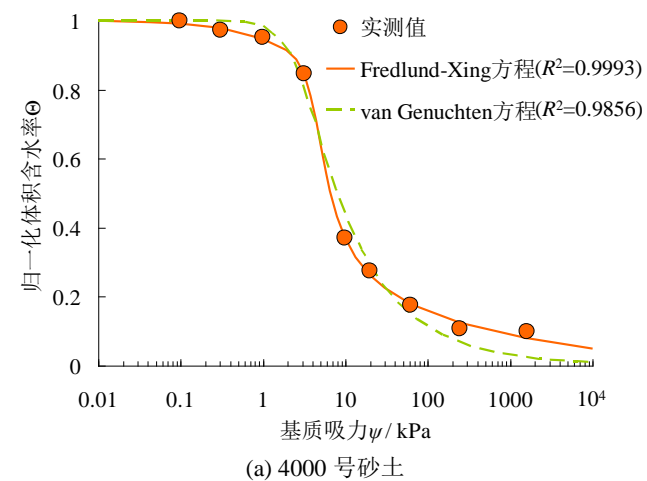
Table 2 Fitting parameters of soil water retention curve for six sandy soils

土类编号	a_f / kPa	n_f	m_f	C_r / kPa	α_v / kPa ⁻¹	n_v	ψ_{acv} / kPa	ψ_r / kPa
4000	3.94	5.17	0.51	0.91	0.26	1.74	3.13	10.19
4142	5.55	4.47	0.82	1.05	0.21	2.17	3.90	13.02
4132	8.92	9.80	0.59	1.96	0.10	2.67	7.48	15.72
4151	7.27	0.91	1.27	78.10	0.27	1.39	6.24	47.23
4050	5.08	4.89	0.41	3.53	1.24	1.26	4.59	15.43
4010	6.24	2.99	0.68	9942	0.23	1.43	5.22	18.53

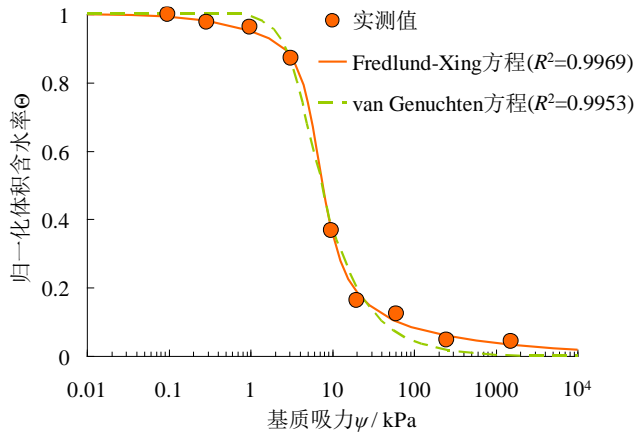
整理 6 种砂土的持水实测数据以及 van Genuchten 方程（式 (3)）和 Fredlund-Xing 方程（式 (4)）的拟合曲线，采用相关系数 R^2 定量评价这两种持水曲线方程的拟合效果，如图 3 所示，Fredlund-Xing 方程和 van Genuchten 方程的 R^2 分别在 0.9765~0.9993 和 0.9337~0.9953 范围内变化，表明 Fredlund-Xing 方程对这 6 种砂土持水实测数据的拟合效果优于 van Genuchten 方程。

在采用本文公式预测相对渗透系数时，除持水曲线方程的拟合参数外，还需确定两个关键的基质吸力值——进气值 ψ_{acv} 和残余基质吸力 ψ_r 。需注意：由文献^[19]可知，将式 (4) 所述 Fredlund-Xing 方程中的参数 C_r 定义为残余基质吸力是不准确的，应作为拟合参数更为恰当。这里采用文献^[19~20]所述基于持水曲线拐点的坐标（ ψ_{in} ， Θ_{in} ）及其过渡区切线斜率 $\lambda_{w\psi}$ 提出的几何计算方法，并结合 Fredlund-Xing 方程的拟合曲线来估算 ψ_{acv} 和 ψ_r ，如图 4 所示（以 4000 号砂土为例）。具体步骤如下：

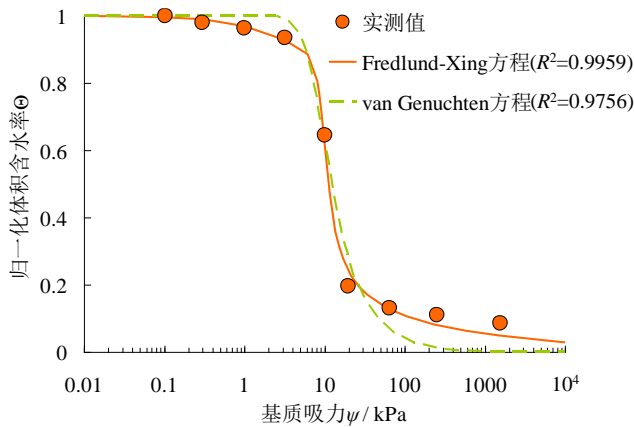
① 将式 (4) 所述 Fredlund-Xing 方程对 $\lg \psi$ 求导以求得任意基质吸力对应的斜率 $\lambda(\psi)$ ；



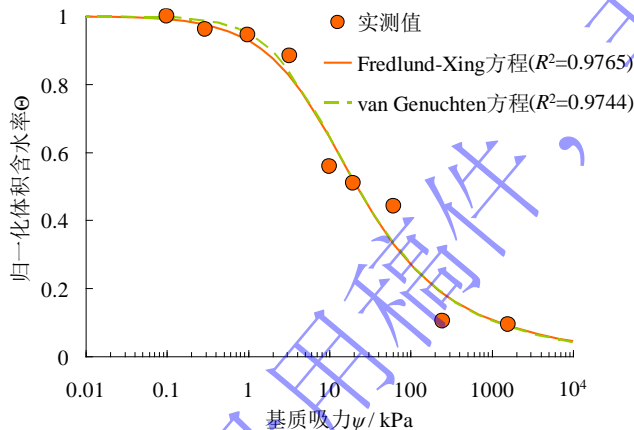
(a) 4000 号砂土



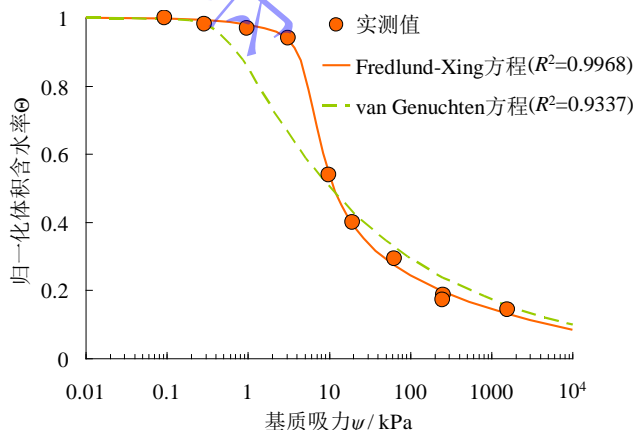
(b) 4142 号砂土



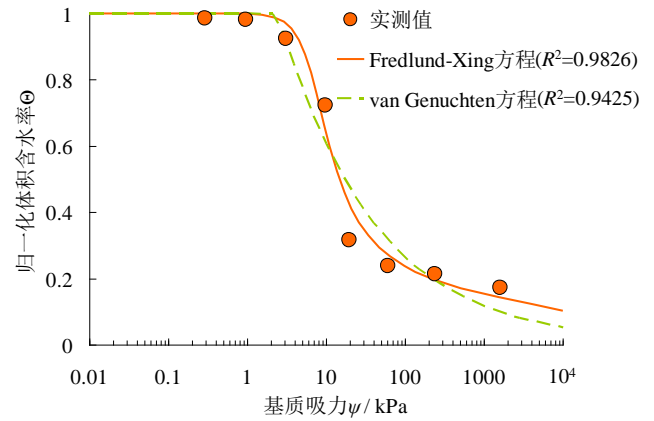
(c) 4132 号砂土



(d) 4151 号砂土



(e) 4050 号砂土



(f) 4010 号砂土

图 3 Fredlund-Xing 方程和 van Genuchten 方程对 6 种砂土持水曲线的预测结果 (实测值引自 UNSODA 数据库^[17])

Fig. 3 Prediction of Fredlund-Xing equation and van Genuchten equation to soil water retention curves for six sandy soils (test data from UNSODA database^[17])

② 采用文献[19~20]所述图解法, 将表 2 中的已知拟合参数代入 $\lambda(\psi)$, 并绘制出 $|\lambda(\psi)|$ 的曲线图, 找出其峰值点, 即为过渡区切线斜率点 (ψ_{in} , $\lambda_{w\psi}$), 进而将 ψ_{in} 值代入式 (4) 即可求得拐点坐标 (ψ_{in} , Θ_{in}), 则可由图 4 所示过渡区切线与边界效应区水平线的交点求得进气值 ψ_{aev} 为

$$\lg \psi_{aev} = (1 - \Theta_{in}) / \lambda_{w\psi} + \lg \psi_{in} \quad (17)$$

③ 取残余区直线段任意一点 (ψ_0 , Θ_0), 如图 4 所示, 进而可确定残余区切线斜率 $\kappa_{w\psi}$, 则可由过渡区切线与残余区切线的交点求得 ψ_r 为

$$\lg \psi_r = \frac{\Theta_0 - \Theta_{in} + \lambda_{w\psi} \lg(\psi_{in}) - \kappa_{w\psi} \lg(\psi_0)}{\lambda_{w\psi} - \kappa_{w\psi}} \quad (18)$$

采用该方法估算 UNSODA 数据库^[17]中 6 种砂土的 ψ_{aev} 和 ψ_r 亦如表 2 所示。

2.2 砂土相对渗透系数与基质吸力关系的验证

由 2.1 节可知, Fredlund-Xing 方程对本文所选 6 种砂土的持水实测数据拟合效果优于 van Genuchten 方程, 因此, 在确定这 6 种砂土的持水曲线方程基本参数后, 本节采用 Fredlund-Xing 持水曲线方程 (式 (4)) 与第 1 节推导出的理论公式 (式 (16)) 联立预测砂土的相对渗透系数与基质吸力关系, 在此过程中需采用 MATLAB 程序对式 (16) 进行数值积分。为对比分析预测效果, 依据文献[11], 对式 (1) 所示 Burdine 公式和 Mualem 公式, 联立式 (3) 所示 van Genuchten 持水曲线方程 (相应参数亦如表 2 所示) 以计算不同基质吸力对应的相对渗透系数 (下文简称 VG-Burdine 公式和 VG-Mualem 公式)。此外, 依据文献[9], 亦可对式 (2) 所示 Fredlund 公式, 联立式 (4) 所示 Fredlund-Xing 持水曲线方程, 亦可算得相应的相对渗透系数。需注意: 如文献[9]所述, 式 (4) 所示 Fredlund-Xing 持水曲线方程的反函数 $\psi(\theta)$ 显式公式

很难求得,因此该方程无法与式(1)所示 Burdine 公式和 Mualem 公式联立计算不同基质吸力对应的相对渗透系数。

整理 6 种砂土在不同基质吸力下的相对渗透系数实测值以及本文公式、Fredlund 公式、VG-Burdine 公式、VG-Mualem 公式的预测曲线如图 5 所示,本文公式对低于 1000 kPa 基质吸力范围内减湿过程的相对渗透系数与基质吸力关系预测效果优于其他公式。主要原因在于:式(1)~(2)所示 Burdine 公式、Mualem 公式和 Fredlund 公式认为土的孔径分布可用持水曲线等同表达,故在采用试验测得的持水曲线预测相对渗透系数时,会因未考虑土孔隙随机性的内在特征而产生误差。本文公式(式(16))通过孔径密度函数与持水曲线斜率建立了土孔径分布与持水曲线的相似关系,从而在预测过程中减小了这种误差。由图 5 亦可知,较高基质吸力范围内($\psi=100\sim1000$ kPa)的相对渗透系数变化规律取决于相对渗透系数关于基质吸力的函数曲线在对数坐标系内的斜率,本文公式较其他公式与相对渗透系数实测值的斜率在较高基质吸力范围($\psi=100\sim1000$ kPa)更为吻合。

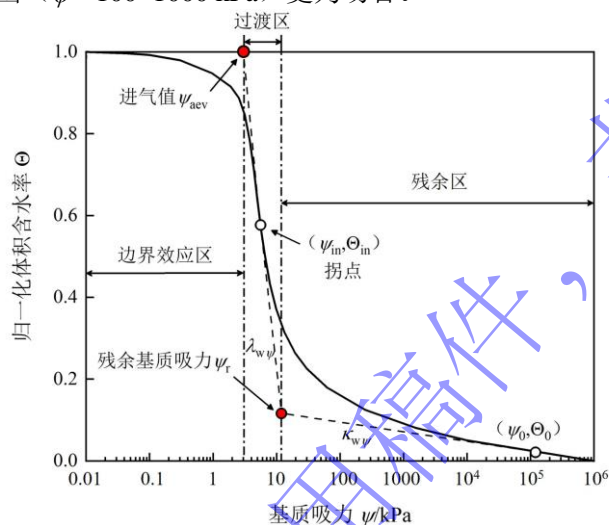


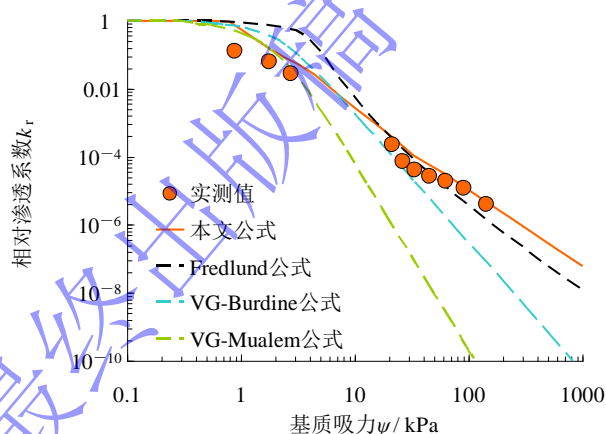
图 4 基于持水曲线的几何关系估算进气值和残余基质吸力 (以 4000 号砂土为例)

Fig. 4 Estimation of air entrance value and residual matric suction from geometrical relation of soil water retention curve (the sandy soil No. 4000 as an example)

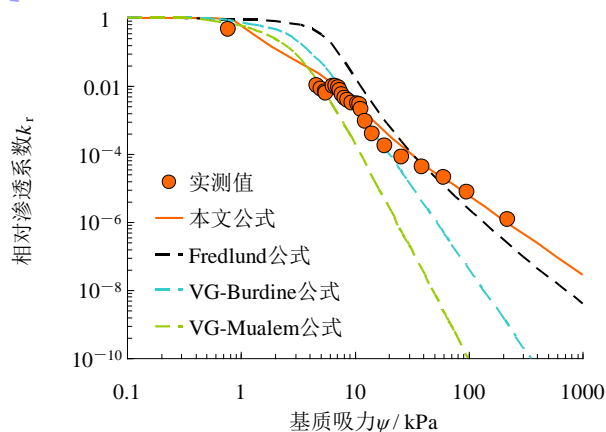
不仅如此,图 5 所示试验结果是在减湿条件下测定的,验证了本文公式在表征减湿过程中非饱和和渗透特性时较三种已有公式的优势。为进一步评价本文公式在表征干湿循环过程滞回非饱和和渗透特性时的适用性,这里采用 UNSODA 数据库中 Del Monte 砂土(4890 号)的滞回非饱和和渗透试验结果进行验证,如图 6 所示。由图 6(a)可知,采用 Fredlund-Xing 持水曲线方程(式(4))对 Del Monte 砂土的滞回持水实测数据拟合效果较好。由图 6(b)可知,采用本文公式对 Del Monte 砂土在干湿循环过程的相对渗透系数与基

质吸力关系的预测效果较好。

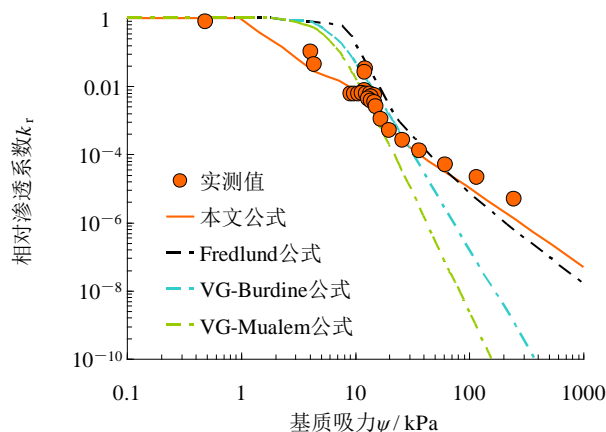
需注意:图 6 仅用于评价将本文公式从减湿条件推广至干湿循环的适用性,故未在该图中列出 3 种已有公式的预测曲线(预测效果均较本文公式误差更大)。此外,本节对第 1 节提出的非饱和渗透系数理论公式进行验证分析时以砂土为研究对象,故可直接用于第 3 节路面排水基层的性能分析。然而,对黏土而言,其孔隙的迂曲度会显著影响水分在黏土内的运动特征(本文公式未考虑)。在预测黏土的非饱和渗透系数变化规律时,要描述迂曲度的影响,虽可给本文公式(式(16))乘以文献[7,8]所述的修正系数 Θ^n ,但



(a) 4000 号砂土



(b) 4142 号砂土



(c) 4132 号砂土

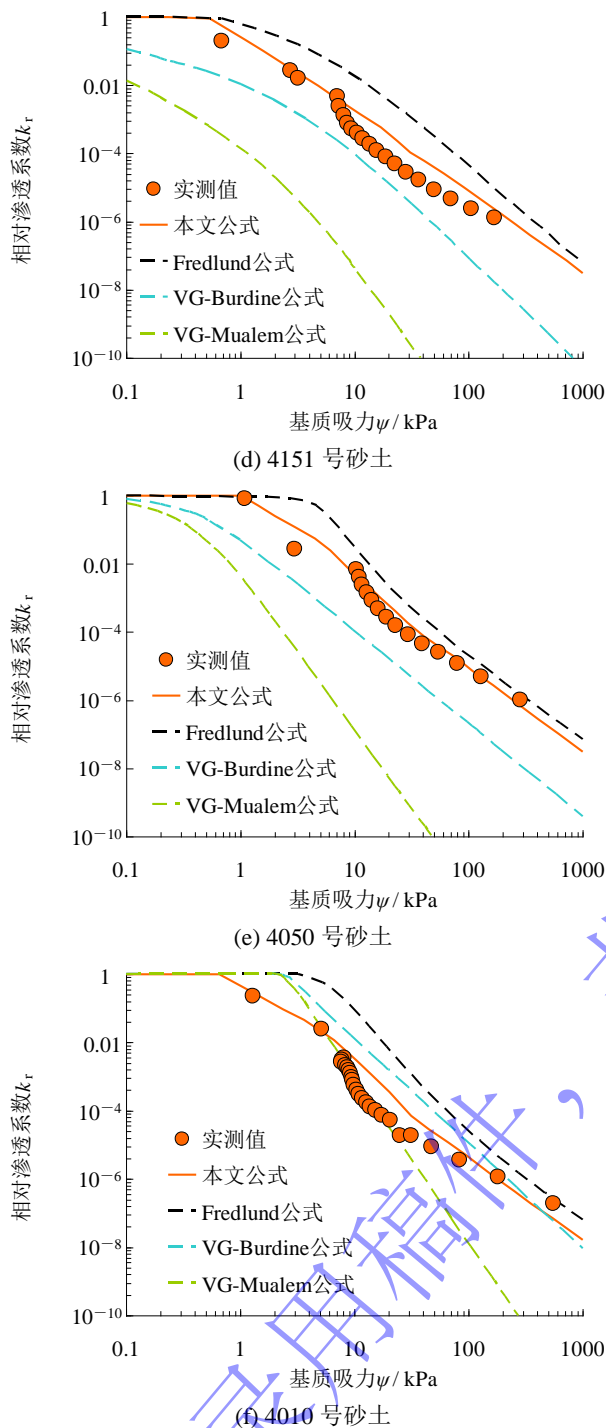


图 5 本文公式和已有公式对 6 种砂土相对渗透系数与基质吸力关系的预测结果 (实测值引自 UNSODA 数据库^[17])

Fig. 5 Prediction of the proposed equation and other published equations to relative permeability coefficient versus matric suction for six sandy soils (test data from UNSODA database^[17])

在对不同种黏土试验结果的验证分析中仍需对指数 η 的确定方法进一步论证。这是本文下一步的研究方向。

2.3 理论公式对相对渗透系数的预测误差讨论

采用本文公式对相对渗透系数的预测效果取决于持水曲线和所能获取的全部数据, 换言之, 采用部分持水实测数据时, 可能会使本文公式的预测效果不符合土料实际。例如, 对 UNSODA 数据库中 Memleben 粉质壤土 (2351 号) 的试验结果进行预测时, 采用式

(4) 所述 Fredlund-Xing 方程对 2351 号粉质壤土的持水实测数据拟合效果较好 (图 7 (a))。然而, 由图 7 (b) 可以看出, 本文公式在对实测数据点范围内的预测效果较好, 而在 $\psi = 75 \sim 100 \text{ kPa}$ 的基质吸力范围内, 由于没有持水实测数据, 致使持水曲线方程的拟合曲线存在明显的不确定性, 从而使该范围内预测的相对渗透系数随基质吸力的变化规律不符合实际。

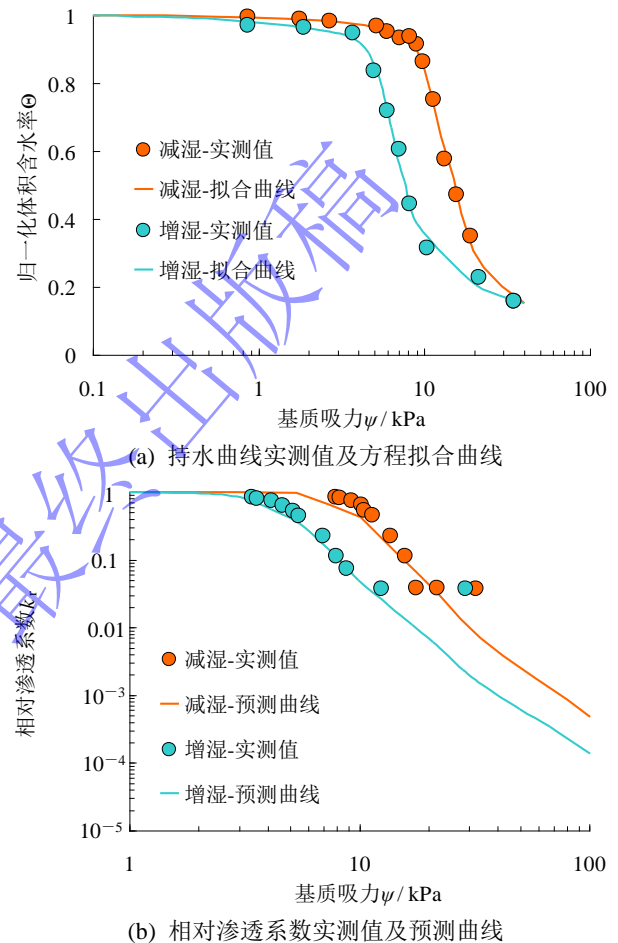


图 6 本文公式对 4890 号砂土在干湿循环过程中相对渗透系数与基质吸力关系的预测结果

Fig. 6 Prediction of the proposed equation to relative permeability coefficient versus matric suction during drying-wetting for sandy specimen No. 4890

不仅如此, 本文公式的适用性亦取决于持水曲线方程的连续性和光滑程度。在本文公式的预测过程中, 由于要对持水曲线方程进行求导, 因而持水曲线斜率的突变也可能使预测的相对渗透系数随基质吸力的变化规律不符合实际。为此, 可通过约束持水曲线方程的拟合参数来得到光滑的持水曲线。以采用式 (4) 对持水实测数据拟合确定的两条持水曲线为例, 即可说明约束拟合参数对持水曲线光滑程度的重要性, 如图 8 (a) 所示, 以拟合参数 n_f (与持水曲线拐点处斜率有关) 为例, 持水曲线 1 对 n_f 无约束, 而持水曲线 2 对 n_f 有约束, 可见持水曲线 2 较持水曲线 1 更为光滑。在本文公式中, 采用光滑持水曲线对相对渗透系

数预测效果的影响如图 8 (b) 所示, 持水曲线斜率的突变会使相对渗透系数关于基质吸力的预测曲线出现不合理的波动。由此可见, 对持水实测数据的光滑拟合在预测相对渗透系数时至关重要。

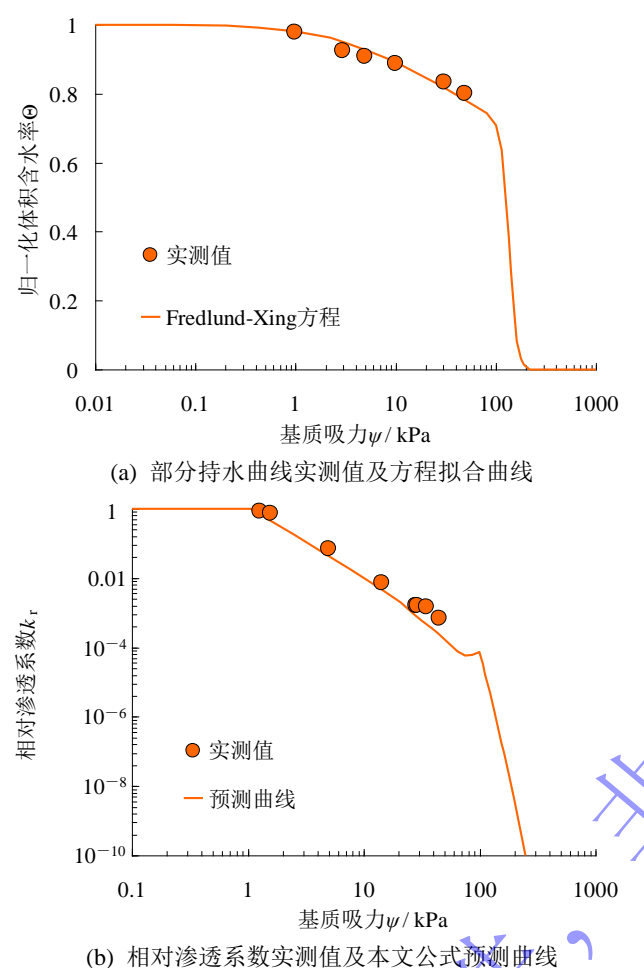


图 7 基于部分持水曲线实测数据对相对渗透系数预测的影响
Fig. 7 Illustration of partial soil water retention data on the prediction of relative permeability coefficient

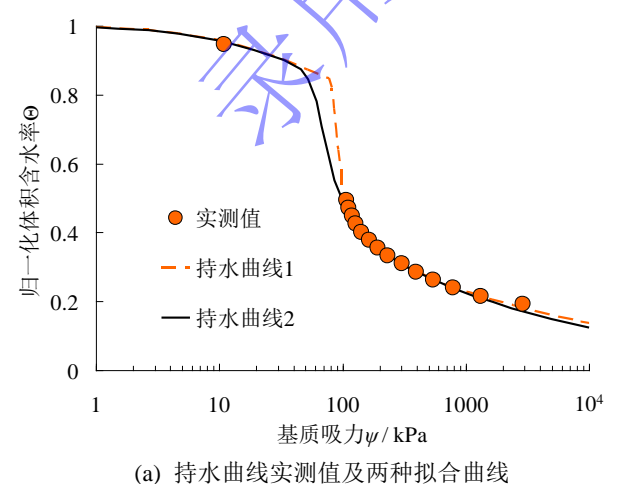


图 8 拟合参数无约束所得持水曲线对相对渗透系数预测的影响
Fig. 8 Illustration of ill-constrained soil water retention curve fit on the prediction of relative permeability coefficient

3 理论公式在路面排水基层性能分析中的应用

关于路面内部排水基层的性能分析, 美国联邦公路管理局 (FHWA) 于 1999 年颁布的路面内部排水设计指南^[21]推荐了 Barber 等^[22]和 Casagrande 等^[23]提出的排水时间法, 并在文献^[24]中论证了该方法在排水基层设计中的合理性, 可为我国的路面排水基层设计研究提供重要参考。在该方法中, 将原本处于饱和状态的排水基层排出 50% 水量 (即排水度 $U=50\%$) 所需时间 (下文简称为排水时间 ($U=50\%$)) 用于定量描述排水基层的排水性能, 并从 “很好” (排水时间低于 2 h) 至 “很差” (排水时间为 1 个月) 给排水基层排水性能划分等级, 如表 3 所示。不仅如此, FHWA 还研发了路面内部排水基层设计的 DRIP 2.0 软件^[25], 亦可用于计算排水时间。

表 3 依据排水时间 ($U=50\%$) 对排水基层性能的等级划分
Table 3 Drainage base layer quality rating based on time-to-drain ($U=50\%$)

排水性能	很好	良好	一般	差	很差
排水时间	<2 h	<1 天	<1 周	<1 月	无法排水

如引言所述, 对路面内部排水过程的模拟实质上是对土体饱和-非饱和和渗流边值问题的瞬态分析, 故可采用 SEEP/W 软件模拟, 这种模拟多孔介质渗流问题的软件以 Richards 方程为理论基础。在 SEEP/W 中计算排水时间时, 先开展排水基层处于饱和状态且不设置任何排水边界条件时的稳态渗流分析, 再在相同的计算条件下, 仅在排水基层断面底角处设置点排水边界条件以模拟沿一定渗流路径的边缘排水 (图 9), 进而开展瞬态渗流分析。在排水时间的计算过程中, 需要输入排水基层的几何尺寸、网格特征和材料特性参数, 其中材料特性参数就包括了持水曲线与非饱和和

透系数函数。

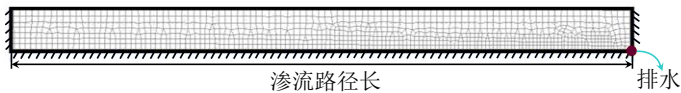


图 9 SEEP/W 软件中排水基层断面的有限元模型

Fig. 9 Finite element model of drainage base layer section in SEEP/W

本文提出的非饱和渗透系数理论公式的应用效果可通过在 SEEP/W 软件中计算给定排水基层的排水时间来评价。以一般的双车道路面为计算对象, 取单车道宽度为 3.75 m、路肩宽度为 1.25 m, 排水基层的厚度为 0.25 m、纵向坡度为 1.5 %、横向坡度为 1.323 %、渗流路径长度为 5 m、水力坡降为 2 %。计算模型可剖分为二维的矩形和三角形单元 (图 9), 其单元尺寸约为 0.1 m, 从而使其质量守恒误差低于 1%。选取第 2 节所用 6 种砂土为典型的路面排水基层材料, 采用 SEEP/W 软件计算其排水时间。进行 SEEP/W 分析时对 6 种砂土的持水曲线与非饱和渗透系数函数可采用式 (16) 和 VG-Burdine 公式、VG-Mualem 公式、Fredlund 公式描述的预测曲线, 对 6 种砂土计算的排水时间如图 10 所示。为进一步对比分析不同预测公式的应用效果, 亦可采用 DRIP2.0 软件中的 Casagrande 模型^[23]计算排水时间, 亦如图 10 所示。在该软件计算过程中, 除表 2 所述 6 种砂土的持水特性参数外, 还需确定有效孔隙率。该孔隙率为考虑重力驱动排水时估算的孔隙率^[26], 这里可通过在 SEEP/W 计算排水时间过程中所算得平衡状态下的平均孔隙率与初始孔隙率之差来计算有效孔隙率。由图 10 可以看出: 基于本文公式、Fredlund 公式和 DRIP2.0 软件计算的排水时间均接近于表 3 所规定的排水性能良好区域, 而本文公式与 Fredlund 公式存在的计算差异源于非饱和渗透系数与基质吸力的关系不同。

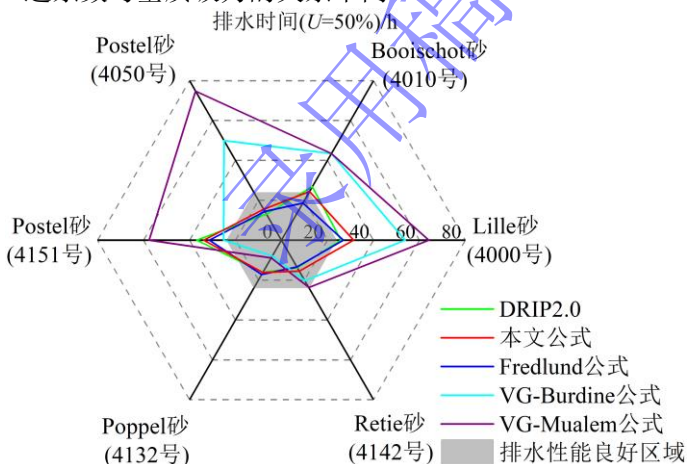


图 10 在 SEEP/W 软件中采用不同预测公式以及 DRIP2.0 软件对 6 种砂土计算的排水时间对比 ($U=50\%$)

Fig. 10 Comparison of time-to-drain ($U=50\%$) calculated for six sandy soils from SEEP/W with different prediction equations and DRIP 2.0

结合图 4~5 和图 10 亦可发现: 当选取同一种持水曲线方程时, 相对渗透系数随基质吸力的变化曲线

斜率越小, 则计算的排水时间越长。此外, 对比图 10 中 VG-Burdine 公式、VG-Mualem 公式计算的排水时间可知, 持水曲线方程的选取会显著影响排水时间的计算结果, 如果采用不符合土料实际的持水曲线方程, 可能会产生不合理的计算结果。不仅如此, 后续将开展降雨入渗条件下的路面排水系统模型试验, 并结合国内典型工程中路面排水系统性能的监测结果进一步验证、评价本文理论公式的适用性。这也是本文下一步的另一研究方向。

4 结 论

(1) 以砂土为研究对象, 基于 Darcy 定律、Hagen-Poiseuille 方程和毛细管原理, 假定孔径分布与归一化体积含水率表示的持水曲线相似, 提出了预测非饱和砂土渗透系数的积分型理论公式, 能反映相对渗透系数随基质吸力的变化规律。

(2) 采用非饱和土水力特性数据库 UNSODA 中 6 种砂土的持水及饱和-非饱和渗透试验结果验证了本文理论公式的合理性, 结果表明: 本文理论公式在低于 1000 kPa 基质吸力范围内对减湿过程的相对渗透系数预测效果优于 Fredlund 公式、VG-Burdine 公式和 VG-Mualem 公式。此外, 通过预测结果还发现: 相对渗透系数与基质吸力关系的预测精度不仅取决于持水曲线方程对其实测数据的拟合程度, 而且取决于拟合光滑程度和持水实测数据的选取范围。

(3) 将本文提出的非饱和砂土渗透系数理论公式用于路面内部排水基层的性能分析中。结果发现: 基于本文理论公式计算的排水时间较为接近排水性能良好区域; 持水曲线方程的选取会显著影响排水时间的计算结果, 如果采用不符合土料实际的持水曲线方程, 可能会产生不合理的计算结果。

参考文献:

- [1] ARIZA P, BIRGISSON B. Evaluation of water flow through pavement systems[R]. St. Paul: Minnesota DOT, 2002.
- [2] 刘毓炘, 缪宏杰. 降雨入渗条件下新型路面排水系统性能研究[J]. 中国公路学报, 2017, 30(5): 1-9.
LIU Yu-chuan, MIAO Hong-jie. Research on Performance of New Pavement Drainage System Under Rainfall Infiltration[J]. China Journal of Highway Transport, 2017, 30(5): 1-9.
- [3] GOTTARDI G, VENUTALLI M. Richards: Computer programme for the numerical simulation of one-dimensional infiltration into unsaturated soil[J]. Computers and Geosciences, 1993, 19 (9): 1239-1266.
- [4] LEONG E C, RAHARDJO H. Permeability functions for

- unsaturated soils[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1997, 123(12): 1118-1126.
- [5] FREDLUND D G, RAHARDJO H, FREDLUND M D. *Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice*[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [6] 翟钱, 朱益瑶, 叶为民, 等. 全吸力范围非饱和土水力渗透系数的计算[J]. *岩土工程学报*, 2022, 44(4): 660-668.
- ZHAI Qian, ZHU Yi-yao, YE Wei-min, et al. Estimation of hydraulic conductivity of unsaturated soils under entire suction range[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, 44(4): 660-668.
- [7] BURDINE N T. Relative permeability calculations from pore-size distribution data[J]. *Journal of Petroleum Technology*, 1953, 5(3): 71-78.
- [8] MUALEM Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media[J]. *Water Resources Research*, 1976, 12(3): 513-522.
- [9] FREDLUND D G, XING A, HUANG S Y. Predicting the hydraulic function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(4): 533-546.
- [10] CHILDS E C, COLLIS-GEORGE G N. The permeability of porous materials[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A-Mathematical and Physical Sciences*, 1950, 201(1066), 392-405.
- [11] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, 44(5): 892-898.
- [12] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(4): 521-532.
- [13] 蔡国庆, 盛岱超, 周安楠. 考虑初始孔隙比影响的非饱和土相对渗透系数方程[J]. *岩土工程学报*, 2014, 36(5): 827-835.
- CAI Guo-qing, SHENG Dai-chao, ZHOU An-nan. Approach for predicting the relative coefficient of permeability of unsaturated soils with different initial void ratios[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, 36(5): 827-835.
- [14] DELLA VECCHIA G, DIEUDONNE A-C, JOMMI C, et al. Accounting for evolving pore size distribution in water retention models for compacted clays[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2015, 39(7): 702-723.
- [15] 陶高梁, 孔令伟. 基于微观孔隙通道的饱和/非饱和土渗透系数模型及其应用[J]. *水利学报*, 2017, 48(6): 702-709.
- TAO Gao-Liang, KONG Ling-wei. A model for determining the permeability coefficient of saturated and unsaturated soils based on micro pore channel and its application[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2017, 48(6): 702-709.
- [16] 李华, 李同录, 张亚国, 等. 不同干密度压实黄土的非饱和渗透特性曲线特征及其与孔隙分布的关系[J]. *水利学报*, 2020, 51(8): 979-986.
- LI Hua, LI Tong-Lu, ZHANG Ya-guo, et al. Relationship between unsaturated permeability curve and pore-size distribution of compacted loess with different dry density[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2020, 51(8): 979-986.
- [17] LEIJ F J. UNSODA unsaturated soil hydraulic database[R]. Cincinnati: U. S. Environmental Protection Agency, 1996.
- [18] HILLEL D. *Soil and water: Physical principles and processes*[M]. Academic Press: New York, 1971.
- [19] 高游, 孙德安. 单峰和双峰土水特征曲线基本参数的确定[J]. *岩土工程学报*, 2017, 39(10): 1884-1891.
- GAO You, SUN De-an. Determination of basic parameters of unimodal and bimodal soil water characteristic curves[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, 39(10): 1884-1891.
- [20] ZHAI Q, RAHARDJO H. Determination of soil-water characteristic curve variables[J]. *Computers and Geotechnics*, 2012, 42(5): 37-43.
- [21] FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Pavement subsurface drainage design*[R]. Washington, DC: DOT, 1999.
- [22] BARBER E S, SAWYER C L. *Highway subdrainage*[J]. *Public Roads*, 1952, 26(12): 251-268.
- [23] CASAGRANDE A, SHANNON W L. Base course drainage for airport pavements[J]. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 1952, 117(1): 792-814.
- [24] HASSAN H F, White T D. Measuring and modeling performance of pavement subdrainage systems[C]// *Proceedings of TRB 77th Annual Meeting*. Washington, DC: Transportation Research Board, 1998.
- [25] FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Drainage requirements in pavements(DRIP)*[R]. Washington, DC: DOT, 2001.
- [26] MALLICK R B, EL-KORCHI T. *Pavement engineering principles and practice*[M]. Boca Raton: CRC Press, 2009.