

DOI: 10.11779/CJGE20221012

# 基于 Kerr 地基模型的盾构下穿诱发既有非连续隧道纵向变形分析

张治国<sup>1,2,4</sup>, 陈杰<sup>1</sup>, 朱正国<sup>2</sup>, 魏纲<sup>3</sup>, 吴钟腾<sup>4</sup>, 陆正<sup>5</sup>

(1. 上海理工大学环境与建筑学院, 上海 200093; 2. 石家庄铁道大学省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室, 河北 石家庄 050043; 3. 浙大城市学院土木工程系, 浙江 杭州 310015; 4. 自然资源部丘陵山地地质灾害防治重点实验室福建省地质灾害重点实验室, 福建 福州 350002; 5. 上海市基础工程集团有限公司, 上海 200438)

**摘要:** 目前针对盾构开挖诱发既有隧道结构变形的理论研究一般将既有隧道视为搁置在 Winkler 地基上的 Euler-Bernoulli 梁, 未充分考虑地基的非线性剪切变形及管片剪切变形的影响, 尤其是较少考虑隧道环缝接头存在所带来的力学效应作用。首先, 采用 Loganathan 和 Poulos 公式计算得到盾构下穿开挖引起既有隧道轴线处土体竖向位移; 然后, 将既有隧道视为由环缝接头连接而成的 Timoshenko 梁, 并将其搁置在 Kerr 地基模型上, 采用有限差分法计算得到既有隧道纵向变形; 最后, 采用工程监测数据与理论解进行对比验证, 得到了较好的一致性。此外, 针对土层弹性模量、既有隧道等效抗弯刚度和等效抗剪刚度进行了参数分析。分析结果表明, 随着土体弹性模量的增大及既有隧道等效抗弯刚度的减小, 既有隧道位移、环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩均增大; 随着既有隧道等效抗剪刚度的增大, 既有隧道位移减小, 而环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩均增大; 环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩随着与新建隧道轴线距离的增大呈先减小后增大趋势; 当既有隧道环缝接头刚度折减系数增大时, 管片及环缝接头处弯矩均增大, 而隧道位移及环缝接头相对转角减小。

**关键词:** 盾构隧道; 管片; 环缝接头; 剪切刚度; Kerr 地基模型; Timoshenko 梁; 有限差分法

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2023)11-2238-10

**作者简介:** 张治国(1978—), 男, 博士后, 教授, 博士生导师, 主要从事地下工程等方面的教学与研究工作。E-mail: zgzhang@usst.edu.cn。

## Longitudinal deformations of existing discontinuous tunnels induced by shield tunneling based on Kerr foundation model

ZHANG Zhiguo<sup>1,2,4</sup>, CHEN Jie<sup>1</sup>, ZHU Zhengguo<sup>2</sup>, WEI Gang<sup>3</sup>, WU Zhongteng<sup>4</sup>, LU Zheng<sup>5</sup>

(1. School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. State Key Laboratory of Mechanical Behavior and System Safety of Traffic Engineering Structures, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China; 3. Department of Civil Engineering, Hangzhou City University, Hangzhou 310015, China; 4. Key Laboratory of Geohazard Prevention of Hilly Mountains, Ministry of Natural Resources, Fujian Key Laboratory of Geohazard Prevention, Fuzhou 350002, China; 5. Shanghai Foundation Engineering Group Co., Ltd., Shanghai 200438, China)

**Abstract:** At present, the theoretical researches on the structural deformation of the existing tunnels induced by shield excavation generally regard the existing tunnels as the Euler Bernoulli beam resting on the Winkler foundation without taking into account the effects of non-linear shear deformation of the foundations and shear deformation of the segments, especially the mechanical effects of the existence of circumferential joints of the tunnels. Firstly, the Loganathan and Poulos formula is used to calculate the vertical displacements of soils at the axis of the existing tunnel caused by shield under-crossing excavation. Then, the existing tunnel is regarded as a Timoshenko beam connected by circumferential joints and resting on the Kerr foundation model. The finite difference method is used to calculate the longitudinal deformations of the existing tunnel. Finally, the engineering monitoring data are used to compare and verify the theoretical solutions by the proposed method, and a good agreement is obtained. In addition, the parameter analysis is carried out for the stiffness influence parameters of elastic

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(41977247, 42177145); 自然资源部丘陵山地地质灾害防治重点实验室(福建省地质灾害重点实验室)课题(FJKLGH2020K004); 省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室课题(KF2022-07)

收稿日期: 2022-08-19

modulus of soil layer, equivalent bending stiffness and equivalent shear stiffness of the existing tunnel. The results of the analysis show that with the increase in the modulus of elasticity of the soil and the decrease in the equivalent flexural stiffness of the existing tunnel, the displacements of the existing tunnel, the relative turning angles of the circumferential joint and the bending moments at the segment and circumferential joint increase. As the equivalent shear stiffness of the existing tunnel increases, the displacements of the existing tunnel decrease, while the relative turning angles of the circumferential joint and the bending moments at the segment and circumferential joint increase. The relative turning angles of the circumferential joint and the bending moments at the segment and circumferential joint tend to decrease and then increase with the increasing distance from the axis of the new tunnel. When the stiffness discount factor of the circumferential joint of the existing tunnel increases, the bending moments at both the segment and circumferential joint increase, while the tunnel displacements and relative turning angles of the circumferential joint decrease.

**Key words:** shield tunnel; segment; circumferential joint; shear stiffness; Kerr foundation model; Timoshenko beam; finite difference method

## 0 引 言

盾构隧道开挖将产生地层损失从而会对周围地层产生扰动, 而地表下方往往存在着既有构筑物, 如地铁隧道, 因此新建隧道开挖不可避免地对邻近既有隧道产生附加荷载, 引起隧道结构变形, 严重时会导致隧道管片发生破坏。因此, 如何准确评估盾构开挖对既有隧道的变形影响是目前研究的热点之一。

针对盾构开挖诱发既有隧道或管线变形的研究方法主要包括现场实测<sup>[1-3]</sup>、模型试验<sup>[4-6]</sup>、数值模拟<sup>[7-9]</sup>和简化理论解<sup>[10-16]</sup>等。其中, 大多数简化理论成果将既有隧道搁置在 Winkler 或 Pasternak 地基模型上, 较少考虑管片环缝接头存在的影响, 而环缝接头存在对隧道刚度的削减作用不容忽视<sup>[17-19]</sup>。如张志伟等<sup>[17]</sup>将管片看成 Euler-Bernoulli 梁, 用转动弹簧模拟环间接头, 得到 Pasternak 地基模型上盾构隧道变形解答; Liu 等<sup>[18]</sup>将隧道看作由环缝接头连接而成的 Euler-Bernoulli 梁, 假设管片环缝接头处存在虚拟力的作用, 基于 Pasternak 地基模型求解了隧道开挖对既有隧道的影响。此外, 相比于单参数 Winkler 地基模型或双参数 Pasternak 地基模型, 三参数 Kerr 地基模型不仅能反应土体的压缩和剪切特性, 且其解答形式能更好地反映地基非线性变形特性, 尤其针对隧道施工扰动工况, 其计算结果更为接近实际情况<sup>[20-23]</sup>。宗翔<sup>[21]</sup>基于 Kerr 地基梁理论, 探究了基坑开挖卸载对下卧已建隧道影响; 冯国辉等<sup>[22]</sup>采用 Kerr 地基模型模拟土与隧道的相互作用, 将隧道简化成 Euler-Bernoulli 梁, 求得了既有隧道变形解答; Zhang 等<sup>[23]</sup>将隧道视为 Kerr 地基模型上的 Timoshenko 梁, 对新建隧道开挖诱发既有隧道的变形进行了求解, 但未考虑环缝接头的作用。

考虑到 Euler-Bernoulli 梁假定未考虑隧道管片的剪切变形, 而实际隧道结构不仅会发生弯曲变形, 还

会发生剪切变形, 上述既有研究成果<sup>[10-12, 14-15]</sup>给研究提供重要思路。本文将既有隧道看成搁置在 Kerr 地基上考虑环缝接头存在的非连续梁, 用 Timoshenko 梁模拟隧道管片部分, 采用两阶段法对既有隧道的变形进行计算。然后将本文计算结果与 3 组工程实测值进行对比分析, 验证理论解的准确性。除此之外, 针对 Kerr 地基模型刚度影响参数(土层弹性模量)、接头刚度影响参数(等效抗弯刚度)和 Timoshenko 梁参数(等效抗剪刚度)进行了参数分析, 为工程应用提供理论建议。

## 1 Kerr 地基上考虑环缝接头作用的隧道纵向位移解答

### 1.1 计算模型及虚拟力

Kerr 地基模型通过加入多参数, 能够有效提高地基模型下土与结构相互作用的响应精度, 因此采用 Kerr 地基模型对既有隧道变形进行计算, 基本假定: ①地基模型采用可以考虑地基非线性变形特性的 Kerr 地基模型; ②既有隧道考虑环缝接头力学效应, 并与地基土体紧密相连, 其变形与接触处的地基变形协调; ③考虑最不利工况, 即盾构垂直下穿既有隧道。

图 1 为文本研究的计算模型示意图。图 1 中,  $x'O'z'$  坐标系为盾构开挖诱发自由土体沉降计算坐标系,  $xOz$  坐标系为既有隧道上的局部坐标系。 $w$ ,  $w_1$ ,  $w_2$  分别为既有隧道、Kerr 地基模型中上层弹簧、土体剪切层的竖向位移;  $w_3$  为新建隧道开挖引起的既有隧道轴线处自由土体沉降;  $D$ ,  $D_e$  分别为新建隧道及既有隧道外径;  $k_1$ ,  $G$ ,  $k_2$  分别为 Kerr 地基模型中上层弹簧刚度、土体剪切层刚度及下层弹簧刚度。 $H$  为新建隧道轴线埋深;  $h$  为既有隧道轴线埋深。

对于盾构开挖引起的既有隧道轴线处自由土体沉降  $w_3$ , 本文采用 Loganathan 等<sup>[24]</sup>理论进行计算, 在

$x'O'z'$ 坐标系中,  $w_3$ 可表示为

$$w_3 = \frac{D^2}{4} \left\{ -\frac{h-H}{x'^2 + (h-H)^2} + \frac{(3-4\mu)(h+H)}{x'^2 + (h+H)^2} - \frac{2h[x'^2 - (h+H)^2]}{[x'^2 + (h+H)^2]^2} \right\} V_r \exp \left\{ -\left[ \frac{1.38x'^2}{(D/2+H)^2} + \frac{0.69h^2}{H^2} \right] \right\}. \quad (1)$$

式中:  $H$  为新建隧道轴线埋深;  $D$  为新建隧道外径;  $h$  为既有隧道轴线埋深;  $\mu$  为土层泊松比;  $V_r$  为地层损失率;  $x'$  为既有隧道上任一点与新建隧道和既有隧道轴线交点的距离。

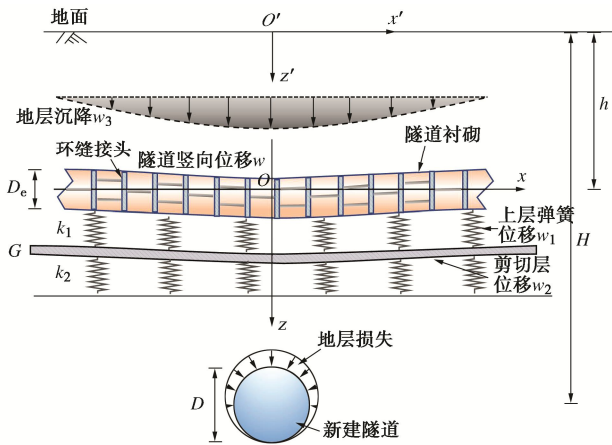


图1 盾构隧道下穿对既有隧道影响的计算模型

Fig. 1 Analysis model for impact of under-crossing shield tunnelling on existing tunnels

根据 Liu 等<sup>[18]</sup>研究, 隧道环缝接头的作用可采用函数  $\delta_\tau(x-x_j)$  的二阶导数来模拟。其函数表达式可表示为

$$\delta_\tau(x-x_j) = \frac{d}{dx} H(x-x_j) = \begin{cases} 0 & (x < x_j - \tau \text{ 或 } x > x_j + \tau) \\ 1/(4\tau) & (x = x_j - \tau \text{ 或 } x = x_j + \tau) \\ 1/(2\tau) & (x_j - \tau < x < x_j + \tau) \end{cases}. \quad (2)$$

式中:  $\tau$  为  $\delta_\tau(x-x_j)$  函数参量;  $x_j$  为接头  $j$  的横坐标。

根据式 (2) 可得  $\delta_\tau$  函数的二阶导数  $\delta_\tau''(x-x_j)$ , 其可表示成 3 个集中力  $Q_e$ ,  $-2Q_e$ ,  $Q_e$ , 如图 2 所示。其中集中力  $-2Q_e$  作用在环缝接头  $x_j$  处, 另外两个集中力  $Q_e$  分别作用在环缝接头两侧距接头  $2\tau$  处。这 3 个集中力方向相反, 则可将这 3 个集中力分解成一对力偶  $M_e$ , 其中力偶  $M_e$  为隧道结构上施加的额外荷载, 其自身为平衡力系, 对隧道结构的整体平衡没有影响。力偶的存在使得隧道转角在接头处产生突变, 更符合实际情况。令两侧隧道管片产生相对转角  $\Delta\theta_e$ , 并以接头右侧管段相对于左侧管段逆时针旋转为正。令环

缝接头处虚拟力为  $e(x) = C\delta_\tau''(x-x_j)$ ,  $C$  为待定常数。

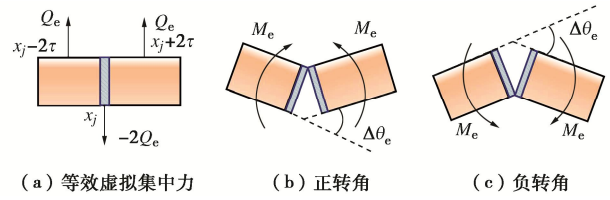


图2 环缝接头处集中力及相对转角示意图

Fig. 2 Diagram of concentrated forces and relative angle at circumferential joints

## 1.2 Kerr 地基上非连续既有隧道 Timoshenko 理论解

考虑虚拟力作用时, Kerr 地基模型上 Timoshenko 梁的位移平衡微分控制方程可表示为

$$\frac{d^6 w_2}{dx^6} - \left( \frac{k_1 + k_2}{G} + \frac{D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \frac{d^4 w_2}{dx^4} + \left( \frac{D_e k_1}{EI} + \frac{D_e k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \right) \frac{d^2 w_2}{dx^2} - \frac{D_e k_1 k_2}{EIG} w_2 = -\frac{D_e k_1}{EIG} F + \frac{D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \frac{d^2 F}{dx^2}, \quad (3)$$

$$w = w_1 + w_2 = \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} \right) w_2 - \frac{G}{k_1} \frac{d^2 w_2}{dx^2}, \quad (4)$$

$$F = q(x) + e(x). \quad (5)$$

式中:  $w$ ,  $w_1$ ,  $w_2$  分别为既有隧道、上层弹簧、土体剪切层竖向位移;  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $G$  分别为 Kerr 地基模型上、下层弹簧刚度及剪切层刚度, 可根据 Kerr<sup>[20]</sup> 研究进行取值:  $G = 2E_s h/9(1+\mu)$ ,  $k_2 = 4E_s/3h$ ,  $k_1 = 3k_2$ ,  $E_s$  为土体弹性模量,  $h$  为既有隧道轴线埋深,  $\mu$  为土体泊松比;  $EI$ ,  $(\kappa G_e A)_{eq}$  分别为既有隧道等效抗弯刚度、等效抗剪刚度, 可分别根据 Shiba 等<sup>[25]</sup>、Wu 等<sup>[26]</sup> 研究取值:  $EI = E_c I_c \cos^3(\varphi)/[\cos(\varphi) + (\varphi + \pi/2)\sin(\varphi)]$ ,  $(\kappa G_e A)_{eq} = \lambda l_s/[l_b/(n_b \kappa_b G_b A_b) + (l_s - l_b)/(\kappa_c G_c A_c)]$ .  $E_c$  为管片弹性模量;  $I_c$  为隧道纵向惯性矩;  $\varphi$  为隧道纵向弯曲中性轴所在位置角度;  $\lambda$  为修正系数, 本文取为 1<sup>[27]</sup>;  $l_s$  为管片环宽;  $l_b$  为螺栓长度;  $n_b$  为螺栓个数;  $G_b$ ,  $A_b$ ,  $G_c$ ,  $A_c$  分别为别螺栓和隧道管片的剪切刚度、截面面积;  $\kappa_b$ ,  $\kappa_c$  分别为螺栓、管片的 Timoshenko 系数, 分别取为 0.9, 0.5<sup>[26]</sup>;  $q(x)$  为新建隧道开挖引起的附加荷载,  $q(x) = k_1 w_3$ ,  $w_3$  由式 (1) 计算得到;  $e(x)$  为既有隧道环缝接头处的虚拟力。

则弯矩  $M$  和剪力  $Q$  为

$$M = -EI \left[ \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{[F - p_1] D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right] = -EI \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} + \frac{G D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \frac{d^2 w_2}{dx^2} + \frac{EIG}{k_1} \frac{d^4 w_2}{dx^4} +$$

$$\frac{Elk_2 D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} w_2 - \frac{EID_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} F, \quad (6)$$

$$Q = \frac{dM}{dx} = -EI \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} + \frac{GD_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \frac{d^3 w_2}{dx^3} + \frac{EIG}{k_1} \frac{d^5 w_2}{dx^5} + \frac{Elk_2 D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \frac{dw_2}{dx} - \frac{EID_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \frac{dF}{dx}, \quad (7)$$

$$p_1 = -G \frac{d^2 w_2}{dx^2} + k_2 w_2. \quad (8)$$

式中: 弯矩  $M$  以使梁下侧受拉为正; 剪力  $Q$  以使截面右侧梁段产生顺时针转动为正;  $F$  取值见式 (5)。

假设只有虚拟力  $e(x)$  作用在隧道环缝接头  $x = x_i$  处, 接头处抗弯刚度小于隧道主体结构抗弯刚度。令环缝接头处抗弯刚度为  $\alpha EI$ ,  $\alpha$  为环缝接头抗弯刚度折减系数,  $\alpha < 1$ 。则环缝接头处虚拟弯矩可表示为

$$M_e(x_j) = -(1-\alpha)EI \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} + \frac{GD_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \frac{d^2 w_2}{dx^2} + \frac{(1-\alpha)EIG}{k_1} \frac{d^4 w_2}{dx^4} + \frac{(1-\alpha)Elk_2 D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} w_2 - \frac{(1-\alpha)EID_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} e(x). \quad (9)$$

式中: 当  $\alpha = 0$  时, 表示环缝接头的抗弯刚度为 0, 接头可自由转动; 当  $\alpha = 1$  时, 表示不考虑环缝接头的作用, 此时虚拟力产生的虚拟弯矩  $M_e(x_j) = 0$ 。

根据式 (9) 带可得在环缝接头  $x_j$  处虚拟力  $e(x_j)$  的表达式为

$$e(x_j) = \frac{-(\kappa G_e A)_{eq} 2\tau(1-\alpha)EI\delta''(x-x_j)}{(\kappa G_e A)_{eq} + 2\tau EI\delta''(x-x_j)(1-\alpha)D_e} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} + \frac{GD_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \frac{d^2 w_2}{dx^2} - \frac{G}{k_1} \frac{d^4 w_2}{dx^4} - \frac{k_2 D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} w_2 \right]. \quad (10)$$

采用有限差分法对式 (3) 进行求解, 如图 3 所示, 将每个环缝接头视为一个节点 (图中红色圆点), 并将相邻环缝接头间的管片离散成  $n_1$  段, 则隧道共被离散成  $n$  段及  $n+1$  个节点。将节点依次编号为 0, 1, ...,  $i$ ,  $i+1$ , ...,  $n-1$ ,  $n$ , 每段隧道长度为  $l$ , 并令  $l=2\tau$ 。同时在隧道两端各增加 3 个虚拟节点 (图中蓝色圆点), 节点编号依次为 -3, -2, -1 和  $n+1$ ,  $n+2$ ,  $n+3$ 。令接头处节点编号为  $j$ , 则接头处前后相邻节点编号分别为  $j+1$  和  $j-1$ , 其中  $j=n_1, 2n_1, \dots, n-2n_1, n-n_1$ , 见图 3。

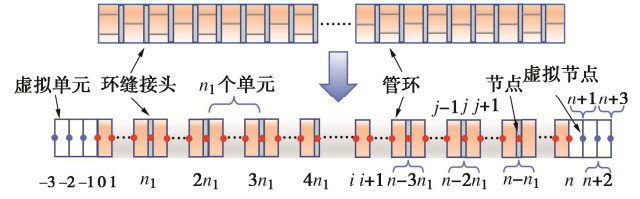


图 3 隧道离散示意图

Fig. 3 Discretization of tunnel

则对于式 (3), 等号前面公式可写成如下差分形式:

$$\frac{d^6 w_2}{dx^6} - \left( \frac{k_1 + k_2}{G} + \frac{D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \frac{d^4 w_2}{dx^4} + \left( \frac{D_e k_1}{EI} + \frac{D_e k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \right) \frac{d^2 w_2}{dx^2} - \frac{D_e k_1 k_2}{EIG} w_2 = \zeta_1(w_2)_{i-3} + \zeta_2(w_2)_{i-2} + \zeta_3(w_2)_{i-1} + \zeta_4(w_2)_i + \zeta_5(w_2)_{i+1} + \zeta_2(w_2)_{i+2} + \zeta_1(w_2)_{i+3}, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \zeta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 0 & 0 \\ 15 & 4 & 1 & 0 \\ -20 & -6 & -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1/l^6}{\left( \frac{k_1 + k_2}{G} + \frac{D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right)} \\ \frac{\left( \frac{D_e k_1}{EI} + \frac{D_e k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \right)}{l^4} \\ \frac{\left( \frac{D_e k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \right)}{l^2} \\ \frac{D_e k_1 k_2 / (EIG)}{l^2} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

根据式 (5) 可知既有隧道所受荷载  $F$  由两部分组成, 第一部分为新建隧道开挖产生的附加荷载, 第二部分为环缝接头处的虚拟力。对于式 (5) 等号右边第一部分新建隧道开挖产生的附加荷载, 其可写成如下差分形式:

$$-\frac{D_e k_1}{EIG} q(x) + \frac{D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \frac{d^2 q(x)}{dx^2} = \frac{D_e k_1^2}{l^2 (\kappa G_e A)_{eq} G} (w_3)_{i+1} - \frac{D_e k_1^2 (2EI + l^2 (\kappa G_e A)_{eq})}{l^2 (\kappa G_e A)_{eq} EIG} (w_3)_i + \frac{D_e k_1^2}{l^2 (\kappa G_e A)_{eq} G} (w_3)_{i-1}. \quad (13)$$

对于第二部分虚拟力的计算表达式需分情况讨论, 当  $i=j-1$  及  $i=j+1$  时, 虚拟力部分可表示为如下差分形式:

$$-\frac{D_e k_1}{EIG} e(x_j) + \frac{D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \frac{d^2 e(x_j)}{dx^2} = \frac{N_l D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \cdot \left[ \frac{(w_2)_{i+3} - 6(w_2)_{i+2} + 15(w_2)_{i+1} - 20(w_2)_i}{l^6} + \right]$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{15(w_2)_{i-1} - 6(w_2)_{i-2} + (w_2)_{i-3}}{l^6} \right] + \left( \frac{N_1 D_e}{EI} + \frac{N_1 N_2 D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \right) \cdot \\ & \frac{(w_2)_{i+2} - 4(w_2)_{i+1} + 6(w_2)_i - 4(w_2)_{i-1} + (w_2)_{i-2}}{l^4} + \\ & \left( \frac{N_1 D_e^2 k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq}^2 G} - \frac{N_2 N_1 D_e k_1}{EIG} \right) \frac{(w_2)_{i+1} - 2(w_2)_i + (w_2)_{i-1}}{l^2} + \\ & \frac{N_1 D_e^2 k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq} EIG} (w_2)_i, \end{aligned} \quad (14)$$

$$N_1 = \frac{-(\kappa G_e A)_{eq} (1 - \alpha) EI}{(\kappa G_e A)_{eq} l^2 + EI(1 - \alpha) D_e}, \quad (15)$$

$$N_2 = \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} + \frac{G D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right). \quad (16)$$

式中:  $(w_2)_i$  为在节点  $i$  处土体剪切层的竖向位移。

当  $i=j$  时, 虚拟力部分可表示为如下差分形式:

$$\begin{aligned} & -\frac{D_e k_1}{EIG} e(x_j) + \frac{D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \frac{d^2 e(x_j)}{dx^2} = \frac{N_3 D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \cdot \\ & \left[ \frac{(w_2)_{i+3} - 6(w_2)_{i+2} + 15(w_2)_{i+1} - 20(w_2)_{i+1} + (w_2)_{i-1} - 6(w_2)_{i-2} + (w_2)_{i-3}}{l^6} \right] + \\ & \left( \frac{N_3 D_e}{EI} + \frac{N_3 N_2 D_e k_1}{(\kappa G_e A)_{eq} G} \right) \cdot \\ & \frac{(w_2)_{i+2} - 4(w_2)_{i+1} + 6(w_2)_i - 4(w_2)_{i-1} + (w_2)_{i-2}}{l^4} + \\ & \left( \frac{N_3 D_e^2 k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq}^2 G} - \frac{N_2 N_3 D_e k_1}{EIG} \right) \frac{(w_2)_{i+1} - 2(w_2)_i + (w_2)_{i-1}}{l^2} + \\ & \frac{N_3 D_e^2 k_1 k_2}{(\kappa G_e A)_{eq} EIG} (w_2)_i, \end{aligned} \quad (17)$$

$$N_3 = \frac{2(\kappa G_e A)_{eq} (1 - \alpha) EI}{(\kappa G_e A)_{eq} l^2 - 2EI(1 - \alpha) D_e}. \quad (18)$$

需要注意的是, 在环缝接头  $j$  处的虚拟力  $e(x_j)$  只在环缝接头相邻节点内产生作用, 在  $i \neq j-1, j, j+1$  时虚拟力  $e(x_j)$  产生的作用为 0。

当距新建隧道轴线较远时, 隧道开挖对既有隧道产生的影响极小, 可忽略不计, 此时既有隧道两端可简化成自由状态, 边界条件为节点 0 及  $n$  处两端弯矩  $M=0$ , 剪力  $Q=0$ , 土体剪切层弯矩  $M_s=0$ , 即

$$\left. \begin{aligned} M_{s0} &= -EI \frac{d^2 w_2}{dx^2} \Big|_{i=0} = 0, \\ M_0 &= -EI \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{[F - p_1] D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \Big|_{i=0} = 0, \\ Q_0 &= \frac{dM_0}{dx} \Big|_{i=0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{sn} &= -EI \frac{d^2 w_2}{dx^2} \Big|_{i=n} = 0, \\ M_n &= -EI \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{[F - p_1] D_e}{(\kappa G_e A)_{eq}} \right) \Big|_{i=n} = 0, \\ Q_n &= \frac{dM_n}{dx} \Big|_{i=n} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中:  $M_{s0}$ ,  $M_0$ ,  $Q_0$  为节点 0 处土体剪切层弯矩、既有隧道弯矩及剪力;  $M_{sn}$ ,  $M_n$ ,  $Q_n$  为节点  $n$  处土体剪切层弯矩、既有隧道弯矩及剪力。

隧道两侧不存在环缝接头, 即隧道两端虚拟力为零。式 (3) 可写成如下矩阵形式:

$$(\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_3 - \mathbf{K}_4 - \mathbf{K}_5) \{w_2\} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 - \mathbf{Q}_3. \quad (21)$$

式中:  $\mathbf{K}_1$  为既有隧道刚度矩阵, 通过式 (11), (12) 求得;  $\mathbf{K}_2$ ,  $\mathbf{K}_3$ ,  $\mathbf{K}_4$ ,  $\mathbf{K}_5$  为环缝接头虚拟应力  $e(x)$  产生的刚度矩阵, 通过式 (14) ~ (18) 求得;  $\mathbf{Q}_1$ ,  $\mathbf{Q}_2$  为附加应力  $q(x)$  产生的列向量, 通过式 (13) 求得;  $\mathbf{Q}_3$  为补充列向量, 通过式 (19), (20) 求得。

当新建隧道产生的土体位移  $w_3$  在求出情况下, 由式 (21) 可求得土体剪切层位移  $w_2$ , 然后由式 (4) 求得考虑环缝接头作用的既有隧道变形  $w$ 。进而可得环缝接头处、不含环缝接头处的隧道弯矩值以及环缝接头处的相对转角。需要注意的是, 令  $\mathbf{K}_{err}$  地基模型中  $k_1$ ,  $G$  为 0 即为 Winkler 地基模型上的退化理论解; 令环缝接头处虚拟力为 0 即为不考虑环缝接头存在的退化理论解。

## 2 算例验证

Zhang 等<sup>[23]</sup>介绍了上海市某隧道下穿既有隧道工程案例。两条隧道接近正交, 空间位置关系如图 4 所示。新建隧道轴线埋深 20.1 m, 外径为 6.2 m, 地层损失率为 0.75%。既有隧道轴线埋深 9.1 m, 隧道外径为 6.2 m, 厚 0.35 m, 环宽 1.2 m, 管片弹性模量为  $3.45 \times 10^4$  MPa, 泊松比取为 0.25。环与环之间通过 17 个螺栓连接, 螺栓外径为 30 mm, 长度为 400 mm, 弹性模量为  $2.06 \times 10^5$  MPa, 泊松比为 0.3。按场地土体加权平均压缩模量确定土层弹性模量, 本文弹性模量取为 28 MPa, 泊松比取为 0.3, 环缝接头刚度折减系数取为 0.8。

图 5 (a) 为既有隧道竖向位移计算值与实测值对比图, 同时也进行了 Winkler 地基模型 (令  $\mathbf{K}_{err}$  地基模型中  $k_1$ ,  $G$  为 0) 及不考虑隧道环缝接头存在 (令环缝接头处虚拟力为 0) 的退化解析结果的对比分析。从图中可以看出, 考虑环缝接头力学效应的本文计算方法与实测值较为接近, 不考虑环缝接头存在计算出的隧道竖向位移小于实测值, 而基于 Winkler 地基计



算出的结果大于实测值。

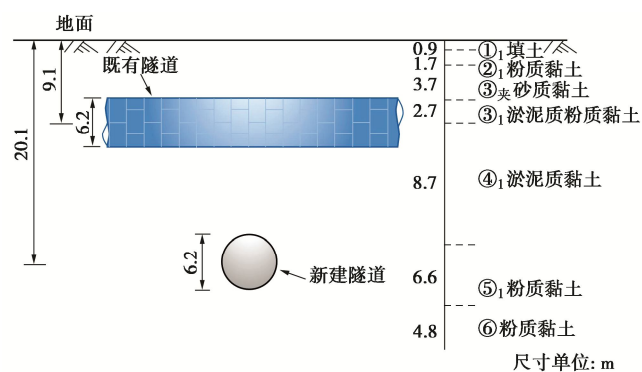
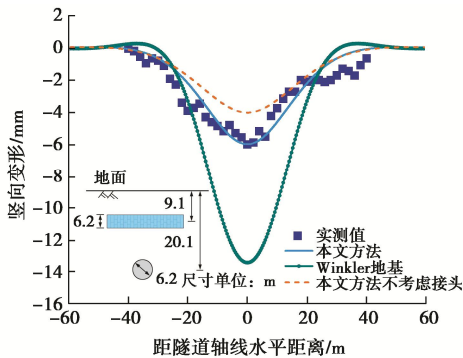
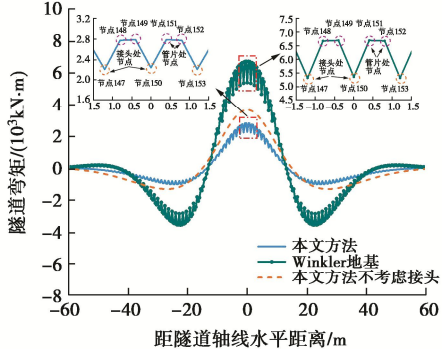


图 4 隧道位置关系示意图

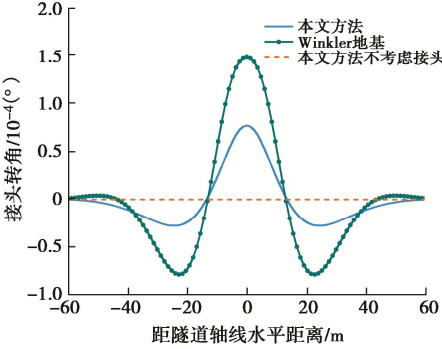
Fig. 4 Diagram of tunnel position relationship



(a) 隧道位移计算值与实测值对比



(b) 不同计算工况弯矩对比



(c) 不同计算工况接头相对转角对比

图 5 变形与内力计算结果

Fig. 5 Calculated results of deformation and internal force

图 5 (b), 5 (c) 为既有隧道不同工况下弯矩及纵缝相对转角对比图。其中, 弯矩使隧道下侧受拉为正; 接头处相对转角右侧管段相对于左侧管段逆时针

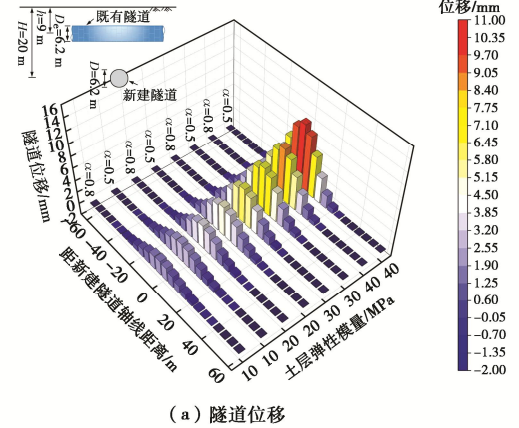
旋转为正。从图 5 中可以看出, 环缝接头处弯矩小于接头两侧隧道管片的弯矩, 这是由于环缝接头处刚度较小, 从而该处弯矩较小。同时, 不考虑环缝接头存在时, 隧道弯矩大于考虑环缝接头存在时计算结果, 而环缝接头处相对转角小于考虑环缝接头存在时计算结果, 这是由于不考虑环缝接头存在时是把由接头和管片组成的盾构隧道等效为均匀连续梁, 忽略了环缝接头弱化的影响, 进而高估了开挖卸载引起的隧道弯矩, 并且不会产生接头相对转角。而由于 Winkler 地基无法考虑地基弹簧之间的剪切联系, 因此相较于本文 Kerr 地基而言, 其计算结果相差较大。

### 3 敏感参数分析

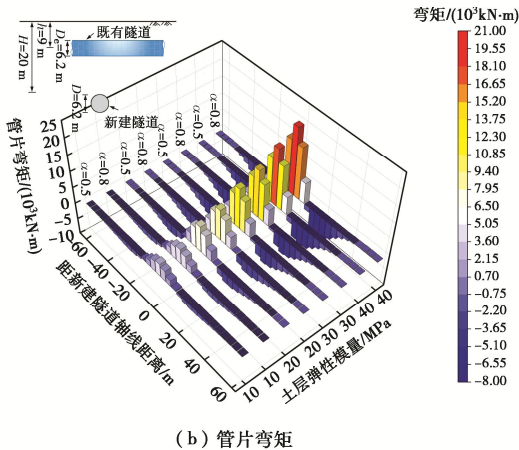
针对土层弹性模量、既有隧道抗弯刚度及抗剪刚度进行参数分析。计算基本参数: 新建隧道与既有隧道轴线正交, 新建隧道轴线埋深 20 m, 外径为 6.2 m, 地层损失率取为 0.5%。既有隧道轴线埋深 9 m, 隧道外径为 6.2 m, 厚 0.35 m, 环宽 1.2 m, 等效抗弯刚度为  $7.8 \times 10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ , 等效抗剪刚度取为  $2 \times 10^6 \text{ kN/m}$ 。土层弹性模量取为 20 MPa, 泊松比取为 0.3, 同时, 环缝接头处刚度折减系数分别取 0.8, 0.5 进行对比分析。

#### 3.1 不同土层弹性模量的影响

保持其他相关参数不变, 计算弹性模量分别取为 10, 20, 30, 40 MPa 时隧道变形及内力变化情况, 其结果如图 6 所示。



(a) 隧道位移



(b) 管片弯矩

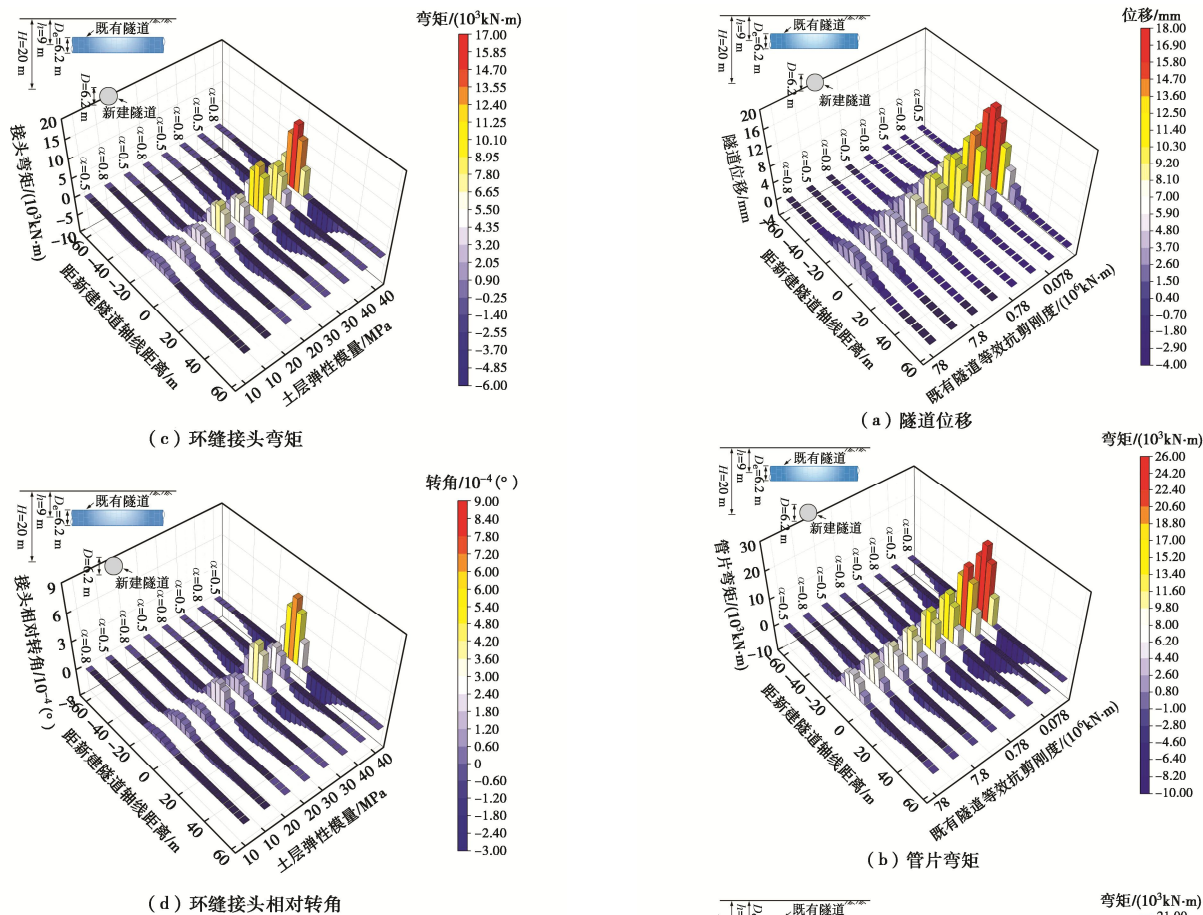


图 6 不同土层弹性模量影响下隧道内力及变形对比

Fig. 6 Comparison of internal forces and deformations of tunnel under influences of different elastic moduli of strata

图 6 (a) ~ (d) 分别为土层弹性模量取不同值时隧道位移、管片和接头弯矩及环缝接头转角示意图。从图 6 中可以看出,随着土层弹性模量的增大,隧道位移、管片和环缝接头弯矩及环缝接头处相对转角增大。既有隧道位移、环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩均在距新建隧道轴线为 0 m 处时达到最大值,但既有隧道位移随着距离的增加其值减小,而环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩随着与新建隧道轴线距离的增大呈先减小后增大趋势,并在距新建隧道轴线为 20 m 左右处达到最小值。同时从图 6 中可以看出,环缝接头刚度折减系数对隧道位移影响较小,而对隧道弯矩及环缝接头相对转角影响较大,表现为随着环缝接头刚度折减系数的增大,管片和环缝接头处弯矩增大,而环缝接头处相对转角减小。当环缝接头刚度折减系数为 0.5 时,管片与环缝接头处弯矩差距较大,当其值增加到 0.8 时,环缝接头处弯矩与管片处弯矩接近。

3.2 不同既有隧道等效抗弯刚度的影响

保持其他相关参数不变,计算既有隧道等效抗弯刚度分别取为  $7.8 \times 10^4$ ,  $7.8 \times 10^5$ ,  $7.8 \times 10^6$ ,  $7.8 \times 10^7$  kN·m<sup>2</sup> 时隧道变形及内力变化情况,其结果如图 7 所示。

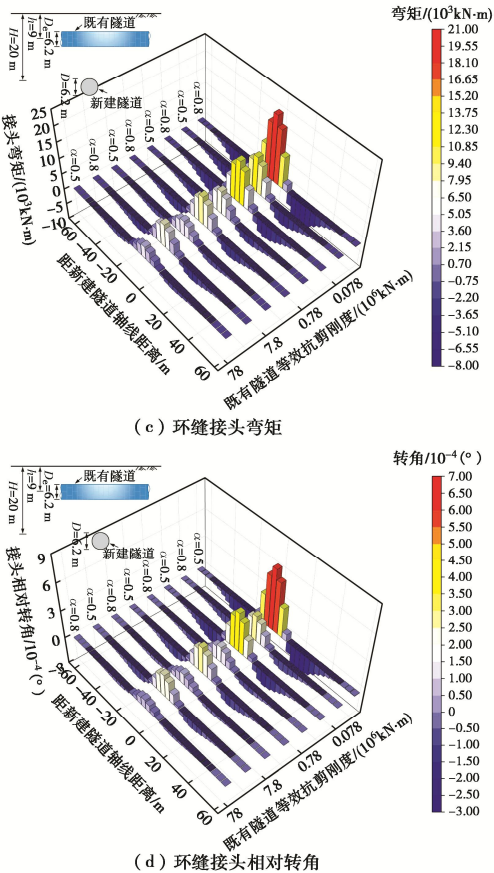


图 7 不同既有隧道等效抗弯刚度影响下隧道内力及变形对比

Fig. 7 Comparison of internal forces and deformations of tunnel under influences of different equivalent bending stiffnesses of existing tunnel



图 7 (a) ~ (d) 分别为既有等效抗弯刚度取不同值时既有隧道位移、管片和接头弯矩及环缝接头转角示意图。从图 7 中可以看出, 随着既有隧道等效抗弯刚度的增大, 隧道位移、管片弯矩、环缝接头处弯矩以及环缝接头相对转角均减小, 这是由于既有隧道等效抗弯刚度增大, 其抵抗变形的能力增大, 使得既有隧道在外部附加荷载作用下产生较小的变形。随着隧道等效抗弯刚度的增加, 其对既有隧道位移、管片和接头弯矩及环缝接头处相对转角的影响越来越小。当等效抗弯刚度达到  $7.8 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  时, 其值增加对既有隧道变形及内力影响不大。既有隧道位移、环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩均在距新建隧道轴线为 0 m 处时达到最大值, 环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩随着与新建隧道轴线距离的增大呈先减小后增大趋势, 在距新建隧道轴线为 20 m 左右处达到最小值; 而既有隧道位移随着距离的增加其值减小。环缝接头刚度折减系数对隧道位移影响较小, 而对管片和环缝接头处弯矩及环缝接头相对转角影响较大; 接头刚度折减系数的增大使管片和环缝接头处弯矩增大, 而环缝接头处相对转角减小。

3.3 不同既有隧道等效抗剪刚度的影响

保持其他相关参数不变, 计算既有隧道剪切刚度分别取为  $2 \times 10^6$ ,  $12 \times 10^6$ ,  $22 \times 10^6$ ,  $32 \times 10^6 \text{ kN/m}$  时隧道变形及内力变化情况, 其结果如图 8 所示。

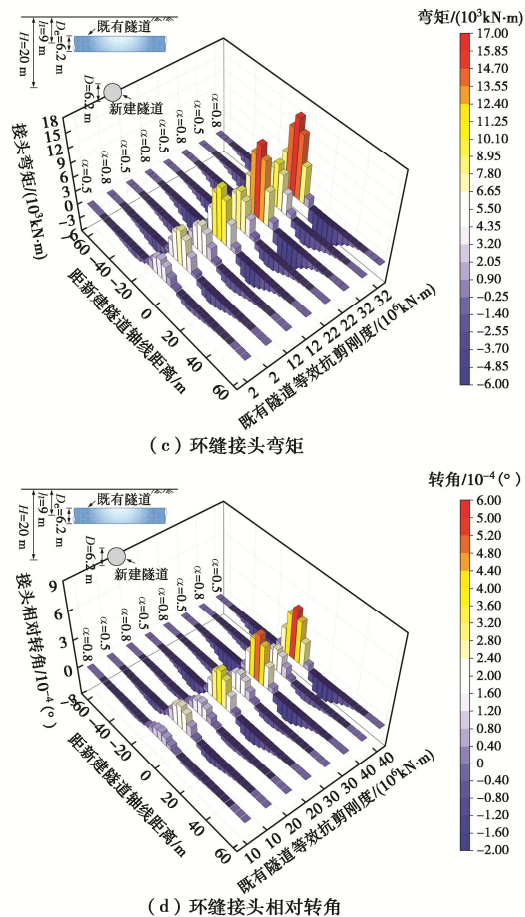
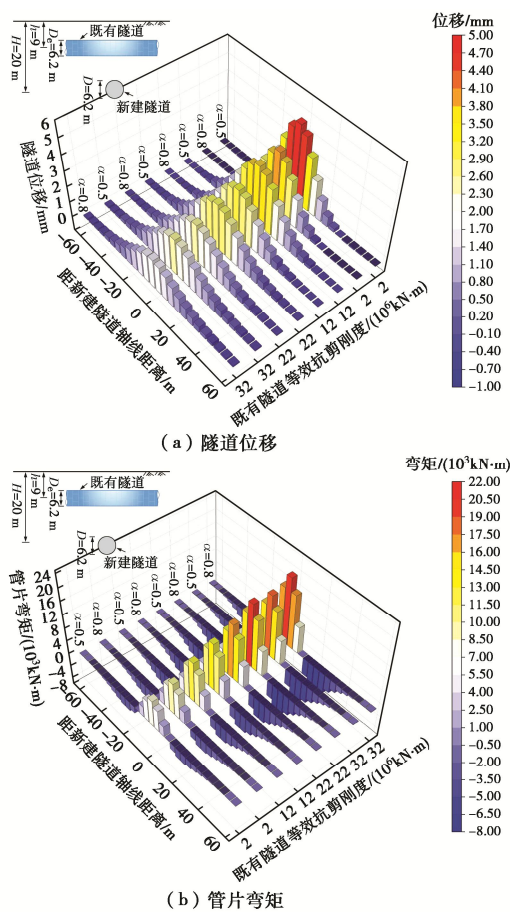


图 8 不同既有隧道等效抗剪刚度影响下隧道内力及变形对比  
Fig. 8 Comparison of internal forces and deformations of tunnel under influences of different equivalent shear stiffnesses of existing tunnel

图 8 (a) ~ (d) 分别为既有隧道等效抗剪刚度取不同值时隧道位移、管片和接头弯矩及环缝接头转角示意图。从图 8 中可以看出, 随着既有等效抗剪刚度的增大, 隧道位移减小, 而管片和环缝接头处弯矩以及环缝接头相对转角均增大。当等效抗剪刚度达到  $32 \times 10^6 \text{ kN/m}$  时, 其值增加对既有隧道变形及内力影响不大。环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩随着与新建隧道轴线距离的增大呈先减小后增大趋势, 并均在距新建隧道轴线为 0 m 处时达到最大值, 在距新建隧道轴线为 20 m 左右处达到最小值。同样, 环缝接头刚度折减系数对隧道位移影响较小, 而对管片及接头处弯矩及环缝接头相对转角影响较大。当环缝接头刚度折减系数为 0.5 时, 管片与环缝接头处弯矩差距较大, 当其值增加到 0.8 时, 环缝接头处弯矩与管片处弯矩接近。

4 结 论

通过两阶段分析法, 首先基于 Loganathan 和 Poulos 理论求得新建隧道下穿开挖下既有隧道轴线处土体竖向位移; 然后将既有隧道看成搁置在 Kerr 地基



模型上考虑环缝接头存在的非连续 Timoshenko 梁, 采用有限差分法求得新建隧道下穿开挖诱发既有盾构隧道纵向变形理论解答。

(1) 不考虑环缝接头存在时计算出的隧道竖向位移小于实测值, 而采用没有考虑地基连续性的 Winkler 地基模型计算出的结果大于实测值, 约为实测值的 2.5 倍。本文计算方法与实测值较为接近。由于既有隧道环缝接头的存在, 在管片环缝接头处弯矩小于接头两侧隧道管片的弯矩。同时, 不考虑环缝接头存在时隧道弯矩大于考虑环缝接头存在时计算结果, 而环缝接头相对转角小于考虑环缝接头存在时计算结果。

(2) 土体弹性模量和等效抗弯刚度的减小会使隧道位移、环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩均增大。而随着既有隧道等效抗剪刚度的减小, 既有隧道位移增加, 而既有隧道管片和环缝接头处弯矩以及环缝接头处相对转角减小。环缝接头相对转角、管片及环缝接头处弯矩均在距新建隧道轴线为 0 m 处时达到最大值, 而在距新建隧道轴线为 20 m 左右处其值最小。当等效抗弯刚度达到  $7.8 \times 10^7$  kN·m<sup>2</sup>、等效抗剪刚度达到  $32 \times 10^6$  kN/m 时, 其值增加对既有隧道变形及内力影响不大。

(3) 不同环缝接头刚度折减系数对环缝接头弯矩及相对转角的影响较大, 而对既有隧道位移及管片弯矩影响较小。环缝接头刚度折减系数从 0.5 增大到 0.8 时, 既有隧道管片及环缝接头处弯矩增大, 而既有隧道位移及环缝接头相对转角减小。

#### 参考文献:

- [1] CLAYTON C R I, VAN DER BERG J P, THOMAS A H. Monitoring and displacements at Heathrow Express Terminal 4 station tunnels[J]. *Géotechnique*, 2006, **56**(5): 323-334.
- [2] MOHAMAD H, BENNETT P J, SOGA K, et al. Behaviour of an old masonry tunnel due to tunnelling-induced ground settlement[J]. *Géotechnique*, 2010, **60**(12): 927-938.
- [3] 张琼方, 夏唐代, 丁 智, 等. 盾构近距离下穿对已建地铁隧道的位移影响及施工控制[J]. *岩土力学*, 2016, **37**(12): 3561-3568. (ZHANG Qiongfang, XIA Tangdai, DING Zhi, et al. Effect of nearby undercrossing tunneling on the deformation of existing metro tunnel and construction control[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, **37**(12): 3561-3568. (in Chinese))
- [4] LI P, DU S J, MA X F, et al. Centrifuge investigation into the effect of new shield tunnelling on an existing underlying large-diameter tunnel[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2014, **42**: 59-66.
- [5] SHI J W, WANG Y, NG C W W. Three-dimensional centrifuge modeling of ground and pipeline response to tunnel excavation[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2016, **142**(11): 04016054.
- [6] 魏 纲, 王 辰, 蔡诗淇, 等. 类矩形盾构施工对地下管线影响的模型试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2019, **41**(8): 1489-1495. (WEI Gang, WANG Chen, CAI Shiqi, et al. Model tests on influences of quasi-rectangular shield construction on underground pipelines[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(8): 1489-1495. (in Chinese))
- [7] LIU H L, LI P, LIU J Y. Numerical investigation of underlying tunnel heave during a new tunnel construction[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2011, **26**(2): 276-283.
- [8] LIN X T, CHEN R P, WU H N, et al. Deformation behaviors of existing tunnels caused by shield tunneling undercrossing with oblique angle[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2019, **89**: 78-90.
- [9] 张毫毫, 雷明锋, 刘凌晖, 等. 新建隧道下穿施工对既有上卧盾构隧道扰动影响规律研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2020, **17**(2): 396-404. (ZHANG Haohao, LEI Mingfeng, LIU Linghui, et al. Study on the influence law of underpass construction of new tunnel on the disturbance of existing upper shield tunnel[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2020, **17**(2): 396-404. (in Chinese))
- [10] 梁荣柱, 宗梦繁, 康 成, 等. 考虑隧道剪切效应的隧道下穿对既有盾构隧道的纵向影响[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2018, **52**(3): 420-430, 472. (LIANG Rongzhu, ZONG Mengfan, KANG Cheng, et al. Longitudinal impacts of existing shield tunnel due to down-crossing tunnelling considering shield tunnel shearing effect[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2018, **52**(3): 420-430, 472. (in Chinese))
- [11] YU J, LI H, HUANG M S, et al. Timoshenko-beam-based response of existing tunnel to single tunneling underneath and numerical verification of opening and dislocation[J]. *Computers and Geotechnics*, 2022, **147**: 104757.
- [12] LI P, DU S J, SHEN S L, et al. Timoshenko beam solution for the response of existing tunnels because of tunneling underneath[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2016, **40**(5): 766-784.
- [13] LIANG R Z, XIA T D, HONG Y, et al. Effects of above-crossing tunnelling on the existing shield tunnels[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2016, **58**:

- 159-176.
- [14] 管凌霄, 徐长节, 可文海, 等. 隧道下穿引起既有管道竖向位移的简化计算方法[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021, **43**(5): 66-72. (GUAN Lingxiao, XU Changjie, KE Wenhai, et al. Simplified method for calculating the vertical displacement of existing pipelines caused by tunnel undercrossing[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021, **43**(5): 66-72. (in Chinese))
- [15] GAN X L, YU J L, GONG X N, et al. Behaviours of existing shield tunnels due to tunnelling underneath considering asymmetric ground settlements[J]. Underground Space, 2022, **7**(5): 882-897.
- [16] 可文海, 管凌霄, 刘东海, 等. 盾构隧道下穿管道施工引起的管-土相互作用研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(1): 221-228, 234. (KE Wenhai, GUAN Lingxiao, LIU Donghai, et al. Research on upper pipeline-soil interaction induced by shield tunnelling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(1): 221-228, 234. (in Chinese))
- [17] 张志伟, 梁荣柱, 高 坤, 等. 考虑管片环间接头弱化的新建隧道上穿引起既有盾构隧道纵向变形分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, **41**(增刊 1): 2955-2970. (ZHANG Zhiwei, LIANG Rongzhu, GAO Kun, et al. Analysis of longitudinal displacement of existing shield tunnel due to construction of above-crossing new tunnel considering the weakening of circumferential joint[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, **41**(S1): 2955-2970. (in Chinese))
- [18] LIU X, FANG Q, JIANG A N, et al. Deformation analysis of existing tunnels with shearing and bending stiffness reduction at movement joints[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2022, **123**: 104408.
- [19] 魏 纲, 俞国骅, 杨 波. 新建隧道上穿既有隧道引起的剪切错台变形研究[J]. 自然灾害学报, 2018, **27**(4): 50-58. (WEI Gang, YU Guohua, YANG Bo. Study on shearing dislocation platform deformation of existing tunnel due to construction of above-crossing new tunnel[J]. Journal of Natural Disasters, 2018, **27**(4): 50-58. (in Chinese))
- [20] KERR A D. A study of a new foundation model[J]. Acta Mechanica, 1965, **1**(2): 135-147.
- [21] 宗 翔. 基坑开挖卸载引起下卧已建隧道的纵向变形研究[J]. 岩土力学, 2016, **37**(增刊 2): 571-577, 596. (ZONG Xiang. Study of longitudinal deformation of existing tunnel due to above excavation unloading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(S2): 571-577, 596. (in Chinese))
- [22] 冯国辉, 徐长节, 郑茗旺, 等. 考虑轴向内力时盾构下穿引起的既有隧道变形响应分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2022, **52**(3): 523-529. (FENG Guohui, XU Changjie, ZHENG Mingwang. Deformation response analysis on existing tunnel caused by shield tunneling underlying considering axial internal force[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2022, **52**(3): 523-529. (in Chinese))
- [23] ZHANG D M, HUANG Z K, LI Z L, et al. Analytical solution for the response of an existing tunnel to a new tunnel excavation underneath[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **108**: 197-211.
- [24] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(9): 846-856.
- [25] SHIBA Y, KAWASHIMA K, OBINATA N, et al. Evaluation procedure for seismic stress developed in shield tunnels based on seismic deformation method[J]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 1989(404): 385-394.
- [26] WU H N, SHEN S L, LIAO S M, et al. Longitudinal structural modelling of shield tunnels considering shearing dislocation between segmental rings[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, **50**: 317-323.
- [27] LIANG R Z, XIA T D, HUANG M S, et al. Simplified analytical method for evaluating the effects of adjacent excavation on shield tunnel considering the shearing effect[J]. Computers and Geotechnics, 2017, **81**: 167-187.