

DOI: 10.11779/CJGE202210005

双峰土-水特征曲线分形模型及其在孔隙分类中的应用

陶高梁^{1,2}, 廖凌瑾¹, 雷 达¹, 欧阳青¹, 彭寅杰¹, 张 帆¹

(1. 湖北工业大学土木建筑与环境学院, 湖北 武汉 430068; 2. 武昌理工学院智能建造学院, 湖北 武汉 430223)

摘 要: 现有的双峰土-水特征曲线 (SWCC) 模型大多由单峰土-水特征曲线的经验模型衍生而来, 这些模型中的参数一般没有明确的物理意义和取值范围, 导致通过拟合方法确定参数大小时出现多解情况, 因而从很大程度上限制了双峰 SWCC 的理论研究。根据毛细管理论, 双峰 SWCC 对应于双峰孔径分布 (PSD), 基于此, 利用 Menger 海绵模型对双峰 PSD 进行了分形描述, 并以此建立了双峰 SWCC 的物理模型。利用该模型对 20 组已发表的双峰 SWCC 试验数据进行拟合, 并与其他学者提出的模型进行对比。结果表明本文模型具有良好的拟合效果。此外, 基于建立的双峰 SWCC 模型提出了一种孔隙分类方法, 经验证, 该方法所得结果较为准确, 且具有应用简便、理论基础明确的优势。

关键词: 双峰土-水特征曲线; 双峰孔径分布; 分形; 孔隙分类

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)10-1799-11

作者简介: 陶高梁(1979—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事非饱和土工程性质等方面的科研工作。E-mail: tgl1979@126.com。

Fractal model for bimodal soil-water characteristic curve and its application in pore classification

TAO Gao-liang^{1,2}, LIAO Ling-jin¹, LEI Da¹, OUYANG Qing¹, PENG Yin-jie¹, ZHANG Fan¹

(1. School of Civil, Architectural and Environmental Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China; 2. School of Intelligent Construction, Wuchang University of Technology, Wuhan 430223, China)

Abstract: Most existing bimodal soil-water characteristic curve (SWCC) models are derived from the empirical models for unimodal SWCC, in which the parameters have no clear physical meanings or value ranges generally. When the parameters are determined by these models, there are always multiple solutions, thus the theoretical researches on the bimodal SWCC are restricted to a large extent. According to the capillary theory, the bimodal SWCC is usually associated with the bimodal pore size distribution (PSD). On account of this, a fractal description method for the bimodal PSD is presented by using Menger sponge model, and a physical model for the bimodal SWCC is established. The established model is employed to fit twenty sets of published data of bimodal SWCC, and compared with the models proposed by other scholars. The results show that the proposed model has a good fitting performance. Furthermore, a method for pore classification is proposed from the established bimodal SWCC model. It is proved that the results obtained by this method are relatively accurate, with the advantages of simple application and clear theoretical basis.

Key words: bimodal soil-water characteristic curve; bimodal pore size distribution; fractal; pore classification

0 引 言

土-水特征曲线 (SWCC) 描述了土体含水率随基质吸力变化的函数关系, 在非饱和土的研究中起着非常重要的作用。以 SWCC 为理论基础, 非饱和土在强度、渗透、固结和本构关系等方面的研究已在过去的几十年里得到了广泛的开展^[1-3]。SWCC 相关数据可以通过压力板法、滤纸法和蒸气平衡等方法进行测量^[4-5]。然而, 这些方法仅能获得离散的数据点, 还需将试验数据与相关模型进行拟合并形成明确的函数表达式才能直接应用于其他理论研究。

SWCC 模型可划分为物理模型和经验模型。前者主要是基于域理论、土壤参数或孔隙几何特征所建立的模型, 后者一般是采用统计分析方法通过拟合建立的模型, 其拟合参数大都不具备物理意义。因此, 物理模型相较于经验模型能更准确地解释土体性质。另一方面, 现有经验模型^[6-7]通常假设土体为理想的孔隙空间结构, 即假设土体具备单峰特征。然而, 已有研

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (51978249); 湖北省科技厅创新群体项目 (2020CFA046)

收稿日期: 2021-09-08

究表明,许多土壤的孔隙结构表现出双峰特征^[8-9],因此,这些经验模型更符合单峰孔隙结构土,对于具备双峰孔径分布特征的土体并不适用。

双峰 SWCC 模型通常由两种方法建立。第一种是将单峰 SWCC 模型进行叠加^[10-11],该方法得到的双峰 SWCC 模型通常为经验模型,存在较多没有明确物理意义的拟合参数。第二种是根据土体的结构特征,如双峰粒径/孔径分布特征等建立模型。Liu 等^[12]利用对数正态分布近似土体的孔径分布函数,基于此建立了双峰 SWCC 模型。Satyanaga 等^[13]基于双峰粒径分布的数学表达式建立了双峰 SWCC 模型。这类模型中的参数具有一定物理意义,但其表达式通常较为复杂。

大量研究表明,在自然条件下,许多类型的岩土体具有符合分形特征的孔径和粒径分布,有学者已证明分形理论能较为有效地描述岩土体颗粒和孔隙分布规律,基于此,现已形成较为成熟的土-水特征曲线分形模型体系,其有效性已得到较为充分的验证^[14-19]。目前,土体分形特征的研究主要面向单峰孔隙结构土,对双峰孔隙结构土的工程特性研究相对较少。

本研究通过叠加土体的两级孔隙域,得到了双峰孔隙结构土的 PSD,并基于此建立了双峰 SWCC 分形模型。将该模型应用于 20 组已发表的 SWCC 数据进行拟合,结果表明该模型具有良好的拟合性能和较广的适用范围。此外,基于多重分形理论提出了一种孔隙划分方法。利用该方法对 3 类土体的集聚体间和集聚体内孔隙进行了划分,结果表明该方法较为准确。本研究可为双峰 SWCC 在土体压缩特性、保水特性和本构关系等方面的进一步应用提供基础。

1 单峰土-水特征曲线分形模型

研究表明,单峰孔隙结构土的 PSD 可用 Menger 海绵模型模拟。陶高粱等^[20]基于 Menger 海绵模型中的孔径分布规律,建立了三维空间的颗粒体积分形模型:

$$V(>d) = V_a [1 - (d/L_2)]^{3-D} \quad (1)$$

求得在 $d_{\min} \leq d \leq d_{\max}$ 范围内孔径分布密度函数可表示为

$$f(d) = V(d)N(d) = (3-D)L_2^D d^{2-D} = c'd^{2-D} \quad (2)$$

式中, V_a 为土颗粒总体积, L_2 为测量范围的总尺度, d 为孔径; D 为分形维数,用于反映自然物体的不规则性,可表征土体的孔隙分布特征; c' 为常数,可由 $c' = (3-D)L_2^D$ 确定。

假设大孔隙中的水比小孔隙中的水优先排出,则根据 Young-Laplace 方程,土壤吸力与孔径大小的关系可表述为

$$\psi = 4T_s \cos \theta / d \quad (3)$$

式中, ψ 为土壤吸力, T_s 为表面张力, θ 为接触角。

随着吸力的增加,土体中的孔隙水开始排出,当吸力到达某一定值时,需要使吸力产生很大的改变才能继续排水,称该吸力值为残余吸力 ψ_r , 对应于残余含水率 w_r 。为计算方便,本研究对前人研究中的假设进行了参考^[14, 21],即假设土体含水率在超出残余状态后不再下降。残余吸力对应的孔隙尺寸可通过式 (3) 计算,记为 d_r , 储存残余水分的孔隙为 d_{\min} 到 d_r 这一范围。单峰孔隙结构土的孔径分布如图 1 所示。

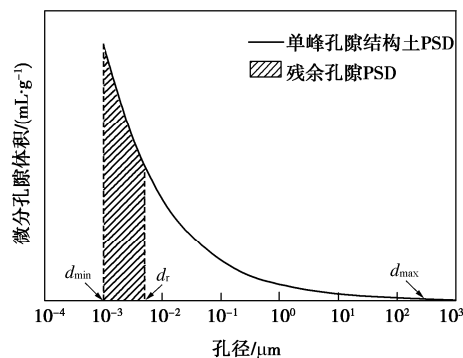


图 1 单峰孔隙结构土的孔径分布

Fig. 1 PSD of single-porosity structural soil

根据式 (2) 表示的孔径分布密度函数,直径小于 d 的孔隙累计体积 $V(\leq d)$ 可表示为

$$V(\leq d) = \int_{d_{\min}}^d f(d)dd = \frac{c'}{3-D} [(d^{3-D} - d_r^{3-D}) + (d_r^{3-D} - d_{\min}^{3-D})] \quad (4)$$

将上式乘以水的密度,可获得土体的含水率 $w(\leq d)$ ^[22]:

$$w(\leq d) = \rho_w V(\leq d) = \frac{c' \rho_w}{3-D} [(d^{3-D} - d_r^{3-D}) + (d_r^{3-D} - d_{\min}^{3-D})] = \frac{c' \rho_w}{3-D} (d^{3-D} - d_r^{3-D}) + w_r \quad (5)$$

将式 (3) 代入式 (5), $w(\leq d)$ 可转换为 $w(\psi)$:

$$w(\psi) = \frac{c' \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D}}{3-D} [\psi^{-(3-D)} - \psi_r^{-(3-D)}] + w_r \quad (6)$$

当 $d = d_{\max}$ 时, $w(\leq d_{\max})$ 等同于饱和含水率 w_s :

$$w_s = \frac{c' \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D}}{3-D} [\psi_a^{-(3-D)} - \psi_r^{-(3-D)}] + w_r \quad (7)$$

式中, ψ_a 为进气值,是土体从饱和状态转变为非饱和状态的临界吸力值,与土体最大孔径 d_{\max} 相关。

根据式 (6), (7), 可得

$$\frac{w(\psi) - w_r}{w_s - w_r} = \frac{\psi^{-(3-D)} - \psi_r^{-(3-D)}}{\psi_a^{-(3-D)} - \psi_r^{-(3-D)}} \quad (8)$$

式中, $\psi_r \gg \psi_a$, $\psi_r^{-(3-D)}$ 相比于 $\psi_a^{-(3-D)}$ 可忽略不计,故将式 (8) 简化为

$$w(\psi) = w_r + (w_s - w_r) \left(\frac{\psi_a}{\psi} \right)^{3-D} \quad (9)$$

则单峰 SWCC 可表示为

$$w = \begin{cases} w_s & (\psi < \psi_a) \\ w_r + (w_s - w_r) \left(\frac{\psi_a}{\psi} \right)^{3-D} & (\psi \geq \psi_a) \end{cases} \quad (10)$$

利用南宁膨胀土的试验数据^[23], 验证了用式(2)表示孔径分布密度函数(PSD)的可行性, 并评价了式(10)所表示的单峰 SWCC 模型的拟合性能。

根据 SWCC 拟合结果可求得土体分形维数 D , 将 D 与 L_2 代入式(2)得到南宁膨胀土的理论 PSD, 并将其与压汞试验(MIP)测得的 PSD 进行了比较, 结果如图 2(a)所示。对于 MIP 试验的样品, $L_2 = \rho_d^{-1/3}$, 其中 ρ_d 为样品的干密度。从图 2(a)可看出, 式(2)能够准确反映较大孔隙的 PSD, 在较小孔隙区域代表的阴影部分, 分形理论所描述的孔隙分布特征与实际情况有较大差异, 这是利用本文模型描述土体 PSD 所存在的缺陷。但是, 其累计孔隙体积非常接近, 即面积①+面积②=面积①+面积③。土-水特征曲线给出的含水率与基质吸力的关系, 实质反映的是小于某孔径 d 的累计孔隙体积与孔径 d 的关系。图 2(b)为式(10)的拟合结果, 可以看出该模型拟合效果较好。因此, 只要分形理论反映的累计孔隙体积-孔径分布规律与实际情况相符便能有效预测土-水特征曲线。

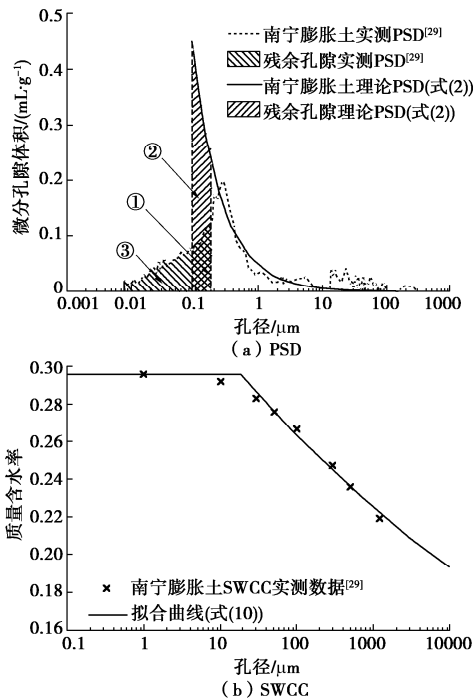


图 2 单峰 SWCC 模型的拟合结果

Fig. 2 Fitting results of proposed unimodal SWCC model

2 双峰土-水特征曲线分形模型

如引言部分所述, 土壤呈现双峰 SWCC 是由于其

双峰结构特征导致的。若粗颗粒形成的孔隙不能完全被细颗粒填满, 土壤中就会出现两级孔隙域, 即集聚体间孔隙和集聚体内孔隙, 如图 3 所示。

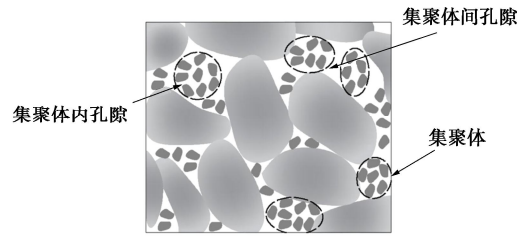


图 3 双峰孔隙结构土的微观孔隙结构

Fig. 3 Microstructure of soil with bimodal pore structure

本节提出了一种可用来表示双峰孔隙结构土 PSD 的方法。将双峰孔隙结构土的孔径分布看作两级孔隙域在不同孔径范围内的叠加。根据式(2)可分别得到集聚体间和集聚体内孔隙的孔径分布密度函数, 将其叠加获得双峰孔隙结构土的 PSD。

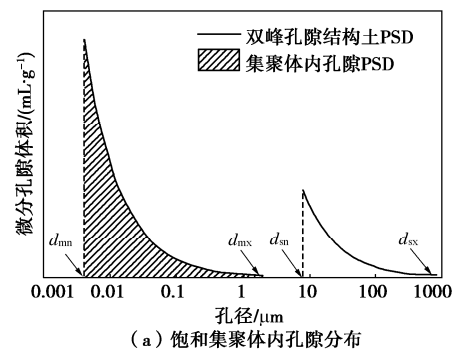
根据双峰 SWCC 的特点, 可将双峰孔隙结构土的排水过程分为两个阶段。第一个阶段为集聚体间孔隙的吸力范围, 随着土壤吸力的增加, 集聚体间孔隙中的水分逐渐被排出, 直至完全排空, 而集聚体内孔隙仍处于饱和状态。第二阶段为集聚体内孔隙的吸力范围, 此时集聚体内孔隙开始由饱和状态向残余状态排水。图 4(a)为第一阶段结束后的孔隙分布, 图 4(b)为残余状态时的孔隙分布, 分别对应集聚体间和集聚体内孔隙吸力范围内孔隙水的最终状态。其中, d_{mx} 和 d_{mn} 分别代表集聚体内孔隙的最大和最小孔径, d_{sx} 和 d_{sn} 分别代表集聚体间孔隙的最大和最小孔径, d_{mr} 用于表示集聚体内孔隙的临界残余孔径。

根据式(2), 集聚体间和集聚体内孔隙的孔径分布密度函数分别为

$$f_s(d) = c_s d^{2-D_s} \quad (d_{sn} \leq d \leq d_{sx}) \quad (11)$$

$$f_m(d) = c_m d^{2-D_m} \quad (d_{mn} \leq d \leq d_{mx}) \quad (12)$$

式中, c_s 和 c_m 为常数, D_s 和 D_m 分别为集聚体间和集聚体内孔隙的分形维数。



(a) 饱和集聚体内孔隙分布

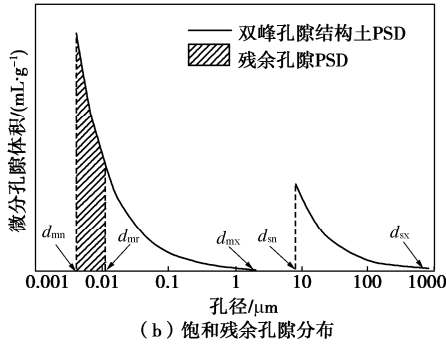


图4 双峰孔隙结构土的孔径分布

Fig. 4 PSD of soil with bimodal pore structure

通过对式(12)进行积分运算, 可得到集聚体内孔隙体积 V_{ms} 和储存残余水分的孔隙体积 V_{mr} :

$$V_{ms} = \int_{d_{mn}}^{d_{mx}} c_m d^{2-D_m} dd = \frac{c_m}{3-D_m} (d_{mx}^{3-D_m} - d_{mn}^{3-D_m}), \quad (13)$$

$$V_{mr} = \int_{d_{mn}}^{d_{mr}} c_m d^{2-D_m} dd = \frac{c_m}{3-D_m} (d_{mr}^{3-D_m} - d_{mn}^{3-D_m}). \quad (14)$$

假设集聚体内和集聚体间孔隙的 PSD 是连续的, 则双峰孔隙结构土的累积孔隙体积 $V(\leq d)$ 可表示为

$$V(\leq d) = \begin{cases} \frac{c_m}{3-D_m} [(d_{mx}^{3-D_m} - d_{mr}^{3-D_m}) + (d_{mr}^{3-D_m} - d_{mn}^{3-D_m})] & (d_{mn} \leq d < d_{mx}) \\ \frac{c_m}{3-D_m} (d_{mx}^{3-D_m} - d_{mn}^{3-D_m}) & (d_{mx} \leq d < d_{sn}) \\ \frac{c_s}{3-D_s} (d_{sn}^{3-D_s} - d_{mx}^{3-D_s}) + \frac{c_m}{3-D_m} (d_{mx}^{3-D_m} - d_{mn}^{3-D_m}) & (d_{sn} \leq d \leq d_{sx}) \end{cases} \quad (15)$$

式(12)在 $d=d_{mx}$ 处收敛于 0, 因此, 当 $d>d_{mx}$ 时, $f_m(d)=0$ 。令 $d_{mx}=d_{sn}$ 对式(12)的结果没有影响。则式(15)可简化为

$$V(\leq d) = \begin{cases} \frac{c_m}{3-D_m} (d_{mx}^{3-D_m} - d_{mr}^{3-D_m}) + V_{mr} & (d_{mn} \leq d < d_{mx}) \\ \frac{c_s}{3-D_s} (d_{sn}^{3-D_s} - d_{mx}^{3-D_s}) + V_{ms} & (d_{mx} \leq d \leq d_{sx}) \end{cases} \quad (16)$$

式(16)表示单位质量土颗粒中直径 $\leq d$ 的孔隙累积体积。将式(16)乘以水的密度 ρ_w , 得到土体的含水率:

$$V(\leq d) = \begin{cases} \frac{c_m \rho_w}{3-D_m} (d_{mx}^{3-D_m} - d_{mr}^{3-D_m}) + w_{mr} & (d_{mn} \leq d < d_{mx}) \\ \frac{c_s \rho_w}{3-D_s} (d_{sn}^{3-D_s} - d_{mx}^{3-D_s}) + w_{ms} & (d_{mx} \leq d \leq d_{sx}) \end{cases}, \quad (17)$$

式中, w_{mr} 为残余含水率, w_{ms} 为集聚体内孔隙的饱和

含水率, 与 V_{ms} 对应。

将式(3)代入式(17)得到

$$w(\psi) = \begin{cases} \frac{c_s \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_s}}{3-D_s} [\psi^{-(3-D_s)} - \psi_{ma}^{-(3-D_s)}] + w_{ms} & (\psi_{sa} \leq \psi \leq \psi_{ma}) \\ \frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} [\psi^{-(3-D_m)} - \psi_{mr}^{-(3-D_m)}] + w_{mr} & (\psi_{ma} \leq \psi \leq \psi_{mr}) \end{cases} \quad (18)$$

式中, ψ_{sa} 为集聚体间孔隙的进气值, ψ_{ma} 和 ψ_{mr} 分别为集聚体内孔隙的进气值和残余吸力。这些吸力值对应的孔径大小依次为 d_{sx} , d_{mx} 和 d_{mr} 。

在集聚体间孔隙的吸力范围内, SWCC 表示为

$$w(\psi) - w_{ms} = \frac{c_s \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_s}}{3-D_s} [\psi^{-(3-D_s)} - \psi_{ma}^{-(3-D_s)}], \quad (19)$$

则完全饱和时, 饱和含水率 w_{ss} 可表示为

$$w_{ss} - w_{ms} = \frac{c_s \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_s}}{3-D_s} [\psi_{sa}^{-(3-D_s)} - \psi_{ma}^{-(3-D_s)}]. \quad (20)$$

将式(19)除以式(20)得到

$$\frac{w(\psi) - w_{ms}}{w_{ss} - w_{ms}} = \frac{\psi^{-(3-D_s)} - \psi_{ma}^{-(3-D_s)}}{\psi_{sa}^{-(3-D_s)} - \psi_{ma}^{-(3-D_s)}}. \quad (21)$$

由于 $\psi_{ma} \gg \psi_{sa}$, $\psi_{ma}^{-(3-D_s)}$ 相对于 $\psi_{sa}^{-(3-D_s)}$ 可忽略不计, 故将式(21)简化为

$$\frac{w(\psi) - w_{ms}}{w_{ss} - w_{ms}} = \left(\frac{\psi_{sa}}{\psi} \right)^{3-D_s}. \quad (22)$$

在集聚体内孔隙的吸力范围, SWCC 表示为

$$w(\psi) - w_{mr} = \frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} [\psi^{-(3-D_m)} - \psi_{mr}^{-(3-D_m)}], \quad (23)$$

则集聚体内孔隙饱和时, 饱和含水率 w_{ms} 表示为

$$w_{ms} - w_{mr} = \frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} [\psi_{ma}^{-(3-D_m)} - \psi_{mr}^{-(3-D_m)}]. \quad (24)$$

将式(23)除以式(24)得到

$$\frac{w(\psi) - w_{mr}}{w_{ms} - w_{mr}} = \frac{\psi^{-(3-D_m)} - \psi_{mr}^{-(3-D_m)}}{\psi_{ma}^{-(3-D_m)} - \psi_{mr}^{-(3-D_m)}}. \quad (25)$$

由于 $\psi_{mr} \gg \psi_{ma}$, $\psi_{mr}^{-(3-D_m)}$ 相对于 $\psi_{ma}^{-(3-D_m)}$ 可忽略不计, 故将式(25)简化为

$$\frac{w(\psi) - w_{mr}}{w_{ms} - w_{mr}} = \left(\frac{\psi_{ma}}{\psi} \right)^{3-D_m}. \quad (26)$$

结合式(22)和式(26), 双峰 SWCC 可表示为

$$w = \begin{cases} w_{ss} & (\psi < \psi_{sa}) \\ w_{ms} + (w_{ss} - w_{ms}) \left(\frac{\psi_{sa}}{\psi} \right)^{3-D_s} & (\psi_{sa} \leq \psi < \psi_{ma}) \\ w_{mr} + (w_{ms} - w_{mr}) \left(\frac{\psi_{ma}}{\psi} \right)^{3-D_m} & (\psi \geq \psi_{ma}) \end{cases} \quad (27)$$

3 验证与比较分析

3.1 模型拟合性能验证

本节的主要目的是评估本文提出的双峰 SWCC 模型 (式 (27)) 的拟合性能。将该模型与 Burger 等^[10]提出的模型 (以下简称 BS 模型) 及 Li 等^[24]提出的模型 (以下简称 Li 模型) 进行了比较。选择这两个模型的原因如下: ①本文模型与 Li 模型均为物理模型, 且两者表达式中存在一些具有相同物理意义的拟合参数。因此, 可以通过比较两个模型的参数拟合值来验证本文

模型的准确性。②本文模型与 BS 模型的表达式在形式上相似, 但前者为物理模型, 后者为经验模型。通过比较两个模型的拟合结果, 可探究两者之间的关系和差异。本节所采用的双峰 SWCC 相关数据的编码和来源及部分基本物理参数如表 1 所示。

将 3 个模型分别应用于表 1 中的 SWCC 相关数据, 求得各模型的拟合参数并得到 RMSE 和 R^2_{adj} 两个用于评价模型拟合性能的指标, 具体结果见表 2。RMSE 为均方根误差, 其值越小表示模型的拟合效果越好。 R^2_{adj} 为校正可决系数, 取值在 0~1 之间, 其值越大, 表示模型的拟合性能越好。由表 2 可知, 本文模型对 20 组土壤 SWCC 数据拟合结果的 R^2_{adj} 均大于 0.95, 其中有 15 组超过 0.99。此外, 本文模型拟合得到的 RMSE 相较于另外两个模型更接近于 0。因此, 本文模型具有更良好的拟合性能。

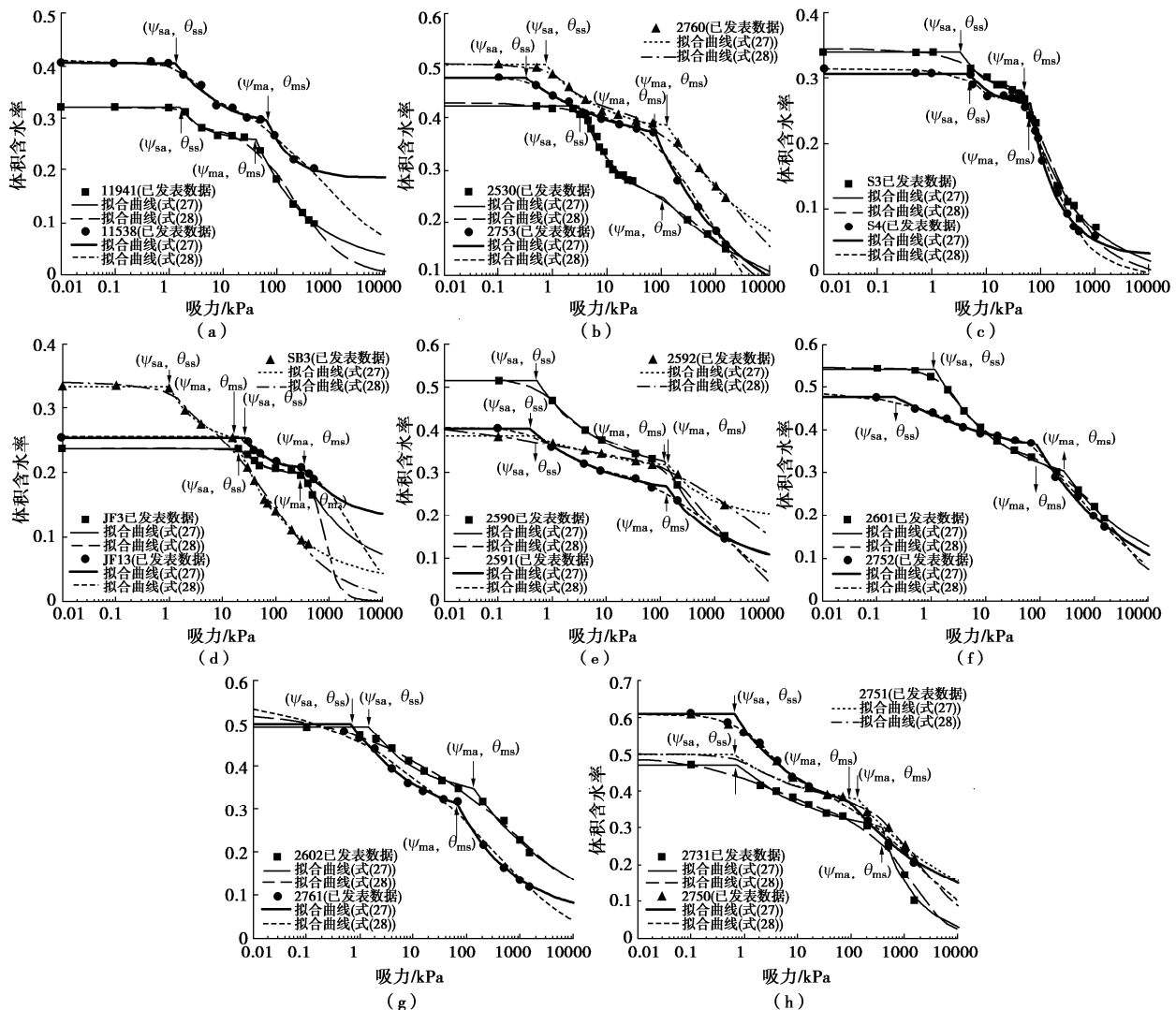


图 5 本文模型与 Li 模型的拟合结果

Fig. 5 Fitting results of proposed model and Li model

表 1 本研究中使用的土壤数据的编码、来源和性质

Table 1 Codes, sources and properties of soil data used in this study

编码	土壤类型	相对质量密度	粒子比率 (砂砾/砂/淤泥/黏土)	堆积密度	孔隙比	来源
11491	壤土	2.65	6.12/28.99/48.89/15.48	1.89	0.89	Soil ^[25]
11538	黏壤土	2.62	4.70/26.83/44.68/23.5	1.71	1.23	
SB3	香港腐殖质土壤	—	—	—	0.85	
S3	砂壤土	2.65	0/69.7/25.6/4.70	2.13	0.41	Satyanaga 等 ^[13]
S4	砂壤土	2.65	0/59.8/33.9/6.30	2.13	0.39	
JF3	粉土	2.70	—	—	0.51	Rahardjo 等 ^[26]
JF13	粉土	—	—	—	0.34	
2601	粉砂壤土	2.53	0/32.7/41.1/26.2	1.08	0.57	UNSODA ^[27]
2602	砂壤土	2.63	0/33.9/41.8/24.3	1.21	0.54	
2530	壤土	2.64	—	1.36	0.48	
2590	壤土	2.59	0/50.3/32.6/18.7	1.22	0.53	
2591	壤土	2.65	0/49.1/29.1/21.8	1.51	0.43	
2592	粉砂壤土	2.78	0/4.30/70.9/ 24.8	1.69	0.39	
2731	粉砂壤土	2.61	0/24.8/58.2/17.0	1.38	0.47	
2750	壤土	2.59	0/51.7/29.8/18.5	1.01	0.61	
2751	砂壤土	2.65	0/55.4/26.0/18.6	1.28	0.52	
2752	壤土	2.67	0/50.0/31.0/19.0	1.45	0.46	
2753	砂壤土	2.69	0/54.4/28.3/17.3	1.42	0.47	
2760	粉砂壤土	2.58	0/39.4/55.0/5.60	1.13	0.56	
2761	粉砂壤土	2.65	0/40.7/54.2/5.10	1.28	0.52	

表 2 各模型的拟合结果

Table 2 Fitting results of models used in this study

模型	参数	11491	11538	2530	2753	2760	S3	S4	JF3	JF13	SB3
本文模型	D_m	2.559	2.039	2.812	2.722	2.808	2.525	2.203	2.538	2.403	2.593
	D_s	2.02	2.517	2.396	2.751	2.553	2.079	2.1	2.075	2.111	2.308
	ψ_{sa}	1.665	1.3	31.49	3.27	7.336	3.317	4.606	20.53	25.28	0.9512
	ψ_{ma}	41.53	80	1800	1089	1522	49.56	62.76	315	387.4	18.77
	w_{ms}	0.2571	0.2761	0.2241	0.3362	0.3727	0.2727	0.2546	0.1961	0.2007	0.2433
	w_{mr}	0.01664	0.1845	0.001621	2.75×10^{-6}	0.02613	0.0003045	0.02727	0.04201	0.127	0.02796
	R^2_{adj}	0.9987	0.9955	0.9883	0.9978	0.999	0.9957	0.9944	0.9643	0.9912	0.9991
	RMSE	0.002889	0.003976	0.007784	0.004863	0.002448	0.006224	0.006831	0.004169	0.001971	0.002456
Li 模型	ψ_a	2.13	2.256	52.9	5.572	12.25	17.24	19.05	30.4	33.26	1.655
	ψ_{a2}	72.5	99.9	2037	1848	3000	32.34	34.3	569.2	1204	16
	ψ_r	617.5	4757	1.04×10^5	2.744×10^4	2.07×10^5	354.8	272	1110	7290	336.7
	ψ_t	2.498	.951	91.72	13.9	21.43	29.01	31.53	41.79	45.83	2.039
	w_r	0.09464	0.1188	0.09787	0.1372	0.1485	0.1409	0.1404	0.06739	0.07216	0.1062
	w_s	0.4159	0.5317	0.5269	0.6141	0.6544	0.487	0.4553	0.3052	0.3294	0.4493
	R^2_{adj}	0.9889	0.9849	0.9987	0.9881	0.9899	0.9954	0.9871	0.9976	0.9652	0.9873
	RMSE	0.009009	0.008714	0.003372	0.01163	0.008378	0.006455	0.01036	0.001139	0.004412	0.0103
BS 模型	λ	0.9299	0.4875	0.6039	0.2489	0.4466	0.5556	1.831	0.9253	0.9244	0.711
	λ'	0.4509	0.9887	0.1903	0.2782	0.1753	0.6089	0.7974	0.5079	0.5963	0.4214
	ψ_a	1.5	1.287	31.49	3.27	7.342	3.769	4.91	20.51	25.28	0.9454
	ψ_c	41.45	80	1800	1089	1507	61.7	59.95	315	387.4	18.67
	w_0	0.2577	0.2766	0.2241	0.3362	0.3728	0.2502	0.2631	0.1961	0.2007	0.2446
	w_r	0.01982	0.1856	0.003904	4.73×10^{-7}	3.94×10^{-7}	0.02982	0.02732	0.05552	0.127	0.03137
	R^2_{adj}	0.9982	0.9938	0.9917	0.9989	0.9996	0.9954	0.9947	0.973	0.9902	0.9991
	RMSE	0.003368	0.004636	0.006541	0.003439	0.001599	0.006444	0.006628	0.003625	0.002074	0.002447
模型	参数	2590	2591	2592	2601	2602	2731	2750	2751	2752	2761
本文模型	D_m	2.531	2.582	2.751	2.654	2.772	2.313	2.763	2.792	2.75	2.605
	D_s	2.637	2.71	2.72	2.666	2.602	2.774	2.665	2.686	2.84	2.673
	ψ_{sa}	5.117	3.853	7.268	11.2	14.75	7.044	6.43	6.559	2.252	6.997
	ψ_{ma}	1541	1989	1996	4999	2000	5000	2000	1914	1981	1117
	w_{ms}	0.2971	0.2358	0.2956	0.2594	0.3214	0.2488	0.3169	0.3519	0.297	0.2611
	w_{mr}	0.07893	0.08197	0.1189	0.06081	0.007547	0.0005881	0.03899	1.8×10^{-10}	6.41×10^{-6}	0.0439
	R^2_{adj}	0.9999	0.9932	0.9808	0.9946	0.9899	0.9874	0.9921	0.9948	0.997	0.9966
	RMSE	0.001099	0.006441	0.006901	0.008827	0.009897	0.01231	0.01193	0.00641	0.005401	0.007732

续表 2

模型	参数	11491	11538	2530	2753	2760	S3	S4	JF3	JF13	SB3
Li 模型	ψ_a	7.767	5.026	49.88	18.61	39.98	4.833	11.32	11.29	122.3	6.058
	ψ_{a2}	2182	2930	257.1	6017	584.3	5816	2709	5348	228.8	3134
	ψ_r	3.71×10^4	6.55×10^4	9.64×10^4	7.26×10^4	40.11	3×10^4	7.75×10^4	6.74×10^4	1.61×10^4	4.59×10^4
	ψ_t	22.61	19.35	890.8	64.49	4296	186.2	42.38	35.79	400.3	649.5
	w_r	0.1235	0.1008	0.2005	0.1127	0.02503	0.09409	0.137	0.1342	0.2174	0.04908
	w_s	0.6398	0.5078	0.6228	0.6584	0.629	0.5835	0.745	0.6332	0.7114	0.5999
	R^2_{adj}	0.9937	0.9969	0.9941	0.9999	0.9877	0.9677	0.9955	0.9987	0.9964	0.9806
	RMSE	0.008897	0.004374	0.003812	0.001311	0.0109	0.01967	0.009022	0.00317	0.005915	0.0184
	λ	0.363	0.2958	0.2408	0.3295	0.2743	0.2135	0.3257	0.3327	0.1829	0.5394
BS 模型	λ'	0.315	0.7556	0.2936	0.4238	0.3764	0.6801	0.2727	0.2073	0.2487	0.3721
	ψ_a	5.118	4.045	4.731	11.02	15.57	6.148	6.194	6.781	2.401	10.57
	ψ_c	1477	1996	1997	5000	5000	5000	2000	1811	1650	744.9
	w_0	0.2971	0.2361	0.2952	0.258	0.2697	0.2467	0.3152	0.3556	0.3103	0.2962
	w_r	0.02091	0.1235	0.1406	0.09945	0.07164	0.004612	0.07228	0.000501	2.96×10^{-6}	0.03637
	R^2_{adj}	0.9999	0.9927	0.9935	0.9944	0.9908	0.987	0.9908	0.9941	0.9964	0.9901
	RMSE	0.0011	0.006666	0.004006	0.009015	0.00943	0.0125	0.01285	0.006869	0.00586	0.01316

3.2 对比 Li 模型

Li 模型^[24]可以表示为

$$w(\psi) = \frac{(0.75w_s - 3w_r)\sqrt{\psi_a\psi_t}^{-2/\lg(\psi_r/\psi_a)}}{\psi^{2/\lg(\psi_r/\psi_a)} + \sqrt{\psi_t\psi_a}^{-2/\lg(\psi_r/\psi_a)}} + \frac{(0.25w_s - w_r)(4\psi_t)^{0.8}}{\psi^{0.8} + (4\psi_t)^{0.8}} + \frac{3w_r\sqrt{\psi_{a2}\psi_r}^{-2/\lg(\psi_r/\psi_{a2})}}{\psi^{2/\lg(\psi_r/\psi_{a2})} + \sqrt{\psi_{a2}\psi_r}^{-2/\lg(\psi_r/\psi_{a2})}} + \frac{w_r(4\psi_t)^{0.8}}{\psi^{0.8} + (4\psi_t)^{0.8}}, \quad (28)$$

式中, w_s 与 w_r 分别为饱和及残余含水率, ψ_a 与 ψ_{a2} 分别为双峰 SWCC 的第一、第二进气值, ψ_t 与 ψ_r 分别为双峰 SWCC 的第一、第二残余吸力值。

图 5 为式 (27) 与式 (28) 分别对 20 组 SWCC 数据进行拟合得到的曲线。可以看出式 (27) 在大多数情况下比式 (28) 的拟合效果更好。少数土样, 如代码为 2530、2591、2592、2601、2750、2751 和 JF3 的数据, 式 (28) 的拟合效果更好。对于双峰形态特征不明显的 SWCC 数据 (如代码为 2530、2753、S3、SB3 的土样), 式 (28) 的拟合曲线近似单峰形态, 而式 (27) 的拟合曲线可以清楚地显示其双峰特征。在高吸力情况下, 式 (27) 与式 (28) 的预测情况存在一定差异, 因此, 两个模型在高吸力情况下的适用性和优劣性仍待进一步验证。

在拟合过程中, 参数的初始值和取值范围都会对拟合结果产生较大影响, 参数的取值范围越精准, 拟合结果越准确。式 (27) 中有 6 个参数: w_{ms} , w_{mr} , ψ_{sa} , ψ_{ma} , D_s 和 D_m , 其中只有 ψ_{sa} 和 ψ_{ma} 没有明确的取值范围 ($0 < w_{ms}/w_{mr} < 1$, $2 < D_s/D_m < 3$)。式 (28) 同样有 ψ_a , ψ_{a2} , ψ_r , ψ_t , w_r 和 w_s 共 6 个参数, 但其中有 4 个参数 ψ_a , ψ_{a2} , ψ_t , ψ_r 取值范围不明确 ($0 < w_s/w_r < 1$), 故式 (27) 比式 (28) 更容易到达最佳拟合效果。根据这些参数的物理意义, ψ_{sa} 与 ψ_a , ψ_{ma} 与 ψ_{a2} , w_{mr} 与 w_r 分别相互对应。从表 2 可以看出, 通过式 (28) 得到的集聚体间孔隙和集聚体内孔

隙的进气值通常比式 (27) 得到的值大。此外, 这两个模型得到的残余含水率均没有明确的规律。在图 5 中, 将式 (27) 得到的特征点 (ψ_{sa} , w_{ss}) 和 (ψ_{ma} , w_{ms}) 标记于拟合曲线上, 可以观察到这些点准确位于土壤孔隙排水过程的临界位置处, 从物理意义上看, 式 (27) 得到的参数是准确的。

3.3 对比 BS 模型

BS 模型^[10]可以表示为

$$w = \begin{cases} w_s & (\psi \leq \psi_a) \\ w_0 + (w_s - w_0) \left(\frac{\psi}{\psi_a} \right)^{-\lambda} & (\psi_a < \psi \leq \psi_c), (29) \\ w_r + (w_0 - w_r) \left(\frac{\psi}{\psi_c} \right)^{-\lambda'} & (\psi > \psi_c) \end{cases}$$

式中, w_0 为集聚体内孔隙中的水开始排出时对应的含水率, ψ_a 和 ψ_c 分别为集聚体间孔隙和集聚体内孔隙的进气值, λ 和 λ' 分别代表集聚体间孔隙和集聚体内孔隙的孔径分布指数。

式 (27) 与式 (29) 有相似的表达式, 但本文模型 (式 27) 中 $2 < D_s/D_m < 3$, 而 BS 模型 (式 29) 中与 D_s/D_m 对应的参数 λ/λ' 并没有明确的取值范围。由于参数的初始值和取值范围都会对拟合结果产生较大影响, 这使得式 (27) 和 (29) 的拟合结果存在一定差异, 如编号为 S3、S4、2591 和 2761 的土样, 特别是当测量数据中不包含过渡区 (如 S4 土样) 时, 这种影响更为明显。拟合参数有明确的适用范围会提高模型应用的准确性, 因此本文模型优于 BS 模型。

4 双峰 SWCC 在孔隙分类中的应用

4.1 基于分形理论的孔隙分类方法

双峰孔隙结构土的集聚体间和集聚体内孔隙具有不同的分布特征和显著的尺寸差异, 因此二者的失水过程并非同时进行。处于集聚体间和集聚体内孔隙中

的水具备不同的应力条件,因此需要分别考虑其对于土壤整体强度的贡献^[28]。目前,许多学者^[29-30]都曾提出孔隙分类的方法,但所得结果存在较大差异,难以对其精度进行比较。此外,也没有人利用多重分形理论来研究这个问题。因此,提出一种能准确划分土壤孔隙且具有明确物理意义的方法是非常有必要的。本节基于多重分形理论,并利用本文提出的双峰 SWCC 模型对双峰孔隙结构土的孔隙进行了分类。

多重分形理论揭示了材料演化过程中的多层次分形特征。分形维数的变化与分形几何的演化密切相关,分形维数变化的时刻对应于孔隙结构的尺寸界限。孔隙结构的尺寸界限在本质上即表示土壤中集聚体间孔隙与集聚体内孔隙的临界值^[31-32]。本节基于式(27)所表示的双峰 SWCC 推导了一种计算双峰孔隙结构土体分形维数的方法,具体推导过程如下:

(1)在集聚体内孔隙的吸力范围($\psi_{ma} < \psi < \psi_{mr}$)内, SWCC 表示为

$$w(\psi) = \frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} \left[\psi^{-(3-D_m)} - \psi_{mr}^{-(3-D_m)} \right] + w_{mr}$$

$$= \frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} \left[\psi^{-(3-D_m)} - \psi_{mn}^{-(3-D_m)} \right], \quad (30)$$

由于 $\psi_{mn}^{-(3-D_m)}$ 收敛于 0, 可将式(30)简化为

$$w(\psi) = \frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} \psi^{-(3-D_m)}. \quad (31)$$

(2)在集聚体间孔隙吸力范围($\psi_{sa} < \psi < \psi_{ma}$)内, SWCC 表示为

$$w(\psi) = w_{ms} + (w_{ss} - w_{ms}) \left(\frac{\psi_{sa}}{\psi} \right)^{3-D_s}$$

$$= \frac{c_m \rho_w}{3-D_m} d_{mx}^{3-D_m} + (w_{ss} - w_{ms}) \left(\frac{\psi_{sa}}{\psi} \right)^{3-D_s}, \quad (32)$$

由于 $d=d_{mx}$ 时, $f_m(d)$ 收敛于 0, 则 $c_m d_{mx}^{(2-D_m)} = 0$ 。对于集聚体间孔隙的吸力范围,排水的孔隙尺寸应满足 $d > d_{mx}$ 。因此, $c_m d^{(2-D_m)} = 0$, 式(32)可转化为

$$w = \frac{c_m \rho_w}{3-D_m} d^{3-D_m} + (w_{ss} - w_{ms}) \left(\frac{\psi_{sa}}{\psi} \right)^{3-D_s}$$

$$= \psi^{-(3-D_s)} \left[\frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} \frac{d^{3-D_m}}{d^{3-D_s}} + (w_{ss} - w_{ms}) \psi_{sa}^{3-D_s} \right]. \quad (33)$$

当 $d > d_{mx}$ 时:

$$\frac{c_m \rho_w}{3-D_m} d^{3-D_m} = \frac{c_m \rho_w}{3-D_m} d_{mx}^{3-D_m}. \quad (34)$$

当 $d=d_{mx}$ 时, $f_m(d)$ 表示为

$$f(d_{mx}) = c_m \rho_w d_{mx}^{2-D_m} \rightarrow 0, \quad (35)$$

$$c_m \rho_w d_{mx}^{2-D_m} = c_m \rho_w d_{mx}^{2-D_s} d_{mx}^{D_s-D_m} \rightarrow 0, \quad (36)$$

由于 $d_{mx}^{(D_s-D_m)}$ 为非零常数, 故:

$$c_m \rho_w d_{mx}^{2-D_s} \rightarrow 0. \quad (37)$$

当 $d > d_{mx}$ 时, 基于式(37)可得

$$\int_0^d c_m \rho_w d^{2-D_s} dd = \int_0^{d_{mx}} c_m \rho_w d^{2-D_s} dd.$$

$$\frac{c_m \rho_w}{3-D_s} d^{3-D_s} = \frac{c_m \rho_w}{3-D_s} d_{mx}^{3-D_s}. \quad (38)$$

将式(34)和(38)代入式(33)可得

$$w = \psi^{-(3-D_s)} \left[\frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_s}}{3-D_m} \frac{d_{mx}^{3-D_m}}{d_{mx}^{3-D_s}} + (w_{ss} - w_{ms}) \psi_{sa}^{3-D_s} \right]. \quad (39)$$

将式(31)、(39)取对数, 可得

$$\ln w = \begin{cases} -(3-D_s) \ln \psi + \ln \left[\frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_s}}{3-D_m} \frac{d_{mx}^{3-D_m}}{d_{mx}^{3-D_s}} + (w_{ss} - w_{ms}) \psi_{sa}^{3-D_s} \right] & (\psi_{sa} \leq \psi < \psi_{ma}) \\ -(3-D_m) \ln \psi + \ln \left[\frac{c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m}}{3-D_m} \right] & (\psi_{ma} \leq \psi < \psi_{mr}) \end{cases} \quad (40)$$

$\ln [c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_s} d_{mx}^{D_s-D_m} / (3-D_m) + (w_{ss} - w_{ms}) \psi_{sa}^{3-D_s}]$ 和 $\ln [c_m \rho_w (4T_s \cos \theta)^{3-D_m} / (3-D_m)]$ 均为常数。分别用 A 和 B 表示, 则式(40)简化为

$$\ln w = \begin{cases} -(3-D_s) \ln \psi + A & (\psi_{sa} \leq \psi < \psi_{ma}) \\ -(3-D_m) \ln \psi + B & (\psi_{ma} \leq \psi < \psi_{mr}) \end{cases}. \quad (41)$$

将式(41)应用于 SWCC 数据进行拟合, 可基于拟合直线的斜率求得 D_s 和 D_m 。由于 SWCC 是连续的, 故拟合得到的直线必然在某一吸力值下发生突变, 该点横坐标对应土体从集聚体间孔隙排水状态到集聚体内孔隙排水状态的临界吸力值。该吸力值前后, 土-水特征曲线表现出不同的分形特征, 即分形维数发生变化, 该吸力值对应的孔隙大小是区分集聚体间孔隙和集聚体内孔隙的临界孔径。

4.2 方法验证

采用桂林红土 ($e=0.96$)^[33]、桂林红土 ($e=1.7$)^[15] 和砂-土混合物^[34] 的相关数据对本文孔隙划分方法进行了验证。图6为利用式(41)对3种土样 SWCC 数据进行拟合的结果。可以看出, 3种土样的拟合直线均出现拐点, 从而证实了双峰孔隙结构土中多重分形特征的存在。该拐点横坐标对应土体从集聚体间孔隙排水状态到集聚体内孔隙排水状态的临界吸力 ψ_0 。

当采用分形维数变化点对应的临界吸力值来划分压汞法测得的 PSD 时, 需要考虑 SWCC 试验与压汞试验所使用的试样尺寸差异引起的尺寸效应。因此, 在式(3)中引入样本尺寸效应系数, 将其改写为

$$\psi = \frac{4T_s \cos \theta}{\zeta d}, \quad (42)$$

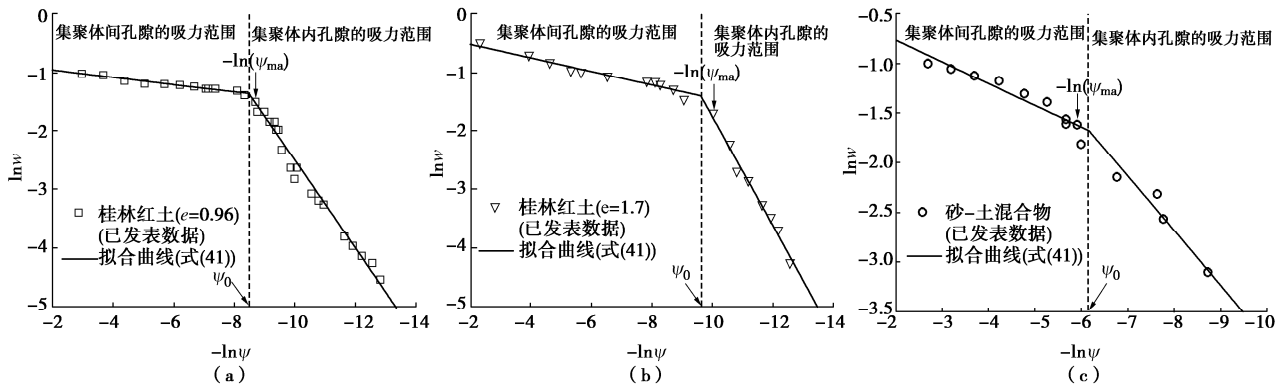


图 6 本文孔隙分类方法的拟合结果

Fig. 6 Fitting results of proposed pore classification method

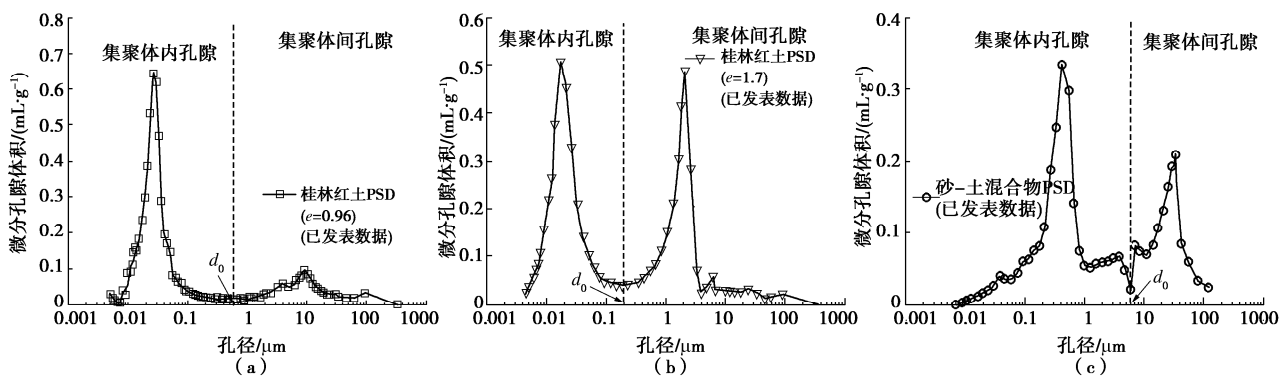


图 7 3 组样品的实测 PSD 及孔隙分类结果

Fig. 7 Measured PSD and pore classification results of three groups of samples

式中, ζ 为样本尺寸效应系数, 取 $0.1^{[35]}$, T_s 取 0.072 N/m, θ 取 $0^{[36]}$ 。

将 ψ_0 代入式 (42) 可得到临界孔径 d_0 。图 7 为采用本文方法进行孔隙分类的结果, 可以观察到临界孔径 d_0 准确位于 3 组实测 PSD 曲线的波谷处, 并分离出两个波峰。利用该方法, 无需进行微观试验, 即可获得区分集聚体间和集聚体内孔隙的临界孔径。

5 结 论

本文以 Menger 海绵模型为基础提出了一种双峰孔隙结构土 PSD 的分形描述方法, 并以此建立了双峰 SWCC 模型。此外, 基于提出的双峰 SWCC 模型和多重分形理论提出了一种孔隙分类方法。主要结论如下:

(1) 基于 Menger 海绵模型的孔径分布密度函数可以较准确地表征 $d > d_r$ 孔径范围内的 PSD, 在 $d < d_r$ 孔径范围内有较大差异, 这是本文模型存在的缺陷。但是, 其累计孔隙体积非常接近, 因此能有效预测土-水特征曲线。双峰孔隙结构土的 PSD 可以看作集聚体间和集聚体内孔隙 PSD 的叠加, 基于此本文提出了双峰 PSD 的表达式, 并建立了双峰 SWCC 模型。

(2) 本文提出的双峰 SWCC 模型具有良好的拟

合性能。采用 20 组已发表的土壤数据进行拟合, 并与其他学者提出的模型进行了对比, 通过比较拟合性能评价指标, 发现本模型拟合性能优良。

(3) 本文提出可以将分维数变化点对应的孔径作为区分集聚体间和集聚体内孔隙的临界孔径。方法验证结果表明, 本文方法求得的临界孔径准确位于实测 PSD 曲线的波谷处, 结果较为准确。

参考文献:

- [1] FREDLUND D G, XING A Q, HUANG S Y. Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31(4): 533 - 546.
- [2] THU T M, RAHARDJO H, LEONG E C. Soil-water characteristic curve and consolidation behavior for a compacted silt[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2007, 44(3): 266 - 275.
- [3] ZHOU A N, HUANG R Q, SHENG D C. Capillary water retention curve and shear strength of unsaturated soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 53(6): 974 - 987.
- [4] GAO Y, SUN D A. Soil-water retention behavior of compacted

- soil with different densities over a wide suction range and its prediction[J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, **91**: 17 – 26.
- [5] 孙德安, 徐钱垒, 陈波, 等. 广吸力范围内非饱和原状黄土的力学特性[J]. *岩土工程学报*, 2020, **42**(9): 1586 – 1592. (SUN De-an, XU Qian-lei, CHEN Bo, et al. Mechanical behavior of unsaturated intact loess over a wide suction range[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, **42**(9): 1586 – 1592. (in Chinese))
- [6] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, **44**(5): 892 – 898.
- [7] FREDLUND D G, XING A Q. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, **31**(4): 521 – 532.
- [8] ZHANG L M, LI X. Microporosity structure of coarse granular soils[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2010, **136**(10): 1425 – 1436.
- [9] 蔡国庆, 吴天驰, 王亚南, 等. 双孔结构非饱和压实土微观结构演化模型[J]. *岩土力学*, 2020, **41**(11): 3583 – 3590. (CAI Guo-qing, WU Tian-chi, WANG Ya-nan, et al. Model of the microstructure evolution of unsaturated compacted soils with double-pore structure[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, **41**(11): 3583 – 3590. (in Chinese))
- [10] BURGER C A, SHACKELFORD C D. Soil-water characteristic curves and dual porosity of sand-diatomaceous earth mixtures[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2001, **127**(9): 790 – 800.
- [11] ZHANG L, CHEN Q. Predicting bimodal soil-water characteristic curves[J]. *Geotechnical and Geoenvironmental Eng*, 2005, **131**(5): 666 – 670.
- [12] LIU S Y, YASUFUKU N, LIU Q, et al. Bimodal and multimodal descriptions of soil-water characteristic curves for structural soils[J]. *Water Science and Technology: a Journal of the International Association on Water Pollution Research*, 2013, **67**(8): 1740 – 1747.
- [13] SATYANAGA A, RAHARDJO H, LEONG E C, et al. Water characteristic curve of soil with bimodal grain-size distribution[J]. *Computers and Geotechnics*, 2013, **48**: 51 – 61.
- [14] PERFECT E, MCLAUGHLIN N B, KAY B D, et al. An improved fractal equation for the soil water retention curve[J]. *Water Resources Research*, 1996, **32**(2): 281 – 287.
- [15] TAO G L, WU X K, XIAO H L, et al. A unified fractal model for permeability coefficient of unsaturated soil[J]. *Fractals*, 2019, **27**(1): 1940012.
- [16] 徐永福, 黄寅春. 分形理论在研究非饱和土力学性质中的应用[J]. *岩土工程学报*, 2006, **28**(5): 635 – 638. (XU Yong-fu, HUANG Yin-chun. Fractal-textured soils and their unsaturated mechanical properties[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, **28**(5): 635 – 638. (in Chinese))
- [17] PENG L, CHEN B. Fractal-based models study of the relative hydraulic conductivity and SWCC of bentonite by synchrotron radiation saxs and X-ray computed tomography[J]. *Fractals*, 2021, **29**(7): 2150208.
- [18] XU Y F, SUN D. A fractal model for soil pores and its application to determination of water permeability[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2002, **316**(1/2/3/4): 56 – 64.
- [19] 徐永福, 董平. 非饱和土的水分特征曲线的分形模型[J]. *岩土力学*, 2002, **23**(4): 400 – 405. (XU Yong-fu, DONG Ping. Fractal models for the soil-water characteristics of unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, **23**(4): 400 – 405. (in Chinese))
- [20] 陶高梁, 张季如. 表征孔隙及颗粒体积与尺度分布的两类岩土体分形模型[J]. *科学通报*, 2009, **54**(6): 838 – 846. (TAO Gao-liang, ZHANG Ji-ru. Two categories of fractal models of rock and soil expressing volume and size-distribution of pores and grains [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2009, **54**(6): 838 – 846. (in Chinese))
- [21] XU Y F, SUN D A. Determination of expansive soil strength using a fractal model[J]. *Fractals*, 2001, **9**(1): 51 – 60.
- [22] TAO G L, CHEN Y, KONG L W, et al. A simple fractal-based model for soil-water characteristic curves incorporating effects of initial void ratios[J]. *Energies*, 2018, **11**(6): 1419.
- [23] WANG M, KONG L W, ZANG M. Effects of sample dimensions and shapes on measuring soil-water characteristic curves using pressure plate[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2015, **7**(4): 463 – 468.
- [24] LI X, LI J H, ZHANG L M. Predicting bimodal soil-water characteristic curves and permeability functions using physically based parameters[J]. *Computers and Geotechnics*, 2014, **57**: 85 – 96.
- [25] SOIL V. UNK999 dataset (dataset ID)[DB]. Canada: SoilVision Systems Ltd, 2002.
- [26] RAHARDJO H, AUNG K K, LEONG E C, et al. Characteristics of residual soils in Singapore as formed by

- weathering[J]. *Engineering Geology*, 2004, **73**(1/2): 157 - 169.
- [27] NEMES A, SCHAAP M, LEIJ F J. The UNSODA Unsaturated Soil Hydraulic Database, Version 2.0[R]. Riverside, Calif: Salinity Lab, 1999.
- [28] SATYANAGA A, RAHARDJO H. Unsaturated shear strength of soil with bimodal soil-water characteristic curve[J]. *Géotechnique*, 2019, **69**(9): 828 - 832.
- [29] BURGER C A, SHACKELFORD C D. Evaluating dual porosity of pelletized diatomaceous earth using bimodal soil-water characteristic curve functions[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2001, **38**(1): 53 - 66.
- [30] LLORET A, VILLAR M V, SÁNCHEZ M, et al. Mechanical behaviour of heavily compacted bentonite under high suction changes[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**(1): 27 - 40.
- [31] 刘松玉, 张继文. 土中孔隙分布的分形特征研究[J]. *东南大学学报*, 1997, **27**(3): 127 - 130. (LIU Song-yu, ZHANG Ji-wen. Fractal approach to measuring soil porosity[J]. *Journal of Southeast University*, 1997, **27**(3): 127 - 130. (in Chinese))
- [32] 杨 洋, 姚海林, 陈守义. 广西膨胀土的孔隙结构特征[J]. *岩土力学*, 2006, **27**(1): 155 - 158. (YANG Yang, YAO Hai-lin, CHEN Shou-yi. Characteristics of microcosmic structure of Guangxi expansive soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, **27**(1): 155 - 158. (in Chinese))
- [33] SUN D A, GAO Y, ZHOU A N, et al. Soil-water retention curves and microstructures of undisturbed and compacted Guilin lateritic clay[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2016, **75**(2): 781 - 791.
- [34] LI X, ZHANG L M. Prediction of SWCC for coarse soils considering pore size changes[C]// *Experimental Unsaturated Soil Mechanics*, Berlin, 2007: 401 - 412.
- [35] TAO G L, CHEN Y, XIAO H L, et al. Determining soil-water characteristic curves from mercury intrusion porosimeter test data using fractal theory[J]. *Energies*, 2019, **12**(4): 12040752.
- [36] FREDLUND D G, RAHARDJO H. *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*[M]. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc, 1993.

新书介绍:《土力学理论与数值方法》

清华大学宋二祥教授的著作《土力学理论与数值方法》由中国建筑工业出版社于 2020 年 7 月出版印刷, 今年(2022 年)6 月份已第三次印刷。

此书系统讨论土力学相关的理论及其数值分析方法, 主要是有限元方法。全书分为五章, 包括土的基本力学特性和本构模型, 土工结构的非线性分析, 渗流理论及数值计算, 固结理论及数值分析方法, 土动力分析理论及有限元法。

作者多年从事岩土力学与工程问题的有关理论与分析方法研究。在荷兰 Delft 理工大学完成博士学位论文后, 还曾有数年时间作为主要人员承担岩土有限元软件 Plaxis 早期版本的研发。回清华大学土木系任教以来, 继续从事有关研究, 并介

入诸如润扬长江大桥北锚 50 m 特深基坑、港珠澳大桥沉管隧道等重大复杂工程的设计分析。对土工结构的非线性计算、渗流、固结、土动力学分析等均有较深入的研究并进行编程计算, 还在清华大学土木系为研究生设“土力学理论与数值方法”课程。基于多年的研究及教学写成此书, 其中包含了作者多年的研究成果与体会。每一部分均从基本理论到数值方法, 内容系统完整, 思路清晰, 表述简明, 且涉及多个热门问题。

此书可供土木工程及相关专业的高年级本科生、研究生, 以及从事岩土及地下工程设计施工分析及研究的工程技术人员参考, 也可作为高等院校相关课程的教学参考书。

(本刊编辑部)