

DOI: 10.11779/CJGE20220745

# 基于在机开挖离心模型试验的改进 MSD 法评估

曹明洋<sup>1,2</sup>, 马险峰<sup>\*1,2</sup>

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 研发了一套应用于高离心力场条件下在机基坑开挖装置和支撑施加系统, 开展了多支撑支护的黏土基坑开挖的离心模型试验。将开挖引起的墙后地表沉降与挡墙变形的试验数据与已发表的相关研究成果进行对比分析, 证明了该套在机开挖装置和支撑系统可有效模拟实际基坑工程的土体开挖及支撑。在离心试验数据的基础上, 对基坑体系的变形机制进行了修正, 提出了全量变形机制计算的改进动员强度法 (mobilizable strength design, MSD)。应用改进 MSD 法计算多支撑开挖的挡墙变形曲线, 并将计算结果与现场监测数据对比。结果表明: 改进 MSD 法预测结果与实测数据较吻合, 论证了改进 MSD 法的有效性。

**关键词:** 基坑开挖; 离心模型试验; 在机开挖装置; 改进 MSD 法

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)01-0190-09

**作者简介:** 曹明洋(1992—), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程数值计算及离心模型试验方面的研究工作。E-mail: mingyangcao@tongji.edu.cn。

## Evaluation of improved MSD method based on centrifugal model tests on in-flight excavation of foundation pits

CAO Mingyang<sup>1,2</sup>, MA Xianfeng<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** A set of novel device for the centrifugal model tests on the whole process of excavation is developed to investigate the influences of excavation on wall displacement and ground settlement. The test data of excavation-induced ground settlement behind the retaining wall and wall deformation are compared with the published research results, and it is determined that the device can effectively simulate the excavation process under high centrifugal force field test conditions. Based on the centrifugal test data, the deformation mechanism of the foundation pit system is modified and the improved mobilizable strength design (MSD) is proposed. The improved MSD method is used to calculate the deformation curves of retaining walls for multi-pillar excavation, and the calculated results are compared with the field monitoring data. It is shown that the predicted results by the improved MSD method are consistent with the measured data, and the applicability of the improved MSD is demonstrated.

**Key words:** excavation of foundation pit; centrifugal model test; in-flight excavator; improved MSD method

## 0 引言

合理预测基坑开挖引起的挡土墙变形对于基坑工程的安全施工尤为重要。目前基坑开挖造成墙体变形行为的研究主要采用半经验分析、数值模拟和现场监测等方法<sup>[1-3]</sup>。其中, 半经验法受限于其经验来源于工程数据库, 其应用具有一定的局限性; 数值模拟的准确性严重依赖于土的本构模型和计算参数, 而获取准确合理的计算参数难度很大, 应用起来较为复杂。鉴于半经验法的过度简化和数值模拟计算的相对复杂, Osman 等<sup>[4]</sup>提出了一种基于能量守恒原理的相对简单的分析方法-动员强度法 (mobilizable strength design,

MSD)。但 MSD 法采用的塑性变形机制与实际工程仍存在差异<sup>[5-6]</sup>。同时, MSD 法采用每阶段位移增量叠加来计算分步支撑开挖引起的围护结构总位移, 但每阶段围护结构的增量变形忽略了最低支撑以上的变形增量。因此, 提出更适用于工程实践的修正 MSD 法有非常重要的工程意义。

除了上述方法外, 土工离心模型试验是一种广泛应用于模拟基坑开挖的方法, 其优点在于可以在缩小

基金项目: 国家自然科学基金项目 (41272290)

收稿日期: 2022-06-11

\*通信作者: (E-mail: xf.ma@tongji.edu.cn)

比尺模型内准确再现原型的应力状态、变形机制和破坏特征, 因而试验结果有较高的可靠性。目前, 模拟基坑开挖的离心模型试验通常采用 1g 下开挖<sup>[7]</sup>、排液法<sup>[8]</sup>和土袋移除法<sup>[9]</sup>。但以上 3 种基坑开挖的离心模型试验无法完整地模拟基坑开挖过程中真实的土体应力路径和侧土压力系数。因此, 在离心力场条件中开展基坑在机开挖的模拟, 可以最大限度地再现现场施工场景。而对于基坑在机开挖的离心模型试验的相关文献较少, Lam 等<sup>[10]</sup>开发了一套在机开挖装置, 该装置可有效模拟多支撑围护结构开挖的施工顺序。但由于装置较为复杂, 在用于较高离心场中可靠性受到一定的影响。因此, 研发一套可应用于高离心力场条件下的开挖装置将对超深基坑开挖的研究提供更为可靠的物理模拟手段。

本文首先在 Lam 等<sup>[10]</sup>在机开挖装置的基础上, 改进研发了一套新的在机开挖装置和支撑系统, 并开展黏土基坑在机开挖的离心模型试验, 研究了基坑开挖过程中墙后地表沉降以及围护结构的变形规律。然后, 鉴于 MSD 法采用的塑性变形机制与实际工程仍存在差异, 基于离心模型试验数据, 对 MSD 法的基坑体系变形机制进行修正, 形成全量变形机制计算的改进 MSD 法。最后, 将改进 MSD 法与现场监测结果进行对比分析, 验证了本文所提改进 MSD 法的合理性。

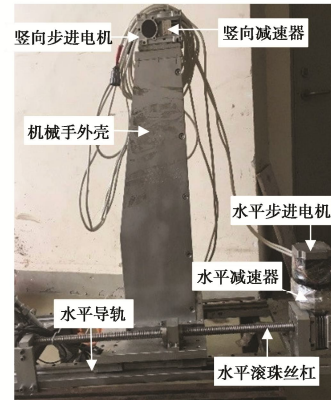
## 1 基坑开挖的离心模型试验

### 1.1 在机开挖装置

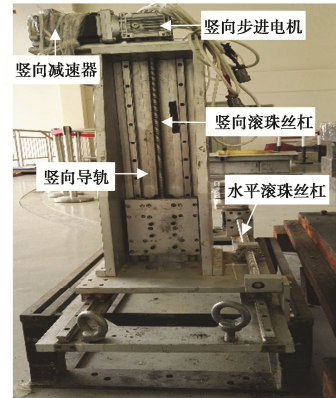
研发了一套在高离心力场条件下模拟基坑开挖的装置, 该装置包括开挖系统和支撑系统。组装好的开挖系统如图 1 所示。首先通过刮刀在竖向切入到预定的土体深度, 然后通过刮刀在水平方向的运动将待开挖土体进行刮除, 从而模拟土体的开挖。刮刀两个方向的运动由两个独立的步进电机驱动。挖机可在垂直和水平方向施加 10 kN 的最大载荷, 挖机的允许最大垂直位移 500 mm, 最大水平位移 600 mm。

该装置的内支撑系统如图 2 所示。为了便于理解, 这里以第一道支撑 A 为例阐述基坑支撑系统的原理。当需要支撑 A 向前推进时, 打开通气电磁阀①、通气电磁阀④、通油电磁阀⑤和⑥。气源提供的气体通过通气电磁阀①进入左侧大油缸 IV 内。在气压的作用下, 大油缸 IV 内的液压油通过通油电磁阀⑤进入小油缸 I 左侧并推动小油缸 I 内活塞向右移动。同时, 小油缸 I 右侧的液压油通过通油电磁阀⑥进入右侧大油缸 V 内, 大油缸 V 内的气体通过通气电磁阀④排出, 直至小油缸 I 活塞杆接触挡墙, 电磁阀全部关闭, 整个过程中无液压油损失。同理, 当需要支撑 A 回撤时, 打

开通气电磁阀③、通气电磁阀②、通油电磁阀⑥和⑤。在气-油系统作用下, 小油缸 I 内的活塞杆向左移动, 模拟支撑 A 的回撤。



(a) 正视图



(b) 侧视图

图 1 开挖装置图

Fig. 1 Photos of in-flight excavator

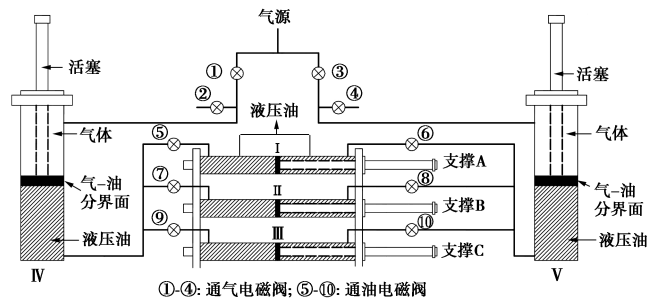


图 2 内支撑系统图

Fig. 2 Layout of internal strut system

### 1.2 试验方案和测量布置

试验在 85g 的离心加速度下模拟了 3 道支撑下的上海④层黏土基坑开挖过程。该工况的围护结构是 22.1 m 的地下连续墙, 基坑宽 18.7 m, 深 12.8 m。沿深度方向设 3 道混凝土支撑, 分 3 次加支撑, 每次开挖深度为 0.17 m。模型和原型尺寸的基坑开挖参数如表 1 所示。图 3 为试验装置示意图, 开挖前, 砌块由三对支柱支撑, 以固定开挖土体。采用双轴伺服挖机

控制的倒T形刮板实施土体开挖。通过数字图像变形测量(digital picture deformation measurement, DPDM)技术获取开挖过程中的地表沉降及观察墙后土体流动, DPDM装置安装如图4所示。此外,将锯末粉末撒在黏土侧表面处标记以便于后期的图像分析,如图5所示。试验内支撑位置及应变传感器布置如图6所示。

表1 模型尺寸下离心模型试验的基坑开挖参数

Table 1 Excavation parameters for centrifugal model tests under model sizes

开挖深度/m		开挖宽度/m		挡墙高度/m		挡墙厚度/m	
原型	模型	原型	模型	原型	模型	原型	模型
12.8	0.15	18.7	0.22	22.1	0.26	0.9	0.0077

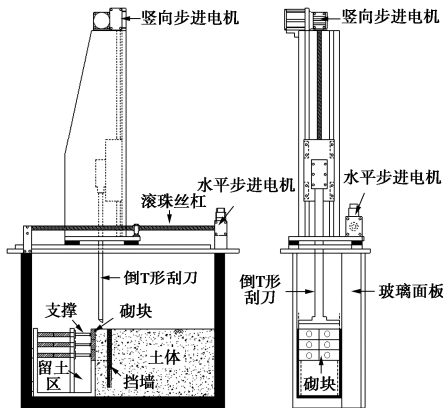


图3 试验装置示意图

Fig. 3 Schematic diagram of experimental set-up

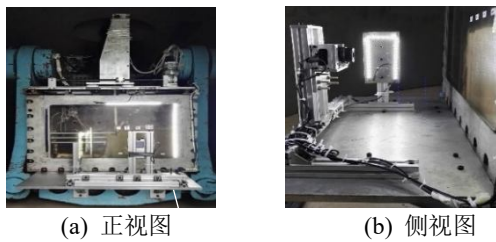


图4 数字图像变形测量(DPDM)装置

Fig. 4 Configuration of digital picture deformation measurement (DPDM) cameras



图5 侧表面标记的模型土

Fig. 5 Marked surface soil at lateral sides

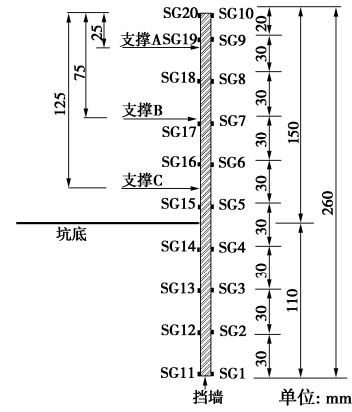


图6 内支撑及应变片位置图

Fig. 6 Positions of internal struts and strain gauges

1.3 模型挡墙及土样制备

挡土墙结构采用铝合金板模拟,采用式(1)的等效刚度原理<sup>[11]</sup>,计算得出试验结构材料参数如表2所示:

$$\frac{E_m t_m^3}{12(1-\nu_m^2)} = \frac{E_p t_p^3}{12(1-\nu_p^2)} \cdot \frac{1}{N^3} \quad (1)$$

式中:  $E_m$ ,  $E_p$  分别为模型和原型的弹性模量;  $\nu_m$ ,  $\nu_p$  为模型和原型的泊松比;  $t_m$ ,  $t_p$  分别为模型和原型的厚度;  $N$ 为相似比,  $N=85$ 。

表2 原型/模型挡墙参数

Table 2 Parameters of prototype/model retaining walls

参数	挡墙弹性模量/ GPa	挡墙泊松比	挡墙厚度/ mm
原型	30	0.17	900
模型	72	0.33	7.7

试验采用上海④层黏土的原状土进行重塑固结得到的重塑土作为离心模型试验土样。固结采用室内大型固结仪进行,通过分级加载,每级加载固结度达到95%以上再进行下级加载,逐步达到预定沉降量。重塑固结后的模型土样高度为32 cm,土体重度 $\gamma=18.2$  kN/m<sup>3</sup>,内摩擦角和黏聚力分别为28°和11 kPa。为了获取模型土样的物理力学指标,采用孔压静力触探(CPTU)对模型土样进行测试,将20 m深度范围内的土体测试结果整理见图7。

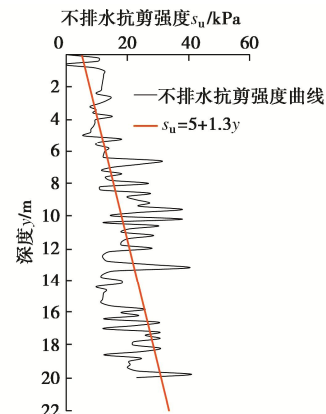


图7 土体不排水抗剪强度与深度的关系

Fig. 7 Relationship between shear strength of undrained soil and depth

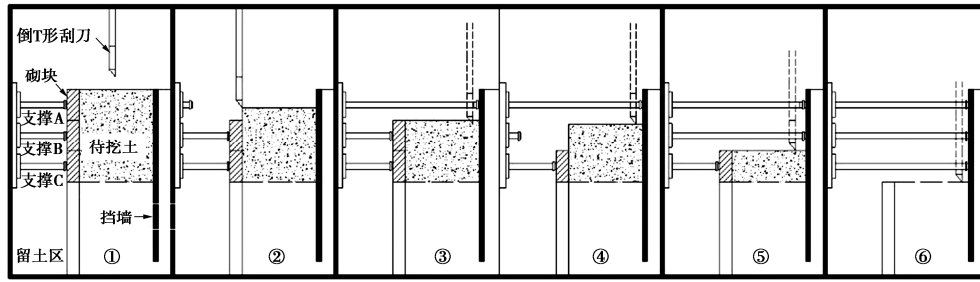


图 8 离心模型试验开挖过程

Fig. 8 Excavation process of centrifugal model tests

### 1.4 试验步骤

离心模型试验模拟基坑开挖和 3 道支撑过程如下：①离心机启动前，在模型箱中装填土样并安装挡墙。待开挖土体通过三对支柱支撑的砌块固定，示意图见图 8①。②启动离心机，控制离心加速度达到 85g。待转速稳定后，将第一道支撑 A 撤回，使第一层砌块处于不稳定状态，控制机械手，将刮刀插入土体 2 mm，移动刮刀向留土区域移动，将待挖区域土体刮向留土区域，如图 8②所示。③控制机械手，将刮刀移动到挡墙前方，再次向下插入土体 2 mm。重复上述操作直至刮刀位于第一道支撑下方，将第一道支撑伸出，直至接触到挡墙，如图 8③所示。④重复以上步骤图继续开挖土体（图 8④~⑥），直至达到预定开挖深度，开挖结束后进行 CPTU 贯入试验。

## 2 试验结果和分析

### 2.1 地表沉降

采用 PhotoInfor<sup>[12]</sup>软件对试验过程中拍摄的图像进行处理分析，获得开挖过程中不同阶段的地表沉降曲线和墙后土体流动机制，如图 9，10 所示。试验结果除特别说明外均以原型尺寸表示。由图 9 可知：无支撑开挖时（开挖深度  $H=1$  m），墙后地表沉降呈悬臂式特征变化，地表沉降的最大值位于挡墙附近，且距离挡墙越远，地表沉降值越小。试验中对于悬臂开挖造成地表沉降特征与 Deng 等<sup>[13]</sup>中对于悬臂开挖的地表沉降的描述一致；随着支撑的安装，地表沉降曲线变形特征发生明显变化，由悬臂式转变为凹槽形。从图 9 中也可以发现：开挖各阶段的最大地表沉降值位于墙后 6 m 处附近，这表明开挖各阶段最大地表沉降值发生在距挡墙某一位置附近，这一现象与 Ou 等<sup>[14]</sup>的观察一致。最终的地表最大沉降值位于距挡墙 6.6 m 处，该距离约为开挖深度的 50%。开挖造成墙后土体的流动如图 10 所示。由图 10 可知：开挖造成墙后土呈弧形向墙体方向流动，且土体最大变形区域发生在挡墙附近。

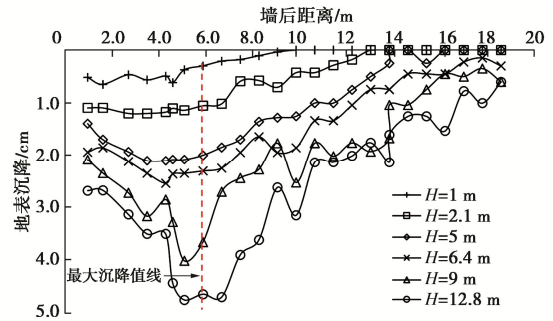


图 9 地表沉降曲线图

Fig. 9 Development of ground surface settlement profiles at different excavation depths

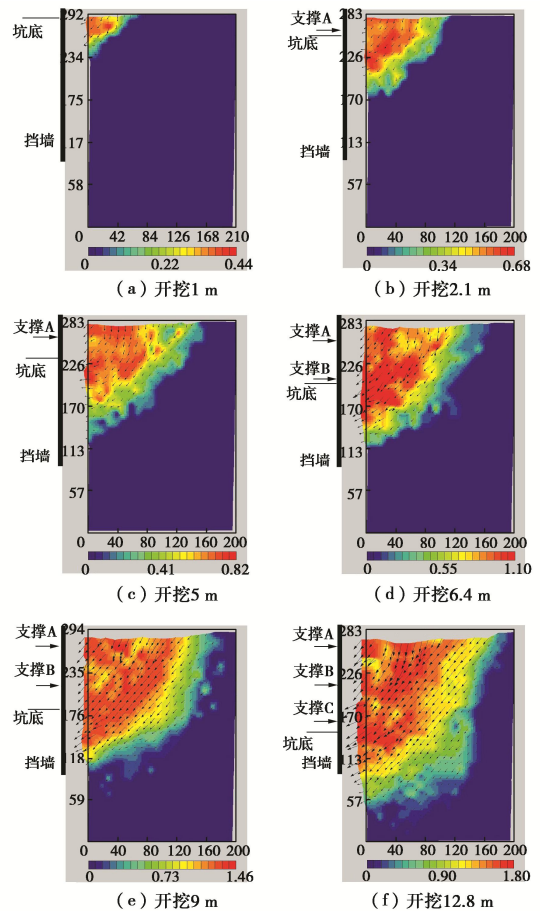


图 10 基坑开挖过程中的土体变形（单位：mm）

Fig. 10 Deepseated soil deformation mechanism observed at different excavation stages

## 2.2 挡墙变形

基坑开挖引起的挡墙变形曲线如图 11 所示。从图 11 可知：无支撑开挖（开挖深度  $H=1\text{ m}$ ）引起的挡墙变形呈悬臂特征，挡墙挠度最大值为  $1.17\text{ cm}$ ，且挠度最大值位于墙顶附近。Powrie<sup>[15]</sup>的研究发现对于无支撑开挖引起的挡墙挠度最大值位于墙顶处，这与本文离心模型试验获得的试验趋势一致；当支撑安装后，支撑附近的挡墙变形受到了限制，开挖引起的挡墙变形由悬臂形转化为凹槽形。由图 11 也可以看出：随着开挖深度的增加挡墙变形不断增大，且墙体最大位移值的位置发生在开挖面附近，这与现场监测观察到的现象一致<sup>[6]</sup>。最终挡墙侧向最大位移值为  $8.79\text{ cm}$ ，地表最大沉降值约为挡墙侧向最大位移值的  $54\%$ 。

综合以上分析可知：离心模型试验获得的地表沉降和挡墙变形曲线的趋势和结论与相关研究学者的研究结果较为一致，证明了研发的基坑在机开挖装置和支撑系统能有效地模拟高离心力场试验条件下的基坑开挖及支撑过程。

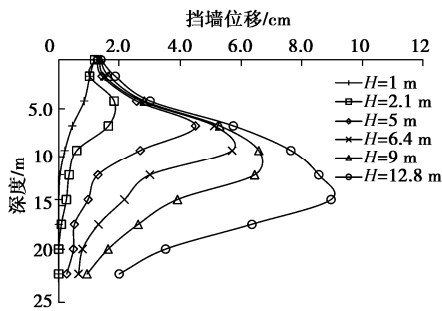


图 11 挡墙变形曲线图

Fig. 11 Observed wall displacements at different excavation depths

## 3 MSD 法改进

### 3.1 MSD 法中塑性变形机制的修正

MSD 方法中内撑式基坑挡墙总变形可由第一阶段的悬臂型变形与分步支撑开挖的凹槽变形叠加构成<sup>[4]</sup>。分步支撑开挖引起围护结构最低支撑下方的位移增量可简化为以下余弦函数：

$$\left. \begin{aligned} \delta w &= \frac{\delta w_{\max}}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi y}{l} \right) \\ l &= 2\alpha s \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： $y$  为围护结构最低支撑以下任一点距最低支撑的距离； $\delta w$  和  $\delta w_{\max}$  分别为开挖某道支撑以下的挡墙侧向位移增量和最大侧向位移增量；波长  $l$  为最低支撑到硬土层的距离，可用式 (2) 计算； $s$  为围护结构最低支撑至围护结构底部的距离； $\alpha$  为变形区域影响系数，当围护结构嵌于坚硬土层时  $\alpha$  取 1，当围护结构位于软弱黏土层时  $\alpha$  取 2，当围护结构嵌入中等硬

度黏土中时  $1 < \alpha < 2$ 。

MSD 法的优势是可以考虑土体各向异性和不排水抗剪强度的动态发展，但现有 MSD 法仍具有以下不足：①采用的塑性变形机制与实际工程仍存在差异；②采用每阶段位移增量叠加来计算分步支撑开挖引起围护结构的总位移，但是每阶段围护结构的增量变形忽略了最低支撑以上的变形增量。针对 MSD 法的不足，刘美麟等<sup>[6]</sup>对 MSD 法的塑性变形机制提出了修正，并采用分段三角函数方程表示围护结构的位移全量变形。但该方法中围护结构的最大变形位置始终发生在开挖面处，这与实际工程的观察存在偏差。

图 12 为本离心模型试验挡墙侧向变形数据和上海若干典型基坑工程挡墙侧向变形实测数据。图中  $H$  为开挖深度。由图 12 可以看出：支撑开挖相对侧向变形随深度变化整体上与二次函数比较吻合。基于此变形规律，提出分步支撑开挖引起围护结构的位移全量公式为

$$\left. \begin{aligned} w &= w_{\max} \cdot \left[ -\left(\frac{y}{kl}\right)^2 + \frac{2y}{kl} \right] \quad (0 \leq y \leq kl), \\ w &= w_{\max} \cdot \left[ \frac{1}{l^2 - 2kl^2 + k^2l^2} (-y^2 + 2kly + l^2 - 2kl^2) \right] \quad (kl \leq y \leq l). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$k = \frac{H_{\max}}{l} \quad (4)$$

式中： $y$  为围护结构顶部以下任一点距顶部的距离； $H_{\max}$  为挡墙最大侧向位移位置点； $w$  和  $w_{\max}$  分别为开挖过程中围护结构顶部以下任一点的侧向位移全量和最大侧向位移全量； $l$  为围护结构顶部到硬土层的距离； $k$  为围护结构最大侧向位移全量变异系数，主要反映墙体全量变形最大值的发生位置，采用式 (4) 计算。围护结构最大侧向位移变异系数  $k$  可根据前一阶段开挖的最大侧向位移位置估算或参照基坑工程所在地的施工经验取值。此外，根据实际工程统计：内撑式黏土基坑开挖挡墙最大侧向位移通常发生在开挖面附近<sup>[6, 16]</sup>。因此，在无法获得  $k$  的经验值时可取  $k = H/l$ 。由图 10 可以看出，开挖造成墙后土呈弧形向墙体流动，结合上述的支撑开挖引起围护结构的位移全量公式，现提出改进的宽基坑支撑开挖的全量变形机制，如图 13 所示。改进的宽基坑全量变形机制包括 2 个扇形区域  $ABC$  和  $CDE$  及一个等腰三角形区域  $EDF$ ，支撑开挖引起围护结构的位移全量可采用式 (3) 方程式中定义的二次函数表示。改进 MSD 法采用全量变形机制计算，一方面可直接计算任一开挖阶段的挡墙侧向变形，减少计算的叠加，同时引入挡墙最大侧向位移全量变异系数  $k$ ，可以更好地反映墙体变形最大值的发生位置。

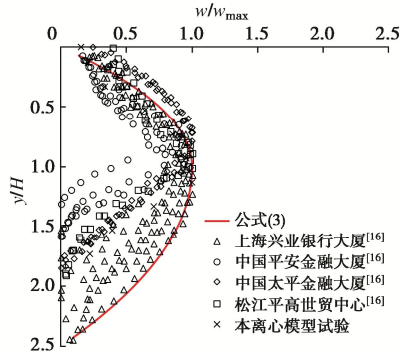


图 12 挡墙水平位移变形与开挖深度关系

Fig. 12 Relationship between normalized lateral displacement of wall and excavation depth

3.2 修正的发挥剪应变

基坑开挖造成土的塑性流动, 但不发生相对滑移破坏, 因此土体强度达不到峰值强度<sup>[4]</sup>。MSD 法中定义该强度为发挥的不排水抗剪强度  $s_{mob}$  :

$$s_{mob} = \beta s_u \quad (5)$$

式中:  $s_{mob}$  和  $s_u$  分别为发挥的不排水抗剪强度和排水抗剪强度;  $\beta$  为排水抗剪强度发挥系数。

同时, 将塑性变形机制图中每个区域的平均剪应变增量定义为发挥的剪应变  $\gamma_{mob}$  :

$$\gamma_{mob} = \frac{\int \gamma d\Omega}{\int d\Omega} = \frac{\int \left[ \sqrt{\left( \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial x} \right)^2} - 4 \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) \cdot \left( \frac{\partial w_y}{\partial x} \right) \right] d\Omega}{\int d\Omega} \approx \frac{2w_{max}}{l} \quad (6)$$

式中:  $\gamma_{mob}$  和  $\gamma$  分别为发挥的不排水剪应变和不排水

剪应变;  $\Omega$  为积分区域;  $w_x$  和  $w_y$  分别为基坑开挖时土体在  $x$  和  $y$  轴方向的位移,  $x$  和  $y$  轴如图 13 所示, 基于改进的宽基坑变形机制, 计算各塑性变形区的  $w_x$  和  $w_y$ , 如表 3 所示。

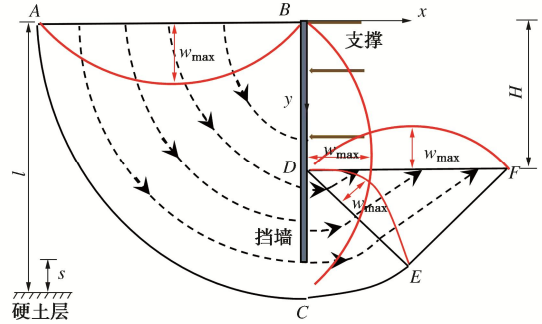


图 13 改进 MSD 法内支撑开挖变形机制示意图

Fig. 13 Deformation mechanism of braced excavations by modified MSD method

3.3 能量守恒

MSD法是一种基于能量守恒的分析方法, 即认为外力作用下基坑体系总势能  $\Delta P$  等于开挖引起土体变形产生的应变能  $\Delta W$ 、围护结构变形储存的弹性变形能  $\Delta U$  和内支撑变形产生的压缩变形能  $\Delta V$  的总和:

$$\Delta P = \Delta W + \Delta U + \Delta V \quad (7)$$

总势能  $\Delta P$  可表示为

$$\Delta P = \int \gamma_t w_y d\Omega \quad (8)$$

式中:  $\gamma_t$  为土体重度 ( $\text{kN}/\text{m}^3$ );  $w_y$  为开挖引起的土体竖向位移 ( $\text{m}$ )。

开挖过程中每块区域土体在剪切作用下的产生的应变能  $\Delta W$  为

表 3 改进 MSD 法计算的水平和竖向位移

Table 3 Vertical and horizontal displacements by improved MSD method

坐标	竖向位移增量 $w_y$	水平位移增量 $w_x$
$ABC, B$ 为坐标原点	$w_y = w_{max} \cdot \left[ -\left( \frac{r}{kl} \right)^2 + \frac{2r}{kl} \right] \cdot \frac{x}{r} \quad 0 \leq r \leq kl$	$w_x = w_{max} \cdot \left[ -\left( \frac{r}{kl} \right)^2 + \frac{2r}{kl} \right] \cdot \frac{y}{r} \quad 0 \leq r \leq kl$
	$w_y = w_{max} \cdot \left[ \frac{1}{l^2 - 2kl^2 + k^2l^2} (-r^2 + 2klr + l^2 - 2kl^2) \right] \cdot \frac{x}{r} \quad kl \leq r \leq l$	$w_x = w_{max} \cdot \left[ \frac{1}{l^2 - 2kl^2 + k^2l^2} (-r^2 + 2klr + l^2 - 2kl^2) \right] \cdot \frac{y}{r} \quad kl \leq r \leq l$
$CDE, D$ 为坐标原点	$w_y = -w_{max} \cdot \left[ -\left( \frac{r+kl}{kl} \right)^2 + \frac{2(r+kl)}{kl} \right] \cdot \frac{x}{r} \quad 0 \leq r \leq k(l-H)$	$w_x = w_{max} \cdot \left[ -\left( \frac{r+kl}{kl} \right)^2 + \frac{2(r+kl)}{kl} \right] \cdot \frac{y}{r} \quad 0 \leq r \leq k(l-H)$
	$w_y = -w_{max} \cdot \left[ \frac{1}{l^2 - 2kl^2 + k^2l^2} (-(r+kl)^2 + 2kl(r+kl) + l^2 - 2kl^2) \right] \cdot \frac{x}{r} \quad k(l-H) \leq r \leq l-H$	$w_x = w_{max} \cdot \left[ \frac{1}{l^2 - 2kl^2 + k^2l^2} (-(r+kl)^2 + 2kl(r+kl) + l^2 - 2kl^2) \right] \cdot \frac{y}{r} \quad k(l-H) \leq r \leq l-H$
$DEF, F$ 为坐标原点	$w_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} w_{max} \cdot \left[ -\left( \frac{\sqrt{2}/2(x-y) + kl}{kl} \right)^2 + \frac{\sqrt{2}(x-y) + 2kl}{kl} \right] \quad 0 \leq \sqrt{2}/2(x-y) \leq k(l-H)$	$w_x = \frac{\sqrt{2}}{2} w_{max} \cdot \left[ -\left( \frac{\sqrt{2}/2(x-y) + kl}{kl} \right)^2 + \frac{\sqrt{2}(x-y) + 2kl}{kl} \right] \quad 0 \leq \sqrt{2}/2(x-y) \leq k(l-H)$
	$w_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} w_{max} \cdot \left[ \frac{1}{l^2 - 2kl^2 + k^2l^2} (-\sqrt{2}/2(x-y) + kl)^2 + 2kl(\sqrt{2}/2(x-y) + kl) + l^2 - 2kl^2 \right] \quad k(l-H) \leq \sqrt{2}/2(x-y) \leq l-H$	$w_x = \frac{\sqrt{2}}{2} w_{max} \cdot \left[ \frac{1}{l^2 - 2kl^2 + k^2l^2} (-\sqrt{2}/2(x-y) + kl)^2 + 2kl(\sqrt{2}/2(x-y) + kl) + l^2 - 2kl^2 \right] \quad k(l-H) \leq \sqrt{2}/2(x-y) \leq l-H$

注:  $H$  为开挖深度 ( $\text{m}$ );  $r$  为到圆弧中心的径向距离 ( $\text{m}$ ),  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  ( $\text{m}$ )。

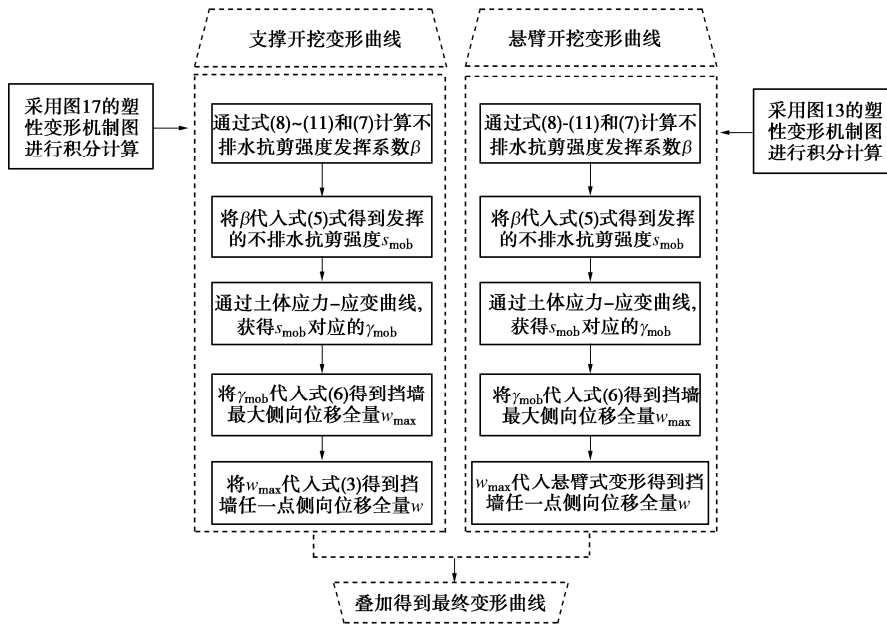


图 14 改进 MSD 法计算步骤

Fig. 14 Computational step of improved MSD method

$$\Delta W = \int s_{mob} \gamma_{mob} d\Omega = \int \beta s_u \gamma_{mob} d\Omega \quad (9)$$

式中，参数意义参见式（5）。围护结构埋深范围内的弹性变形能  $\Delta U$  可用下式计算：

$$\Delta U = \frac{EI}{2} \int_0^h \left( \frac{d^2 w_{xh}}{dy^2} \right)^2 dx \quad (10)$$

式中： $EI$  为围护结构抗弯刚度； $h$  为围护结构埋深长度（m）； $w_{xh}$  为围护结构埋深范围内的水平位移（m）。内支撑变形产生的压缩变形能  $\Delta V$  采用下式计算：

$$\Delta V = \sum \frac{E_p A_p}{2l_p} \cdot (\delta_p)^2 \cdot \sin\theta \quad (11)$$

式中： $E_p A_p$  为内支撑抗压刚度； $l_p$  为内支撑长度； $\delta_p$  为内支撑水平向变形； $\theta$  为支撑与围护结构水平方向夹角。

### 3.4 基坑开挖变形预测计算步骤

将式（8）~（11）代入式（7）并结合式（6）可计算出内支撑支护下基坑开挖围护结构顶部以下任一点的最大侧向位移全量。再根据变形曲线式（3）可得到围护结构顶部以下任一点的挡墙侧向位移全量。最终将计算的支撑开挖内凹槽变形曲线与无支撑开挖的悬臂形变形曲线叠加得到最终变形。基于以上分析，提出改进 MSD 法的计算步骤，如图 14 所示。

## 4 改进 MSD 法验证

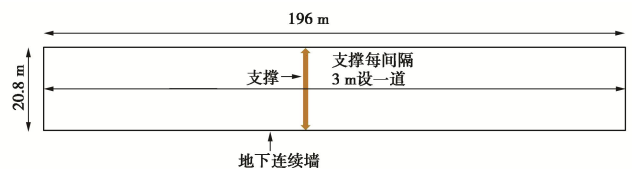
Wang等<sup>[17]</sup>记录了上海地铁浦东南路站黏土基坑工程开挖的变形特征，该基坑工程采用地下连续墙和内支撑组合作为支护体系。围护墙体采用混凝土的地下连续墙，地下连续采用外径609 mm，壁厚16钢支撑

支护，钢支撑的水平间距为3 m并施加预应力。基坑开挖参数和主要的施工参数分别如表4和图15所示。参考Wang等<sup>[18]</sup>对不同深度下上海黏土的抗剪强度公式和应力应变曲线的总结，宜山路站和浦东南路站基坑工程中土体的不排水抗剪强度随深度 $z$ 的变化规律取为 $s_u = 15 + 1.7\gamma$ （kPa），土体应力应变曲线关系如图16所示，土体重度取18 kN/m<sup>3</sup>。将上海地铁浦东南路站开挖测数据与改进的MSD法和原MSD法作对比分析，如图17所示。修正MSD法计算中假定挡墙侧移最大值发生在开挖面处。从图17中可以发现：修正的MSD法和原MSD法计算的墙体变形曲线与实测数据的变形趋势相同，但在一定程度上均出现高估挡墙最大侧向位移的情况。计算高估挡墙最大侧向位移可能与计算采用的土体应力-应变和强度等参数不精确有关。相比之下，修正的MSD法在开挖面以上的预测结果偏大；而在预测挡墙最大侧向位移和开挖面以下挡墙侧向位移上，修正的MSD法较原MSD方法与实测结果更为接近。

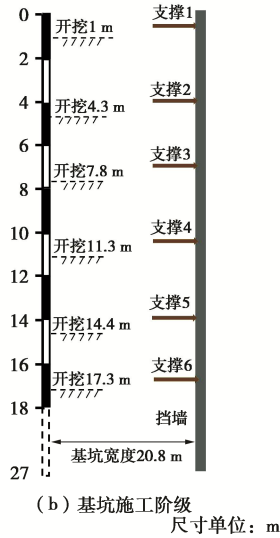
表 4 基坑开挖参数

Table 4 Excavation parameters for foundation pit

挡墙厚/ mm	挡墙刚度/ (kN·m <sup>-2</sup> )	挡墙长/ m	最大开挖 深度/m	开挖宽 度/m
600	540000	27	17.3	20.8



(a) 基坑尺寸和支护分布



(b) 基坑施工阶级  
尺寸单位: m

图 15 施工参数

Fig. 15 Construction parameters

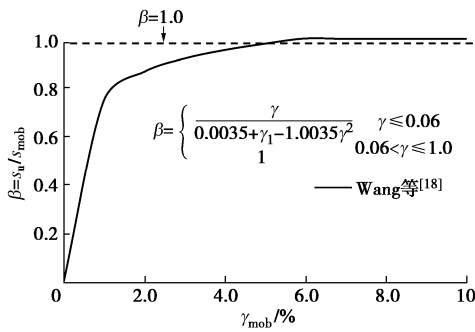


图 16 土的应变强度曲线

Fig. 16 Strength curves of soil

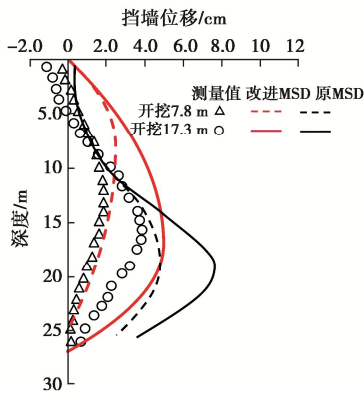


图 17 现场测量和计算结果对比

Fig. 17 Comparison between field measurements and calculated results

### 5 结 论

本研究研发了一套应用于高离心力场试验条件下的基坑开挖装置和支撑系统,并在 85g 离心力场中开展了多支撑支护的软黏土基坑开挖的离心模型试验。探究了黏土基坑基坑墙后地表沉降以及围护结构的变形规律。并基于离心模型试验结果提出了修正 MSD

法,得出以下 5 点结论。

(1)开展基坑开挖离心机模型试验获得的试验数据与已发表的相关研究结论较为一致。证明了该套在机开挖装置和支撑系统的有效性和可用性,可为今后超深基坑开挖的研究提供可靠的物理模拟手段。

(2)黏土基坑悬臂开挖与支撑开挖引起的围护结构变形模式存在明显区别。悬臂开挖过程中,挡墙绕墙趾附近的一个固定点转动,且开挖引起的挡墙最大侧向位移位于墙顶处。而在支撑开挖过程中,挡墙呈凹槽型变形。此外,通过对试验数据的观察也可以发现多支撑开挖过程中,挡墙侧向位移最大点位于开挖面附近。地表最大沉降值约为挡墙侧向最大位移值的 54%。

(3)黏土基坑悬臂开挖与支撑开挖引起的墙后地表沉降趋势存在明显区别。悬臂开挖过程中,墙后地表沉降呈悬臂式变形特征,地表最大沉降值发生在挡墙附近。而在支撑开挖过程中,墙后地表沉降呈凹槽形变形特征,且每一开挖阶段的地表最大沉降值一般位于距挡墙相同距离处。地表最终的最大沉降值位于距挡墙 50%开挖深度位置处。

(4)多支撑支护下黏土基坑开挖造成的墙后土呈弧形向挡墙方向流动,且土体变形随着距挡墙距离的增大而减小。

(5)改进 MSD 法可以较好地预测围护结构的开挖变形特征。尤其在预测挡墙最大侧向位移和最大侧向位移发生位置上,修正的 MSD 法较原 MSD 方法与实测结果更为接近。此外,修正 MSD 法采用的土体塑性变形机制考虑了墙后土的水平位移,更符合工程实际。

### 参考文献:

[1] TAN Y, WANG D L. Characteristics of a large-scale deep foundation pit excavated by the central-island technique in Shanghai soft clay. I: bottom-up construction of the central cylindrical shaft[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(11): 1875-1893.

[2] 尹利洁, 李宇杰, 朱彦鹏, 等. 兰州地铁雁园路站基坑支护监测与数值模拟分析[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(增刊 1): 111-116. (YIN Lijie, LI Yujie, ZHU Yanpeng, et al. Monitoring and numerical simulation of support for foundation pit at Yanyuan Road Station of Lanzhou Metro[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(S1): 111-116. (in Chinese))

[3] 程 康, 徐日庆, 应宏伟, 等. 杭州软黏土地区某 30.2m 深大基坑开挖性状实测分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2021,



- 40(4): 851-863. (CHENG Kang, XU Riqing, YING Hongwei, et al. Performance analysis of a 30.2m deep-large excavation in Hangzhou soft clay[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, 40(4): 851-863. (in Chinese))
- [4] OSMAN A S, BOLTON M D. Ground movement predictions for braced excavations in undrained clay[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, 132(4): 465-477.
- [5] 苏秀婷, 陈健, 高文龙, 等. 基于改进 MSD 法的软土深基坑支护侧移规律[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(5): 2002-2010. (SU Xiuting, CHEN Jian, GAO Wenlong, et al. Lateral displacement law of deep foundation pit support in soft soil based on improved MSD method[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(5): 2002-2010. (in Chinese))
- [6] 刘美麟, 房倩, 张顶立, 等. 基于改进 MSD 法的基坑开挖动态变形预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(7): 1700-1707. (LIU Meilin, FANG Qian, ZHANG Dingli, et al. Prediction of transient deformation due to excavation based on improved MSD method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(7): 1700-1707. (in Chinese))
- [7] 马险峰, 林想, 王欣杰, 等. 间隔型基坑开挖效应的离心机模拟试验研究[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(增刊 2): 92-96. (MA Xianfeng, LIN Xiang, WANG Xinjie, et al. Centrifugal model tests on excavation effect of interval foundation pits[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(S2): 92-96. (in Chinese))
- [8] ZHANG G, LI M, WANG L P. Analysis of the effect of the loading path on the failure behaviour of slopes[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2014, 18(7): 2080-2084.
- [9] ELSHAFIE M Z E B, CHOY C K C, MAIR R J. Centrifuge modeling of deep excavations and their interaction with adjacent buildings[J]. Geotechnical Testing Journal, 2013, 36(5): 20120209.
- [10] LAM S Y, ELSHAFIE M Z E B, HAIGH S K, et al. A new apparatus for modelling excavations[J]. International Journal of Physical Modelling in Geotechnics, 2012, 12(1): 24-38.
- [11] SHIBA Y, KAWASHIMA K, OBINATA N, et al. An evaluation method of longitudinal stiffness of shield tunnel linings for application to seismic response analyses[J]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 1988(398): 319-327.
- [12] 李元海, 靖洪文, 刘刚, 等. 数字照相量测在岩石隧道模型试验中的应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1684-1690. (LI Yuanhai, JING Hongwen, LIU Gang, et al. Study on application of digital close range photogrammetry to model test of tunnel in jointed rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1684-1690. (in Chinese))
- [13] DENG C H, HAIGH S K, MA X F, et al. A design method for flexible retaining walls in clay[J]. Géotechnique, 2021, 71(2): 178-187.
- [14] OU C Y, HSIEH P G. A simplified method for predicting ground settlement profiles induced by excavation in soft clay[J]. Computers and Geotechnics, 2011, 38(8): 987-997.
- [15] POWRIE W. The Ground Movement Predictions for Braced Excavations in Undrained Clay[D]. London: University of Cambridge, 1988.
- [16] 张陈蓉, 俞剑, 黄茂松. 基坑开挖对邻近地下管线影响的变形控制标准[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 2027-2034. (ZHANG Chenrong, YU Jian, HUANG Maosong. Deformation controlling criterion of effect on underground pipelines due to foundation pit excavation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(7): 2027-2034. (in Chinese))
- [17] WANG Z W, NG C W W, LIU G B. Characteristics of wall deflections and ground surface settlements in Shanghai[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42(5): 1243-54.
- [18] WANG L Z, LIU Y J, HONG Y, et al. Predicting deformation of multipropped excavations in soft clay with a modified mobilizable strength design (MMSD) method[J]. Computers and Geotechnics, 2018, 104: 54-68.