

DOI: 10.11779/CJGE20220741

温度梯度作用下非饱和土中铅离子迁移机理研究

周凤玺¹, 罗场^{1,2}, 马强³

(1. 兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州工业学院土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 3. 青海大学土木工程学院, 青海 西宁 810000)

摘要: 基于多孔介质理论及连续介质热弹性力学, 研究了温度梯度作用下重金属离子在非饱和黄土中的迁移机理。首先, 通过非等温吸附试验确定了黄土颗粒对铅离子的吸附模型; 其次, 以固、液、气三相系统中各组分质量、能量以及动量守恒方程为基础, 建立了表征温度梯度下非饱和土中污染物迁移的多场耦合数学模型, 模型考虑了重金属离子的吸附、孔隙流体的迁移及相变、温度梯度下土体的变形等因素, 以温度、孔隙率、孔隙水压、孔隙气压、重金属离子浓度、吸附浓度、土体骨架位移为基本未知量, 较全面反映了非饱和土体中热质迁移规律及变形特点; 最后, 开展非饱和黄土中铅离子迁移土柱试验, 验证理论模型的可靠性, 并分析了各因素对铅离子迁移规律的影响。结果表明: Langmuir 非线性吸附模型比较符合黄土颗粒对铅离子的吸附特征, 最大吸附量随温度升高而降低, 温度梯度对非饱和黄土中污染物迁移有较明显促进作用; 不计土体湿陷效应时, 温度梯度及吸湿膨胀使土柱产生拉伸变形, 重力、孔隙水压及孔隙气压共同作用使土柱产生压缩变形, 后者影响大于前者, 故土柱整体为压缩变形; 污染物迁移随时间增长而减弱, 吸附作用是长期过程, 时间增长对其影响不显著。

关键词: 温度梯度; 铅离子; 多场耦合; 吸附; 迁移

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)09-1822-09

作者简介: 周凤玺(1979—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土工程方面的教学和科研工作。E-mail: geolut@163.com。

Migration mechanism of lead ions in unsaturated loess under temperature gradient

ZHOU Fengxi¹, LUO Yang^{1,2}, MA Qiang³

(1. College of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. College of Civil Engineering, Lanzhou

Institute of Technology, Lanzhou 730050, China; 3. College of Civil Engineering, Qinghai University, Xining 810000, China)

Abstract: Based on the theory of porous media and the continuum thermoelasticity, the migration mechanism of heavy metal ions in unsaturated soils under temperature gradient is studied. Firstly, the adsorption model for the lead ion by soil particles is determined through the non-isothermal adsorption tests. Secondly, based on the mass conservation, energy conservation and momentum conservation equations for various components in the three-phase system of solid, liquid and gas, a multi-physical field coupling mathematical model characterizing the migration of pollutants in unsaturated soils under temperature gradient is established. The model takes into account the adsorption effects of heavy metal ions, the migration of pore fluid, the compressibility of phase change soil skeleton and pore fluid phase and the deformation of soils regarding the temperature, porosity, pore water pressure, pore gas pressure, heavy metal ion concentration, adsorption concentration and soil skeleton displacement as the basic unknowns, which comprehensively reflect the characteristics of heat and mass migration and deformation in unsaturated soils. Finally, a soil column test on the migration of lead ions in unsaturated loess is carried out to verify the effectiveness of the theoretical model and the numerical results, and the influences of various factors on the migration laws of lead ions are analyzed. The results show that the Langmuir nonlinear adsorption model is more consistent with the adsorption characteristics of unsaturated loess for lead ions, and the maximum adsorption capacity decreases with the increase of temperature. The temperature gradient can obviously promote the migration of pollutants in unsaturated loess. While the pollutants migrate in unsaturated loess soil column, the whole soil column is in tensile deformation state. The migration of pollutants decreases with time. The adsorption is a long-term process, and the effects of time on it are not significant.

Key words: temperature gradient; lead ion; multi-field coupling; adsorption; transfer

0 引言

中国西部省份分布着大面积黄土, 近年来西部地区工业经济发展迅速, 但由于资金、技术等因素制约,

基金项目: 国家自然科学基金项目(11962016, 51978320); 甘肃省基础研究创新群体项目(20JR5RA478); 甘肃省教育厅高校教师创新基金项目(2023A-164)

收稿日期: 2022-06-13

污水处理装置修建与经济发展不同步, 很多地区工业污水无序排放引起区域内土壤重金属离子超标, 土体重金属离子超标不仅危害环境, 还会使土体工程特性出现劣化, 例如: 1998年兰州炼油厂厂房地基土受废液侵蚀、2002年金川公司镀锌公司地基土受废液渗漏污染等^[1], 以上案例中地基土受到铅、锌等重金属污染后均出现大幅沉降, 同时土体压缩性、黏聚力、摩擦角、塑性指数及渗透系数也出现大幅改变^[1]。因此, 开展重金属离子在黄土中的迁移研究, 对改善西部地区生态环境, 服务地方经济发展具有积极意义。

国内外学者对温度梯度下污染物在多孔介质中的迁移问题进行了深入研究, 取得了一系列成果。非饱和多孔介质水-热传输理论方面: 蔡国庆等^[2]以非饱和高岭土为研究对象探讨了孔隙水压、基质吸力及饱和度与温度场间的关系, 但研究未考虑液态水的蒸发作用; 滕继东等^[3]提出水-热迁移过程要考虑水蒸气的作用, 并以水压、气压及温度为未知量建立了非饱和多孔介质中水-热-气耦合迁移模型; 秦冰等^[4]基于质量守恒、动量守恒及整体能量守恒方程, 建立了非饱和土中水-热-气-力多场耦合数学模型, 模型考虑了温度作用下非饱和土体热膨胀、热渗流、液态水相变、干燥空气溶解及土体骨架变形等现象的耦合; 此后陈正汉等^[5]又研究了土体密度、土体应力状态及温度等因素对土水特征曲线的影响。

非饱和多孔介质水-热-气-污染物耦合迁移方面: 郭志光^[6]考虑温度、水压、应力对污染物迁移影响的同时, 引入土体颗粒对污染物的吸附效应, 建立了应力平衡方程、液态水连续方程、能量守恒方程及吸附效应下污染物耦合迁移模型, 但该模型同样只考虑了液态水迁移而忽略了气态水及干燥空气; Adala 等^[7]以多孔介质中热-质守恒为基础建立了水-热-污染物耦合模型, 但该模型认为非饱和土体气相中只有水蒸气而无干燥空气, 且忽略了吸附效应对污染物迁移的影响; 此后, 张嘉熙^[8]建立了水-热耦合作用下铅离子在非饱和黏土中的迁移模型, 并结合试验探讨了加热时间、初始含水率及土体密度等因素对铅离子迁移的影响, 但研究同样忽略了干燥空气对耦合过程的影响。

综上所述, 本文利用多孔介质理论和连续介质热弹性力学原理, 建立了非饱和土中污染物浓度-水分-气体-应力多场耦合数学模型, 耦合过程全面考虑了液态水、气态水、干燥空气、吸附、解吸附等因素影响, 同时进行非饱和黄土中铅离子迁移土柱试验, 验证了模型的可靠性, 分析了各因素的影响规律, 以期为西部黄土地区重金属污染防控提供科学依据。

1 吸附试验

试验土体样品为兰州市区原状黄土, 取土深度30 cm, 测定土样天然体积含水量为0.12, 天然干密度为 $\rho_d=1560\text{ m}^3/\text{kg}$, pH值为6.8, 初始铅含量为0 mg/L。吸附试验所用化学试剂为硝酸铅, 初始浓度为100, 120, 150, 180, 200 mg/L, 先用电子天秤称取5组质量为2 g的试验土样, 分别在温度为278, 283, 293, 313 K的条件下, 将25 mL的5种浓度硝酸铅试剂同土样一起倒入5支50 mL的试管中, 用玻璃棒搅拌5支试管中的溶液30 min后, 静置30 min, 循环5次上述操作后分别取试管上部溶液, 用离子色谱仪测定铅离子浓度, 利用下式计算铅离子吸附量:

$$C_s = \frac{(C_0 - C)V}{m} \quad (1)$$

式中: C_s 为土样对铅离子的平衡吸附量; C_0 为初始浓度; C 为上部溶液浓度; V 为溶液体积; m 为土样质量, 铅离子吸附结果见表1, 吸附曲线见图1。

表1 铅离子吸附试验数值

Table 1 Test values of Pb ion adsorption

温度/ K	初始浓度 $C_0/(\text{mg}\cdot\text{L}^{-1})$	液相浓度 $C/(\text{mg}\cdot\text{L}^{-1})$	吸附 $C_s/(\text{mg}\cdot\text{kg}^{-1})$
278	100	0.36	1244.51
	120	6.48	1619.98
	150	13.93	1741.25
	180	22.98	1915.12
	200	32.34	2021.25
283	100	0.42	1216.86
	120	7.28	1548.64
	150	14.86	1646.25
	180	24.64	1865.46
	200	33.48	1986.46
293	100	0.56	1186.88
	120	8.64	1508.24
	150	15.58	1604.25
	180	26.12	1768.56
	200	34.64	1868.36
313	100	0.78	1108.46
	120	10.16	1428.62
	150	16.88	1516.26
	180	28.12	1648.36
	200	36.46	1726.54

国内外学者提出了多种多孔介质对污染物的吸附模型, 常见的是Henry线性吸附模型, 该模型数学表达式简单, 计算方便, 但存在缺点^[9]: 首先, 随污染物溶液浓度增大, 固相吸附质量不断增大, 不存在上限, 这与实际情况不符; 其次, 若试验数据有限, 实际吸附线为曲线, 却容易被概化为直线, 以直线为基础推导的吸附系数和吸附量可能错误。Langmuir非线性吸附模型认为固体表面吸附点位有限, 吸附点位占满后, 固体表面不再有吸附能力, 模型可表示为^[9]

$$\frac{C}{C_s} = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{C}{\beta} \quad (2)$$

式中: α 为非线性吸附常数 (mg/L); β 为最大吸附量 (mg/g) (表 2)。由试验结果拟合得最大吸附量 β 与温度 T 的关系为: $\beta = -0.021(T - T_0) + 2.42$, T_0 为 273.15K。

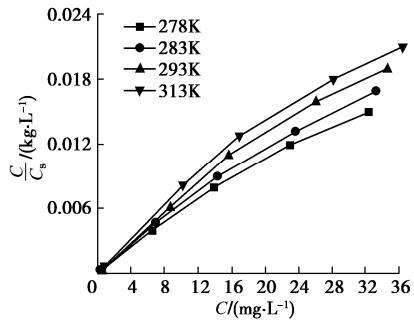


图 1 Langmuir 吸附模型拟合曲线

Fig. 1 Fitting curves of Langmuir adsorption model

表 2 吸附系数

Table 2 Adsorption coefficients

温度 T/K	非线性吸附常数 $\alpha/(mg \cdot L^{-1})$	最大吸附量 $\beta/$ $(mg \cdot g^{-1})$
278	0.55	2.32
283	0.50	2.01
293	0.56	1.82
313	0.37	1.79

2 耦合方程

非饱和土体由固 (s)、液 (w)、气 (g) 三相组成, 非饱和土孔隙由液相和气相共同组成, 以 ϕ_w , ϕ_g , n , S_l , S_g 表示液相体积分数、气相体积分数、土体孔隙率、液相饱和度及气相饱和度, 根据非饱和土体组成, 上述各物理量满足如下关系:

$$n = \phi_w + \phi_g; \quad \phi_w = nS_l; \quad \phi_g = nS_g; \quad S_g + S_l = 1; \quad \phi_s = 1 - n. \quad (3)$$

2.1 土体连续性方程

本文假定土体骨架及液态水不可压缩, 根据连续介质力学原理得土体连续性方程为

$$\frac{\partial(\phi_s \rho_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_s \rho_s \cdot v_s) = 0. \quad (4)$$

将上式展开后得

$$(1-n) \frac{\partial \rho_s}{\partial t} - \rho_s \frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \rho_s \nabla \cdot v_s + (1-n) v_s \cdot \nabla \rho_s + \rho_s v_s \cdot \nabla (1-n) = 0. \quad (5)$$

式中: ρ_s 为土粒密度 (kg/m^3)。

不计外力, 则土体速度 $v_s \approx 0$, 式 (5) 可表示为

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \nabla \cdot v_s. \quad (6)$$

在小变形假设条件下, 土体速度 v_s 与土体位移 u 及土体应变 ε 间的关系可表示为

$$\nabla \cdot v_s = \nabla \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}. \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (6) 后土体连续性方程最终表

示为

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}. \quad (8)$$

2.2 水分连续性方程

温度梯度下非饱和土体中水分包括液态水和水蒸气两部分, 根据质量守恒原理, 非饱和土体中液态水连续性方程为

$$\frac{\partial(\phi_l \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_l \rho_w \cdot v_w) = -m_w. \quad (9)$$

将液相饱和度及体积分数关系式代入上式得

$$\frac{\partial(nS_l \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (nS_l \rho_w \cdot v_w) = -m_w. \quad (10)$$

式中: m_w 为非饱和土中水分蒸发量; ρ_w 为液态水密度 (kg/m^3)。

孔隙水渗流速度相对固体骨架的速度为 $v_{wr} = v_w - v_s$, 液态水对流通量 q_w 可表示为^[10]

$$q_w = nS_l v_{wr} = -\frac{KK_r^w}{\mu_w} (\nabla P_l - \rho_w g). \quad (11)$$

式中: $\mu_w = 2.1 \times 10^{-6} \exp\left(\frac{1809}{T}\right)$, 为液态水黏滞阻尼

系数; $K = K_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^3 \left(\frac{1 - n_0}{1 - n} \right)^2$, 为非饱和土体固有渗透率, K_0 为孔隙率为 n_0 时土体的渗透系数; $K_r^w = S_e^{0.5} \left[1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2$, 为液态水的相对渗透率。

将式 (10) 展开后得

$$\frac{\partial(nS_l \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_w q_w) + (nS_l \rho_w) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -m_w. \quad (12)$$

土体饱和度 S_l 不仅与基质吸力有关, 还和土体密度、土体平均净应力及温度有关^[11-12], 本文仅考虑基质吸力及温度对土体饱和度的影响, 即 S_l 是关于基质吸力 φ 和温度 T 的函数, 可表示为

$$S_l = S_l(\varphi, T); \quad \varphi = P_g - P_l, \quad (13)$$

$$\frac{\partial S_l}{\partial t} = \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial P_g}{\partial t} - \frac{\partial P_l}{\partial t} \right) + \frac{\partial S_l}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial S_l}{\partial t}. \quad (14)$$

温度 T 对饱和度 S_l 的修正关系式可表示为^[13]

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \exp[\beta_m(T - T_0)], \\ \frac{\partial \varphi}{\partial T} &= \beta_m \varphi_0 \exp[\beta_m(T - T_0)] = \beta_m \varphi, \\ \frac{\partial S_l}{\partial T} &= \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial T} = \beta_m \varphi \frac{\partial S_l}{\partial \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: φ_0 为温度 T_0 时的基质吸力; β_m 为与温度相关的系数。

本文采用 VG 模型表示土水特征曲线, 可表示为

$$S_e = \frac{S_l - S_r}{S_s - S_r} = \left[1 + \left(\frac{\varphi}{P_0} \right)^{n_l} \right]^{-m_l} \quad (16)$$

式中: S_e 为土体有效饱和度; S_r 为土体残余饱和度; S_s 为土体最大饱和度; n_l , m_l 为 VG 模型参数, 且有 $m_l = 1 - 1/n_l$; P_0 为参照压力值 (Pa)。

将上述表达式联立得非饱和土体中液态水质量守恒方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial P_l}{\partial t} \left(-n\rho_w \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial T}{\partial t} \left(n\rho_w \frac{\partial S_l}{\partial T} \right) + \frac{\partial P_g}{\partial t} \left(n\rho_w \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n\rho_w S_l) + \frac{\partial n}{\partial t} (\rho_w S_l) + \nabla \cdot (\rho_w q_w) = -m_w \quad (17) \end{aligned}$$

非饱和土体中水蒸气连续性方程为

$$\frac{\partial (\phi_g \rho_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_g \rho_g \cdot v_g) = m_w \quad (18)$$

将气相饱和度及气相体积分数代入上式得

$$\frac{\partial (nS_g \rho_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (nS_g \rho_g \cdot v_g) = m_w \quad (19)$$

式中: $\rho_g = H_r \rho_{g0}$, 为水蒸气密度 (kg/m^3); $\rho_{g0} = \exp(19.8 - 4974/T) / 10^3$, 为饱和水蒸气密度 (kg/m^3);

$$H_r = \exp\left(\frac{-M_w \varphi}{RT \rho_w}\right), \text{ 为相对湿度。}$$

联立上式得水蒸气密度表达式为^[14]

$$\rho_g = \rho_{g0} \exp\left(\frac{-M_w \varphi}{RT \rho_w}\right) \quad (20)$$

水蒸气密度 ρ_g 对时间求导得

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = \frac{\partial \rho_g}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial P_g}{\partial t} - \frac{\partial P_l}{\partial t} \right) \quad (21)$$

式中: $\frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} = -\frac{M_w \rho_g}{RT \rho_w}$; $\frac{\partial \rho_g}{\partial T} = \frac{\rho_g}{T^2} \left(\frac{M_w \varphi}{\rho_w R} + 4974 \right)$ 。孔

隙水蒸气渗流速度相对固体骨架的速度 $v_{gr} = v_g - v_s$, 则水蒸气通量 q_g 可表示为

$$q_g = nS_g \cdot v_{gr} = -\frac{KK_r^g}{\mu_g} \nabla P_g \quad (22)$$

式中: $\mu_g = 1.5 \times 10^{-6} \left(\frac{T^{1.5}}{T + 119} \right)$, 为水蒸气黏滞阻尼系数; $K_r^g = 1 - K_r^w$, 为非饱和土中水蒸气相对渗透率。

将上述表达式联立得非饱和土体中水蒸气质量守恒方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial P_l}{\partial t} \left(n\rho_g \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} - nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial T}{\partial t} \left(nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial T} - n\rho_g \frac{\partial S_l}{\partial T} \right) + \\ & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n\rho_g S_g) \frac{\partial P_g}{\partial t} \left(nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} - n\rho_g \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial n}{\partial t} (\rho_g S_g) + \end{aligned}$$

$$\nabla \cdot (\rho_g q_g) = m_w \quad (23)$$

再将式 (17) 与式 (23) 相加得非饱和土体中水分质量守恒方程最终可表示为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial P_l}{\partial t} \left(n\rho_g \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} - n\rho_w \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} - nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} \right) + \nabla \cdot (\rho_w q_w) + \\ & \frac{\partial T}{\partial t} \left(n\rho_w \frac{\partial S_l}{\partial T} + nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial T} - n\rho_g \frac{\partial S_l}{\partial T} \right) + \\ & \nabla \cdot (\rho_g q_g) + \frac{\partial P_g}{\partial t} \left(n\rho_w \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} + nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} - n\rho_g \frac{\partial S_l}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n\rho_w S_l + n\rho_g S_g) + \frac{\partial n}{\partial t} (\rho_w S_l + \rho_g S_g) = 0 \quad (24) \end{aligned}$$

2.3 干燥空气连续性方程

忽略干燥空气在液态水中的溶解效应, 则非饱和土体孔隙中干燥空气连续性方程为

$$\frac{\partial (\phi_a \rho_a)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_a \rho_a \cdot v_g) = 0 \quad (25)$$

将气相饱和度与体积分数的关系代入上式得

$$\frac{\partial (nS_g \rho_a)}{\partial t} + \nabla \cdot (nS_g \rho_a \cdot v_g) = 0 \quad (26)$$

由体积分数、饱和度和孔隙率之间的关系可得非饱和土体中干燥空气质量守恒方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n}{\partial t} (S_g \rho_a) + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} (nS_g) + \frac{\partial S_g}{\partial t} (n\rho_a) + \\ & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n\rho_a S_g) + \nabla \cdot (\rho_a q_g) = 0 \quad (27) \end{aligned}$$

式中: ρ_a 为干燥空气密度 (kg/m^3), 根据道尔顿分压定律, 混合气体总压强为各组分压强之和, 则混合气体压强可表示为

$$P_g = P_v + P_a \quad (28)$$

式中: P_v , P_a 为水蒸气压强和干燥空气压强, 基于理想气体状态方程分别可表示为^[10]

$$P_v = \frac{\rho_g RT}{M_w}, \quad P_a = \frac{\rho_a RT}{M_a} \quad (29)$$

干燥空气密度 ρ_a 为气体压强 P_g 的函数, 可表示为

$$\rho_a = \frac{M_a P_g}{RT} - \frac{M_a \rho_g}{M_w} \quad (30)$$

干燥空气密度 ρ_a 对时间 t 求导为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_a}{\partial t} &= \frac{\partial \rho_a}{\partial P_g} \frac{\partial P_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_a}{\partial \rho_g} \cdot \\ & \left[\frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial P_g}{\partial t} - \frac{\partial P_l}{\partial t} \right) + \frac{\partial \rho_g}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right] + \frac{\partial \rho_a}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (31) \end{aligned}$$

式中: $\frac{\partial \rho_a}{\partial P_g} = \frac{M_a}{RT}$; $\frac{\partial \rho_a}{\partial \rho_g} = -\frac{M_a}{M_w}$; $\frac{\partial \rho_a}{\partial T} = -\frac{M_a P_g}{RT^2}$ 。

将式 (30), (31) 代入式 (27) 后干燥空气连续

性方程最终可表示为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial P_g}{\partial t} \left(nS_g \frac{\partial \rho_a}{\partial P_g} + nS_g \frac{\partial \rho_a}{\partial \rho_g} \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} - n\rho_a \frac{\partial S_1}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{\partial P_1}{\partial t} \left(n\rho_a \frac{\partial S_1}{\partial \varphi} - nS_g \frac{\partial \rho_a}{\partial \rho_g} \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial T}{\partial t} \left(nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial T} + nS_g \frac{\partial \rho_a}{\partial T} - \right. \\ & \left. n\rho_a \frac{\partial S_1}{\partial T} \right) + \frac{\partial n}{\partial t} (S_g \rho_a) + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n\rho_a S_g) + \nabla \cdot (\rho_a q_g) = 0 \quad . \end{aligned} \quad (32)$$

2.4 能量守恒方程

根据能量守恒定律, 单位时间外界传入单位体积非饱和土的能量与内部热源产生的能量之和等于土体内能增量, 则非饱和土体能量守恒方程可表示为^[13]

$$(\rho C_T) \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot q_h + Q = 0 \quad . \quad (33)$$

上式左侧各项依次为单位时间内非饱和土体中热量变化、非饱和土体中对流及热传导产生的热量变化、非饱和土体中液态水蒸发时的潜热变化。

ρC_T 为非饱和土体体积热容 ($\text{J}/\text{m}^3 \cdot \text{K}$), 可表示为

$$\rho C_T = (1-n)\rho_s C_p + nS_g \rho_a C_a + nS_g \rho_g C_g + nS_1 \rho_w C_w \quad . \quad (34)$$

式中: C_p 为土体骨架的质量热容 ($\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$); C_a 为空气的质量热容 ($\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$); C_g 为水蒸气的质量热容 ($\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$); C_w 为液态水的质量热容 ($\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$)。

热传导和对流产生的热量变化 q_h 可表示为

$$q_h = -\lambda \nabla T + (T - T_0) [q_w (c_w \rho_w) + q_g (c_a \rho_a + c_g \rho_g)] \quad . \quad (35)$$

忽略干燥空气的导热作用, 则非饱和土体导热系数 λ ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$) 可表示为

$$\lambda = \lambda_w S_1 n + \lambda_g S_g n + \lambda_s (1-n) \quad . \quad (36)$$

式中: λ_w 为液态水的导热系数 ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$); λ_g 为水蒸气的导热系数 ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$); λ_s 为土体骨架的导热系数 ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$)。

Q 为非饱和土体中液态水蒸发时的潜热变化, 可表示为^[13]

$$Q = L_{wg} m_w \quad . \quad (37)$$

式中: L_{wg} 为液态水相变为气态水的潜热变化。

将上述关系式分别代入式 (33) 得非饱和土体能量守恒方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} \left[(\rho C_T) + L_{wg} \left(nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial T} - n\rho_g \frac{\partial S_1}{\partial \varphi} \right) \right] + \\ & \frac{\partial P_1}{\partial t} L_{wg} \left(n\rho_g \frac{\partial S_1}{\partial \varphi} - nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial P_g}{\partial t} L_{wg} \left(nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial \varphi} - n\rho_g \frac{\partial S_1}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{\partial n}{\partial t} (L_{wg} S_g \rho_g) + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (L_{wg} nS_g \rho_g) + \nabla \cdot q_h + L_{wg} \nabla \cdot (\rho_g q_g) = 0 \quad . \end{aligned} \quad (38)$$

2.5 污染物迁移控制方程

忽略污染物降解作用, 非饱和土体中考虑吸附效

应的污染物迁移方程可表示为^[6]

$$\frac{\partial}{\partial t} (nS_1 C) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s C_s) = \nabla \cdot (D \cdot \nabla C - nS_1 C \cdot v_w) \quad . \quad (39)$$

式中: C 为液相污染物浓度 (kg/m^3), C_s 为固相污染物吸附浓度 (kg/kg); $D = \alpha_L v_z + \tau D_1$ 为水动力弥散系数 (m^2/s); $D_1 = D_0 (nS_1)^3 (T/273.15)$ 为温度梯度下污染物在纯水中的扩散系数 (m^2/s)^[15]; D_0 为 273.15 K 时污染物在纯水中的扩散系数 (m^2/s); α_L 为土体纵向弥散度 (m); τ 为土体弯曲因子。

将式 (39) 展开且忽略 v_s 项后污染物迁移控制方程最终可表示为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C}{\partial t} (nS_1) + \frac{\partial n}{\partial t} (S_1 C) + \frac{\partial P_g}{\partial t} \left(nC \frac{\partial S_1}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial P_1}{\partial t} \left(nC \frac{\partial S_1}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (nS_1 C) + \nabla \cdot (-D \cdot \nabla C) + C \nabla \cdot q_w + \\ & q_w \nabla \cdot C + \rho_s \frac{\partial C_s}{\partial t} = 0 \quad . \end{aligned} \quad (40)$$

污染物随水分进入土体后, 吸附于土颗粒表面的污染物伴有解吸附现象, 因此本文采用 Langmuir 动态吸附模型, 可表示为^[16]

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = \lambda_1 C (\beta - C_s) - \lambda_2 C_s \quad . \quad (41)$$

式中: λ_1 为正反应速率常数 ($1/\text{s}$); λ_2 为逆反应速率常数 ($1/\text{s}$); β 为最大吸附量 (mg/g)。

2.6 动量守恒方程

非饱和土体静力学平衡方程可表示为

$$\nabla \cdot \sigma + \rho g = 0 \quad , \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_s (1-n) + \sigma_1 n S_1 + \sigma_a n (1-S_1) \\ &= \sigma' + \alpha_b [P_1 S_1 + P_g (1-S_1)] \end{aligned} \quad . \quad (43)$$

式中: σ' 为非饱和土体有效应力; σ 为非饱和土体总应力。

式 (43) 中, α_b 为 Biot 系数, 可表示为^[17]

$$\alpha_b = 1 - \frac{K_s}{K_b} \quad , \quad (44)$$

K_s , K_b 为固体颗粒和多孔介质的体积压缩模量, 分别可表示为^[17]

$$K_s = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)}, \quad K_b = \frac{3(1-2\mu)}{E} \quad . \quad (45)$$

式中: E 为土体弹性模量 (Pa); μ 为土体泊松比。 ρ 为非饱和土体总密度 (kg/m^3), 表示为固体骨架、液态水、干燥空气三相的加权平均密度^[6]:

$$\rho = [(1-n)\rho_s + nS_1 \rho_1 + nS_g \rho_a] \quad . \quad (46)$$

考虑湿胀应变和温度膨胀应变, 则以有效应力 σ' 表示的应力应变关系为

$$\sigma' = D: (\varepsilon - \varepsilon_T - \varepsilon_s), \quad \varepsilon = \frac{1}{2} [\nabla u + (\nabla u)^T] \quad , \quad (47)$$

$$\varepsilon_T = \beta_{sT}(T - T_0), \quad \varepsilon_s = \beta_s(S_1 - S_0) \quad (48)$$

式中: D 为非饱和土体弹性张量; ε , ε_s , ε_T 分别为土体应变、吸湿膨胀应变及热膨胀应变; β_{sT} 为热膨胀系数; β_s 为吸湿膨胀系数。

将式(47)代入式(43)后土体动量守恒方程为

$$\nabla \cdot [D : (\varepsilon - \varepsilon_T - \varepsilon_s) + \alpha_b (P_l S_l + P_g (1 - S_l))] + \rho g = 0 \quad (49)$$

式(8), (24), (32), (38), (40), (41), (49)构成非饱和土体中污染物迁移的多场耦合控制方程组, 基本未知量为 $\{n, P_l, P_g, T, C, C_s, u\}$ 。

3 模型验证及数值计算

3.1 模型验证

试验土样为兰州市区原状黄土, 前期试验测得土水特征曲线如图2(a)所示。试验装置有钢化玻璃柱(半径0.1 m, 高度0.4 m, 玻璃柱内壁涂润滑剂以消除土样与柱内壁的摩擦)、温度及浓度传感器、动态数据采集系统、电子秤等。首先去除土样中杂质, 再将土样放入烤箱加热10 h, 使土样完全干燥, 之后向干燥土体中加入清水, 配置成体积含水量为0.12的土体样品, 再通过控制压实度将土体样品分4层填入钢化玻璃柱, 制成高度为0.36 m的土柱。距土柱底部为0.11, 0.21, 0.31 m的3点处分别插入温度及浓度传感器, 用玻璃胶将连接处孔隙密封, 3点编号依次为#1、#2和#3, 室内温度为278.15 K, 土柱上端开口, 下端连接浓度为0.5 kg/m³的硝酸铅溶液补给系统, 补给系统端温度为303.15 K, 土柱下端浸入补给系统的深度为0.06 m, 开启数据采集系统, 试验进行96 h, 数据采集系统每1 min采集1次数据。

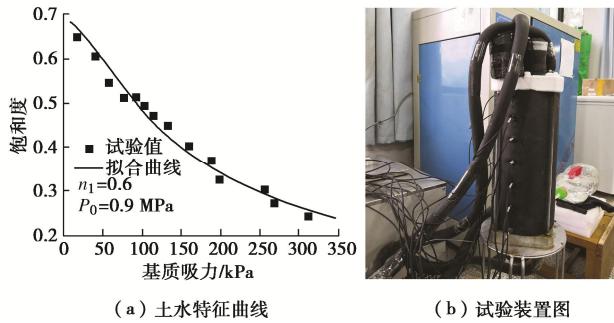


图2 土水特征曲线及试验装置

Fig. 2 Soil-water characteristic curves and test device

本文利用Comsol Multiphysics多物理场仿真软件对上述迁移过程进行数值模拟, 沿土柱高度方向选取3个点, 3点位置依次为距离模型底面0.05, 0.15, 0.25 m, 3个点编号依次为#1、#2和#3(与试验中的#1、#2、#3点位置相同), 模型所需计算参数如表3所示, 边

界条件如表4所示。

表3 计算参数表

Table 3 Parameters for calculation

参数名称	取值	参数名称	取值
土体试样高度 H/m	0.3	土体密度 $\rho_s/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	1560
初始时刻污染物浓度 $C_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	0.5	污染物扩散系数 $D_0/(\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1})$	5×10^{-9}
土体试样半径 r/m	0.1	土体纵向弥散度 a_L/m	0.35
n_0	0.423	干燥气体摩尔质量 $M_a(\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1})$	2.88×10^{-2}
气体摩尔常数 $R/(\text{J}\cdot\text{mol}\cdot\text{K}^{-1})$	8.214	孔隙度 n_0 时渗透率 $K_0/(\text{l}/\text{m}^2)$	1×10^{-16}
最大饱和度 S_s	0.9	残余饱和度 S_r	0.1
吸湿膨胀系数 β_s	1.5×10^{-4}	弹性模量 E_s/MPa	25
泊松比 μ	0.3	非线性吸附常数 α' ($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)	0.55
最大吸附量 $\beta/(\text{mg}\cdot\text{g}^{-1})$	2.32	温度 T_0/K	278.15
正反应速率常数 $\lambda_1/(1\cdot\text{s}^{-1})$	2.5×10^{-6}	P_0/Pa	0.9×10^5
逆反应速率常数 $\lambda_2/(1\cdot\text{s}^{-1})$	1.5×10^{-6}	$\beta_m/(1\cdot\text{K}^{-1})$	-2.1×10^{-3}
土体弯曲因子 τ	0.7	液态水质量热容 $C_w/(\text{J}\cdot\text{kg}\cdot\text{K}^{-1})$	4180
空气质量热容 $C_a/(\text{J}\cdot\text{kg}\cdot\text{K})$	1000	土体骨架质量热容 $C_p/(\text{J}\cdot\text{kg}\cdot\text{K}^{-1})$	1000
水蒸气质量热容 $C_g/(\text{J}\cdot\text{kg}\cdot\text{K})$	1900	混合气相导热系数 $\lambda_g/(\text{W}\cdot\text{m}\cdot\text{K}^{-1})$	0.024
液态水导热系数 $\lambda_w/(\text{W}\cdot\text{m}\cdot\text{K}^{-1})$	0.56	土体骨架导热系数 $\lambda_s/(\text{W}\cdot\text{m}\cdot\text{K}^{-1})$	2.93
液相水相变潜热 $L_w/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1})$	2.4×10^6	水蒸汽摩尔质量 $M_w/(\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1})$	0.018
热膨胀系数 $\beta_{sT}/(1\cdot\text{K}^{-1})$	7.8×10^{-6}	液态水密度 $\rho_w/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	1000

表4 边界条件

Table 4 Boundary conditions

初始条件	上边界条件		下边界条件	
孔隙率 n	0.432	孔隙率 n	—	孔隙率 n
孔隙水压 P_l/kPa	-190	孔隙水压 P_l/kPa	—	孔隙水压 P_l
孔隙气压 P_g/kPa	102.1	孔隙气压 P_g/kPa	102.1	孔隙气压 P_g
位移 u/m	0	位移 u/m	—	位移 u
浓度 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	0	浓度 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	—	浓度 $C/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$
吸附浓度 $C_s/(\text{kg}\cdot\text{kg}^{-1})$	0	吸附浓度 $C_s/(\text{kg}\cdot\text{kg}^{-1})$	—	吸附浓度 $C_s/(\text{kg}\cdot\text{kg}^{-1})$
温度 T/K	278.15	温度 T/K	278.15	温度 T/K
				303.15

3.2 数据对比

图3为3个观测点处污染物浓度及温度的对比曲线。可看出数值计算与试验结果吻合度较高, 表明本文数学模型可较好地反映温度梯度下非饱和黄土中铅离子的迁移规律。

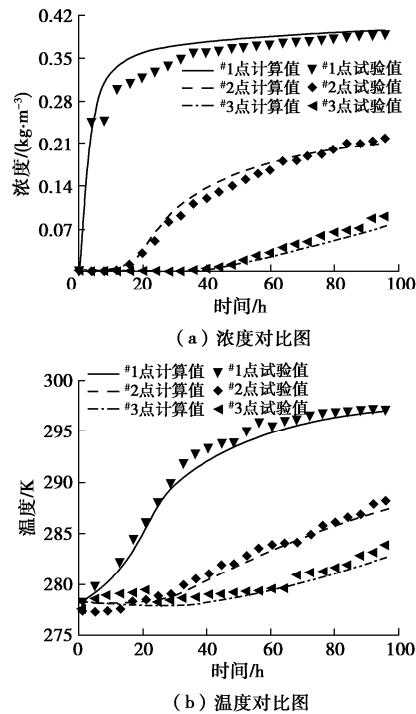


图 3 浓度、温度对比图

Fig. 3 Comparison of concentration and temperature

图 4 为常温工况与温度梯度工况下各点污染物浓度计算对比图。以 96h 为例, 土柱底端温度为 278K 时, #1 点、#2 点、#3 点的浓度值分别为 0.366, 0.182, 0.052 kg/m³, 当温度升高为 303K 时, #1 点、#2 点、#3 点的浓度值分别升高到 0.395, 0.211, 0.071 kg/m³, 由此看出, 温度梯度对非饱和土体中污染物的迁移有较明显的促进作用, 靠近土柱下部浓度增大与温度升高基本同步, 土柱中部及上部浓度增大幅度大于温度升高幅度。

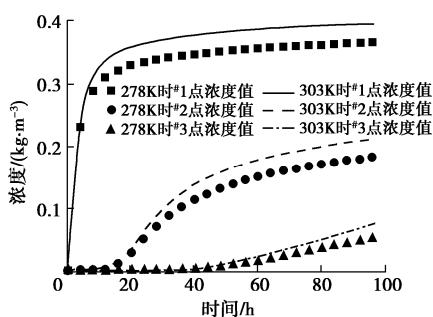


图 4 浓度对比图

Fig. 4 Comparison of concentration

图 5 为各点孔隙水压、基质吸力、水蒸气压强、水蒸气密度变化曲线。由图可知, 污染物在基质吸力及温度梯度的共同驱动下, 沿土柱高度方向逐渐向上迁移, 各点处体积含水率逐渐增大, 孔隙气体逐渐排出, 由此引起各点处孔隙水压逐渐增大, 孔隙气压逐渐减小, 孔隙基质吸力逐渐减小; 与此同时, 液态水在温度梯度作用下, 蒸发量逐渐增大, 土体孔隙中水蒸气密度逐渐增大, 引起土体孔隙中水蒸气压强也逐

渐增大。

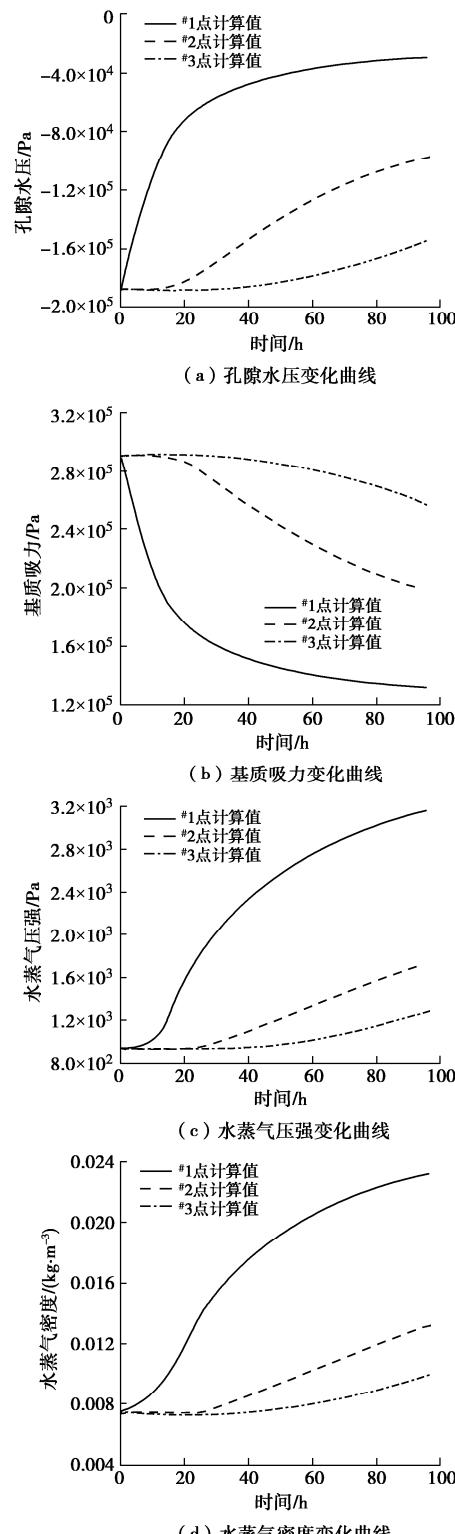
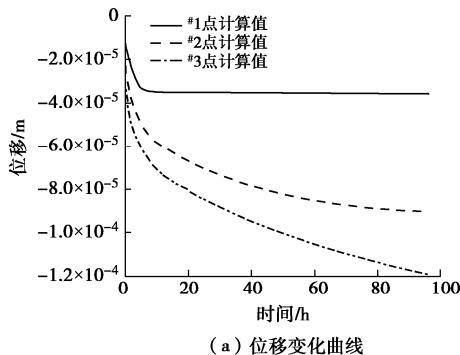


图 5 孔隙水压、基质吸力、水蒸气压强及水蒸气密度变化曲线

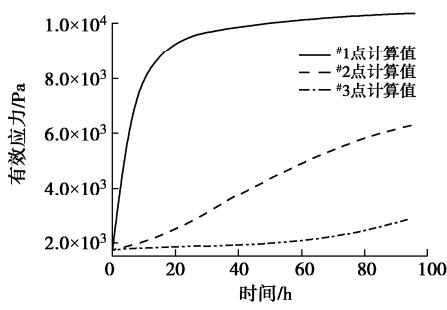
Fig. 5 Variation curves of pore water pressure, matrix suction, water vapor pressure and water vapor density

图 6 为各点位移及应力变化曲线。由图可知, 在温度梯度和吸湿膨胀作用下, 土柱整体处于拉伸变形状态, 在重力、孔隙水压及孔隙气压的共同作用下, 土柱整体处于压缩变形状态, 但后者影响大于前者, 因此土柱整体处于压缩变形状态, 越靠近土柱顶部,

位移越大, 顶部#3点及中部#2点处位移随时间不断增大, 底部#1点处位移在8 h内增长明显, 随后基本保持不变。土柱各点有效应力由低到高逐渐增大, 但变化趋势不同: 底部#1点处20 h内增长较快, 20 h后增长缓慢; 顶部#3点及中部#2点处增长缓慢。



(a) 位移变化曲线

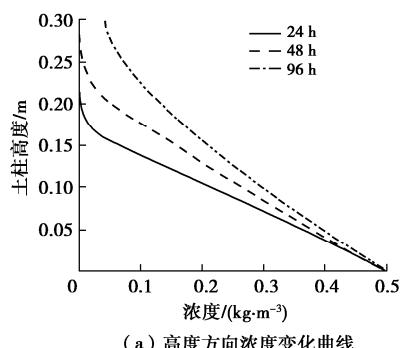


(b) 有效应力变化曲线

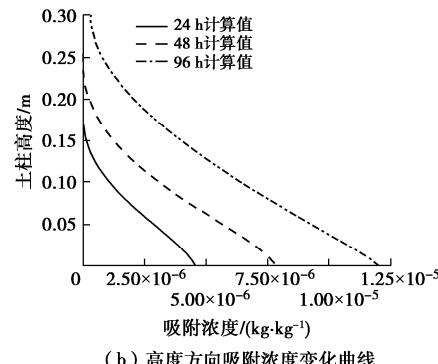
图6 各点位移、有效应力变化曲线

Fig. 6 Variation curves of displacement and effective stress at each point

图7为不同时刻沿土柱高度方向污染物浓度及吸附浓度变化曲线。由图可知, 土柱底部施加热源及定浓度污染源后, 污染物浓度沿土柱高度方向从下到上逐渐增大, 吸附浓度变化规律与浓度变化规律接近, 但随时间增长, 土柱各点处吸附浓度增大幅度远大于浓度增大幅度, 分析原因为: 污染物迁移是在对流、分子扩散及机械弥散的共同作用下发生的, 随时间增长, 上述作用逐渐减弱; 但吸附作用是一个长期过程, 较短时间内土体颗粒对污染物的最大吸附量远未达到限值, 因此吸附作用还在继续产生, 时间增长对其影响不显著。



(a) 高度方向浓度变化曲线



(b) 高度方向吸附浓度变化曲线

图7 高度方向浓度、吸附浓度变化曲线
Fig. 7 Variation curves of concentration and adsorption concentration in height direction

4 结 论

(1) Langmuir 非线性吸附模型比较符合黄土对铅离子的吸附特征; 最大吸附量 β 随温度升高逐渐降低。

(2) 温度梯度对非饱和土体中污染物迁移有较明显促进作用, 靠近热源区污染物浓度增大与温度升高基本同步, 远离热源区污染物浓度增大幅度大于温度升高幅度。

(3) 不计土体湿陷性时, 温度及吸湿膨胀作用下, 土柱处于拉伸变形状态, 重力、孔隙水压及孔隙气压作用下土柱处于压缩变形状态, 但后者影响大于前者, 故土柱整体处于压缩变形状态; 靠近污染源及热源一侧, 位移小而有效应力较大; 远离污染源及热源一侧, 位移大而有效应力较小。

(4) 污染物迁移在对流、分子扩散及机械弥散共同作用下发生, 时间增长, 上述作用逐渐减弱; 吸附作用是长期过程, 时间较短时土体颗粒对污染物的最大吸附量远未达到限值, 吸附还在继续, 时间增长对其影响不显著。

参考文献:

- [1] 罗春泳. 黏土的环境土工特性及垃圾填埋场衬垫性状研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2004. (LUO Chunyong. Study on Geoenvironmental Characteristics of Clay and the Behavior of Clay Liner in MSW Landfills[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2004. (in Chinese))
- [2] 蔡国庆, 赵成刚, 田 辉. 高放废物地质处置库中非饱和缓冲层的热-水-力耦合数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增刊1): 1-8. (CAI Guoqing, ZHAO Chenggang, TIAN Hui. Numerical simulation of coupled thermo-hydro-mechanical behavior for engineered barriers in high-level radioactive waste disposal[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(增刊1): 1-8. (in Chinese))

- Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S1): 1-8. (in Chinese))
- [3] 滕继东, 贺佐跃, 张升, 等. 非饱和土水气迁移与相变: 两类“锅盖效应”的发生机理及数值再现[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(10): 1813-1821. (TENG Jidong, HE Zuoyue, ZHANG Sheng, et al. Moisture transfer and phase change in unsaturated soils: physical mechanism and numerical model for two types of “canopy effect”[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(10): 1813-1821. (in Chinese))
- [4] 秦冰, 陈正汉, 方振东, 等. 基于混合物理论的非饱和土的热-水-力耦合分析模型 I [J]. 应用数学和力学, 2010, **31**(12): 1476-1488. (QIN Bing, CHEN Zhenghan, FANG Zhendong, et al. Analysis of coupled thermo-hydro-mechanical behavior of unsaturated soils based on theory of mixtures I [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2010, **31**(12): 1476-1488. (in Chinese))
- [5] 陈正汉, 郭楠. 非饱和土与特殊土力学及工程应用研究的新进展 [J]. 岩土力学, 2019, **40**(1): 1-54. (CHEN Zhenghan, GUO Nan. New developments of mechanics and application for unsaturated soils and special soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(1): 1-54. (in Chinese))
- [6] 郭志光. 多孔介质中的水-热作用效应及污染物迁移特征研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2018. (GUO Zhiguang. The Hydro-thermal Effect and Transport Characteristics of Contaminants in Porous Media[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018. (in Chinese))
- [7] ADALA M, BENNACER R, SAMMOUDA H, et al. Heat and mass transport in the unsaturated porous media: application to the soil dry drainage method[J]. Defect and Diffusion Forum, 2009, **283**: 589-593.
- [8] 张嘉熙. 重金属污染物与悬浮颗粒耦合迁移过程及迁移距离研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2019. (ZHANG Jiaxi. Experimental Study on the Transport Process and Distance of Coupled Suspended Particles and Heavy Metal Ion[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019. (in Chinese))
- [9] 王洪涛. 多孔介质污染物迁移动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008. (WANG Hongtao. Dynamics of Fluid Flow and Contaminant Transport in Porous Media[M]. Beijing: Higher Education Press, 2008. (in Chinese))
- [10] HEITMAN J L, HORTON R, REN T, et al. A test of coupled soil heat and water transfer prediction under transient boundary temperatures[J]. Soil Science Society of America Journal, 2008, **72**(5): 1197-1207.
- [11] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性 [J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(1): 82-90. (CHEN Zhenghan. Deformation, strength, yield and moisture change of a remolded unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(1): 82-90. (in Chinese))
- [12] 秦冰, 陈正汉, 孙发鑫, 等. 高吸力下持水曲线的温度效应及其吸附热力学模型[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(10): 1877-1886. (QIN Bing, CHEN Zhenghan, SUN Faxin, et al. Temperature effect on water retention curve under high suction and its modeling based on thermodynamics of sorption[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(10): 1877-1886. (in Chinese))
- [13] 周凤玺, 周立增, 王立业, 等. 温度梯度作用下非饱和盐渍土水盐迁移及变形特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, **39**(10): 2115-2130. (ZHOU Fengxi, ZHOU Lizeng, WANG Liye, et al. Study on water and salt migration and deformation properties of unsaturated saline soil under temperature gradient[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, **39**(10): 2115-2130. (in Chinese))
- [14] RUTQVIST J, BÖRGESSON L, CHIJIMATSU M, et al. Thermohydromechanics of partially saturated geological media: governing equations and formulation of four finite element models[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**(1): 105-127.
- [15] 陈宗芳. 吉林西部盐渍土冻结温度预测及水盐迁移规律研究[D]. 长春: 吉林大学, 2020. (CHEN Zongfang. Study on Freezing Temperature Prediction and Water-Salt Migration of Saline Soil in Western Jilin[D]. Changchun: Jilin University, 2020. (in Chinese))
- [16] 陈星欣, 白冰, 蔡奇鹏. 考虑吸附-解吸效应的多孔介质中颗粒加速迁移问题解析解[J]. 岩土力学, 2015, **36**(6): 1698-1706. (CHEN Xingxin, BAI Bing, CAI Qipeng. Analytical solutions for accelerated transport of particles in porous media with considering adsorption-desorption effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(6): 1698-1706. (in Chinese))
- [17] TREMOSA J, GAILHANOU H, CHIABERGE C, et al. Effects of smectite dehydration and illitisation on overpressures in sedimentary basins: a coupled chemical and thermo-hydro-mechanical modelling approach[J]. Marine and Petroleum Geology, 2020, **111**: 166-178.
- [18] 周凤玺, 高国耀. 非饱和土中热湿盐多场耦合过程分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(5): 813-820. (ZHOU Fengxi, GAO Guoyao. Multi-field coupling process of heat-moisture-salt in unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(5): 813-820. (in Chinese))