

DOI: 10.11779/CJGE202207006

“十三五”国家重点研发计划项目

# 季节冻土区非饱和膨胀土水-热-变形耦合冻胀模型

凌贤长<sup>1</sup>, 罗军<sup>2\*</sup>, 耿琳<sup>3</sup>, 唐亮<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学, 黑龙江 哈尔滨 150090; 2. 中国科学院力学研究所, 北京 100190; 3. 中国铁道科学研究院集团有限公司高速铁路轨道技术国家重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 中国季节冻土区发育大面积深厚残坡积膨胀土, 其特有的“冻胀融沉”“膨胀收缩”特性诱发诸多工程病害问题。针对季节冻土区非饱和膨胀土的冻胀变形机制问题, 以延吉膨胀土为研究对象, 开展了膨胀土冻胀特性试验研究, 证明了膨胀土吸水膨胀特性对其冻胀特性有显著影响, 据此提出了考虑相变动力区的非饱和膨胀土冻结-膨胀-收缩机制。基于冻土多场耦合分析方法、结晶动力学理论, 建立了非饱和膨胀土水-热-变形耦合冻胀模型 FH\_ex\_Model, 并予以验证。该模型能够反演出非饱和膨胀土冻胀过程中的冻胀变形分量和膨胀变形分量。此外, 根据上述研究, 建议在膨胀土工程场地中应当重视初冻期冻结作用诱发的高膨胀变形, 同时稳定冻深以下区域的场地变形不容忽视。

**关键词:** 季节冻土区; 非饱和膨胀土; 冻胀试验; 冻结-膨胀机制; 多场耦合; 冻胀模型

中图分类号: TU445

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)07-1255-11

**作者简介:** 凌贤长(1963—), 男, 博士, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 岩土与地下工程学科带头人, 黑龙江省寒区轨道工程技术研究中心主任, 青岛理工大学教授、博士生导师, 青岛盘垚材料工程研究院、安徽省融工博大环保技术材料研究院首席专家, 俄罗斯自然科学院外籍院士。从事高铁岩土工程、岩土地震工程、寒区特殊土与冻土工程、岩土与地质灾害防控、岩土工程新材料技术等方面研究, 开辟了寒区轨道交通路基动力学、矿物基类胶凝材料技术两个新的研究方向。主持国家重点研发计划、国家重大科研仪器研制项目、国家自然科学基金重点项目、应急管理部防汛抢险急需技术装备揭榜攻关项目等研究工作。出版著作 9 部, 发表论文 273 篇, 获得国家发明专利 83 项、软件著作权 15 项与国际发明专利 4 项, 主编技术标准 5 部(完成 1 部、在编 4 部)。获得国家技术发明二等奖 1 项、省部级科技进步奖一等奖 5 项, 荣获“庆祝中华人民共和国成立 70 周年”纪念章。部分成果在工程中获得较多应用并已实施产业化。E-mail: xianzhang\_ling@263.net。



## Coupled hydro-thermo-deformation frost heave model for unsaturated expansive soils in seasonally frozen soil regions

LING Xian-zhang<sup>1</sup>, LUO Jun<sup>2\*</sup>, GENG Lin<sup>3</sup>, TANG Liang<sup>1</sup>

(1. Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China; 2. Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100190, China; 3. State Key Laboratory for Track Technology of High-Speed Railway, China Academy of Railway Sciences Corporation Limited, Beijing 100081, China)

**Abstract:** A large area of deep residual deluvial expansive soils is distributed in seasonally frozen soil regions in China. Its unique ‘frost heave-thaw settlement’ and ‘expansion-shrinkage’ characteristics induce many engineering diseases. Aiming at the problem of frost heave mechanism of unsaturated expansive soils in seasonally frozen soil regions, taking Yanji expansive soil as the object, the experimental studies on the frost heave characteristics of expansive soils are carried out, and it is proved that the expansion characteristics of the expansive soils due to water absorption have a significant influence on its frost heave characteristics. Then the freezing-swelling/shrinkage mechanism of unsaturated expansive soils considering the phase change kinetic area is put forward. Based on the multi-field coupling analysis method of frozen soils and the theory of crystallization kinetics, the coupled hydro-thermo-deformation frost heave model for unsaturated expansive soils, named FH\_ex\_Model,

**基金项目:** 国家自然科学基金重点项目(41430634); 国家自然科学基金国家重大科研仪器研制项目(41627801); 国家重点研发计划项目(2018YFC1505305)

**收稿日期:** 2022-03-05

\*通信作者(E-mail: luojun@imech.ac.cn)

is established and verified. The proposed model can inverse the frost-heave deformation component and the expansion deformation component in the frost heave process of unsaturated expansive soils. In addition, according to the above researches, it is suggested that attention should be paid to the high freezing-induced expansion deformation in the initial freezing period in the expansive soil engineering site, and the deformation in the area below the stable freezing depth should not be ignored.

**Key words:** seasonally frozen soil region; unsaturated expansive soil; frost heave test; freezing-induced swelling and shrinkage mechanism; multi-physical field coupling; frost heave model

## 0 引言

中国是世界第三冻土大国, 季节冻土的分布面积达  $5.14 \times 10^6 \text{ km}^2$ , 冻深超过 1.5 m 且对工程有严重影响的深季节冻土面积达  $3.67 \times 10^6 \text{ km}^2$ , 中国又是膨胀土分布最为广泛的国家之一, 以南方膨胀土居多, 涵盖 20 多个省、市、自治区。自从 2014 年以来, 随着东北地区高速铁路工程建设的快速发展及西北高寒区供水工程的建设, 大量工程实践和病害调查表明, 在中国季节冻土区发育大面积深厚残坡积膨胀土, 致使一些重大工程在施工和运行期间受到不同程度病害问题的影响, 譬如长珲高铁沿线膨胀土路堑边坡出现浅层滑坡和抗滑桩倾斜, 黑龙江省北部引嫩总干渠乌北段发生冻融滑坡, 北疆膨胀土区域渠坡发生严重破坏等<sup>[1-3]</sup>。上述病害的发生与季节冻土区膨胀土的“冻胀—融沉”及“膨胀—收缩”特性密切相关, 是季节冻融环境多因素耦合作用下膨胀土性能劣化与变形的必然结果。由于季节冻土区气候特点显著, 降水和地下水较丰富, 部分地区极端气温可达到  $-40^\circ\text{C}$ , 使得该区域膨胀土的冻融、胀缩特性十分突出。因此, 有必要建立季节冻土区非饱和膨胀土的冻胀模型, 以描述季冻区膨胀土的冻胀变形机制, 为灾害分析和控制提供必要的理论依据。

徐丽等<sup>[4]</sup>研制了适用于膨胀土的土体膨胀冻胀联合测试装置, 对膨胀土在常温下充分补水达最大变形后, 开展冻胀测试。程旭东<sup>[5]</sup>研究了饱和延吉膨胀土的冻胀特性与冻胀模型, 试验中限制了饱和阶段膨胀土的变形。Luo 等<sup>[6]</sup>研究了非饱和中等膨胀性膨胀土的冻胀特性。朱杰等<sup>[7]</sup>研究了淮南膨胀土的冻胀融沉特性。景鑫<sup>[8]</sup>研究了非饱和膨润土改性黏土的一维冻融效应。上述研究对膨胀土冻胀变形机制的揭示有一定的指导作用。

过去, 国内外学者针对非饱和土冻胀模型开展了部分研究工作。Li 等<sup>[9]</sup>构建了非饱和冻土的理论模型框架。Guymon 等<sup>[10]</sup>开发了可以模拟非饱和冻融土水热运移和冻胀融沉现象的模型 FROSTB。Liu 等<sup>[11]</sup>建立了考虑基质吸力效应的能够描述非饱和多孔材料冻

结行为的多场耦合模型。Yin 等<sup>[12]</sup>研究了非饱和冻土中水、汽、应力和热的耦合传输问题, 考虑基质吸力的作用效应, 对饱和土压缩模量进行修正, 以描述非饱和冻土的应力应变特性。上述模型多用于黏土或粗粒土冻胀变形的模拟, 不适用于模拟非饱和膨胀土的冻胀变形, 尤其是不能反映“湿胀—干缩”特性的对膨胀土冻胀特性的影响。

因此, 本文以长珲高铁沿线延吉膨胀土为研究对象, 开展不同土体类型、初始含水率条件下的冻胀试验, 揭示典型膨胀土的冻胀特性。据此, 提出非饱和膨胀土的“冻结—胀缩牵连机制”。基于冻土多场耦合分析方法, 建立非饱和膨胀土水—热—变形耦合冻胀模型 FH\_ex\_Model 并予以验证, 解耦出非饱和膨胀土冻结过程中的冻胀分量与膨胀分量。

## 1 典型膨胀土冻胀特性试验

### 1.1 试验设计

以延吉膨胀土为研究对象, 哈尔滨粉质黏土为参照, 开展无荷载单向冻胀试验, 试样的物理性质见图 1 和表 1。准样时, 将膨胀土与一定量的蒸馏水充分混合, 恒温密封 24 h。冻胀试验试样高度 100 mm, 直径 102 mm, 分 5 层压实。试验中采用蒸馏水进行开放系统补水, 马氏瓶控制无压水位位于试样底部以上 3 mm 处, 膨胀土冻胀试验系统详见图 2<sup>[6]</sup>。表 2 所示是冻胀试验工况, E1、E2 为不同初始含水率, E1、S1 为不同类型土样, 冻结时间大于 72 h。

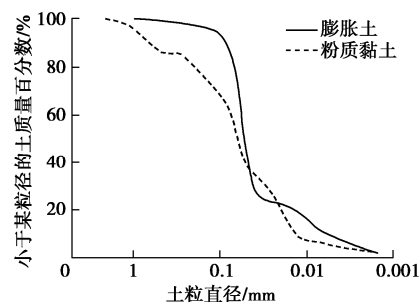


图 1 膨胀土和粉质黏土级配曲线

Fig. 1 Particle size distribution curves of expansive soil and silty clay soil

表 1 土样物理性质指标

Table 1 Physical properties of test soils					
指标	最大干密度 $\rho_{d,max}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	相对质量 密度 $G_s$	液限 $w_L/\%$	塑限 $w_P/\%$	自由膨胀 率 $F_s/\%$
膨胀土	1660	2.63	53.4	38.4	60
粉质黏土	1910	2.75	29.8	18.2	0



图 2 膨胀土冻胀试验系统

Fig. 2 Frost-heave test system of expansive soils

表 2 单向冻胀试验工况

Table 2 One-dimensional frost-heave test conditions of soils			
工况	初始质量含水率/%	暖端温度/℃	冷端温度/℃
E1	21	1.8	-5
E2	27	1.8	-5
S1	21	1.8	-5

1.2 试验结果分析

由工况 E1 和工况 S1 可知, 膨胀土和粉质黏土的初始质量含水率相同, 对应的土体饱和度分别为 64% 和 83%, 这表明试验初期膨胀土试样的原位冻胀量应当小于粉质黏土。然而在冻结开始的前 3.4 h 内, 膨胀土的冻胀量达到 2.8 mm (图 3 中 A 点), 而粉质黏土出现了 0.36 mm 的收缩变形 (图 3 中 B 点)。该现象表明, 冻结初期非饱和膨胀土的主要变形来源于冻结效应引起水分迁移所带来的未冻区吸水膨胀。

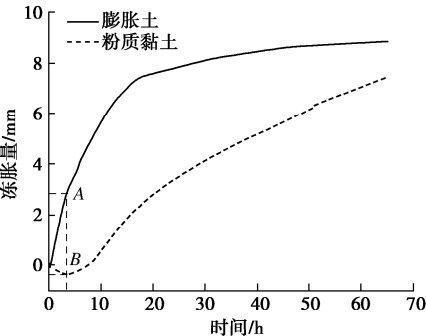


图 3 膨胀土和粉质黏土试样冻胀量时程

Fig. 3 Time histories of frost heave amount of expansive clay and silty clay samples

由图 4 可知, 在冻结开始的前 5 h 内, 初始含水率较低的试样冻胀变形量较大, 且工况 E2 与 E1 的差距不断增大。这是由于冻结初期试样的初始含水率较低, 黏土矿物具有较高的水分吸附能力, 这一阶段黏土矿物引起的膨胀变形占主导。在 5~25 h 间, 工况 E2 与 E1 的差距不断减小, 是因为随着水分迁移作用的持续发生, 未冻结区域的含水率显著增加, 黏土矿物的膨胀效应弱化。在 25 h 后 (图 4 中 C 点), 高初始含水率试样的冻胀量超过低含水率试样, 冰分凝作用引起的冻胀变形占主导地位。

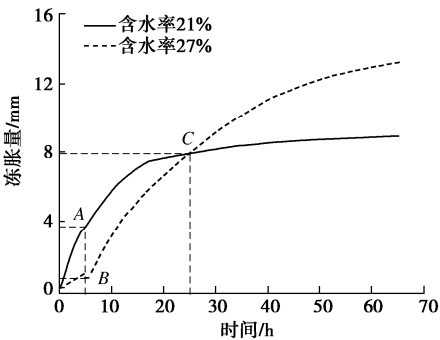


图 4 不同初始含水率膨胀土试样冻胀量时程

Fig. 4 Time histories of frost-heave amount of expansive clay samples with different initial mass water contents

由图 5 可知, 根据第二冻胀理论, 膨胀土的冷生构造包括 4 个区域, 即原位冻结区、冰分凝区、冻结缘和未冻结区。与粉质黏土相比, 膨胀土的冰分凝区较大, 层状冰透镜体并不发育。由此可知, 膨胀土的冻胀变形来源于较大冰分凝区域内的迁移冻胀和黏土矿物膨胀。冰透镜体生长带来的体积变化相对较小。

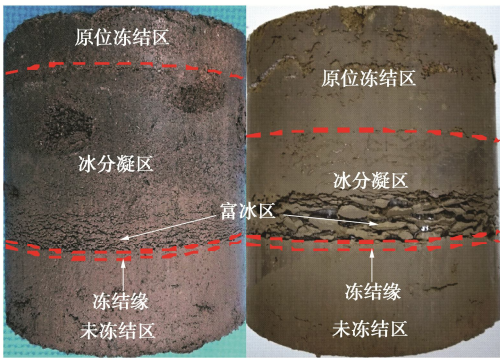


图 5 非饱和膨胀土(左)和粉质黏土(右)的冷生构造(Luo 等, 2018)<sup>[6]</sup>

Fig. 5 Cryostructures of unsaturated expansive clay (left) and silty clay (right) (Luo et al., 2018)<sup>[6]</sup>

2 膨胀土冻结—胀缩牵连机制

根据 1.2 节的试验分析, 在非饱和膨胀土的冻结过程中, 土体孔隙的变化过程可归纳为 4 个阶段, 即



未冻结阶段(阶段 I)、孔隙冰少量出现和黏土矿物大量膨胀阶段(阶段 II)、孔隙冰大量生长和黏土矿物少量膨胀阶段(阶段 III), 及并不显著的冰透镜体持续生长阶段(阶段 IV), 见图 6。在阶段 II、III 中, 黏土矿物的膨胀由冻结引起的水分迁移导致, 而黏土矿物的收缩则源于冻结区未冻含水量的减少。

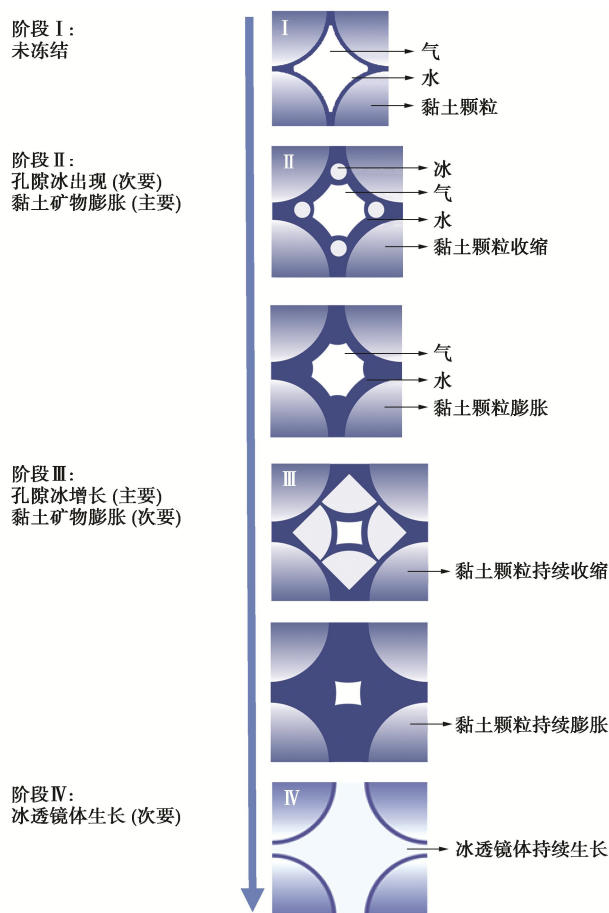


图 6 膨胀土不同冻胀阶段的孔隙环境

Fig. 6 Pore environment of expansive soils at different stages of frost heave

在第二冻胀理论中, 普遍认为冰透镜体暖端和冻结锋面之间存在冻结缘, 对于孔隙冰的分凝和抑制水分迁移进入上层已冻土具有重要影响。但是, 从非饱和膨胀土冷生构造情况可知, 由于层状冰透镜体的构造特征并显著, 冻结缘的准确位置很难确定, 并且非饱和状态下膨胀土中冻结缘存在与否尚不明确。因此, 冻结锋面以上一定区域内孔隙冰的生长如何考虑是一个问题。在此, 借鉴 Bronfenbrener<sup>[13]</sup>提出了“相变动力区”的概念, 假定土体中冻结锋面之上存在一个孔隙冰生长相对活跃的相变动力区, 根据晶体生长理论, 采用非平衡相变一级动力学模型描述该区域发生的结晶过程。因此, 可以假定在非饱和膨胀土的冻结锋面之上同样存在一个孔隙冰生长活跃的“相变动

力区”, 该区域对非饱和膨胀土的水-热-变形耦合效应具有重要影响。

根据非饱和膨胀土孔隙变化过程和“相变动力区”的概念, 提出非饱和膨胀土的“冻结-胀缩牵连机制”, 见图 7。图中所示是非饱和膨胀土在开放系统冻结条件下不同时刻试样断面的温度、孔压、变形变化过程, ①、②、③代表非饱和冻结过程中的 3 个主要阶段, 红色区域为相变动力区所在位置。

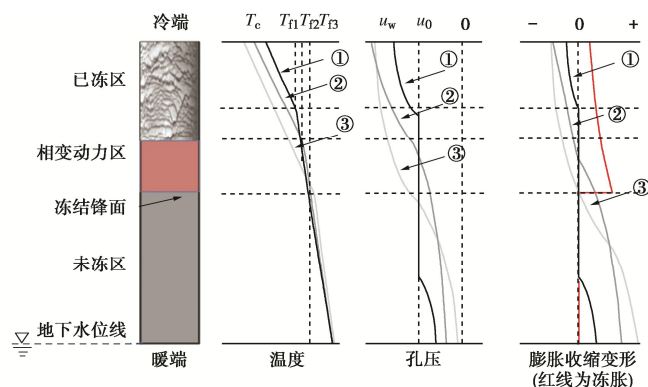


图 7 开放系统非饱和膨胀土冻胀与膨胀收缩机制<sup>[19]</sup>

Fig. 7 Frost heave and swelling-shrinkage mechanism of unsaturated expansive clay in open system<sup>[19]</sup>

在温度方面, 孔隙水的冻结点, 即  $T_{f1}$ ,  $T_{f2}$ ,  $T_{f3}$ , 随非饱和膨胀土冻结过程的发展逐渐升高且趋于饱和膨胀土的冻结点。在孔隙水压力方面, 冻结锋面以上已冻区的孔压逐渐减小且趋于一稳定的负值, 试样暖端的孔压趋于 0, 未冻结区域的孔压逐渐增大。基于温度场和水分场的变化情况, 在开放系统条件下, 冻结区内未冻水含量迅速减少, 孔隙冰不断生产, 膨胀土体产生少量的收缩变形。在未冻结区内, 随含水率的增加, 膨胀土吸水膨胀, 且膨胀作用逐渐减弱。当冻结锋面发展至已吸水膨胀的未冻结区域时, 新冻结土体会同时发生较大的冻胀和微弱的收缩。因此, 在非饱和膨胀土的冻结过程中, 土体各个区域不断经历着膨胀、冻胀、收缩等多个作用效应。

### 3 控制方程

#### 3.1 基本假定

本文针对季节冻土区气候环境作用下近地表范围内的中、弱膨胀土冻胀问题, 建立能够考虑膨胀土“冻结-胀缩牵连机制”的水-热-变形耦合冻胀模型, 基本假定如下: ①孔隙气相连续且与大气连通; ②忽略冻胀过程中未冻结区全区域的固结效应; ③不考虑温度变化引起的膨胀土骨架变形; ④不考虑冻结缘的存在与否和冰透镜体的判别与生长, 通过结晶动力学模型对相变动力区的晶体生长进行计算, 当含水率超

过 85% 时发生起始冻胀; ⑤冻结非饱和膨胀土的渗透系数为其非饱和渗透系数与冰阻碍因子的乘积; ⑥未冻区的水分迁移遵守达西定律, 不考虑已冻土区的水分迁移和孔隙中的气态水的运移; ⑦忽略非饱和膨胀土孔隙水滞回效应对土水特征曲线和体积变形的影响; ⑧假定冻结土体中同一位置不会同时发生冻胀和膨胀收缩效应; ⑨膨胀土体是各向同性的非线性弹性体。

### 3.2 质量守恒方程

将非饱和膨胀土考虑为由土颗粒、未冻水、孔隙冰、孔隙气构成的四相介质, 见图 8。基于体积分混合物理理论, 不计入孔隙气的质量, 各相密度如下:

$$\left. \begin{aligned} \rho_s(x,t) &= (1-n)\rho^s, \\ \rho_w(x,t) &= (\theta-\theta_i)\rho^w, \\ \rho_i(x,t) &= \theta_i\rho^i, \\ \rho_a(x,t) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $\rho_s$ ,  $\rho_w$ ,  $\rho_i$ ,  $\rho_a$  分别为非饱和膨胀土各相的体积密度,  $\rho^s$ ,  $\rho^w$ ,  $\rho^i$ ,  $\rho^a$  分别为非饱和膨胀土各相的真实密度,  $n$  为孔隙率,  $\theta$  为孔隙冰和未冻水的总体积分数,  $\theta_i$  为体积含冰率。

因此, 非饱和膨胀土的总体积密度如下:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_s + \rho_w + \rho_i + \rho_a \\ &= (1-n)\rho^s + (\theta-\theta_i)\rho^w + \theta_i\rho^i \end{aligned} \quad (2)$$

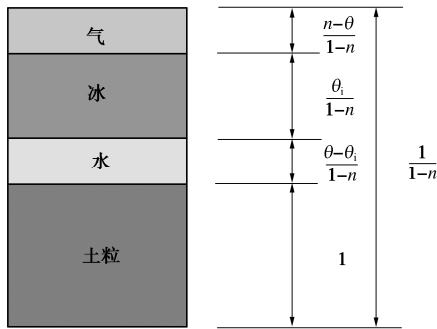


图 8 四相多孔介质的平均体积单元(AVE)与各相的体积分

Fig. 8 Average volume element (AVE)  $d\Omega$  of a porous medium consisting of four constituents and their volume fraction

对于相对于  $\alpha$  相的运动质点, 任一可微函数  $f_\alpha(x,t)$  时间导数的空间描述为

$$\frac{d^\alpha f_\alpha}{dt} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + V_j^\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial x_j}, \quad (3)$$

式中,  $f_\alpha$  为与  $\alpha$  相有关的函数,  $V_j^\alpha$  为土粒和  $\alpha$  相的速度。

对于任意量的体积积分而言, 有如下关系:

$$\frac{d^\alpha}{dt} \left( \int_{\Omega} f_\alpha d\Omega \right) = \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial (f_\alpha V_j^\alpha)}{\partial x_j} \right] d\Omega. \quad (4)$$

根据质量守恒定律, 在  $\Delta t$  时间内, 平均体积单元内存在两种作用, 一是由于冰水相变作用引起的密度变化, 二是冰水迁移作用对平均体积单元的影响。因此, 在不考虑土骨架变形的情况下, 平均体积单元中冰相和未冻水相分别满足如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^w}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_w d\Omega \right) &= -\dot{m}_{w \rightarrow i}, \\ \frac{d^i}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_i d\Omega \right) &= \dot{m}_{w \rightarrow i}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中,  $\Omega$  为平均体积单元计算域,  $\dot{m}_{w \rightarrow i}$  为水相变成冰的质量转化率。

将式 (5) 中两项求和并根据式 (4), 得到质量守恒方程的局部形式如下:

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_w V_j^w)}{\partial x_j} + \frac{\partial (\rho_i V_j^i)}{\partial x_j} = 0. \quad (6)$$

通常, 在饱和冻土的刚性冰模型中会考虑冰的迁移速率  $V_j^i$ , 而在非饱和膨胀土冻胀模型中, 由于冰与土颗粒的相对速度比未冻水与土颗粒的相对速度小很多且不在一个数量级上。因此, 本文假定  $V_j^i=0$ 。记  $\theta_u = \theta - \theta_i$ ,  $\rho_w V_j^w = \rho^w v_j^w$ , 将式 (1) 代入式 (6) 改写为

$$\frac{\partial \theta_u}{\partial t} + \frac{\rho^i}{\rho^w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial v_j^w}{\partial x_j} = 0, \quad (7)$$

式中,  $v_j^w$  为 Euler 坐标系下孔隙水的渗流速率。

孔隙水运移符合达西定律且满足各向同性:

$$v^w = -K_H(\theta_u) \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (8)$$

式中,  $K_H(\theta_u)$  为非饱和膨胀土渗透系数,  $h$  为孔隙水压力水头, 在非饱和土中, 当仅考虑基质吸力势时, 取  $h = u_a - u_w$ , 当孔隙气压力等于大气压力时,  $h = -u_w$ 。

式 (8) 代入式 (7) 即为

$$\frac{\partial \theta_u}{\partial t} + \frac{\rho^i}{\rho^w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K_H(\theta_u) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right). \quad (9)$$

为模拟渗透系数随孔隙冰增长而急剧降低的现象, 将冻结非饱和膨胀土的渗透系数定义为与其未冻水含量相同的未冻结非饱和土渗透系数与阻抗因子的乘积。本文采用的阻抗因子形式如下<sup>[10]</sup>:

$$I = 10^{-E\theta_i} = 10^{-\left[\frac{5}{4}(K_s-3)^2+6\right]\theta_i}, \quad (10)$$

式中,  $K_s$  为饱和渗透系数。

因此, 式 (9) 即为

$$\frac{\partial \theta_u}{\partial t} + \frac{\rho^i}{\rho^w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( 10^{-E\theta_i} \cdot K_H(\theta_u) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right). \quad (11)$$

### 3.3 能量守恒方程

在非饱和膨胀土冻结过程中, 热传导是其主要热量传递形式, 本文不考虑气相对流热和源汇相等因素的影响。由于土颗粒、孔隙冰、未冻水相的动能相对于系统的其他能量而言十分微小, 在此不作考虑。同时, 由于质量守恒方程中未考虑孔隙冰的迁移, 因此在能量守恒方程中不考虑与孔隙冰迁移相关的热通量。此外, 不考虑土骨架改变引起的能量变化。基于上述, 对于土颗粒-未冻水-孔隙冰相系统而言, 能量守恒关系如下:

$$\frac{d^s}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_s e_s d\Omega \right) + \frac{d^w}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_w e_w d\Omega \right) + \frac{d^i}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_i e_i d\Omega \right) = \int_{\Omega} \left( \Delta e_{w \rightarrow i} + \frac{\partial q_j^w}{\partial x_j} \right) d\Omega \quad (12)$$

式中  $e_s$ ,  $e_w$ ,  $e_i$  分别为土颗粒、未冻水、孔隙冰的比内能,  $\Delta e_{w \rightarrow i}$  为水相变成冰产生的相变热。  $q_j^w$  为孔隙水的热通量。

根据式 (3), 且  $V_j^s$  和  $V_j^i$  为 0, 则能量守恒方程的局部形式如下:

$$\frac{\partial \rho_s e_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_w e_w}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i e_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_w e_w V_j^w)}{\partial x_j} = \Delta e_{w \rightarrow i} + \frac{\partial q_j^w}{\partial x_j} \quad (13)$$

土颗粒、未冻水、孔隙冰的比内能计算如下:

$$\left. \begin{aligned} e_s &= C^s T, \\ e_w &= C^w T, \\ e_i &= C^i T, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中,  $C^s$ ,  $C^w$ ,  $C^i$  分别为土颗粒、未冻水、孔隙冰的质量比热容。体积比热容与质量比热容的关系和冻结土体平均热容如下:

$$\left. \begin{aligned} C^{vs} &= \rho^s C^s, \\ C^{vw} &= \rho^w C^w, \\ C^{vi} &= \rho^i C^i, \\ C_m^v &= (1-n)C^{vs} + \theta_u C^{vw} + \theta_i C^{vi}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中,  $C^{vs}$ ,  $C^{vw}$ ,  $C^{vi}$  分别为土颗粒、未冻水、孔隙冰的体积比热容。

水相变成冰产生的相变热  $\Delta e_{w \rightarrow i}$  定义如下:

$$\Delta e_{w \rightarrow i} = H_f \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad (16)$$

式中,  $H_f$  为单位体积相变热。

未冻结孔隙水的热传导作用遵守傅里叶定律, 因此  $q^w$  定义如下:

$$q^w = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (17)$$

式中,  $\lambda$  为土体的热传导系数 ( $J/m^3$ )。

热传导系数依据各相的体积分数计算如下:

$$\lambda = \lambda^s \theta_s + \lambda^w \theta_u + \lambda^i \theta_i \quad (18)$$

将式 (14) ~ (18) 代入式 (13), 能量守恒方程如下:

$$C_m^v \frac{\partial T}{\partial t} + C^{vw} \frac{\partial (T v_j^w)}{\partial x_j} = H_f \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (19)$$

### 3.4 静力平衡方程

对于非饱和膨胀土的平均体积单元, 在域  $\Omega_t$  内, 各相间满足力矩平衡:

$$\begin{aligned} \frac{d^s}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_s V_j^s d\Omega \right) + \frac{d^w}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_w V_j^w d\Omega \right) + \frac{d^i}{dt} \left( \int_{\Omega} \rho_i V_j^i d\Omega \right) \\ = \int_{\Omega} \rho f_j(x_j, t) d\Omega + \int_{\partial \Omega} T_j(x_j, t, n_j) da \end{aligned} \quad (20)$$

式中,  $f_j$  为体力密度,  $T_j$  为面力密度。

根据式 (3) 可知:

$$a_j^\alpha = \frac{\partial V_j^\alpha}{\partial t} + V_k^\alpha \frac{\partial V_j^\alpha}{\partial x_k} \quad (21)$$

式中,  $a_j^\alpha$  为  $\alpha$  相的加速度。

根据四面体引理和 Cauchy 应力张量, 面力密度  $T_j$  为

$$T_j(x_j, t, n_j) = \sigma_{ij} n_j \quad (22)$$

根据式 (21) 和式 (22), 式 (20) 即

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\rho_s a_j^s + \rho_w a_j^w + \rho_i a_j^i) d\Omega \\ = \int_{\Omega} \rho f_j(x_j, t) d\Omega + \int_{\partial \Omega} \sigma_{ij} n_j da \end{aligned} \quad (23)$$

根据散度定理, 由式 (23) 得到静力平衡方程的局部形式如下:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_j(x_j, t) = \rho_s a_j^s + \rho_w a_j^w + \rho_i a_j^i \quad (24)$$

不考虑土颗粒、未冻水、孔隙冰的惯性力作用, 式 (24) 可写为

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_j = 0 \quad (25)$$

对于一维重力作用下的冻结非饱和膨胀土的静力平衡问题, 式 (25) 可简化为

$$\frac{d\sigma}{dz} - \gamma(n, \theta, \theta_i) = 0 \quad (26)$$

式中,  $\sigma$  为土体的总应力,  $\gamma$  为土体的单位重度, 按照下式计算:

$$\gamma(n, \theta, \theta_i) = \rho g = [(1-n)\rho^s + \theta_u \rho^w + \theta_i \rho^i] g \quad (27)$$

根据非饱和土 Bishop 有效应力原理<sup>[14]</sup>, 得到非饱和和膨胀土总应力、有效应力、基质吸力的关系如下:

$$\sigma = \sigma' - \chi h \quad (28)$$

式中,  $\sigma$  为总应力,  $\sigma'$  为有效应力,  $h$  为孔隙水压力水头,  $\chi$  为孔隙水压力作用的面积分数。

在小应变范围下, 采用 Yin 等<sup>[12]</sup>提出的非饱和土有效应力-应变关系:

$$d\sigma' = -\chi E_{sf} d\varepsilon_e, \quad (29)$$

式中,  $E_{sf}$  为考虑了负温影响的压缩模量。

非饱和膨胀土土体结构的应变-位移方程如下:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{n-n_0}{1-n}, \quad (30)$$

式中,  $\varepsilon_z$  为  $z$  方向的土体总应变,  $u_z$  为土体在  $z$  方向的位移。

在  $z$  方向上, 膨胀土的总应变  $\varepsilon_z$  由加卸载引起的土骨架弹性应变  $\varepsilon_e$ , 冻胀、融沉引起的应变  $\varepsilon_{FT}$ , 黏土矿物吸水膨胀、失水胀缩引起的应变  $\varepsilon_{swelling/shrinkage}$  三部分组成:

$$d\varepsilon_z = d\varepsilon_e + d\varepsilon_{FT} + d\varepsilon_{swelling/shrinkage} \quad (31)$$

冻胀融沉引起的应变  $\varepsilon_{FT}$  定义如下:

$$\varepsilon_{FT} = \theta_i - (n - \theta_u) \quad (32)$$

根据 Briaud 实用模型<sup>[15]</sup>, 计算黏土矿物吸水膨胀、失水胀缩引起的应变  $\varepsilon_{swelling/shrinkage}$ , 定义如下:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{swelling/shrinkage} &= f \frac{\Delta w}{E_w} = f \frac{\theta_u - \theta_0}{E_w \rho_s}, \\ E_w &= \Delta w / (\Delta V / V_0), \\ f &= (\Delta H / H_0) / (\Delta V / V_0), \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式中  $\theta_0$  为初始体积含水率;  $\Delta H$  为  $t$  时刻土样的高度变化量,  $\Delta V$  为  $t$  时刻土样的体积变化量,  $\Delta w$  为含水率的变化量,  $f$  为收缩比,  $E_w$  为收缩-膨胀模量。

根据式 (27) ~ (33), 得到静力平衡方程如下:

$$\begin{aligned} -\chi(h) E_{sf}(T) \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{n-n_0}{1-n} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (\theta_i - n + \theta_u) - \frac{\partial}{\partial z} \left( f \frac{\theta_u - \theta_0}{E_w \rho_s} \right) \right] \\ = \frac{\partial [\chi(h)h]}{\partial z} + [(1-n)\rho^s + \theta_u \rho^w + \theta_i \rho^i] g \quad (34) \end{aligned}$$

对于地表非饱和膨胀土而言, 当无上覆荷载作用时, 式 (34) 右侧由吸力和重度改变引起的非线性弹性变形量与膨胀土冻胀变形量和黏土矿物膨胀量相比很小, 可根据模型处理的具体问题予以忽略。因此, 式 (34) 可整理为如下简单形式:

$$\varepsilon_z = [\theta_i - (n - \theta_u)] + f \frac{\theta_u - \theta_0}{E_w \rho_s} \quad (35)$$

### 3.5 冻结非饱和膨胀土中的未冻水与孔隙冰

上述模型中以孔隙水压力水头  $h$ 、温度  $T$  为因变量, 控制方程中剩余的另两个未知变量未冻体积含水率  $\theta_u$ 、体积含冰率  $\theta_i$  需进一步定义, 以使得方程体系封闭。Miller<sup>[16]</sup>认为在非饱和冻土的土体孔隙中同时存在气-水界面、冰-水界面、气-冰界面, 且3种

界面间保持平衡状态, 界面形状遵从 Kelvin 方程, 界面交汇处保持表面张力平衡状态, 气水界面张力  $\delta_{aw}$  和冰水界面张力  $\delta_{iw}$  的比例关系在无黏性土情况下为  $\delta_{aw} : \delta_{iw} = 2.2 : 1$ , 在黏性土中为 1。冻结非饱和膨胀土中的这两种界面张力比例与黏性土类似, 因此可考虑用非饱和土土水特征曲线中的土水势去替代冰水界面的冰水势。与此同时, Caicedo<sup>[17]</sup>通过物理模型试验研究发现, 基于 Clausius-Clapeyron 方程得到的未冻孔隙水压力与其饱和度间的函数关系符合 Gardner 土水特征曲线的基本形式。这进一步证明了采用土水特征曲线方程描述非饱和冻土中未冻水含率的可行性。本文采用 van Genuchten 土水特征曲线模型<sup>[18]</sup>, 对式 (11) 左侧第 1 项做如下变换:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_u}{\partial t} &= \frac{\partial \theta_u}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \\ &= (\theta_s - \theta_r) \left[ \frac{\alpha m}{1-m} \Theta_{VG}^{1/m+1} (\Theta_{VG}^{-1/m} - 1)^m \right] \frac{\partial h}{\partial t} \quad (36) \end{aligned}$$

对于  $\theta_i$  的补充方程, 本文基于非饱和膨胀土孔隙冰的结晶动力学方程予以计算, 定义如下:

$$\theta_i = \alpha(T) \cdot (\theta_u - \theta_r) \quad (37)$$

式中,  $\alpha(T)$  为相对结晶度, 定义如下<sup>[19]</sup>:

$$\alpha(T) \approx 1 - \exp \left\{ - \left[ \frac{A}{n\beta} \cdot \left( \frac{RT_0^2}{E} e^{(-E/RT_0)} - \frac{RT^2}{E} e^{(-E/RT)} \right) \right]^n \right\} \quad (38)$$

式中,  $A$  为指前因子,  $\beta$  为降温速率,  $E$  为活化能,  $R$  为普适气体常数,  $T$  为热力学温度,  $T_0$  为结晶发生的起始温度,  $n$  为 Avrami 指数。

## 4 求解方法与方程离散

### 4.1 非耦合计算方法

非饱和膨胀土水-热-变形模型的耦合度高, 变量  $h$ ,  $T$ ,  $\theta_u$ ,  $\theta_i$  等对各物理场均有影响, 为降低模型计算复杂度, 宜采用非耦合算法。对于相变项  $H_i \partial \theta_i / \partial t$  多采用固相法或等效热容法进行处理, 这类方法在仅处理温度场问题, 或者较为简单的水热耦合问题时具有较好的适用性。Hromadka 等<sup>[20]</sup>研究表明当考虑冻融土的水热耦合迁移问题时, 等效热容法中显热容参数会受到一定约束, 在接近冻结点  $T_f$  的一定温度范围内不易收敛, 模型收敛所需的时间步长非常小, 将大大降低耦合模型的计算效率。

本文基于 FROSTB 模型框架, 编写了名为 FH\_ex\_Model 的一维非饱和膨胀土水-热-变形耦合冻胀模型有限差分计算程序, 沿袭了 FROSTB 模型的非耦合计算方法思路, 并针对膨胀土的冻胀特性进行必要的修正, 具体步骤如下。

(1) 对于水分场和温度场控制方程,在不考虑孔隙冰项  $\partial\theta_i/\partial t$  的情况下进行求解,水分场、温度场控制方程均为抛物线型偏微分方程,抽象为

$$D_1 \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_2 \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (D_3 U) \quad (39)$$

系数和变量汇总于表 3。

表 3 水热控制方程系数和变量

Table 3 Coefficients and variables of hydraulic and thermal

control equations				
系数	$U$	$D_1$	$D_2$	$D_3$
水分场	$h$	$\frac{\partial \theta_u}{\partial h}$	$I \cdot K_H$	0
温度场	$T$	$C_m^v$	$\lambda$	$-C^{vw} v^w$

根据计算域内孔隙压力和温度在  $t$  时刻的值  $h^t$  和  $T^t$ , 确定  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  在  $t$  时刻的数值,进而分别计算水分场和温度场控制方程,得到  $t+\Delta t$  时刻的值  $h^{t+\Delta t}$  和  $T^{t+\Delta t}$ 。注意,此时计算得到的  $h^{t+\Delta t}$  和  $T^{t+\Delta t}$  未考虑相变项的影响。

(2) 进行相变计算,修正温度场。首先将当前温度  $T^{t+\Delta t}$  与冻结点  $T_f$  进行比较,若小于冻结温度,则已发生冻结,需根据  $\Delta t$  时间步内计算的两个热量  $\Delta Q_1$  和  $\Delta Q_2$  进行冻结程度的判断。热量  $\Delta Q_1$  和  $\Delta Q_2$  的计算方法如下:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_1 &= C_m^{v(t)} (T_f^t - T^{t+\Delta t}), \\ \Delta Q_2 &= \alpha (T^{t+\Delta t}) \cdot \frac{H_f}{\rho_w} (\theta_u^t - \theta_r), \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

式中,  $C_m^{v(t)}$  为  $t$  时刻土体的总热容,  $\theta_u^t$  为  $t$  时刻土体的未冻体积含水率,  $\theta_r$  为残余含水率,也是冻结土体中难以被冻结的那部分体积含水率。

若  $\Delta Q_1 > \Delta Q_2$ , 说明在判断已冻结的情况下,内能变化已大于孔隙水相变引起的最大相变热,因此按照下式对温度进行修正:

$$T_{\text{modify}}^{t+\Delta t} = T_f^t - \frac{\Delta Q_1 - \Delta Q_2}{C_m^{v(t)}}, \quad (41)$$

式中,  $T_{\text{modify}}^{t+\Delta t}$  为  $t+\Delta t$  时刻土体温度  $T^{t+\Delta t}$  的修正值。

若  $\Delta Q_1 < \Delta Q_2$ , 说明土体单元已发生冻结但还处于相变发生阶段, FROSTB 模型中将处于这一温度范围内的单元温度统一定义为冻结点,本文中则考虑为  $T^{t+\Delta t}$  时刻的节点温度。

(3) 考虑相变项对水分场的影响,进行水分场修正。根据  $h^{t+\Delta t}$  对应的体积含水率  $\theta^{t+\Delta t}$ ,按下式修正:

$$\theta_{u(\text{modify})}^{t+\Delta t} = \theta_u^{t+\Delta t} - \frac{\min(\Delta Q_1, \Delta Q_2)}{H_f}, \quad (42)$$

式中,  $\theta_{u(\text{modify})}^{t+\Delta t}$  为  $t$  时刻土体未冻体积含水率  $\theta^{t+\Delta t}$  的修正值。

(4) 基于一种两阶段分析模型<sup>[21-22]</sup>,计算非饱和膨胀土的变形场。根据修正后的  $\theta_{u(\text{modify})}^{t+\Delta t}$  和式 (37) 计算得到的  $\theta_i^{t+\Delta t}$ ,根据式 (35) 计算冻胀应变与膨胀应变的大小,具体如下:

$$\varepsilon_z^{t+\Delta t} = \left[ \theta_i^{t+\Delta t} - (n_0 - \theta_{u(\text{modify})}^{t+\Delta t}) \right] + f \frac{\theta_{u(\text{modify})}^{t+\Delta t} - \theta_0}{E_w \rho_s} \quad (43)$$

在非饱和土冻胀计算中,需考虑起始冻胀的判别条件。Guymon 等<sup>[23]</sup>假定当冻结孔隙水的体积含量超过 90% 的孔隙率时冻胀发生,且冻胀变形量等于冻结土体单元中分凝冰量的总和,Dirksen 等<sup>[24]</sup>和 Taylor 等<sup>[25]</sup>在其研究中采用 85% 这一阈值。本模型中,这一变量可根据试验与计算结果的比较进行调整,默认值为 0.85。

#### 4.2 空间域和时间域离散

采用 C-N 隐式有限差分格式,式 (39) 离散如下:

$$\begin{aligned} & D_1 (U_i^{j+1} - U_i^j) \\ &= r_1 D_2 \left[ \left( \frac{U_{i+1}^{j+1} + U_{i+1}^j}{2} \right) - 2 \left( \frac{U_i^{j+1} + U_i^j}{2} \right) + \left( \frac{U_{i-1}^{j+1} + U_{i-1}^j}{2} \right) \right] + \\ & r_2 D_3 \left[ \left( \frac{U_{i+1}^{j+1} + U_{i+1}^j}{2} \right) - \left( \frac{U_{i-1}^{j+1} + U_{i-1}^j}{2} \right) \right], \quad (44) \end{aligned}$$

式中,  $r_1 = \Delta t / (\Delta z)^2$ ,  $r_2 = \Delta t / 2 \Delta z$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  需根据  $j$  时刻不同空间位置节点处的水分场  $h$  和温度场  $T$  数值进行计算。

$$\left. \begin{aligned} & (E_1)_{i-1}^j U_{i-1}^{j+1} + (E_2)_i^j U_i^{j+1} + (E_3)_{i+1}^j U_{i+1}^{j+1} \\ &= (F_1)_{i-1}^j U_{i-1}^j + (F_2)_i^j U_i^j + (F_3)_{i+1}^j U_{i+1}^j, \\ & (E_1)_{i-1}^j = -[r_1 (D_2)_{i-1}^j - r_2 (D_3)_{i-1}^j], \\ & (E_2)_i^j = 2(D_1)_i^j + 2r_1 (D_2)_i^j, \\ & (E_3)_{i+1}^j = -[r_1 (D_2)_{i+1}^j + r_2 (D_3)_{i+1}^j], \\ & (F_1)_{i-1}^j = r_1 (D_2)_{i-1}^j - r_2 (D_3)_{i-1}^j, \\ & (F_2)_i^j = 2(D_1)_i^j - 2r_1 (D_2)_i^j, \\ & (F_3)_{i+1}^j = r_1 (D_2)_{i+1}^j + r_2 (D_3)_{i+1}^j. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

式中,  $i$  为空间坐标节点,  $i=2, 3, 4, \dots, N-1$  为计算域内的坐标节点,  $i=1$  和  $N$  为边界处的坐标节点,  $j$  为时间坐标节点。

式 (45) 所示方程体系的矩阵形式如下:

$$AU^{j+1} = BU^j + b^j, \quad (46)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} (E_2)_2^j & (E_3)_3^j & 0 & \cdots & 0 \\ (E_1)_2^j & (E_2)_3^j & (E_3)_4^j & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & (E_1)_{N-3}^j & (E_2)_{N-2}^j & (E_3)_{N-1}^j \\ 0 & \cdots & 0 & (E_1)_{N-2}^j & (E_2)_{N-1}^j \end{bmatrix},$$



$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} (F_2)_2^j & (F_3)_3^j & 0 & \cdots & 0 \\ (F_1)_2^j & (F_2)_3^j & (F_3)_4^j & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & (F_1)_{N-3}^j & (F_2)_{N-2}^j & (F_3)_{N-1}^j \\ 0 & \cdots & 0 & (F_1)_{N-2}^j & (F_2)_{N-1}^j \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{b}_j = \begin{bmatrix} (F_1)_1^j U_1^j - (E_1)_1^j U_1^{j+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (F_3)_N^j U_N^j - (E_3)_N^j U_N^{j+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_{j+1} = \begin{pmatrix} U_2^{j+1} \\ U_3^{j+1} \\ \vdots \\ U_{N-2}^{j+1} \\ U_{N-1}^{j+1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_j = \begin{pmatrix} U_2^j \\ U_3^j \\ \vdots \\ U_{N-2}^j \\ U_{N-1}^j \end{pmatrix}.$$

(47)

由 Crank-Nicolson 差分格式得到的离散方程是隐式的, 需对全场联立求解。本文中针对一维问题, 采用高斯消去法进行求解。给定模型的初始值和边界条件即可, 包括土体上下边界的孔隙水压力、温度, 以及计算域内的初始孔隙水压力和初始温度。

### 5 算 例

根据试验工况 E1 建立验证模型。上边界温度为  $-5^{\circ}\text{C}$ , 下边界温度为  $1.8^{\circ}\text{C}$ 。假定初始温度在试样断面内分布均匀, 均为  $1.8^{\circ}\text{C}$ 。由于土体表面在试验开始时迅速冻结, 可认为上孔隙水压力边界处的流量为 0, 而下孔隙水压力边界处于饱和状态, 其吸力值  $h$  取为 0 cm。试样的初始体积含水率为 0.2961, 上覆荷载为 0 kPa。图 9 所示是差分网格, 共有 11 个空间网格点, 其中  $\Delta t$  取值为 0.05 h,  $\Delta z$  取值为 1.0 cm。模型物理参数见表 4。

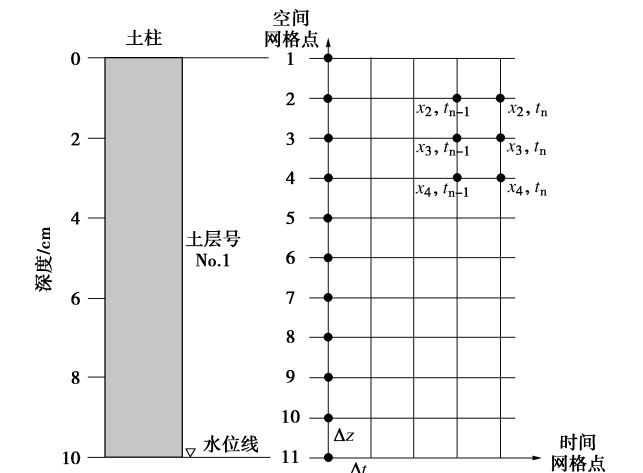


图 9 一维有限差分计算模型的时空网格点

Fig. 9 Spatial and temporal grid points of one-dimensional finite difference model

针对该非饱和膨胀土水-热-变形耦合冻胀模型的试算表明, 水分、温度、变形物理场的计算结果对初始含水率  $\theta_0$ 、饱和渗透系数  $K_s$  的敏感性较大。水分场计算结果的准确性对节点温度、孔隙含冰率、冻胀和膨胀变形计算结果的准确性影响很大, 也直接影响着模型的收敛性。图 10 是工况 E1 膨胀土冻结后试样断面总质量含水率计算值和试验值的比较 (冻胀时间 90 h)。计算结果表明, 稳定冻结阶段的总含水率与试验结果基本一致。

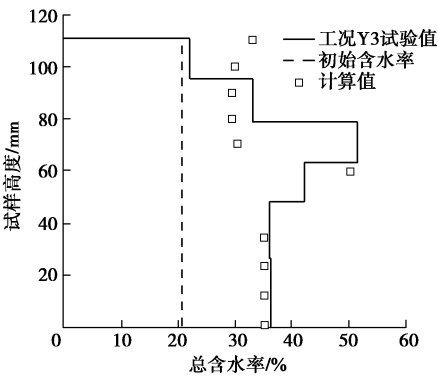


图 10 延吉膨胀土试样断面总质量含水率

Fig. 10 Total mass water contents of Yanji expansive soil sample profile

图 11 是非饱和膨胀土冻胀和膨胀变形的解耦, 通过数值计算方法, 在总变形量基本一致的情况下, 反演出膨胀土中冻胀分量、膨胀分量随冻胀发展的变化情况。由图可知, 当膨胀土初始含水率仅为 21% 的较小情况时, 冻结开始后前 4.25 h 内, 试样以膨胀量为主, 累计达到 6.09 mm (图中 A 点), 主要来源于未冻结区。由于采用 Brauid 模型对膨胀量进行预测, 其结果比实际值偏大。而冻胀变形量几乎为 0.0 mm, 这是因为孔隙水虽已发生冻结, 但由于土体处于非饱和状态, 孔隙冰的累积量尚未达到起始冻胀条件。在 7.5 h 以后, 膨胀量几乎不发生变化, 而冻胀量开始逐步累积 (图中 B 点), 这表明在开放系统下, 未冻结区域内膨胀土的饱和度已达到较高水平。以 65 h 时刻的变形量为例, 此时的冻胀分量为 3.9 mm, 占总变形量 39% 左右, 而膨胀分量的比例则高达 61%。因此, 实际工程场地中, 初冻期冻结作用引起的膨胀变形量对总体变形量的贡献需予以重视, 并且膨胀土地冻深以下区域引起的变形量不容忽视。

表 4 膨胀土冻胀数值计算的物理参数

Table 4 Physical parameters of frost heave of expansive clay										
$\rho^s$	$\rho^w$	$\rho^i$	$\lambda^s$	$\lambda^w$	$\lambda^i$	$C^s$	$C^{vw}$	$C^{vi}$	$L_f$	$a$
$/(g \cdot cm^{-3})$	$/(g \cdot cm^{-3})$	$/(g \cdot cm^{-3})$	$/(cal \cdot cm \cdot h \cdot ^\circ C^{-1})$	$/(cal \cdot cm \cdot h \cdot ^\circ C^{-1})$	$/(cal \cdot cm \cdot h \cdot ^\circ C^{-1})$	$/(cal \cdot cm \cdot h \cdot ^\circ C^{-1})$	$/(cal \cdot cm^3 \cdot ^\circ C^{-1})$	$/(cal \cdot cm^3 \cdot ^\circ C^{-1})$	$/(cal \cdot g^{-1})$	
2.63	1	0.917	13.26	4.82	19.26	0.1	1	0.55	80	7.598
$m$	$n$	$\theta_r$	$\theta_s$	$K_s/(cm \cdot h^{-1})$	$n_0$	$T_f/^\circ C$	$A$	$E/(kJ \cdot mol^{-1})$	$n$	$G/(m \cdot s^{-2})$
3.016	0.2542	0.247	0.495	0.3	0.495	-0.8	1.21012	59.0	3.0	9.8

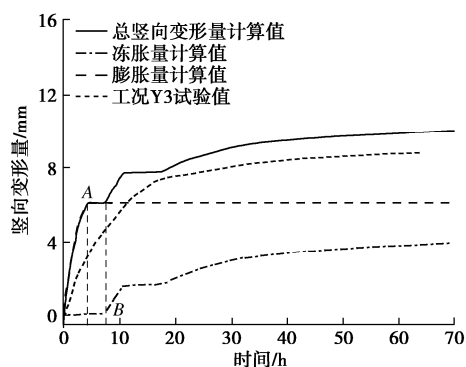


图 11 延吉膨胀土冻胀和膨胀变形的解耦

Fig. 11 Decoupled frost heave and swelling deformation of Yanji expansive soil

## 6 结 论

本文针对季冻区膨胀土的冻胀变形机制问题,开展了非饱和膨胀土水-热-变形耦合冻胀模型研究工作,得到以下 4 点结论。

(1) 通过非饱和膨胀土冻胀特性试验证明了膨胀土吸水膨胀特性对其冻胀特性影响的存在性。

(2) 提出了考虑相变动力区的非饱和膨胀土冻结-胀缩牵连机制。

(3) 建立并验证了非饱和膨胀土水-热-变形耦合冻胀模型 FH\_ex\_Model, 解耦出非饱和膨胀土冻胀过程中的冻胀变形分量和膨胀变形分量。

(4) 在实际工程中,初冻期引发的膨胀变形量在总体变形量中占比较大,冻深以下区域引起的变形量不容忽视。

### 参考文献:

- [1] 何满潮, 刘成禹, 武 雄. 延吉盆地强膨胀性软岩边坡加固对策研究[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2005, **35**(4): 496 - 500. (HE Man-chao, LIU Cheng-yu, WU Xiong. A case study on the reinforcement countermeasures for strongly swelling soft-rock slope in Yanji Basin[J]. Journal of Jiling University (Earth Science Edition), 2005, **35**(4): 496 - 500. (in Chinese))
- [2] 徐丽丽, 刘丽佳, 徐昭巍, 等. 季节冻土区膨胀土边坡冻害防护综合技术[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(增刊 1): 216 - 220. (XU Li-li, LIU Li-jia, XU Zhao-wei, et al. Integrated protection technology for expansive soil slopes in seasonally frozen zones[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(S1): 216 - 220. (in Chinese))
- [3] 蔡正银, 朱 洵, 张 晨, 等. 高寒区膨胀土渠道边坡性能演变规律[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2022, **53**(1): 21 - 50. (CAI Zheng-yin, ZHU Xun, ZHANG Chen, et al. Performance evolution of expansive soil canal slope in high cold region[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2022, **53**(1): 21 - 50. (in Chinese))
- [4] 徐丽丽, 张 滨, 刘丽佳. 土体膨胀冻胀联合测试装置及测试方法的应用[J]. 人民珠江, 2017, **38**(6): 16 - 19. (XU Li-li, ZHANG Bin, LIU Li-jia. Study on joint test device and test method of soil expansion and frost heave[J]. Pearl River, 2017, **38**(6): 16 - 19. (in Chinese))
- [5] 程旭东. 饱和膨胀土冻胀特性及冻胀模型[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016. (CHENG Xu-dong. Frost Heave Characteristics and Model for Saturated Expansive Clay[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016. (in Chinese))
- [6] LUO J, TANG L, LING X Z, et al. Experimental and analytical investigation on frost heave characteristics of an unsaturated moderately expansive clay[J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, **155**: 343 - 353.
- [7] 朱 杰, 王 蒙. 淮南弱膨胀土冻胀融沉特性[J]. 科学技术与工程, 2020, **20**(14): 5757 - 5763. (ZHU Jie, WANG Meng. Frost heaving and haw settlement characteristics of weak expansive soil in Huainan area[J]. Science Technology and Engineering, 2020, **20**(14): 5757 - 5763. (in Chinese))
- [8] 景 鑫. 非饱和膨润土改性黏土有限补水条件下的一维冻融效应[D]. 银川: 宁夏大学, 2021. (JING Xin. One-Dimensional Freeze-Thaw Effects of Unsaturated Clay Modified by Bentonite under Limited Water Replenishing[D]. Yinchuan: Ningxia University, 2021. (in Chinese))
- [9] LI N, CHEN F X, XU B, et al. Theoretical modeling framework for an unsaturated freezing soil[J]. Cold Regions Science and Technology, 2008, **54**(1): 19 - 35.
- [10] GUYMON G L, HROMADKA T V II, BERG R L. A one dimensional frost heave model based upon simulation of simultaneous heat and water flux[J]. Cold Regions Science and Technology, 1980, **3**(2/3): 253 - 262.
- [11] LIU Z, YU X. Coupled thermo-hydro-mechanical model for porous materials under frost action: theory and implementation[J]. Acta Geotechnica, 2011, **6**(2): 51 - 65.
- [12] YIN X, LIU E L, SONG B T, et al. Numerical analysis of coupled liquid water, vapor, stress and heat transport in unsaturated freezing soil[J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, **155**: 20 - 28.
- [13] BRONFENBRENER L. Non-equilibrium crystallization in freezing porous media: numerical solution[J]. Cold Regions Science and Technology, 2013, **85**: 137 - 149.

- [14] 蔡国庆. 基于多孔介质理论的土体多场耦合模型及其在非饱和土本构建模中的应用[D]. 北京: 北京交通大学, 2012. (CAI Guo-qing. Multi-Field Coupled Model for Soils Based on Porous Media Theory and its Application in Modelling the Constitutive Behaviour of Unsaturated Soils[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012. (in Chinese))
- [15] BRIAUD J L, ZHANG X, MOON S. Shrink test-water content method for shrink and swell predictions[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, **129**(7): 590 – 600.
- [16] MILLER R. Freezing and heaving of saturated and unsaturated soils[J]. Highway Research Record, 1972, **393**: 1 – 11.
- [17] CAICEDO B. Physical modelling of freezing and thawing of unsaturated soils[J]. Géotechnique, 2017, **67**(2): 106 – 126.
- [18] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892 – 898.
- [19] 罗 军. 膨胀土冻胀过程水-热-变形耦合模型[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021. (LUO Jun. Coupled Hydro-Thermo-Deformation Model of Expansive Soil During Frost Heave[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021. (in Chinese))
- [20] HROMADKA T V II, GUYMON G L, BERG R L. Some approaches to modeling phase change in freezing soils[J]. Cold Regions Science and Technology, 1981, **4**(2): 137 – 145.
- [21] ITO M, AZAM S, HU Y F. A two stage model for moisture-induced deformations in expansive soils[J]. Environmental Systems Research, 2014, **3**: 19.
- [22] VU H Q, FREDLUND D G. The prediction of one-, two-, and three-dimensional heave in expansive soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(4): 713 – 737.
- [23] GUYMON G L, HARR M E, BERG R L, et al. A probabilistic-deterministic analysis of one-dimensional ice segregation in a freezing soil column[J]. Cold Regions Science and Technology, 1981, **5**(2): 127 – 140.
- [24] DIRKSEN C, MILLER R D. Closed-system freezing of unsaturated soil[J]. Soil Science Society of America Journal, 1966, **30**(2): 168 – 173.
- [25] TAYLOR G S, LUTHIN J N. A model for coupled heat and moisture transfer during soil freezing[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, **15**(4): 548 – 555.

## The 13<sup>th</sup> International Symposium on Environmental Geotechnology and Global Sustainable Development

Nanjing, China 7<sup>th</sup> – 9<sup>th</sup> December 2022

**Organised by:** Nanjing University, China

**Supported by:** National Natural Science Foundation of China; Nanjing University High-Tech Institute at Suzhou; CSRME Subociety for Intelligent Monitoring in Geoengineering; Suzhou NanZee Sensing Technology.

**Introduction:** The “International Symposium” series, founded in 1986 and with a history of 36 years, is a signature event for the International society of Environmental Geotechnology (ISEG). ISEG seeks to promote scientific cooperation among countries, organizations and individuals on geoenvironmental issues for global sustainable development. The theme of the 13<sup>th</sup> symposium is “Environmental Geotechnology for A Low-carbon World”. We will invite prominent scholars and experts to give keynote speeches, sharing their latest achievements in environmental geotechnology and sustainable development.

**Sessions:** Geological carbon capture, utilization and storage;

Pollution and remediation of mining site, soil and groundwater; Microplastics and other emerging contaminants; Soil-plant-atmosphere interaction; Sustainable energy utilization; Waste disposal and utilization; Sustainable infrastructure; Sustainable and high-efficient geohazard prevention; Interdisciplinary and emerging technologies; Geoenvironmental protection.

**Important dates:** First announcement: July 5; Second announcement: August 1; Open registration/abstract submission: August 1; Early-bird registration deadline: October 20; Regular registration deadline: December 7; Abstract submission deadline: October 30; Symposium Date: December 7-9.

**The conference access:** Online platform Website; Zoom [www.iseg.info](http://www.iseg.info).

**Contact us:** Prof. Chao-Sheng Tang, Email: [iseg@nju.edu.cn](mailto:iseg@nju.edu.cn); Zheng-Tao Shen, Email: [ztshen@nju.edu.cn](mailto:ztshen@nju.edu.cn).