

DOI: 10.11779/CJGE20220687

基于位移控制的双排桩桩后滑坡推力计算方法

薛德敏^{1,2}, 李天斌^{*1}, 张 帅³

(1. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059; 2. 浙江交通职业技术学院, 浙江 杭州 311112;
3. 浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310058)

摘要: 工程实践中, 普遍以极限状态下的传递系数超载法获取单排桩桩后滑坡推力后再人为分配双排桩桩后滑坡推力, 这与实际处于非极限状态的前后排桩的受力情况不符。从桩土变形协调出发, 考虑位移与土拱效应之间的相关关系, 结合莫尔圆坐标平移法和斜微分单元法, 建立了基于竖向土拱理论和水平土拱理论的非极限状态下双排桩桩后滑坡推力的计算方法。与室内离心模型试验结果相比, 前排桩桩后土体位移 7, 21 mm 对应的前排桩桩后滑坡推力理论值与实测值基本相等, 而后排桩桩后滑坡推力理论值与实测值误差为 1.08%, 6.42%, 一定程度上说明了本方法的合理性和适用性。计算方法可以为任意桩后土体位移下双排抗滑桩桩后滑坡推力的计算和设计提供理论依据。

关键词: 滑坡; 抗滑桩; 推力; 位移; 土拱理论

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)09-1979-08

作者简介: 薛德敏(1985—), 女, 博士, 讲师, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail:284636713@qq.com。

Method for calculating landslide thrusts behind double-row piles based on displacement control

XUE Demin^{1,2}, LI Tianbin¹, ZHANG Shuai³

(1. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059,
China; 2. Zhejiang Institute of Communications, Hangzhou 311112, China; 3. Institute of Civil Engineering, Zhejiang University,
Hangzhou 310058, China)

Abstract: In engineering practices, the transfer coefficient overload method in the limit state is generally used to obtain the landslide thrusts behind one-row piles, and then the landslide thrusts behind double-row piles are manually distributed, which is inconsistent with the actual bearing forces behind the front- and rear-row piles in the non-limit state. Based on the coordination of pile-soil deformation, considering the correlation between displacement and soil arching effects, combining with the Mohr's circular coordinate translation method and the inclined differential element method, a method for calculating the landslide thrusts behind double-row piles in non-limit state is established based on the vertical soil arching theory and the horizontal soil arching theory. Compared with the indoor centrifugal model test results, the theoretical and measured landslide thrusts behind the front-row piles compatible with the soil displacements of 7 mm and 21 mm are basically the same, and the error between the theoretical and measured landslide thrusts behind the rear-row piles are 1.08% and 6.42%, which shows the rationality and applicability of the proposed method to a certain extent. The proposed method may provide a theoretical basis for determining the landslide thrusts behind double-row piles compatible with any soil displacement.

Key words: landslide; anti-slide pile; thrust; displacement; soil arching theory

0 引言

随着西部大规模基础设施建设不断向更为复杂艰险的山区拓展, 受坡脚大挖方、强降雨、水库蓄水等的不利影响, 工程滑坡灾害频发。当滑坡体积较大、下滑推力较大时, 桩顶无连梁的双排抗滑桩(以下简称双排桩)往往是首选的抗滑支撑结构之一^[1]。如何合理确定双排桩桩后滑坡推力的大小一直是工程界重点关注的问题。为此, 前人做了许多相关研究。为便

于介绍, 本文定义靠山侧首先迎向滑坡推力的第一排桩为后排桩, 第二排桩为前排桩。刘鸿^[2]、祁斌等^[3]在采用传递系数法获得单宽设计滑坡推力的前提下, 利用弹性力学方法和结构力学位移法, 考虑桩-土变形

基金项目: 国家自然科学基金项目(41907243); 国家重点实验室自主研究课题项目(SKLGP2011Z002)

收稿日期: 2022-05-30

*通信作者(E-mail: ltb@cdut.edu.cn)

协调条件, 推导了桩后滑坡推力矩形分布的前后排桩桩后滑坡推力分配公式。该法计算过程繁琐, 而且计算模型过于理想化, 可能不符合实际情况。徐骏等^[4]、Xiao 等^[5]通过室内大比例尺模型试验分析了折线型滑坡双排桩桩后滑坡推力分配规律, 但未开展相关理论研究。唐芬等^[6]、杨波等^[7]、申永江等^[8]采用有限元法模拟分析了双排桩加固滑坡的受力规律及其影响因素, 如桩排间距、桩长等; 但模拟分析结果需要现场监测数据来检验其合理性, 并不能直接指导实际工程设计。申永江等^[9-10]在已知单宽设计滑坡推力的条件下, 运用土拱理论和极限平衡理论建立了悬臂式双排桩、柔性双排长短组合桩桩后滑坡推力计算公式, 但其关于双排抗滑桩最优状态的假定仍值得商榷。肖世国等^[11]利用传递系数超载法计算后排桩桩后设计滑坡推力后, 考虑抗滑桩受荷段与锚固段的变形协调, 采用 Winkler 弹性地基梁迭代算法求取后排桩桩前滑体水平抗力, 通过将桩前滑体水平抗力分解到传递系数法计算公式来求解前排桩桩后滑坡推力。

以上关于双排桩桩后滑坡推力的理论计算方法, 不论是否考虑桩身滑面处的变形协调、桩-土变形协调、桩后土拱效应, 均认为桩土系统处于极限状态, 计算过程中取岩土体峰值抗剪强度采用传递系数超载法等来量化单宽设计滑坡推力后才能求解出前后排桩桩后滑坡推力。但实际上, 稳定的桩土系统是处于非极限状态。而不考虑桩土相互作用、人为给定安全系数获得的单宽设计滑坡推力由于物理意义不甚明确, 可能导致前后排桩桩后滑坡推力理论值与实际值存在较大误差。鉴于此, 本文结合土拱理论和土体强度理论, 推导并建立基于位移控制的非极限状态下双排桩桩后滑坡推力计算公式。

1 分析模型

抗滑桩施工完成一段时间内, 抗滑桩桩后一定范围内的土体由于竖向和水平向不均匀变形而形成竖向土拱和水平土拱, 即双土拱效应^[12-14]。He 等^[12]和竺明星^[13]假设桩后土拱效应存在区域为一直线破裂面 BJ 与桩中心线围成的 $\triangle ABJ$ 区域(图 1), 基于竖向土拱理论和水平土拱理论推导了砂土边坡单排桩桩后滑坡推力公式。本文在此基础上, 建立了前后排桩相互作用关系分析模型, 如图 1 所示, 在 $\triangle ABJ$ 区域内, 后排桩 CD 会对前排桩 AB 产生遮蔽效应, 随着桩排间距 L 的增大, 遮蔽效应逐渐减小, 而当 CD 超出 $\triangle ABJ$ 区域外如至 $C'D'$ 时则无遮蔽效应了。本文主要分析后排桩布设在 $\triangle ABJ$ 区域内的情况。

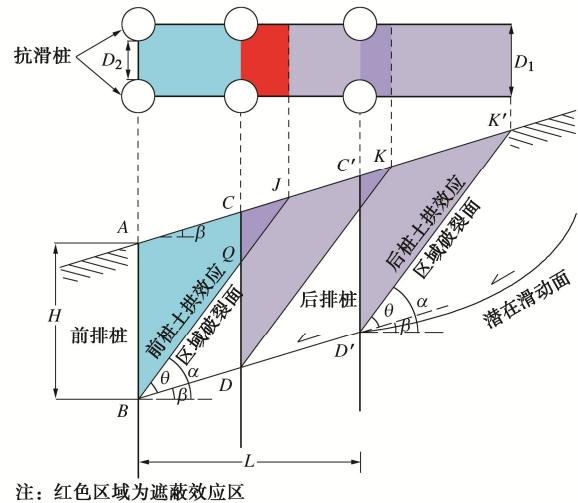


图 1 分析模型

Fig. 1 Analysis model

2 计算方法

2.1 基本假设

- (1) 前后排桩桩后土拱区域破裂面均为一通过桩悬臂段底部的直线(图 1), 且与水平线的夹角为 α 。
- (2) 排间土体为单一土层, 土体重度为 γ , 排间土体处于弹性非极限主动状态, 土体抗剪强度随桩后土体位移增大而逐渐发挥, 土体内聚力和内摩擦角发挥值为 c_s 和 φ_s 。

- (3) 土体及桩土界面间的抗剪强度满足莫尔-库仑准则, 前、后排桩桩土界面的内聚力和内摩擦角分别为 c_f 和 δ_f , c_r 和 δ_r , 且 c_f 和 c_r 分别取为 $c_s \tan \delta_f / \tan \varphi_s$, $c_s \tan \delta_r / \tan \varphi_s$ 。
- (4) 桩后竖向土拱为小主应力拱, 土拱形状为圆弧形。
- (5) 不计土体薄层单元的层间剪应力。
- (6) 不考虑前排桩桩前土体抗力。

2.2 前排桩桩间非极限主动土压力系数

图 2 为前排桩桩后排间土体竖向土拱效应分区示意图, 可分为 3 个区域, I 区 ($\square AEQC$ 土拱效应区), II 区 ($\triangle EBQ$ 土拱效应区) 和 III 区 ($\triangle BQD$ 无拱效应区)。各土拱效应区特征详见表 1。桩后竖向圆弧形土拱中, 大主应力 σ_1 将发生偏转, 设土拱任意点处 σ_1 与水平面的夹角为 θ 。对于 I 区, $\theta \in (\theta_A, \theta_c)$; 对于 II 区, $\theta \in (\theta_A, \theta_M)$ 。

为了分析表 1 中桩后斜微分单元的受力状态, 对于有黏聚力的土体, 将原坐标系 $\tau o \sigma$ 原点 o 往左平移 $c_s \cot \varphi_s$ 后建立新坐标系 $\tau' o' \sigma'$, 如图 3 所示。新坐标系 $\tau' o' \sigma'$ 下桩后斜微分单元的水平向和竖向应力分别为

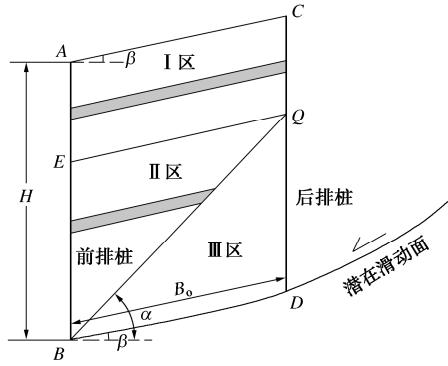


图2 排间土体竖向土拱效应分区示意图

Fig. 2 Zoning of vertical soil arching effects between pile rows

$$\sigma'_{hs} = \sigma'_1 (\cos^2 \theta + K_{as} \sin^2 \theta) \quad , \quad (1)$$

$$\sigma'_{vs} = \sigma'_1 \left[(1 + K_{as}) \cos \beta - \frac{(\cos^2 \theta + K_{as} \sin^2 \theta)}{\cos \beta} \right] \quad . \quad (2)$$

式中: K_{as} 为朗肯主动土压力系数, $K_{as} = \tan^2(45^\circ - \varphi_s / 2)$; σ'_1 为新坐标系下最大主应力, 为

$$\sigma'_1 = \gamma z + c_s \cot \varphi_s \quad . \quad (3)$$

通过推导, 新坐标系 $\tau' o' \sigma'$ 下 I 区 斜微分单元平均竖向应力为

$$\bar{\sigma}'_{vs} = \frac{\sigma'_1}{N_s} \left\{ \cos \beta (1 + N_s) - \frac{1}{\cos \beta} \left[\frac{N_s - 1}{3} \Delta + 1 \right] \right\}, \quad (4)$$

表1 排间土体竖向土拱效应分区特征

Table 1 Characteristics of zoning of vertical soil arching effects between double-row piles

分区	竖向小主应力拱示意图	最大主应力 σ_1 偏转角 $\theta_A, \theta_c, \theta_M$	圆弧半径 R
I区		$\theta_A = \arctan \left[\frac{N_s - 1 + \sqrt{(N_s - 1)^2 - 4N_s \tan^2 \delta_f}}{2 \tan \delta_i} \right]$ $\theta_c = \pi - \arctan \left[\frac{N_s - 1 + \sqrt{(N_s - 1)^2 - 4N_s \tan^2 \delta_r}}{2 \tan \delta_r} \right]$	$R = \frac{B_0 \cos \beta}{\cos \theta_A - \cos \theta_c}$
II区		$\theta_A = \arctan \left[\frac{N_s - 1 + \sqrt{(N_s - 1)^2 - 4N_s \tan^2 \delta_f}}{2 \tan \delta_f} \right]$ $\theta_M = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_s}{2} + \alpha$	$R = \frac{B_z \sin(\theta_M - \beta)}{\sin(\theta_M - \theta_A)}$

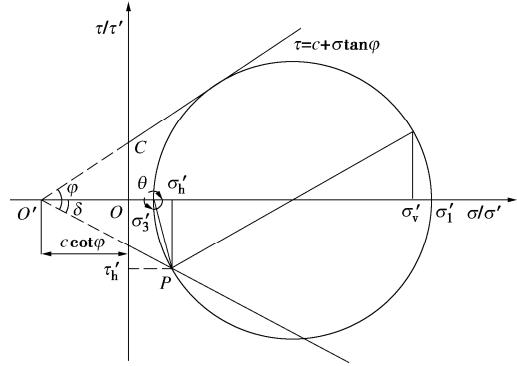
注: $N_s = \tan^2(45^\circ + \varphi_s / 2)$ 

图3 竖向土拱圆弧内任意一点的应力莫尔圆

Fig. 3 Mohr circle of stress at any point in vertical soil arch

式中:

$$\Delta = \frac{\cos^3 \theta_A - \cos^3 \theta_C}{\cos \theta_A - \cos \theta_C} \quad . \quad (5)$$

新坐标系 $\tau' o' \sigma'$ 下 II 区 斜微分单元平均竖向应力为

$$\bar{\sigma}'_{vs} = \frac{\sigma'_1}{N_s} \Delta \left\{ (1 + N_s) - \frac{1}{\cos^2 \beta} \left[\frac{N_s - 1}{3} \Delta + 1 \right] \right\}, \quad (6)$$

式中:

$$\Delta = \frac{\sin(\theta_M - \beta)}{\sin(\theta_M - \theta_A)} (\cos \theta_A - \cos \theta_M) \quad , \quad (7)$$

$$\Delta_2 = \frac{(\cos^3 \theta_A - \cos^3 \theta_M)}{(\cos \theta_A - \cos \theta_M)} \quad . \quad (8)$$

则 I 区、II 区桩间非极限主动土压力系数为

$$K_{\Omega\text{al}} = \frac{\sigma_{hs}}{\bar{\sigma}_{vs}} = \frac{\sigma'_{hs} - c_s \cot \varphi_s}{\bar{\sigma}'_{vs} - c_s \cot \varphi_s} \quad , \quad (9)$$

$$K_{\Omega\text{all}} = \frac{\sigma_{hs}}{\bar{\sigma}_{vs}} = \frac{\sigma'_{hs} - c_s \cot \varphi_s}{\bar{\sigma}'_{vs} - c_s \cot \varphi_s} \quad . \quad (10)$$

将式(1)~(8)代入式(9)、(10)即可获得 $K_{\Omega\text{al}}$ 和 $K_{\Omega\text{all}}$ 。

2.3 前排桩桩间非极限主动土压力

(1) I 区斜微分单元静力平衡方程推导

图 4 为 I 区斜微分单元受力分析图。水平方向上力系包括前排桩桩侧水平主动土压力 σ_{fh} ，后排桩桩侧水平主动土压力 σ_{rh} ，竖向上力系包括斜微分单元自重 dw ，平均竖向土压力 $\bar{\sigma}_{vs}$ ，前、后排桩竖向剪应力 τ_{fh} 和 τ_{rh} 。根据各力系的平衡条件，建立水平向和竖向微分方程如下：

$$\sigma_{fh} dz - \sigma_{rh} dz = 0 \quad , \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{vs} B_0 + dw - (\bar{\sigma}_{vs} + d\bar{\sigma}_{vs}) B_0 - \\ (\sigma_{fh} \tan \delta_f + c_f) dz - (\sigma_{rh} \tan \delta_r + c_r) dz = 0 \quad . \end{aligned} \quad (12)$$

式中， $dw = \gamma B_0 \cos \beta dz$ 。

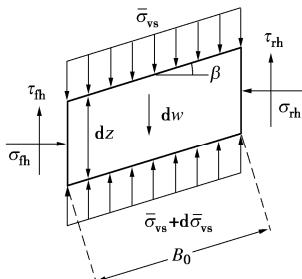


图 4 I 区斜微分单元受力分析图

Fig. 4 Force analysis of oblique differential element in subzone I

由式(9)可知 $K_{\Omega\text{al}}$ 是滑体深度 z 的函数。为了使式(9)易于积分，参照文献[15]的方法，对水平主动土压力系数 $K_{\Omega\text{al}}$ 进行坐标变换，令 $K'_{\Omega\text{al}}$ 为

$$K'_{\Omega\text{al}} = \frac{3(N_s \cos^2 \theta_A + \sin^2 \theta_A) \cos \beta}{3[(N_s + 1) \cos^2 \beta - 1] - (N_s - 1) \Delta} \quad . \quad (13)$$

$K_{\Omega\text{al}}$ 与 $K'_{\Omega\text{al}}$ 关系为

$$K_{\Omega\text{al}} = K'_{\Omega\text{al}} + \frac{(K'_{\Omega\text{al}} - 1)}{\bar{\sigma}_{vs}} c_s \cot \varphi_s \quad . \quad (14)$$

联立式(9)，式(11)~(14)求得一阶线性非齐次微分方程为

$$\frac{d\bar{\sigma}_{vs}}{dz} + m\bar{\sigma}_{vs} + n = 0 \quad . \quad (15)$$

式(15)的通解为

$$\bar{\sigma}_{vs} = C_1 e^{-mz} - \frac{n}{m} \quad . \quad (16)$$

式中： C_1 为积分常数。

$$m = K'_{\Omega\text{al}} \frac{(\tan \delta_f + \tan \delta_r)}{B_0} \quad , \quad (17)$$

$$n = \frac{m}{K'_{\Omega\text{al}}} (K'_{\Omega\text{al}} - 1) c_s \cot \varphi_s + \frac{(c_f + c_r)}{B_0} - \gamma \cos \beta \quad . \quad (18)$$

因黏性土体在地面以下一定深度 z_0 范围内发育拉张裂缝。裂缝深度 z_0 以上主动土压力为零，但理论上为负值。本文以 z_0 处主动土压力等于零作为边界条件，求得 z_0 为

$$z_0 = \frac{c_s \cot \varphi_s}{\gamma} \left(\frac{1}{\cos^2 \theta_A + K_{as} \sin^2 \theta_A} - 1 \right) \quad , \quad (19)$$

当 $z=z_0$ 时，

$$\bar{\sigma}_{vs} = \frac{(1 - K'_{\Omega\text{al}}) c_s \cot \varphi_s}{K'_{\Omega\text{al}}} \quad , \quad (20)$$

当 $z>z_0$ 时，获得 I 区平均竖向应力 $\bar{\sigma}_{vs}$ 为

$$\bar{\sigma}_{vs} = \left[\frac{(1 - K'_{\Omega\text{al}}) c_s \cot \varphi_s}{K'_{\Omega\text{al}}} + \frac{n}{m} \right] e^{mz_0 - mz} - \frac{n}{m} \quad . \quad (21)$$

(2) II 区斜微分单元静力平衡方程推导

图 5 为 II 区斜微分单元受力分析图。水平方向上力系包括前排桩桩侧水平主动土压力 σ_{fh} ，斜微分单元与破裂面外侧土层间的相互作用力 r_s 的水平分量；竖向上力系包括斜微分单元自重 dw ，平均竖向土压力 $\bar{\sigma}_{vs}$ ，前排桩竖向剪应力 τ_{fh} ，斜微分单元与破裂面外侧土层间的相互作用力 r_s 的竖向分量。根据各力系的平衡条件，建立水平向和竖向微分方程为

$$\sigma_{fh} dz - r_s \frac{\cos \beta \sin(\alpha - \varphi_s)}{\cos(\beta + \xi)} dz = 0 \quad , \quad (22)$$

$$\begin{aligned} d\bar{\sigma}_{vs} B_z + (K_{\Omega\text{all}} \bar{\sigma}_{vs} \tan \delta_f + c_f) dz + \\ r_s \frac{\cos \beta \cos(\alpha - \varphi_s)}{\cos(\beta + \xi)} dz - \gamma B_z \cos \beta dz = 0 \quad . \end{aligned} \quad (23)$$

根据图 5 中的几何关系有

$$B_z = (H - z) \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} \quad . \quad (24)$$

由于 $K_{\Omega\text{all}}$ 是滑体深度 z 的函数。采用前文方法，

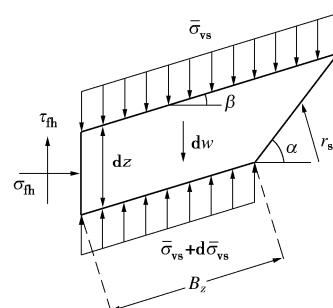


图 5 II 区斜微分单元受力分析图

Fig. 5 Force analysis of oblique differential element in subzone II

令 $K'_{\Omega\text{all}}$ 为

$$K'_{\Omega\text{all}} = \frac{3(N_s \cos^2 \theta_A + \sin^2 \theta_A) \cos^2 \beta}{4 \{3[(N_s + 1) \cos^2 \beta - 1] - (N_s - 1) A_2\}}。 \quad (25)$$

$K'_{\Omega\text{all}}$ 与 $K'_{\Omega\text{al}}$ 关系为

$$K'_{\Omega\text{all}} = K'_{\Omega\text{al}} + \frac{(K'_{\Omega\text{all}} - 1)}{\bar{\sigma}_{\text{vs}}} c_s \cot \varphi_s。 \quad (26)$$

联立式 (22) ~ (26) 求得一阶线性非齐次微分方程为

$$\frac{d\bar{\sigma}_{\text{vs}}}{dz} + \frac{u}{H-z} \bar{\sigma}_{\text{vs}} + \frac{v}{H-z} - \gamma \cos \beta = 0。 \quad (27)$$

式 (27) 的通解为

$$\bar{\sigma}_{\text{vs}} = C_2 (H-z)^u + \frac{\gamma \cos \beta}{u-1} (H-z) - \frac{v}{u}。 \quad (28)$$

式中: C_2 为积分常数。

$$u = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} [\tan \delta_f + \cot(\alpha - \varphi_s)] K'_{\Omega\text{all}}， \quad (29)$$

$$v = \frac{u}{K'_{\Omega\text{all}}} (K'_{\Omega\text{all}} - 1) c_s \cot \varphi_s + \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} c_f。 \quad (30)$$

当 $z_1 = H - B_0 \cos \beta (\tan \alpha - \tan \beta) > z_0$ 时, I 区和 II 区在界面 EQ 上平均竖向应力相等。此时 z_1 处平均竖向应力 $\bar{\sigma}_{\text{vs}}$ 为

$$\bar{\sigma}_{\text{vs}} = \left[\frac{(1 - K'_{\Omega\text{al}}) c_s \cot \varphi_s + \frac{n}{m}}{K'_{\Omega\text{al}}} \right] e^{m(z_0 - z_1)} - \frac{n}{m} = Q。 \quad (31)$$

则 $z_1 < z < H$ 时, II 区平均竖向应力 $\bar{\sigma}_{\text{vs}}$ 为

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\text{vs}} = & \left[Q - \frac{(H - z_1) \gamma \cos \beta}{u - 1} + \frac{v}{u} \right] \left(\frac{H - z}{H - z_1} \right)^u + \\ & \frac{(H - z) \gamma \cos \beta}{u - 1} - \frac{v}{u}。 \end{aligned} \quad (32)$$

当 $z_1 = H - B_0 \cos \beta (\tan \alpha - \tan \beta) < z_0$ 时, I 区前排桩对土体无作用力, II 区 $z_0 \sim z_1$ 深度内前排桩对土体无作用力。 $z=z_0$ 处平均竖向应力 $\bar{\sigma}_{\text{vs}}$ 为

$$\bar{\sigma}_{\text{vs}} = \frac{(1 - K'_{\Omega\text{all}}) c_s \cot \varphi_s}{K'_{\Omega\text{all}}} = Q_0。 \quad (33)$$

则 $z_1 < z < H$ 时, II 区平均竖向应力 $\bar{\sigma}_{\text{vs}}$ 为

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\text{vs}} = & \left[Q_0 - \frac{(H - z_0) \gamma \cos \beta}{u - 1} + \frac{v}{u} \right] \left(\frac{H - z}{H - z_0} \right)^u + \\ & \frac{(H - z) \gamma \cos \beta}{u - 1} - \frac{v}{u}。 \end{aligned} \quad (34)$$

(3) 前排桩柱间非极限主动土压力

综上, 因黏性土体在地面以下一定深度 z_0 范围内有拉张裂缝, 故前排桩柱间主动土压力可以分为如下两种情况:

a) 当 $z_1 = H - B_0 \cos \beta (\tan \alpha - \tan \beta) \geq z_0$ 时, 前排桩柱间主动土压力为

$$\sigma_{\text{fh}} = \begin{cases} K'_{\Omega\text{al}} \left\{ \left[\frac{(1 - K'_{\Omega\text{al}}) c_s \cot \varphi_s + \frac{n}{m}}{K'_{\Omega\text{al}}} + \frac{v}{u} \right] e^{m(z_0 - mz)} - \frac{n}{m} \right\} + \\ (K'_{\Omega\text{al}} - 1) c_s \cot \varphi_s & (z_0 \leq z \leq z_1) \\ K'_{\Omega\text{alI}} \left\{ Q - \frac{(H - z_1) \gamma \cos \beta}{u - 1} + \frac{v}{u} \right\} \left(\frac{H - z}{H - z_1} \right)^u + \\ \frac{(H - z) \gamma \cos \beta}{u - 1} - \frac{v}{u} \} + \\ (K'_{\Omega\text{all}} - 1) c_s \cot \varphi_s & (z_1 < z \leq H) \end{cases} \quad (35)$$

b) 当 $z_1 = H - B_0 \cos \beta (\tan \alpha - \tan \beta) < z_0$ 时, 前排桩柱间主动土压力为

$$\sigma_{\text{fh}} = \begin{cases} 0 & (z \leq z_0) \\ K'_{\Omega\text{alI}} \left\{ Q_0 - \frac{(H - z_0) \gamma \cos \beta}{u - 1} + \frac{v}{u} \right\} \left(\frac{H - z}{H - z_0} \right)^u + \\ \frac{(H - z) \gamma \cos \beta}{u - 1} - \frac{v}{u} \} + (K'_{\Omega\text{all}} - 1) c_s \cot \varphi_s & (z_0 < z \leq H) \end{cases} \quad (36)$$

2.4 后排桩柱间非极限主动土压力

图 1 ΔCDK 区域为后排桩柱后土拱效应区域, 其与前排桩柱后土拱效应 II 区 $z_1 < z_0$ 时的力学分析模型一致。因此, 利用式 (36) 即可求出后排桩柱间非极限主动土压力。

2.5 基于变形协调的土体抗剪强度参数确定

为便于理论推导, 假设桩身位移均匀分布, 并且桩身位移和桩后土体位移相同。依据 Winkler 弹性地基梁理论, 桩排间土体抗力与后排桩柱身位移关系为

$$K(b+1)Hs_r = D \left(\int_{z_0}^{z_1} \sigma_{\text{frhl}} dz + \int_{z_1}^H \sigma_{\text{frh}} dz \right)。 \quad (37)$$

式中: σ_{frhl} 和 σ_{frh} 分别为后排桩前 I 区、III 区土体抗力; b , H , D 分别为后排桩的宽度, 悬臂段桩长和水平桩间中心距; K 为桩排间土体地基系数; s_r 为后排桩柱身位移。

当 $z_1 < z_0$ 时, 式 (37) 简化为

$$K(b+1)Hs_r = D \int_{z_0}^H \sigma_{\text{frh}} dz。 \quad (38)$$

根据作用力与反作用力的关系, σ_{frhl} 可由式 (35) 求解得到。

当 $z_1 < z < H$ 时, 取图 2 中 III 区隔离体进行受力分析, 如图 6 所示。 ΔBDQ 主要承受重力 w , 前排桩柱后土拱效应区域破裂面 BQ 左侧土体反作用力 r_s , 后排桩对排间土体的水平作用力 σ_{frh} 和竖向剪应力 τ_{frh} , 以及滑体滑面 BD 上的剪应力 τ_{sm} 和正应力 σ_{sm} 。根据各力系的平衡条件, 建立并求解水平向和竖向微分方程即可以得到 σ_{frh} , 详见式 (39)。

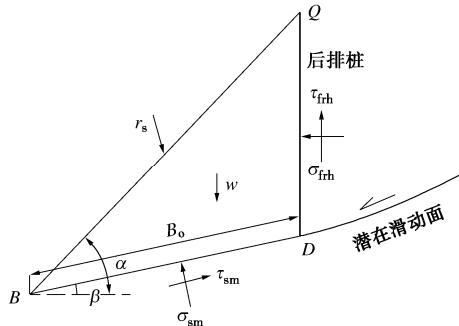


图 6 后排桩桩前III区土体受力分析

Fig. 6 Force analysis of subzone III in front of rear-row piles

$$\sigma_{\text{frh}} = \frac{\left[\sigma_{\text{frh}} U \cot(\alpha - \varphi_s) + V \left(\frac{1}{2} \gamma B_0 \cos \beta - c_{\text{frh}} \right) - c_{\text{sm}} \sin \beta \right]}{V(\tan \varphi_{\text{frh}} + T)} + \frac{T(\sigma_{\text{frh}} U + c_{\text{sm}} \cos \beta)}{V(\tan \varphi_{\text{frh}} + T)} \quad (39)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{\cos(\beta + \xi)}{\cos \alpha}, \\ V &= \cos \beta \tan \alpha - \sin \beta, \\ T &= \frac{\cos \beta + \sin \beta \tan \varphi_{\text{sm}}}{\cos \beta \tan \varphi_{\text{sm}} - \sin \beta} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

2.6 前后排桩桩后滑坡推力

桩后水平土拱效应的发挥与土体强度密切相关, 土体强度大则桩后土拱效应强烈, 反之亦然。由于在非极限主动状态下土体强度随位移增加而增加, 则桩后土拱效应的发挥程度也应随位移增加而增加。因此, 为了反映土体位移和强度对土拱效应的影响, 引入土拱效应发挥系数 λ , 为

$$\lambda = \frac{1}{2} \left[\frac{\tan(\varphi_s - \varphi_0)}{\tan(\varphi_p - \varphi_0)} + \frac{\tan \varphi_s}{\tan \varphi_p} \right] \quad (41)$$

式中: $\lambda \in [0, 1]$; φ_s 为非极限主动状态下土体内摩擦角发挥值; φ_p 为土体峰值内摩擦角; φ_0 为初始内摩擦角, 取值为 $0.64\varphi_p$ 。

将基于竖向土拱理论的桩间非极限主动土压力作为边界条件, 同时考虑位移对桩后水平土拱效应发挥程度的影响, 在文献[16]基础上, 修正了 Ito 单位长度上桩后滑坡推力公式, 沿桩长积分后即可获得非极限状态下前后排桩桩后总滑坡推力公式。

非极限状态下前排桩桩后总滑坡推力 E_{fp} 公式为

(1) 当 $z_1 = H - B_0 \cos \beta (\tan \alpha - \tan \beta) < z_0$ 时,

$$E_{\text{fp}} = \lambda \left\{ T_{\text{fd}} K'_{\Omega\text{all}} \left\{ \left[Q_0 - \frac{\gamma \cos \beta (H - z_0)}{u - 1} + \frac{v}{u} \right] \frac{(H - z_0)^{(u+1)}}{(u+1)} + \frac{\gamma \cos \beta}{2(u-1)} (H - z_0)^2 - \frac{v}{u} (H - z_0) \right\} + \right.$$

$$\left. \left[S_{\text{fd}} + T_{\text{fd}} (K'_{\Omega\text{all}} - 1) c_s \cot \varphi_s \right] (H - z_0) \right\} \quad (z_0 < z \leqslant H) \quad (42)$$

(2) 当 $z_1 = H - B_0 \cos \beta (\tan \alpha - \tan \beta) \geq z_0$ 时,

$$\left\{ \begin{aligned} & \lambda \left\{ T_{\text{fd}} K'_{\Omega\text{al}} \left[\frac{\left[(1 - K'_{\Omega\text{al}}) c_s \cot \varphi_s + \frac{n}{m} \right]}{K'_{\Omega\text{al}}} \right] (1 - e^{mz_0 - mz_1}) + \right. \\ & \left. \left[S_{\text{fd}} + T_{\text{fd}} (K'_{\Omega\text{al}} - 1) c_s \cot \varphi_s - \frac{n}{m} T_{\text{fd}} K'_{\Omega\text{al}} \right] (z_1 - z_0) \right\} (z_0 \leqslant z \leqslant z_1) \\ E_{\text{fp}} = & \lambda \left\{ T_{\text{fd}} K'_{\Omega\text{all}} \left\{ \left[Q_0 - \frac{\gamma B_0 \cos^2 \beta \tan \alpha}{u-1} + \frac{v}{u} \right] \frac{1}{(u+1)} \times \right. \right. \\ & \frac{(H - z_1)^{(u+1)}}{\left[B_0 \cos \beta (\tan \alpha - \tan \beta) \right]^u} + \\ & \left. \frac{\gamma \cos \beta}{2(u-1)} (H - z_1)^2 - \frac{v}{u} (H - z_1) \right\} + \\ & \left. \left[S_{\text{fd}} + T_{\text{fd}} (K'_{\Omega\text{all}} - 1) c_s \cot \varphi_s \right] (H - z_1) \right\} \quad (z_1 < z \leqslant H) \end{aligned} \right. \quad (43)$$

式中, T_{fd} 和 S_{fd} 详见式 (44)。

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{fd}} = N_s & \left\{ \left[1 + \frac{(D_1 - D_2)}{D_2} N_s \tan \varphi_s \tan \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\varphi_s}{4} \right) \right] \times \right. \\ & \left. \left[1 + \tan \varphi_s \cot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_s}{2} \right) \right] + \tan \varphi_s \tan \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\varphi_s}{4} \right) \right\}, \\ S_{\text{fd}} = c_s & \left\{ \left[\frac{(D_1 - D_2)}{D_2} N_s \left(1 + 2\sqrt{N_s} \tan \varphi_s \right) \tan \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\varphi_s}{4} \right) + 2\sqrt{N_s} \right] \times \right. \\ & \left. \left[1 + \tan \varphi_s \cot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_s}{2} \right) \right] + 2\sqrt{N_s} \tan \varphi_s \tan \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\varphi_s}{4} \right) + \right. \\ & \left. \left[\cot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_s}{2} \right) + \tan \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\varphi_s}{4} \right) \right] \right\} \quad . \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

式中: D_1 , D_2 分别为水平桩间中心距和桩间净距。

非极限状态下后排桩桩后总滑坡推力 E_{rp} 由式 (42) 求解得到。

3 试验验证

为了验证上述理论计算方法的正确性, 开展了两个双排桩加固土坡的室内离心模型试验。模型 1 桩排间距为 10 cm, 模型 2 桩排间距为 20 cm。模型土坡高 40.15 cm, 宽 60 cm, 坡比 1:2, 坡角 β 为 25.2°。模型配土为黏土和石英砂, 按土砂比 6:4 配制。模型土体为粉质黏土, 塑性指数为 15.2, 含水率 18.8%。模型桩为空心钢管桩, 弹性模量 E 为 90.51 MPa, 钢管截面尺寸为 2 cm × 3 cm, 水平桩间中心距 8 cm, 悬臂段桩长 15.6 cm。模型前后排桩平行布置, 每排布置 7 根, 在各排中心桩桩后悬臂段不同部位埋设土压力

计测定各排桩桩后土压力。试验设计离心机加速度 n 为 100g, 离心机恒载 100g 旋转 10 min 后加载结束。模型与原型尺寸相似比 1:n, 土压力相似比 1:1。用于理论计算的土体物理力学参数如表 2 所示。

表 2 模型土体物理力学参数

Table 2 Physical and mechanical parameters of model soil mass

重度 $\gamma/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	峰值内聚力 c_p/kPa	峰值内摩擦角 $\varphi_p/(^\circ)$	弹性抗力系数 $K/(\text{MPa}\cdot\text{m}^{-1})$
19.1	37.85	23.22	10

试验过程中发现, 随着加载的增大, 模型 1 和模型 2 首先在坡顶产生拉裂缝, 拉裂缝深度和宽度逐渐增大, 最后贯通整个后缘坡面; 在后缘裂缝扩展过程中, 后排桩桩后土体出现拱形裂缝, 而前排桩桩后土体未见拱形裂缝, 但模型 2 前排桩桩后土体有一定的雍包变形。加载结束后两个模型前缘均未见隆起变形(图 7), 整体稳定。可见, 双排抗滑桩加固后的土坡在未达到极限状态时, 其桩后土体是允许有侧向变形的, 这与实际抗滑桩工程施工后一定时间内仍能监测到滑体变形增大、最终趋于稳定的情况是一致的。停机后, 实测模型 1 和模型 2 前排桩桩后土体最大侧向位移分别为 7 mm, 21 mm。

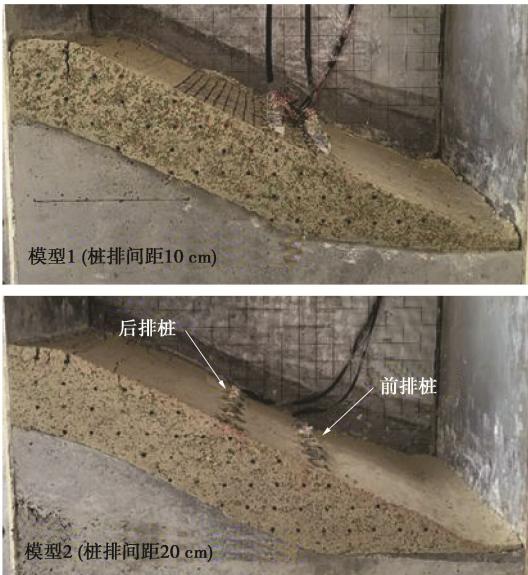


图 7 双排桩加固土坡离心模型变形破坏特征

Fig. 7 Deformation and failure features of centrifuge models for soil slope reinforced by double-row piles

根据离心模型试验结果可知, 双排桩加固后的滑体在未达到极限状态时, 前后排桩桩后土体已经发生了不同程度的变形, 但由于前后排桩桩后土体产生了土拱效应将滑坡侧向推力传递至各排桩身, 双排桩发挥了联合抗滑性能, 土坡最终整体稳定。可见, 桩后土体变形与土拱效应发挥、桩后滑坡推力之间是存在相关关系的。

图 8 和表 3 为实测前排桩桩后土体最大侧向位移

条件下的滑坡推力理论值与离心机实测值比较结果。由图 8 看出, 沿桩身单位长度上的前后排桩桩后滑坡推力理论值与实测值在分布形式上略有差异, 但前后排桩桩后滑坡推力理论值与实测值大小较为吻合。如表 3 所示, 模型 1 和模型 2 前后排桩桩后滑坡推力理论值与离心机实测值误差分别为 0.01%, 1.08% 和 0.01%, 6.42%, 一定程度上说明了本文方法的合理性和适用性。

表 3 前后排桩桩后总滑坡推力理论值与实测值比较

Table 3 Comparison between theoretical and measured total landslide thrusts behind front- and rear-row piles

参数	模型 1		模型 2	
	前排桩	后排桩	前排桩	后排桩
桩后土体位移/mm	7	20.11	21	26.86
桩后总滑坡推力 实测值/kN	4377.98	7453	7487.67	7874.96
桩后总滑坡推力 理论值/kN	4399.84	7372.46	7451.33	8381.02
误差/%	0.01	1.08	0.01	6.42

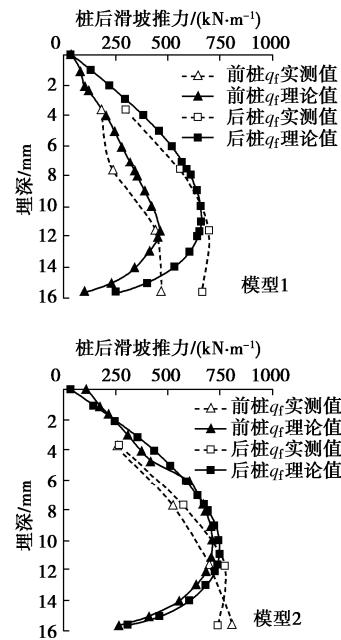


图 8 前后排桩单位长度上桩后滑坡推力理论与实测值比较

Fig. 8 Comparison between theoretical and measured landslide thrusts per unit length behind front- and rear-row piles

4 结 论

(1) 考虑桩土变形协调、桩后土体位移对土拱效应的影响, 依据最大主应力旋转理论, 采用莫尔圆坐标平移方法和斜微分单元法, 推导出非极限状态下基于竖向土拱理论的桩后水平主动土压力计算公式, 并以此为边界条件修正了 Ito 水平土拱理论, 建立了非极限状态下前后排桩桩后滑坡推力的计算方法。

(2) 利用双排桩加固滑坡的离心模型试验结果验

证了本文计算方法的合理性和适用性。对比验证表明,本文计算方法能够较为准确的求解任意桩后土体位移下前后排桩后滑坡推力。

(3)本文方法仍建立在一定的假设基础上。因此,所提的算法只是确定桩顶无连梁的双排桩后滑坡推力的一种方法,可供双排桩设计中推力的确定参考。

参 考 文 献:

- [1] 赖 杰, 郑颖人, 刘 云, 等. 地震作用下双排抗滑桩支护边坡振动台试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(4): 680-686. (LAI Jie, ZHENG Yingren, LIU Yun, et al. Shaking table tests on double-row anti-slide piles of slopes under earthquakes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(4): 680-686. (in Chinese))
- [2] 刘 鸿. 双排抗滑桩计算方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2007. (LIU Hong. Investigation on Double-Row Piles[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2007. (in Chinese))
- [3] 祁 斌, 常 波, 吴益平. 双排抗滑桩滑坡推力分配影响因素分析[J]. 工程地质学报, 2011, **19**(3): 359-363. (QI Bin, CHANG Bo, WU Yi-ping. Analysis of factors affecting distribution of landslide thrust force for double-row anti-slide piles[J]. Journal of Engineering Geology, 2011, **19**(3): 359-363. (in Chinese))
- [4] 徐 骏, 李安洪, 肖世国. 折线型滑面滑坡桩排推力分布规律研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(11): 3479-3482, 3488. (XU Jun, LI An-hong, XIAO Shi-guo. Study of landslide thrust distribution law of row of piles in reinforced landslide with polygonal line slip surface[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(11): 3479-3482, 3488. (in Chinese))
- [5] XIAO S G, ZENG J X, YAN Y P. A rational layout of double-row stabilizing piles for large-scale landslide control[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2017, **76**: 309-321.
- [6] 唐 芬, 郑颖人, 杨 波. 双排抗滑桩的推力分担及优化设计 [J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(增刊 1): 3162-3168. (TANG Fen, ZHENG Yingren, YANG Bo. Thrust share ratios and optimization design for two-row anti-slide piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(S1): 3162-3168. (in Chinese))
- [7] 杨 波, 郑颖人, 赵尚毅, 等. 双排抗滑桩在三种典型滑坡的计算与受力规律分析[J]. 岩土力学, 2010, **31**(增刊 1): 237-244. (YANG Bo, ZHENG Yingren, ZHAO Shangyi, et al. Two-row anti-slide piles in three kinds of typical landslide computations and stress rule analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(S1): 237-244. (in Chinese))
- [8] 申永江, 杨 明, 项正良. 双排长短组合桩与常见双排桩的对比研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(增刊 2): 96-100. (SHEN Yongjiang, YANG Ming, XIANG Zhengliang. Comparative study on double-row piles with different lengths several common anti-slide piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(S2): 96-100. (in Chinese))
- [9] 申永江, 孙红月, 尚岳全, 等. 滑坡推力在悬臂式双排抗滑桩上的分配[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(增刊 1): 2668-2673. (SHEN Yongjiang, SUN Hongyue, SHANG Yuequan, et al. Distribution of landslide thrust on cantilever double-row anti-sliding piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(S1): 2668-2673. (in Chinese))
- [10] 申永江, 项正良, 杨明, 等. 柔性双排长短组合桩滑坡推力的计算方法[J]. 岩土力学, 2018, **39**(10): 3597-3602. (SHEN Yongjiang, XIANG Zhengliang, YANG Ming, et al. Calculation method of landslide thrust of flexible double-row long-short composite piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(10): 3597-3602. (in Chinese))
- [11] 肖世国, 何 洪. 双排抗滑桩上滑坡推力近似解析方法[J]. 岩土力学, 2015, **36**(2): 376-380, 494. (XIAO Shiguo, HE Hong. An approximate analytical method for calculating thrust on double-row stabilizing piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(2): 376-380, 494. (in Chinese))
- [12] HE Y, HAZARIKA H, YASUFUKU N, et al. Evaluating the effect of slope angle on the distribution of the soil-pile pressure acting on stabilizing piles in sandy slopes[J]. Computers and Geotechnics, 2015, **69**: 153-165.
- [13] 竺明星. 组合荷载作用下被动桩承载机理研究[D]. 南京:东南大学, 2016. (ZHU Mingxing. Research on Bearing Mechanism of Passive Pile under Combined Loads[D]. Nanjing: Southeast University, 2016. (in Chinese))
- [14] ZHU M X, ZHANG Y, GONG W M, et al. Discussion on evaluating the effect of slope angle on the distribution of the soil-pile pressure acting on stabilizing piles in sandy slopes[J]. Computers and Geotechnics, 2016, **79**: 176-181.
- [15] 徐日庆, 徐叶斌, 程 康, 等. 有限土体下考虑土拱效应的非极限主动土压力解[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(2): 362-371. (XU Riqing, XU Yebin, CHENG Kang, et al. Method to calculate active earth pressure considering soil arching effect under nonlimit state of clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(2): 362-371. (in Chinese))
- [16] KUMAR S, HALL M L. An approximate method to determine lateral force on piles or piers installed to support a structure through sliding soil mass[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2006, **24**(3): 551-564.