

DOI: 10.11779/CJGE20220671

大直径桩纵向振动广义轴对称连续圈层模型及其应用

刘 鑫^{1,2}, 吴文兵^{*3,4}, 王立兴³, 刘 浩^{3,4}, 梅国雄⁵, 闻敏杰^{3,6}

(1. 中国地质大学海洋学院, 湖北 武汉 430074; 2. 中国地质大学深圳研究院, 广东 深圳 518000; 3. 中国地质大学工程学院, 湖北 武汉 430074;
4. 中国地质大学浙江研究院, 浙江 杭州 311305; 5. 广西大学工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 广西 南宁 530004;
6. 浙江理工大学建工学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 现有针对大直径桩纵向振动特性的理论研究主要存在两点不足: ①所用柱体模型无法充分考虑桩身内的三维波动效应; ②研究重点集中于高频范围, 缺乏对工程价值更为突出的低频振动特性的聚焦分析。针对此两点不足, 提出了新型的大直径桩纵向振动广义轴对称连续圈层模型, 将柱体看作三维连续介质, 同时考虑桩身质点的竖向和径向位移, 将桩周土沿径向进行圈层化处理, 利用相邻圈层土和桩土接触面耦合关系得到竖向动荷载作用下桩顶复刚度解析解。在验证所提模型合理性基础上, 利用其对大直径桩低频振动特性进行探讨分析, 重点关注施工扰动效应的影响规律和机理, 发现若干创新现象和有益结论, 为大直径桩动力设计和承载特性分析提供了更为完备的理论基础。

关键词: 大直径桩; 广义轴对称连续圈层模型; 施工扰动效应; 低频振动特性; 动力设计

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)09-1916-10

作者简介: 刘 鑫(1995—), 男, 博士, 副教授, 主要从事桩基动力学及其动态测试技术方面的教学和科研工作。E-mail: ericoliu@126.com。

Generalized axisymmetric continuous circle model for longitudinal vibration of large-diameter piles and its application

LIU Xin^{1,2}, WU Wenbing^{3,4}, WANG Lixing³, LIU Hao^{3,4}, MEI Guoxiong⁵, WEN Minjie^{3,6}

(1. College of Marine Science and Technology, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Shenzhen Institute, China

University of Geosciences, Shenzhen 518000, China; 3. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China;

4. Zhejiang Institute, China University of Geosciences, Hangzhou 311305, China; 5. Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural

Safety, Ministry of Education, Guangxi University, Nanning 530004, China; 6. School of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang

Sci-Tech University, Hangzhou 300018, China)

Abstract: There exist two main deficiencies in the existing theoretical researches about the longitudinal vibration characteristics of large-diameter piles: (1) The pile models applied fail to consider sufficiently the three-dimensional (3D) wave effects of the pile body. (2) The dynamic characteristics within the low frequency range lack essential attention, which is much more important in practice. Regarding the two deficiencies, an innovative theoretical model called the generalized axisymmetric continuous circle model for investigating the longitudinal vibration of large-diameter piles is proposed. The pile is treated as the 3D continuous medium and the surrounding soil is stratified into several zones along the radial direction. The analytical solutions for the complex stiffness of the pile top are obtained by applying the coupled conditions between the adjacent soil zones and those at the pile-soil interface. After its rationality is verified, the proposed model is used to study the vibration characteristics of the large-diameter piles within the low frequency range. The laws and mechanisms of the construction disturbance effects are specifically discussed, and several new phenomena and useful conclusions are obtained, which may support a much more complete theoretical basis for the dynamic design and bearing capacity analysis of large-diameter piles.

Key words: large-diameter pile; generalized axisymmetric continuous circle model; construction disturbance effect; low-frequency vibration characteristic; dynamic design

0 引言

近年来, 随着各种高层和超高层建筑物的落成以及海洋资源的大规模开发利用, 对桩基承载力提出了

基金项目: 广东省基础与应用基础研究基金项目(2021A1515110547);
国家自然科学基金项目(51878185, 52178321); 浙江省自然科学基金
杰出青年项目(LR21E080005); 广西重点实验室开放课题项目
(2021ZDK011)

收稿日期: 2022-05-24

*通信作者(E-mail: zjuwwb1126@163.com)

更高的要求, 大直径桩的工程需求愈为强烈。此外, 大直径桩尤其是大直径实体桩, 在打入地基过程中会对桩周土产生更为剧烈的扰动, 使其产生明显的径向非均质性。

单桩纵向振动理论是分析桩基础竖向动力承载特性的理论基础。考虑桩周土径向非均质性的桩基纵向振动理论作为一个经典研究课题, 几十年来受到学者们广泛关注。起初, 关于“边界带”模型^[1-4]的交流与讨论奠定了学术界关于桩周介质非均质性建模方法的理论基础。随后, El Naggar 等^[5-7]就桩周土径向非均质问题做了诸多创新工作, 利用 Winkler 和平面应变模型相结合的方式实现了桩周土径向非均质、非线性变化和高应变条件下桩土界面相对滑移的理论建模, 为该问题的研究提供了新的思路。考虑到上述模型未能考虑内部区域土体的连续性特点, 王奎华等^[8]建立了完全连续的多圈层径向非均质模型, 该模型在研究桩周介质径向非均质问题时具有更为广泛的适用性, 后续学者们基于多圈层理念研究了与径向非均质有关的很多工程问题, 取得了诸多优秀成果^[9-10]。

对于桩体本身而言, 经典一维弹性杆件模型^[5-10]由于工程合理性和求解便利性应用最为广泛。然而, 就大直径桩而言, 已有研究表明其桩身内波的三维传播效应十分明显^[11-13], 一维波动理论预测结果与工程实际存在较大偏差, 适用性变差。鉴于此, 学者们开始探索新型的桩体模型, 最初, 通过在一维杆件模型基础上引入横向惯性项来近似考虑桩身三维波动的影响, 崔春义等^[14]利用该模型研究施工扰动对桩土系统高频范围纵向振动特性的影响, 然而该模型并没有从根本上摒弃一维杆件模型的两大基本假设: 平截面假定和零径向位移(只考虑桩身质点竖向位移), 导致其应用于大直径桩时局限性明显。而后, 刘汉龙等^[15]、Ding 等^[16-17]和 Zheng 等^[18-20]摒弃了平截面假定, 提出了系列简化三维桩体模型, 孟坤等^[21]利用该简化三维桩体模型分析了桩身三维波动效应对大直径管桩高频纵向振动特性的影响, 然而该简化三维模型仍忽略了桩身质点的径向位移, 无法充分考虑桩身内的三维波动现象。综上, 针对大直径桩动力承载特性问题的理论研究, 目前主要存在两点不足: ①缺乏可充分考虑三维波动效应的桩体模型; ②对大直径桩纵向振动特性的研究集中于高频范围, 鲜见对工程中较为关注的低频范围动力表现的报道。

针对此两点主要不足, 本文提出了新型的适用于大直径桩纵向振动特性分析的理论模型——大直径桩广义轴对称连续圈层模型。将桩体和桩周土看作三维连续介质, 充分反映大直径桩—土系统中的三维波动现象; 同时基于多圈层理念对施工扰动影响进行理

论模拟, 借助相邻圈层土体接触面和桩土接触面连续性条件, 实现桩顶竖向动力阻抗的理论表达, 并在工程领域更为关注的低频范围内探讨分析其特性和规律, 研究结果可为大直径桩的设计施工和动力承载特性分析提供更完备的理论基础。

1 建立定解问题

1.1 桩土耦合振动模型

图 1 所示为竖向动荷载下的大直径桩-土耦合动力模型, \vec{e}_z , \vec{e}_r 和 \vec{e}_θ 分别为沿竖向、径向和切向的单位向量。 $q(t)$ 为桩顶均匀的竖向简谐荷载 $q(t) = q_{\max} e^{i\omega t}$, q_{\max} 和 ω 分别为荷载峰值和角频率。桩型为圆形截面实体桩且桩体材料均匀, E_p , ρ_p , v_p 和 r_p 分别为桩体弹性模量、密度、泊松比和半径。考虑施工扰动影响, 桩周土体沿径向分为 $1 \sim m$ 个圈层, 第 1 圈层为最内层土体, 与桩体实际接触; 第 m 圈层为最外层未受扰动土体。各圈层内土体力学性质均一, E_{sj} , ρ_{sj} , v_{sj} 和 D_{sj} 分别为第 j 圈层土体的弹性模量、密度、泊松比和阻尼系数, 且第 j 圈层内半径为 r_j 。此外, 为方便下文理论推导, 在充分考虑实际情况的基础上对模型做下述合理假设: ①桩端至刚性基岩持力层, 桩土系统底部不发生竖向位移; ②桩土系统处于弹性变形范围内, 桩和桩周土均作为线弹性材料处理^[8-10]; ③桩土接触面上的位移和力值连续^[14-21], 且桩周各圈层土体之间位移和力值连续; ④桩土系统在简谐荷载下做谐和振动。

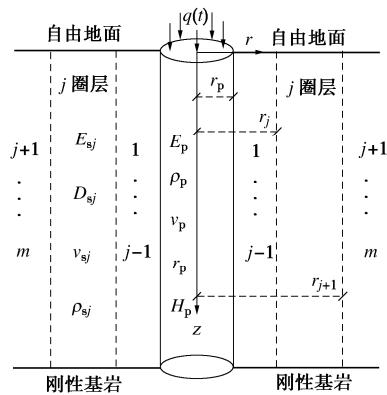


图 1 计算模型示意图

Fig. 1 Sketch of computational model

1.2 桩土动力控制方程及定解条件

(1) 第 j 圈层土体控制方程

圆柱坐标系中轴对称黏弹性土体的动力平衡方程可表示为^[22]

$$(\lambda_{sj}^* + 2\mu_{sj}^*)\nabla(\operatorname{div}\vec{u}_j) - \mu_{sj}^*\operatorname{curl}(\operatorname{curl}\vec{u}_j) = \rho_{sj} \frac{\partial^2 \vec{u}_j}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中: $\vec{u}_j = u_{sj}(z, r, t)\vec{e}_z + u_{rj}(z, r, t)\vec{e}_r$, u_{sj} 和 u_{rj} 分别为

第 j 圈层土体竖向和径向位移; ∇ 为圆柱坐标系中的哈密顿算子; div 和 curl 分别为圆柱坐标系中代表散度和旋度的向量算子^[22]; λ_{sj}^* 和 μ_{sj}^* 为第 j 圈层土体经阻尼修正的拉梅常数^[23]。

(2) 桩体控制方程

利用狄拉克函数 $\delta(z)$ 将桩顶竖向荷载处理为沿桩身轴向分布力^[23], 桩体的控制方程可表示为

$$(\lambda_p + 2\mu_p)\nabla(\text{div } \vec{w}) - \mu_p \text{curl}(\text{curl } \vec{w}) + \vec{q} = \rho_p \frac{\partial^2 \vec{w}}{\partial t^2}。 \quad (2)$$

式中: $\vec{w} = w_z(z, r, t)\vec{e}_z + w_r(z, r, t)\vec{e}_r$, w_z 和 w_r 为桩体竖向和径向位移; \vec{q} 为激振力向量, $\vec{q} = [q(t)\delta(z)]\vec{e}_z$; λ_p 和 μ_p 分别为桩体材料拉梅常数^[22]。

(3) 定解条件

为求解上述桩土控制方程, 从图 1 所示的计算模型和基本假设中提取以下定解条件:

a) 在桩土系统顶部

$$\sigma_{sj}|_{z=0} = 0, \quad (3a)$$

$$\sigma_{pj}|_{z=0} = 0. \quad (3b)$$

式中: σ_{sj} 和 σ_{pj} 分别为第 j 圈层土和桩中竖向正应力。

b) 在桩土系统端部

$$u_{sj}|_{z=H_p} = 0, \quad (4a)$$

$$w_z|_{z=H_p} = 0. \quad (4b)$$

c) 在桩土接触面上

$$u_{z1}|_{r=r_1} = w_z|_{r=r_1}, \quad (5a)$$

$$u_{r1}|_{r=r_1} = w_r|_{r=r_1}, \quad (5b)$$

$$\sigma_{sl}|_{r=r_1} = \sigma_p|_{r=r_1}, \quad (5c)$$

$$\tau_{sl}|_{r=r_1} = \tau_p|_{r=r_1}. \quad (5d)$$

式中: τ_{sj} 和 τ_{pj} 分别为第 j 圈层土和桩中竖向剪应力。

d) 在第 j 圈层和 $(j+1)$ 圈层土接触面上

$$u_{sj}|_{r=r_{j+1}} = u_{z(j+1)}|_{r=r_{j+1}}, \quad (6a)$$

$$u_{rj}|_{r=r_{j+1}} = u_{r(j+1)}|_{r=r_{j+1}}, \quad (6b)$$

$$\sigma_{sj}|_{r=r_{j+1}} = \sigma_{s(j+1)}|_{r=r_{j+1}}, \quad (6c)$$

$$\tau_{sj}|_{r=r_{j+1}} = \tau_{s(j+1)}|_{r=r_{j+1}}. \quad (6d)$$

e) 在桩周无穷远处

$$u_{zm}|_{r=+\infty} = 0, \quad (7a)$$

$$u_{rm}|_{r=+\infty} = 0. \quad (7b)$$

f) 桩和第 j 圈层土竖向和径向位移可表示为

$$w_z = W_z(r, z, \omega) e^{i\omega t}, \quad (8a)$$

$$w_r = W_r(r, z, \omega) e^{i\omega t}, \quad (8b)$$

$$u_{sj} = U_{sj}(r, z, \omega) e^{i\omega t}, \quad (8c)$$

$$u_{rj} = U_{rj}(r, z, \omega) e^{i\omega t}. \quad (8d)$$

式中: W_z 和 W_r 分别为桩身任一点竖向和径向位移频域幅值; U_{sj} 和 U_{rj} 分别为第 j 圈层土中任一点竖向和径向位移频域幅值。

1.3 桩土动力控制方程求解

(1) 土体控制方程求解

将式 (8c), (8d) 代入式 (1), 可得频域内第 j 圈层土体的控制方程为

$$V_{sj}^2 \nabla(\text{div } \vec{U}_j) - \hat{V}_{sj}^2 \text{curl}(\text{curl } \vec{U}_j) = -\omega^2 \vec{U}. \quad (9)$$

式中:

$$\vec{U}_j = U_{sj}\vec{e}_z + U_{rj}\vec{e}_r,$$

$$\hat{V}_{sj} = \sqrt{\mu_{sj}^*/\rho_{sj}},$$

$$V_{sj} = \sqrt{(\lambda_{sj}^* + 2\mu_{sj}^*)/\rho_{sj}}.$$

式 (9) 具体求解过程与文献[22]中桩 II 位移场求解方法相同, 由于篇幅限制, 此处直接给出其理论解如下:

$$\left. \begin{aligned} U_{sj} &= \sum_{n=1}^{+\infty} [\varphi_{jn}\phi_{1n}(r) - \kappa_{jn}^2\phi_{2n}(r)] \cos(\varphi_{jn}z), \\ U_{rj} &= \sum_{n=1}^{+\infty} [\eta_{jn}\phi_{3n}(r) - \varphi_{jn}\kappa_{jn}\phi_{4n}(r)] \sin(\varphi_{jn}z). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: φ_{jn} 为第 j 圈层土体特征值, 可由条件 (4a) 求得, $\varphi_{jn} = (2n-1)\pi/2H_p$ 。 ϕ_{1n} , ϕ_{2n} , ϕ_{3n} 和 ϕ_{4n} 的表达式为

$$\begin{aligned} \phi_{1n}(r) &= A_{jn}K_0(\eta_{jn}r) + B_{jn}I_0(\eta_{jn}r), \\ \phi_{2n}(r) &= C_{jn}I_0(\kappa_{jn}r) + D_{jn}K_0(\kappa_{jn}r), \\ \phi_{3n}(r) &= B_{jn}I_1(\eta_{jn}r) - A_{jn}K_1(\eta_{jn}r), \\ \phi_{4n}(r) &= C_{jn}I_1(\kappa_{jn}r) - D_{jn}K_1(\kappa_{jn}r). \end{aligned}$$

式中: $\varphi_n^2 - \eta_{jn}^2 = -\omega^2/V_{sj}^2$, $\varphi_n^2 - \kappa_{jn}^2 = -\omega^2/\hat{V}_{sj}^2$; A_{jn} , B_{jn} , C_{jn} 和 D_{jn} 为第 j 圈层土体位移场表达式中的待定系数; $I_0(r)$ 和 $I_1(r)$ 分别零阶和一阶第一类修正贝塞尔函数, $K_0(r)$ 和 $K_1(r)$ 分别为零阶和一阶第二类修正贝塞尔函数。

对于第 m 圈层土体而言, 由定解条件 (7a), (7b) 可得其位移场的数学表达中 $C_m = B_m = 0$ 。

(2) 桩体控制方程求解

同样地, 将式 (8a), (8b) 代入式 (2) 中可得频域内桩体位移场控制方程如下:

$$V_p^2 \nabla(\text{div } \vec{W}) - \hat{V}_p^2 \text{curl}(\text{curl } \vec{W}) + \vec{Q} = -\omega^2 \vec{W}. \quad (11)$$

式中: $\vec{W} = W_z\vec{e}_z + W_r\vec{e}_r$; $V_p = \sqrt{(\lambda_p + 2\mu_p)/\rho_p}$; $\hat{V}_p = \sqrt{\mu_p/\rho_p}$; $\vec{Q} = Q(z)\vec{e}_z$; $Q(z) = (q_{\max}/\rho_p)\delta(z)$ 。

观察式 (11) 易得, 其解可分为通解($\vec{W}_g = W_{gz}\vec{e}_z + W_{gr}\vec{e}_r$)和特解($\vec{W}_s = W_{sz}\vec{e}_z + W_{sr}\vec{e}_r$)两部分。式 (11) 的通解即为下述齐次偏微分方程组的解:

$$V_p^2 \nabla(\text{div } \vec{W}_g) - \hat{V}_p^2 \text{curl}(\text{curl } \vec{W}_g) = -\omega^2 \vec{W}_g. \quad (12)$$

方程(12)结构与方程(9)相同, 在此直接给出其解为

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{gz}} &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left[M_n \xi_n I_0(\eta_{pn} r) - N_n \kappa_{pn}^2 D_j I_0(\kappa_{pn} r) \right] \cos(\xi_n z), \\ W_{\text{gr}} &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left[M_n \eta_{pn} I_1(\eta_{pn} r) - N_n \xi_n \kappa_{pn} I_1(\kappa_{pn} r) \right] \sin(\xi_n z). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: $\xi_n^2 - \eta_{pn}^2 = -\omega^2 / V_p^2$, $\xi_n^2 - \kappa_{pn}^2 = -\omega^2 / \hat{V}_p^2$; ξ_n 为桩体特征值, 为保证定解条件(4b)成立, 其值需满足 $\xi_n = (2n-1)\pi / 2H_p$; M_n 和 N_n 为桩体位移场中的待定系数, 其求解方法在下文给出。

为求式(11)的特解 \vec{W}_s , 首先对式(11)中的非齐次项 $Q(z)$ 进行余弦变换:

$$Q(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n \cos(\xi_n z). \quad (14)$$

式中: q_n 为余弦变换的待定系数, 其值可由余弦函数系 $\cos(\xi_n z)$ 在 $[0, H_p]$ 上的正交性求得

$$q_n = \frac{\int_0^{H_p} (q_{\max} / \rho_p) \delta(z) \cos(\xi_n z) dz}{\int_0^{H_p} \cos^2(\xi_n z) dz} = \frac{2q_{\max}}{H_p \rho_p}. \quad (15)$$

至此, 可将特解假设为如下形式:

$$\vec{W}_s = \sum_{n=1}^{+\infty} \chi_n \cos(\xi_n z) \vec{e}_z. \quad (16)$$

将特解的假设解(16)和非齐次项的余弦变换式(14)代入控制方程(11)中, 可进一步求得

$$\chi_n = \frac{q_n}{V_p^2 \xi_n^2 - \omega^2}. \quad (17)$$

结合式(13), (16)和(17)可得控制方程(12)的解为

$$\left. \begin{aligned} W_z &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left[M_n \xi_n I_0(\eta_{pn} r) - N_n \kappa_{pn}^2 I_0(\kappa_{pn} r) + \chi_n \right] \cos(\xi_n z), \\ W_r &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left[M_n \eta_{pn} I_1(\eta_{pn} r) - N_n \xi_n \kappa_{pn} I_1(\kappa_{pn} r) \right] \sin(\xi_n z). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(3) 求解待定系数

由式(18)可看出, 为求得桩体频域内位移场解析解, 需要确定待定系数 M_n 和 N_n 。 M_n 和 N_n 可通过连续条件 5(a)~6(d) 求得。

a) 第 m 圈层和 $m-1$ 圈层土接触面

$$\begin{aligned} A_{(m-1)n} \lambda_{(m-1)n} K_0(\eta_{(m-1)n} r_m) + B_{(m-1)n} \lambda_{(m-1)n} I_0(\eta_{(m-1)n} r_m) - \\ C_{(m-1)n} \kappa_{(m-1)n}^2 I_0(\kappa_{(m-1)n} r_m) - D_{(m-1)n} \kappa_{(m-1)n}^2 K_0(\kappa_{(m-1)n} r_m) \\ = A_{mn} \lambda_{mn} K_0(\eta_{mn} r_m) - D_{mn} \kappa_{mn}^2 K_0(\kappa_{mn} r_m), \quad (19a) \\ B_{(m-1)n} \eta_{(m-1)n} I_1(\eta_{(m-1)n} r_m) - A_{(m-1)n} \eta_{(m-1)n} K_1(\eta_{(m-1)n} r_m) - \\ C_{(m-1)n} \lambda_{(m-1)n} K_{(m-1)n} I_1(\kappa_{(m-1)n} r_m) + D_{(m-1)n} \lambda_{(m-1)n} K_{(m-1)n} \\ K_1(\kappa_{(m-1)n} r_m) = D_{mn} \lambda_{mn} \kappa_{mn} K_1(\kappa_{mn} r_m) - A_{mn} \eta_{mn} K_1(\eta_{mn} r_m), \quad (19b) \end{aligned}$$

$$2B_{(m-1)n} \mu_{s(m-1)}^* \eta_{(m-1)n} \varphi_{(m-1)n} I_1(\eta_{(m-1)n} r_m) - \\ 2A_{(m-1)n} \mu_{s(m-1)}^* \eta_{(m-1)n} \varphi_{(m-1)n} K_1(\eta_{(m-1)n} r_m) -$$

$$\begin{aligned} C_{(m-1)n} \kappa_{(m-1)n} (\kappa_{(m-1)n}^2 + \varphi_{(m-1)n}^2) I_1(\kappa_{(m-1)n} r_m) + \\ D_{(m-1)n} \kappa_{(m-1)n} (\kappa_{(m-1)n}^2 + \varphi_{(m-1)n}^2) K_1(\kappa_{(m-1)n} r_m) \\ = D_{mn} \mu_{sm}^* \kappa_{mn} (\kappa_{mn}^2 + \varphi_{mn}^2) K_1(\kappa_{mn} r_m) - \\ 2A_{mn} \mu_{sm}^* \eta_{mn} \varphi_{mn} K_1(\kappa_{mn} r_m), \quad (19c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{(m-1)n} \left[\lambda_{s(m-1)}^* (\eta_{(m-1)n}^2 - \varphi_{(m-1)n}^2) K_0(\eta_{(m-1)n} r_m) + \right. \\ \left. 2\mu_{s(m-1)}^* \frac{\partial K_0(\eta_{(m-1)n} r)}{\partial r} \Big|_{r=r_m} \right] + B_{(m-1)n} \cdot \\ \left[\lambda_{s(m-1)}^* (\eta_{(m-1)n}^2 - \varphi_{(m-1)n}^2) I_0(\eta_{(m-1)n} r_m) + \right. \\ \left. 2\mu_{s(m-1)}^* \frac{\partial I_0(\eta_{(m-1)n} r)}{\partial r} \Big|_{r=r_m} \right] - 2C_{(m-1)n} \mu_{s(m-1)}^* \cdot \\ \varphi_{(m-1)n} \frac{\partial I_0(\kappa_{(m-1)n} r)}{\partial r} \Big|_{r=r_m} + 2D_{(m-1)n} \mu_{s(m-1)}^* \varphi_{(m-1)n} \cdot \\ \left. A_{mn} \left[\lambda_{sm}^* (\eta_{mn}^2 - \varphi_{mn}^2) K_0(\eta_{mn} r_m) + 2\mu_{sm}^* \frac{\partial K_0(\eta_{mn} r)}{\partial r} \Big|_{r=r_m} \right] \right]. \quad (19d) \end{aligned}$$

式 19(a)~(d) 可化为矩阵相乘的形式如下:

$$X_{(m-1)n} Q_{(m-1)n}(r_m) = Y_{ln} R_n. \quad (20)$$

式中: $X_{(m-1)n}$ 和 Y_{ln} 分别为 $m-1$ 和 m 圈层位移场表达式中的第 n 阶待定系数矩阵, $X_{(m-1)n} = [A_{(m-1)n} \ B_{(m-1)n} \ C_{(m-1)n} \ D_{(m-1)n}]$, $Y_{ln} = [A_{mn} \ D_{mn}]$; R_n 和 $Q_{(m-1)n}(r_m)$ 分别为 2×4 系数矩阵和 4×4 系数矩阵。

b) 第 j 和 $j+1$ 圈层土的接触面 ($j \leq 1 \leq m-2$)

类似式 19(a)~(d), 根据定解条件 6(a)~(d) 可在该接触面上建立 4 个包含相应圈层位移场中第 n 阶待定系数的平衡方程, 为节约篇幅, 此处直接给出平衡方程的矩阵形式如下:

$$X_{jn} Q_{jn}(r_{j+1}) = X_{(j+1)n} Q_{(j+1)n}(r_{j+1}). \quad (21)$$

由式(21)进一步递推可得如下关系:

$$X_{1n} = X_{(m-1)n} Q_{(m-1)n}(r_{m-1}) Q_{(m-2)n}^{-1}(r_{m-1}) \cdots Q_{2n}(r_2) Q_n^{-1}(r_2). \quad (22)$$

联立式(20), (22) 可得

$$\left. \begin{aligned} X_{1n} &= Y_{1n} R_n Q_{(m-1)n}^{-1}(r_m) Z, \\ Z &= Q_{(m-1)n}(r_{m-1}) Q_{(m-2)n}^{-1}(r_{m-1}) \cdots Q_{2n}(r_2) Q_n^{-1}(r_2). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

c) 在桩土接触面

由定解条件 5(a)~(d) 同样可得到桩土接触面上平衡方程的矩阵形式如下:

$$X_{1n} Q_n(r_p) = Y_{2n} P_n. \quad (24)$$

式中: Y_{2n} 为桩体位移场表达式中的第 n 阶待定系数, $Y_{2n} = [M_n \ N_n]$; P_n 为 2×4 系数矩阵。

联立式 (23), (24) 可得

$$Y_{2n} P_n = Y_{1n} R_n Q_{(m-1)n}^{-1}(r_m) Z Q_n(r_p) \quad (25)$$

式 (25) 中含有 4 个方程和 4 个未知数, 分别为 A_{mn} , D_{mn} , M_n 和 N_n 。运用克莱姆法则可从式 (25) 中求得桩身位移场表达式中的待定系数 M_n 和 N_n 。至此, 可得竖向简谐荷载下大直径桩桩身位移场频域解析解。

利用桩体竖向位移解析解 W_z 可进一步求得桩基动力设计中关键参数如下:

$$k_p(r, \omega) = \text{real} \left[\frac{q_{\max}}{W_z(r, 0, \omega)} \right], \quad c_p(r, \omega) = \text{imag} \left[\frac{q_{\max}}{W_z(r, 0, \omega)} \right]. \quad (26)$$

式中: k_p 为桩顶动刚度, 代表真实的刚度; c_p 为桩顶动阻尼, 反映能量的耗散作用^[9]。

2 解的有效性验证

为了验证本文所提新型模型的合理性, 首先将其与已有解对桩顶动刚度和动阻尼的预测结果进行对比。Novak 等^[2]提出的经典平面应变解和王奎华等^[24]提出考虑土体三维波动效应的较严格解被用于进行对比分析, 特别说明的是, 此两种解中桩均被简化为了一维杆件。本部分采用的计算参数如下: $q_{\max} = 50$ kN, $H_p = 10$ m, $E_p = 40$ GPa, $E_p/E_{s1} = 400$, $\rho_p = 2400$ kg/m³, $\rho_p/\rho_{s1} = 1.5$, $v_p = 0.15$, $v_{s1} = 0.40$, $D_s = 0.02$ 。桩周土分为 20 个圈层, 最外圈层内半径为 $r_{s20} = 2r_p$ 。

另外, 在本部分的计算中为方便与已有解进行对比, 将桩周土视为均匀体。同时, 为进一步体现本文所提模型的优越性, 特选取两个不同的桩半径值, 0.25 m 和 0.75 m, 分别代表工程中的小直径和大直径桩。本文模型中选取桩顶中心点的动刚度和动阻尼即 $k_p(0, \omega)$ 和 $c_p(0, \omega)$ 来参与对比, 关于选取该点的理由将在下文予以阐述。

图 2 所示为不同模型所得低频范围内桩顶动刚度随频率的变化规律。从图 2 可以看出, 平面应变土体模型由于忽略了波在桩周土中的竖向传播作用, 无法反映出低频范围内存在的特征频率。对于王奎华等^[24]采用的三维轴对称土体模型而言, 其动刚度曲线上可明显地分辨出两个特征频率 f_1 和 f_2 。本文所提模型计算的刚度曲线也存在两个特征频率, 且其特征频率值与已有解的预测结果相同, 可证明本文所得解的正确性。

此外, 相同频率值下, 本文所提模型计算的桩顶动刚度小于 Novak 等^[2]和王奎华等^[24]所得解, 且此差

异随着桩径的增大而愈加明显, 如图 2 所示。这是由于本文所建模型允许桩体的径向变形, 随着桩径的增大, 桩身径向变形的影响逐渐增大, 忽略桩体径向变形的一维杆件模型误差也随之增大, 因此本文所建模型在分析大直径桩动力特性时优越性明显。

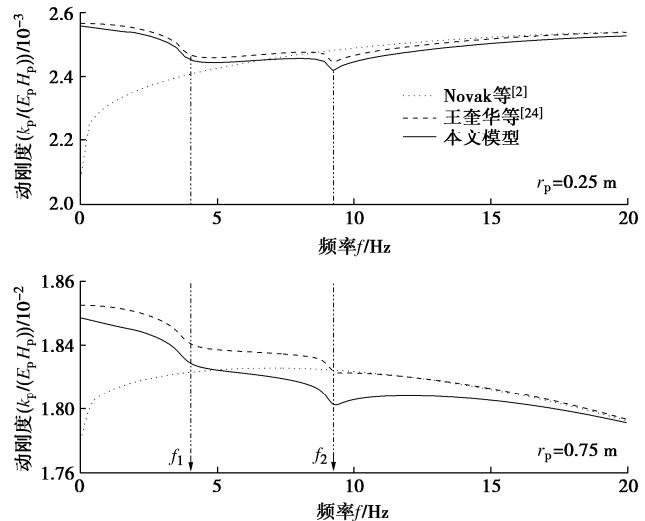


图 2 不同模型所得动刚度

Fig. 2 Dynamic stiffnesses obtained by different models

图 3 所示为不同模型所得低频范围内桩顶动阻尼随频率的变化规律。同样地, 本文模型和王奎华等^[24]所提模型计算得的动阻尼曲线上存在两个特征频率值 f_1 和 f_2 。然而相同频率下由本文模型计算所得的动阻尼要高于已有解的计算结果, 这同样是因为本文所得解考虑了竖向动荷载下桩身质点的径向运动, 振动过程中更多的能量被传入桩周土体, 并以波动形式耗散。

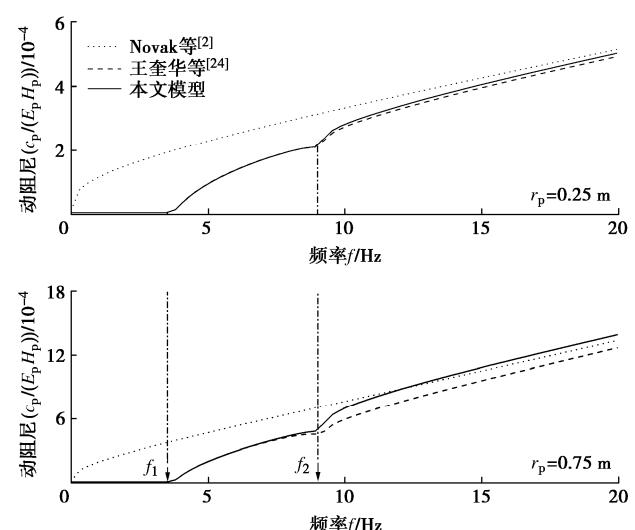


图 3 不同模型所得动阻尼

Fig. 3 Dynamic dampings obtained by different models

接下来探讨在本文所建模型中应如何合理确定桩顶的动刚度和动阻尼值来反映整个桩基的动力特性。

图4所示为桩顶各点在竖向动荷载作用下的频域位移响应, r_s 为桩顶点的径向距离。就小直径桩而言($r_p=0.25\text{ m}$), 虽可隐约分辨出同频率下桩中心点的位移最大, 但各点之间的位移相差很小, 工程意义不大。这说明就小直径桩而言, 平截面假定适用性较好, 一维桩体模型相对准确。然而就大直径桩而言($r_p=0.75\text{ m}$), 同频率下各点的位移差较为明显: 桩中心点的位移最大, 随着径向距离的增大, 选取点的位移逐渐减小, 相对竖向位移差可达10%, 此时一维桩体模型适用性变差, 本文所建模型的应用意义得以彰显。综上, 在相同荷载作用下, 桩顶中心点存在最大的竖向位移响应, 出于工程安全性考虑, 宜采用桩顶中心点的动刚度和动阻尼来代表桩顶的动力特性。

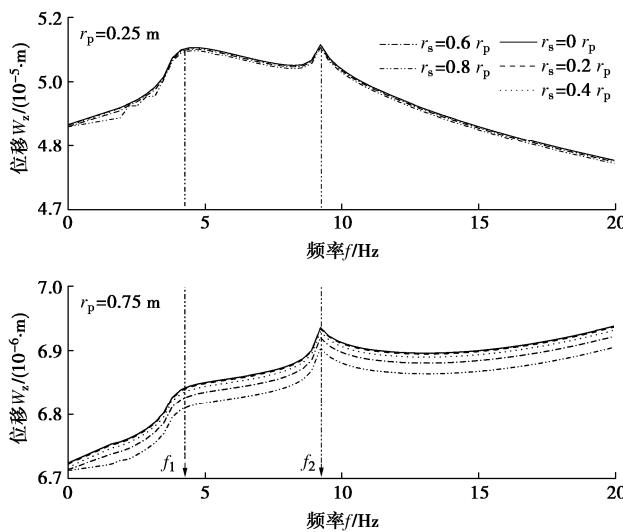


图4 桩顶不同径向位置处的频域位移响应

Fig. 4 Displacement responses of pile top points with different radial positions in frequency domain

3 大直径桩动力承载特性分析

本节利用所提广义轴对称连续圈层模型, 从工程中较为关注的低频振动特性入手, 重点分析圈层划分数量、施工扰动特性和扰动范围及桩径的影响, 以期进一步明晰打桩施工扰动对大直径桩竖向动力承载特性的影响。

3.1 圈层划分数量分析

该小节重点探究桩周土径向圈层划分数量对计算结果(动刚度和动阻尼)的影响。所采用的桩土参数如下: $E_p=40\text{ GPa}$, $\rho_p=2400\text{ kg/m}^3$, $r_p=0.5\text{ m}$, $v_p=0.05$, $H_p=10\text{ m}$; 为模拟施工扰动带来的桩周土径向非均质性, 桩周土剪切模量从最内圈56 MPa向外逐渐线性增大至最外圈86 MPa, 各圈层其与桩周土参数保持一致: $\rho_s=1600\text{ kg/m}^3$, $D_s=0.02$, $v_s=0.4$, 最外圈土体内半径分别设置为 $2r_p$ 和 $3r_p$, 代表不同的施工扰动范围。

图5所示为考虑不同施工扰动范围时径向圈层划分数量的影响。从图5中可看出, 针对两种不同的扰动范围, 随着圈层数量增加, 动刚度和动阻尼曲线逐渐趋向于一致, m 为15, 20时计算所得的动刚度和动阻尼曲线均几乎重合。这表明径向划分圈层数量大于15后其对计算结果的影响基本可以忽略。因此下文分析计算中均将桩周土体沿径向划分为20层。

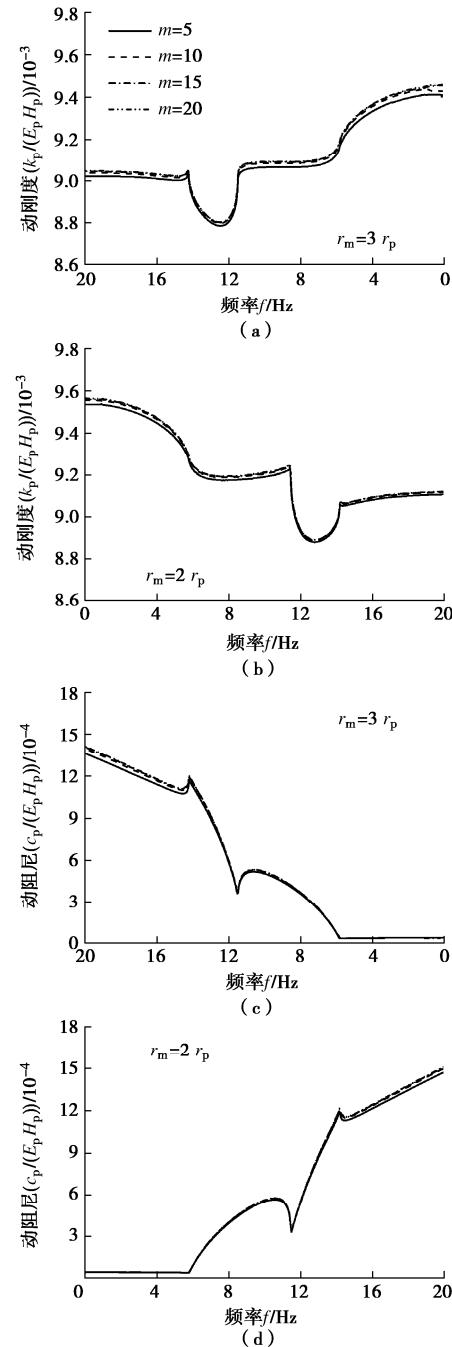


图5 径向圈层划分数量影响分析

Fig. 5 Influence analysis of radially stratified number

3.2 施工扰动影响分析

本小节重点探讨施工扰动效应对大直径桩低频振动特性的影响特征。首先考虑施工扰动对桩周土体产生的影响, 通过剪切模量来反映土体强度, 令最外圈

土体剪切模量 G_{s20} 保持不变为 56 MPa, 增大最内圈土体剪切模量 G_{s1} (56~86 MPa) 来模拟不同程度的施工硬化效应; 令最内圈土体剪切模量 G_{s1} 保持不变为 56 MPa, 增大最外圈土体剪切模量 G_{s20} (56~86 MPa) 来模拟不同程度的施工软化效应。同时, 中间各圈层土体模量呈线性变化。

图 6 所示为施工硬化效应的影响情况。如图 6(a) 中所标示, 当不考虑施工扰动时, 桩顶动刚度曲线上存在两个特征频率 f_1 和 f_2 , 这与已有文献的研究结果^[24]相同。然而, 当考虑施工扰动时, 动刚度曲线上增加一个特征频率, 分别为 f_1 , f_2 和 f_3 , 从图 6(b) 中的动阻尼曲线上也可得出相同的规律, 且同一工况下的动刚度和动阻尼曲线上的特征频率值完全一致。同时, 由图 6 可看出, 随着硬化效应程度增加, 动刚度和动阻尼曲线整体呈现上移趋势, 说明硬化效应使得桩土系统拥有了更好的变形抵抗能力。

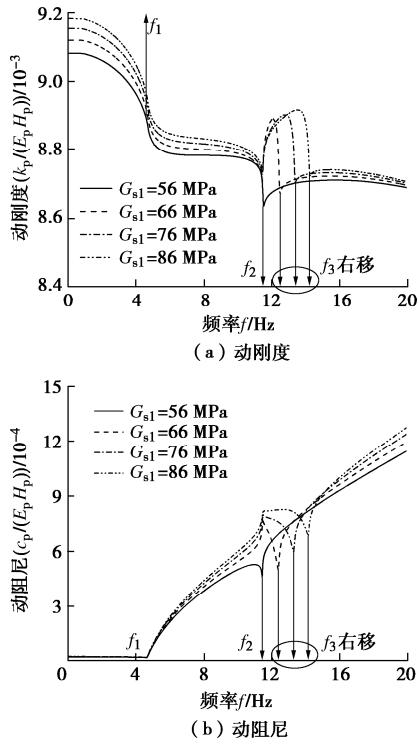


图 6 硬化效应影响分析

Fig. 6 Influence analysis of hardening effects

而后, 对特征频率值展开深入探讨, 将各硬化程度下的特征频率值汇总如表 1 所示。

表 1 不同硬化程度时各特征频率值

Table 1 Feature frequency values under different hardening conditions

G_{s1} /MPa	f_1 /Hz	f_2 /Hz	f_3 /Hz
56	4.7	11.5	—
66	4.7	11.5	12.4
76	4.7	11.5	13.3
86	4.7	11.5	14.2

由表 1 可看出, 在不同施工硬化条件下, f_1 和 f_2

的值保持不变, f_3 的值随硬化程度的增大而增大。这表明此时 f_1 和 f_2 与最内圈层土体性质无关, f_3 反之。进一步地, 结合表 1 中数据和文献[24]中对桩周土阻抗因子特征频率的规律描述不难发现, f_1 接近最外圈层土阻抗因子一阶模态的第一特征频率, f_2 接近最外圈层土阻抗因子一阶模态的第二特征频率, f_3 接近最内圈层土阻抗因子一阶模态的第二特征频率, 即

$$f_1 \approx \frac{\hat{V}_{s20}}{4H_p}, \quad f_2 \approx \frac{V_{s20}}{4H_p}, \quad f_3 \approx \frac{V_{s1}}{4H_p} \quad (27)$$

同时, 动刚度在各特征频率值处均产生明显下降, 结合式(27)可知, f_1 处动刚度降低是由最外圈层土中沿竖向传播剪切波产生驻波效应所致, 而 f_2 和 f_3 处动刚度下降分别是由最外和最内圈层土中沿竖向传播纵波产生驻波效应所致。此外, 相比特征频率 f_2 处的刚度衰减作用, f_3 处的刚度衰减作用更为明显。综上, 动刚度的首个特征频率仅与最外圈层土特性有关, 第二个和第三个特征频率值与最内和最外圈层土特性有关, 同时最内圈层土对动刚度的影响相对较大。

就动阻尼而言, 在特征频率 f_1 以下时, 其值很小且基本无变化, 原因为特征频率 f_1 之前, 桩周土中无明显波动现象, 阻尼作用基本来源于桩周土的材料阻尼。随着频率的继续增大, 辐射阻尼占据主导, 动阻尼大体呈现近线性增长, 但在特征频率 f_2 和 f_3 附近呈下降趋势, 这是因为 f_2 和 f_3 频率处形成驻波导致桩周土中波动效应减弱, 辐射阻尼相应减小。同时, 由于最内圈层土影响更为明显, 频率 f_3 处动阻尼减小更为剧烈, 导致 f_2 和 f_3 之间动阻尼随频率增大呈减小趋势。

图 7 所示为施工软化效应的影响情况。从图 7 可以看出, 考虑施工软化效应时动刚度和动阻尼曲线上同样存在 3 个特征频率, 其值如表 2 所示。

表 2 不同软化程度时各特征频率值

Table 2 Feature frequency values under different softening conditions

G_{s20} /MPa	f_1 /Hz	f_2 /Hz	f_3 /Hz
56	4.7	11.5	—
66	5.1	11.5	12.4
76	5.5	11.5	13.3
86	4.7	11.5	14.2

由表 2 可知, f_1 和 f_3 随最外圈层土剪切模量的增大而增大, 而 f_2 的值保持不变。这是因为此时 f_1 和 f_3 与最外圈层土体性质有关, 分别对应最外圈层土阻抗因子一阶模态的第一和第二特征频率, 而 f_2 由最内圈层土体性质决定, 其值对应最内圈层土阻抗因子一阶模态的第二特征频率, 各圈层土体阻抗因子一阶模态特征频率计算方式与式(27)相同, 此处不再赘述。

进一步观察可知, f_1 和 f_2 处动刚度明显降低, 原

因分别为最外和最内圈层土中沿竖向传播剪切波和纵波产生了驻波效应。值得注意的是，在特征频率 f_3 处最外圈层土产生驻波效应，理应导致动刚度下降，但频率接近 f_3 时动刚度却呈上升趋势。造成此异常现象的原因为：最内圈层土的影响更加显著，动刚度在特征频率 f_2 处降低程度最为明显，致使 f_2 处动刚度显著低于 f_3 处动刚度，因此频率增大至接近 f_3 时动刚度呈现上升趋势。但从曲线整体来看， f_3 处动刚度仍为一较小值。

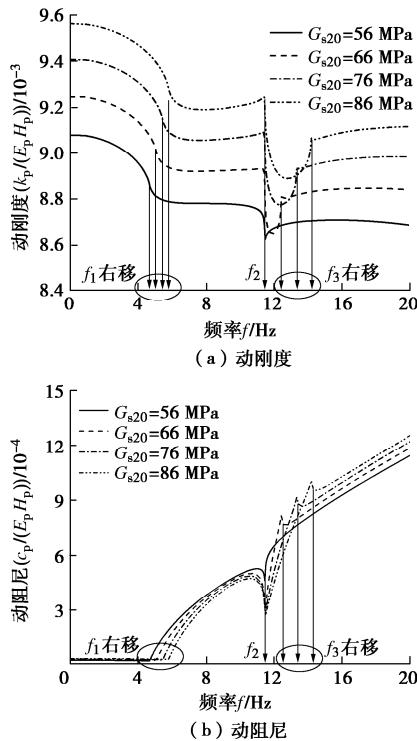


图 7 软化效应影响分析

Fig. 7 Influence analysis of softening effects

考虑施工软化效应时动阻尼特征频率变化情况与上述动刚度情况相同。频率超过 f_1 后辐射阻尼占据主导，在 f_2 和 f_3 处由于最内和最外圈层土中驻波效应使得动阻尼值衰减，同时由于最内圈层土影响更大，因此 f_2 处阻尼值下降更为明显，导致动阻尼在 f_2 和 f_3 之间的变化趋势与施工硬化情况正好相反，呈现上升趋势。

3.3 扰动范围影响分析

本小节就扰动范围的影响特性展开研究。考虑施工硬化和软化工况两种情况：施工硬化效应参数设置为 G_{s1} (86 MPa)至 G_{s20} (56 MPa)逐渐线性减小；施工软化效应参数设置为 G_{s1} (56 MPa)至 G_{s20} (86 MPa)逐渐线性增大。

图 8 所示为扰动范围的影响情况。可以看出，无论施工硬化或软化工况，特征频率值均不随施工扰动范围的变化而变化。然而，就施工硬化而言，同一频

率下的动刚度和动阻尼值均随扰动范围的增大而逐渐增大，这是因为考虑施工硬化效应时，增大扰动区范围相当于增加了桩周土的平均强度值；就施工软化情况而言，其情况正好相反。

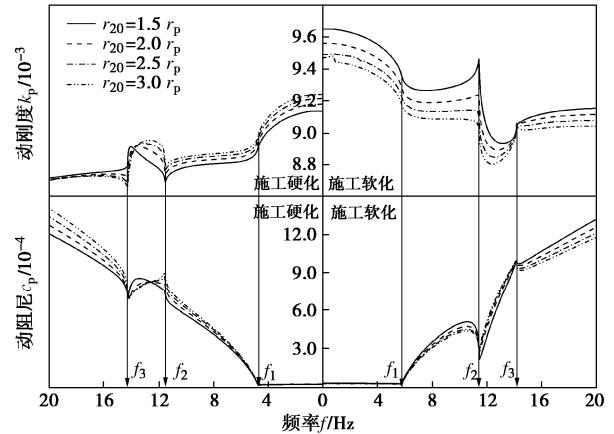


图 8 扰动范围影响分析

Fig. 8 Influence analysis of disturbance range

3.4 桩径影响分析

本小节针对大直径桩关键设计参数——桩径的影响展开讨论。为保证分析结果的普适性，同样设置施工硬化和软化工况，实现方式与 3.3 节相同。

图 9 所示为考虑施工扰动效应时桩径的影响情况。可以看出，无论是硬化或软化工况，桩径变大均会导致动刚度曲线的整体上移；同时，同一频率下的动阻尼值也随桩径的增大而增大，且增大程度随频率增加而更加明显，这一现象表明了桩径对于桩基低频振动特性的显著影响，设计中增大桩径可以明显地改善桩基的动承载特性。同时，特征频率值并不随桩径的变化而变化，这说明就桩土系统低频振动特性而言，其特征频率值仍基本由桩周土性质决定，主要原因为桩周土整体刚度相对于桩体而言存在数量级的差距。

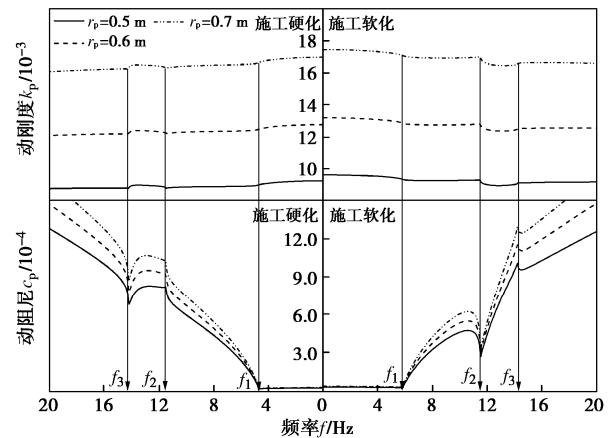


图 9 桩径影响分析

Fig. 9 Influence analysis of pile diameter

4 结 论

本文提出了新型的大直径桩纵向振动广义轴对称连续圈层模型，相比已有模型具有更突出的理论完备性和应用普适性。将其用于研究考虑施工扰动效应时大直径桩的低频振动特性，分析结果表明：

(1) 考虑施工扰动带来的桩周土径向非均质特性时，大直径桩低频范围内的动刚度和动阻尼曲线上存在3个特征频率，从小到大依次为 f_1 、 f_2 和 f_3 ，其值基本只与桩周土特性有关。

(2) 特征频率 f_1 仅与最外圈层土体性质有关，其是由最外圈层土中沿竖向传播剪切波产生驻波效应所致。

(3) 施工硬化效应时特征频率 f_2 由最外圈层土体性质决定，施工软化效应时则由最内圈层土体性质决定，其是由最外或最内圈层土中沿竖向传播纵波产生驻波效应所致，特征频率 f_3 情况正好相反。

(4) 动刚度和动阻尼值在各特征频率处均会产生突变，最内圈层土对大直径桩低频振动特性影响更为明显，桩径对其影响主要表现在动刚度和动阻尼数值上。

参 考 文 献：

- [1] NOVAK M, HAN Y C. Impedances of soil layer with boundary zone[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, **116**(6): 1008-1014.
- [2] NOVAK M, NOGAMI T, ABOUL-ELLA F. Dynamic soil reactions for plane strain case[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1978, **104**(4): 953-959.
- [3] LAKSHMANAN N, MINAI R. Dynamic soil reactions in radially non-homogeneous soil media[J]. Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute, 1981, **31**(2): 79-114.
- [4] VELETOS A S, DOTSON K W. Vertical and torsional vibration of foundations in inhomogeneous media[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1988, **114**(9): 1002-1021.
- [5] EL NAGGAR M H, NOVAK M. Analytical model for an innovative pile test[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, **29**(4): 569-579.
- [6] EL NAGGAR M H, NOVAK M. Non‐Linear model for dynamic axial pile response[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **120**(2): 308-329.
- [7] EL NAGGAR M H. Vertical and torsional soil reactions for radially inhomogeneous soil layer[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2000, **10**(4): 299-312.
- [8] 王奎华, 杨冬英, 张智卿. 基于复刚度传递多圈层平面应变模型的桩动力响应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(4): 825-831. (WANG Kuihua, YANG Dongying, ZHANG Zhiqing. Study on dynamic response of pile based on complex stiffness transfer model of radial multizone plane strain[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(4): 825-831. (in Chinese))
- [9] 周铁桥, 王奎华, 谢康和, 等. 轴对称径向非均质土中桩的纵向振动特性分析[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(6):720-725. (ZHOU Tieqiao, WANG Kuihua, XIE Kanghe, et al. Vertical vibration analysis of piles in radial heterogeneous soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(6):720-725. (in Chinese))
- [10] 吴文兵, 谢帮华, 黄生根, 等. 考虑挤土效应时楔形桩纵向振动阻抗研究[J]. 地震工程学报, 2015, **37**(4): 1042-1048. (WU Wenbing, XIE Banghua, HUANG Shenggen, et al. Vertical dynamic impedance of tapered piles considering compacting effects[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2015, **37**(4): 1042-1048. (in Chinese))
- [11] 陈凡, 王仁军. 尺寸效应对基桩低应变完整性检测的影响[J]. 岩土工程学报, 1998, **20**(5): 92-96. (CHEN Fan, WANG Renjun. Influence of size effect on low strain integrity test of foundation pile[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, **20**(5): 92-96. (in Chinese))
- [12] CHAI H Y, PHOON K K, ZHANG D J. Effects of the source on wave propagation in pile integrity testing[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(9): 1200-1208.
- [13] 荣垂强, 赵晓华. 基桩反射波法三维干扰成因与最佳采样方法研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(9): 1731-1738. (RONG Chuiqiang, ZHAO Xiaohua. Three-dimensional interference sources and optimal sampling location of piles utilizing reflected wave method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(9): 1731-1738. (in Chinese))
- [14] 崔春义, 梁志孟, 许成顺, 等. 基于轴对称连续介质模型的径向非均质土中大直径管桩纵向振动特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, **41**(5): 1031-1044. (CUI Chunyi, LIANG Zhimeng, XU Chengshun, et al. Research of longitudinal vibration characteristics of large-diameter pipe piles in radially heterogeneous soils based on axisymmetric continuum model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, **41**(5): 1031-1044. (in Chinese))
- [15] 刘汉龙, 丁选明. 现浇薄壁管桩在低应变瞬态集中荷载作用下的动力响应[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(1): 103-110. (LIU Hanlong, DING Xuanming. Dynamic response of cast-in-place thin-walled piles under low-strain transient concentrated load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(1): 103-110. (in Chinese))

- 用下的动力响应解析解[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(11): 1611-1617. (LIU Hanlong, DING Xuanming. Analytical solution of dynamic response of cast-in-situ concrete thin-wall pipe piles under transient concentrated load with low strain[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(11): 1611-1617. (in Chinese))
- [16] DING X M, LIU H L, KONG G Q, et al. Time-domain analysis of velocity waves in a pipe pile due to a transient point load[J]. Computers and Geotechnics, 2014, **58**: 101-116.
- [17] DING X M, LIU H L, LIU J Y, et al. Wave propagation in a pipe pile for low-strain integrity testing[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2011, **137**(9): 598-609.
- [18] ZHENG C J, KOURETZIS G P, DING X M, et al. Three-dimensional effects in low-strain integrity testing of piles: analytical solution[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, **53**(2): 225-235.
- [19] ZHENG C J, LIU H L, DING X M, et al. Non-axisymmetric response of piles in low-strain integrity testing[J]. Géotechnique, 2017, **67**(2): 181-186.
- [20] ZHENG C J, DING X M, KOURETZIS G P, et al. Three-dimensional propagation of waves in piles during low-strain integrity tests[J]. Géotechnique, 2018, **68**(4): 358-363.
- [21] MENG K, CUI C Y, LIANG Z M, et al. A new approach for longitudinal vibration of a large-diameter floating pipe pile in visco-elastic soil considering the three-dimensional wave effects[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **128**: 103840.
- [22] LIU X, EL NAGGAR M H, WANG K, et al. Theoretical analysis of three-dimensional effect in pile integrity test[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **127**: 103765.
- [23] LIU X, EL NAGGAR M H, WANG K H, et al. Three-dimensional axisymmetric analysis of pile vertical vibration[J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, **494**: 115881.
- [24] 王奎华, 阚仁波, 夏建中. 考虑土体真三维波动效应时桩的振动理论及对近似理论的校核[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(8): 1362-1370. (WANG Kuihua, QUE Renbo, XIA Jianzhong. Theory of pile vibration considering true three-dimensional wave effect of soil and its check on the approximate theories[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(8): 1362-1370. (in Chinese))

第十一届软土地基地下工程岩土问题国际研讨会通知

第十一届软土地基地下工程岩土问题国际研讨会 (IS-Macau 2024) 将于 2024 年 6 月 14~17 日（周五至周一）在中国澳门特别行政区举行。本次会议由澳门大学智慧城市物联网国家重点实验室 (IoTSC)、土木与环境工程系与国际土力学与岩土工程学会 (ISSMGE) TC204 共同举办。大会主席为澳门大学周万欢教授、东南大学徐涛副教授；副主席为剑桥大学 Giulia Viggiani 教授；秘书为澳门大学管铮博士。研讨会的主题为“智慧城市隧道与地下空间建设”，具体包括：软土基

本性质；本构与数值模型；软土地基处理新技术；大数据、人工智能和机器学习在隧道和地下工程中的应用；地下基础设施韧性与可持续发展；隧道与地下施工智能监测与可视化技术；观测法在地下工程中的应用；现场案例研究。

大会组委会诚邀业界专家学者、工程技术人员、管理人员和企业代表等拨冗莅临，共襄盛会！

会议网站: <https://is-macau2024.skliotsc.um.edu.mo>

咨询邮箱: ismacau2024@um.edu.mo

（会议组委会）