

DOI: 10.11779/CJGE202206011

隧道预应力锚杆锚固结构承载效应及围岩力学分析

余涛¹, 方勇^{*1}, 姚志刚¹, 蒲松¹, 叶来宾¹, 赵光明²

(1. 西南交通大学交通隧道工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031; 2. 安徽理工大学, 安徽 淮南 232000)

摘要: 隧道中锚杆与围岩作用机理比较复杂, 设计多偏于类比法和经验法, 以锚杆在连续均匀地层中形成锚固结构为出发点, 建立锚固结构承载强度表达式, 并确定锚杆设计参数。通过对锚固结构承载特性分析, 得到各影响因素对承载强度的贡献程度, 在此基础上提出了“支护力放大系数”和“锚固界限强度”概念, 再将锚固结构整体考虑并等效成支护力对隧道围岩应力分布、塑性区、位移进行重新求解, 最终结合数值模拟和算例验证。研究结果表明: 锚固结构对锚杆支护力具有放大作用, 对隧道深部围岩也提供一个较强的支护力, 锚固结构强度影响程度由大到小依次为力学参数、锚固厚度、支护强度, 其中力学参数对锚固承载强度起着至关重要的作用, 合理锚固厚度为洞径的0.4~0.8倍, 进一步提出了围岩稳定性控制原则。数值模拟中锚杆支护、等效力支护与理论结果加以比较, 隧道周围的塑性区、应力分布、位移基本一致, 可为锚杆支护下隧道围岩控制提供一种科学的分析方法。

关键词: 隧道工程; 锚固承载效应; 支护力放大系数; 锚固界限强度; 围岩控制

中图分类号: TU45

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)06-1069-09

作者简介: 余涛(1993—), 男, 博士研究生, 主要从事隧道工程及围岩稳定性方面研究。E-mail: ytao1015@126.com。

Bearing effect of prestressed bolt-anchored structures and mechanical analysis of surrounding rock

YU Tao¹, FANG Yong¹, YAO Zhi-gang¹, PU Song¹, YE Lai-bin¹, ZHAO Guang-ming²

(1. Key Laboratory of Transportation Tunnel Engineering of Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Anhui University of Science and Technology, Huainan 232000, China)

Abstract: Because of complicated interaction mechanism between bolt and surrounding rock in tunnels, the design is mostly based on the analogy method and experience. Starting from the anchorage structure formed by the bolt in continuously uniform strata, a formula for bearing strength is established, and the parameters in the formula are determined. By analyzing the bearing characteristics of anchorage structure, the influence degree of different factors on the bearing strength can be obtained. On this basis, the definitions of "amplification factor of supporting force" and "strength of anchor circumscription" are put forward. Besides, the anchorage structure can be equivalent to the support stress so as to resolve the stress distribution of tunnel surrounding rock, plastic zone and displacement, which is verified by the numerical simulation and numerical example. The results show that anchorage structure has an amplification effect on bolting force and provides a strong supporting force in the surrounding rock of deep tunnel. The influence degree structure for the strength of anchorage is followed by mechanical parameters, anchoring thickness and supporting strength from large to small, among which the mechanical parameters play a crucial role in the bearing strength of anchorage, and the reasonable anchoring thickness is 0.4~0.8 times the diameter of the tunnel. Furthermore, the stability control principle of surrounding rock is proposed. By comparing the theoretical results with the bolt support and equal effectiveness support in the numerical simulation, the plastic zone, stress distribution and displacement around the tunnel are basically the same. The proposed theories may provide a scientific analysis method for the stability control of the tunnel with bolt support.

Key words: tunnel engineering; bearing effect of anchorage; amplification factor of supporting force; strength of anchorage circumscription; control of surrounding rock

0 引言

锚杆具有灵活、有效、安全、低成本等优势, 在隧道、矿山、硐室、结构岩体等地下工程中得到广泛应用^[1-3]。

基金项目: 国家自然科学基金项目(52078428, 51974009); 国家重点研发计划项目(2017YFC0603000); 四川省杰出青年基金项目(2020JDJQ0032)

收稿日期: 2021-07-14

*通信作者(E-mail: fy980220@swjtu.cn)

1980年,锚杆在意大利隧道中首次得到应用^[4],锚杆主要提高岩体的抗剪能力,同时对围岩提供法向应力,防止不稳定块体的滑落。锚杆锚固能力一般通过拉拔试验来测试,当一个完全注浆锚杆受到拉伸载荷时,其破坏可能发生在浆液-岩石界面、浆液介质或锚杆-浆液界面,通过拉拔力评价锚杆锚固性能^[5-7]。学者们通过试验和理论、数值等方法分析探究了锚杆与围岩的作用机理,重点分析了锚杆沿杆体方向轴向应力及剪应力分布情况^[8-11]。随着对锚杆锚固机理的认识,越来越多学者将锚杆与围岩看成组合拱^[12]。余伟健等^[13]在对深部软岩巷道进行研究时,提出了叠加拱理论,围岩浅部形成主压缩拱,深部形成次压缩拱,建立联合支护的力学模型,并推导出1次支护和2次支护的强度解析式;文竞舟等^[14]在软弱围岩隧道基于锚喷钢架支护形式建立了复合拱力学模型,并推导了支护结构的承载力和围岩变形的解析式。Anagnostou等^[15-17]基于极限平衡法,不断综合、扩展修正前人的研究,提出了一种计算方法来评估锚杆加固下的黏性摩擦土中隧道表面的稳定性,并给出了支护设计参数表;Winsdor^[18]、吴学震等^[19]提出了地下荷载作用下锚杆支护设计理论,充分讨论了锚杆的类型、间排距、锚杆长度等隧道围岩应力场、位移场的影响。Bobet等^[20]根据不同类型锚杆的支护机理,通过力学耦合分析推导了锚杆支护下圆形隧道的解析表达式,该解相对比较复杂。

隧道中锚杆设计和施工仍偏向于类比法,停留在定性和经验水平,在围岩力学求解过程中,锚杆支护往往简化成隧道表面均布力而忽略了锚杆与围岩形成锚固承载结构的作用,导致计算结果与实际存在较大误差。本文主要考虑锚杆与围岩作用形成整体结构,基于锚固结构承载效应推导出承载强度表达式,通过对其承载特性分析,提出了围岩稳定性控制原则,最终分析了锚固结构作用下隧道围岩的力学效应并验证理论的合理性。文中进一步揭示了锚杆与围岩作用关系,完善了隧道锚杆支护设计理论,简化了支护参数设计方法,提出了一种简单科学可靠的隧道锚杆支护设计体系,在工程中有较强的实用性和可操作性。

1 锚固结构承载特性

1.1 力学模型

隧道开挖后内表面发生位移变形对锚入岩体的锚杆产生拉伸作用,同时锚杆对围岩产生反作用力在相邻两个锚杆之间形成锥形压密区,锚杆群作用下的围岩压密区相互连接、贯通,形成连续稳定的层状锚固结构。锚固结构不仅仅在隧道内表面提供一定的支护

强度,同时被锚固范围内岩体形成整体性结构抵抗外部围岩压力,该范围内岩体力学性能也得到一定程度的提升。

根据锚杆与围岩的作用机理及隧道开挖后洞周应力环境特点现作如下基本假设:隧道处于静水压力状态;锚固结构及周边围岩为各向同性连续均匀体;对于无限长水平隧道,锚固结构及围岩为连续弹塑性介质;隧道围岩采用密集系统锚杆支护,支护力均匀分布在锚固结构内表面;外部载荷均匀分布在锚固结构外表面。

锚固结构力学模型如图1所示, q 为锚固结构所受环向均布外载荷, p_i 为隧道表面受到的支护强度, b 为锚固结构厚度, r_0 为隧道半径, F_n 为隧道横截面上受到的垂直载荷,以隧道轴线为轴对称分布, p_c 为锚固结构在隧道内表面的切向应力。

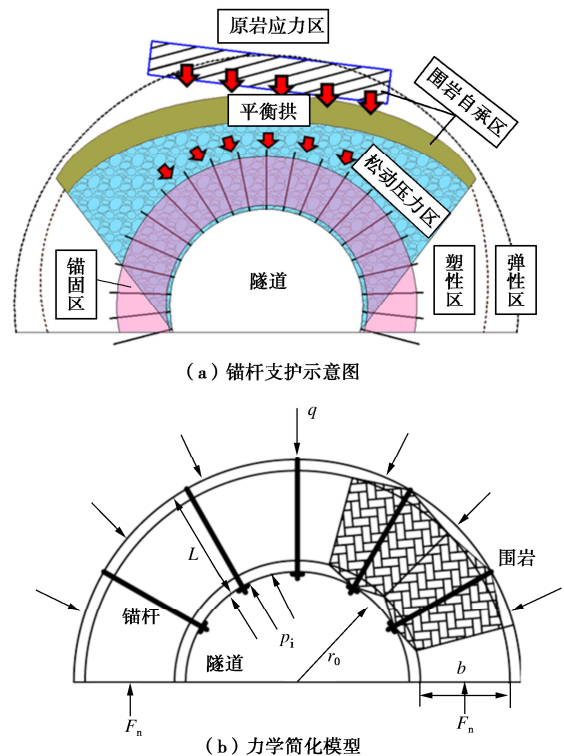


图1 锚固结构力学模型

Fig. 1 Mechanical model for anchorage structure

假设锚固结构在外载荷 q 作用下已经达到极限平衡状态,同时满足Mohr-Coulomb准则,得到锚固结构在沿隧道截面垂直方向上受到的荷载为

$$F_n = \int_{r_0}^{r_0+b} p_c dr \quad (1)$$

式中,

$$p_c = p_i \frac{1 + \sin \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} + \frac{2c^* \cos \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} \quad (2)$$

其中, φ^* , c^* 分别为锚杆作用下围岩的等效内摩擦角和等效黏聚力。

取锚固结构外表面微小弧段 ds 对应的圆心角 $d\alpha$ 进行分析。

$$ds = (r_0 + b)d\alpha \quad (3)$$

外表面竖直方向上应力分量:

$$F_q = \int_0^\pi q(r_0 + b)\sin\alpha d\alpha \quad (4)$$

同理, 取隧道内表面微小圆弧得到

$$F_p = \int_0^\pi p_i r_0 \sin\alpha d\alpha \quad (5)$$

根据锚固结构在竖直方向上外力分量静力平衡条件,

$$2F_n = F_q - F_p \quad (6)$$

最终得到锚固结构的承载强度表达式为

$$q = \frac{b}{r_0 + b} \left(p_i \frac{1 + \sin\varphi^*}{1 - \sin\varphi^*} + \frac{2c^* \cos\varphi^*}{1 - \sin\varphi^*} \right) + \frac{r_0}{r_0 + b} p_i \quad (7)$$

该表达式考虑了锚固结构在极限承载条件下, 锚固结构所能承受的最大强度, 也可理解锚固结构外边界对围岩提供的支护强度。忽略结构厚度即只考虑支护强度, 上述公式中 $b=0$, 则上式, $q=p_i$ 支护力直接作用在隧道表面, 这符合 Fenner 公式求解时, 将支护强度看成分布在隧道表面均匀分布力, 保证了公式上的统一性。

1.2 锚固结构参数

Indraratna 等^[21]采用均匀化处理的办法, 将锚杆作用的围岩看成一种均匀、连续、强度参数 E , c , φ 都增强的复合材料, 并定义锚杆密度因子 β 为

$$\beta = \frac{\pi d \lambda r_0}{S_L S_T} \quad (8)$$

式中, λ 为锚杆与围岩摩擦阻力系数, 在螺纹钢锚杆支护体系中 $\lambda = \tan\varphi$, d 为锚杆直径 (mm), S_L 为锚杆轴向间距, S_T 为锚杆环向间距。

锚杆与围岩共同作用的复合材料仍满足 Mohr-Coulomb 屈服准则:

$$F = \sigma_\theta - f^* \sigma_r - \sigma_c^* = 0 \quad (9)$$

图 2 中 f^* , f 代表岩体支护前后屈服梯度, σ_c^* , σ_c 表示岩体支护前后单轴抗压强度, 锚杆支护后岩体屈服包络线会发生明显改变, 岩体屈服轨迹出现上移, 斜率和截距增大, 围岩的强度得到提高, 支护强度越高, 屈服轨迹变化的越明显。结合锚杆密度因子, 得到围岩支护前后变化关系表示为

$$\left. \begin{aligned} f^* &= (1 + \beta)f \\ \sigma_c^* &= (1 + \beta)\sigma_c \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

利用反三角公式推导出锚固结构等效内摩擦角和等效黏聚力表达式:

$$\left. \begin{aligned} \varphi^* &= \sin^{-1} \left[\frac{(1 + \sin\varphi)\beta + 2\sin\varphi}{(1 + \sin\varphi)\beta + 2} \right] \\ c^* &= \frac{c \cos\varphi(1 - \sin\varphi^*)(1 + \beta)}{\cos\varphi^*(1 - \sin\varphi)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

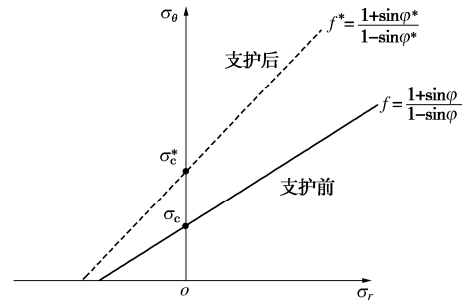


图 2 岩体支护前后应力屈服轨迹

Fig. 2 Stress yield trajectories before and after rock mass support

支护后岩体等效弹性模量受锚杆弹性模量与岩体弹性模量共同影响, 根据锚杆截面面积在围岩单位面积的占比, 得到等效弹性模量 E^* 的表达式为

$$E^* = \frac{E(4S_L S_T - \pi d^2) + E_b \pi d^2}{4S_L S_T} \quad (12)$$

式中, E_b 为锚杆弹性模量, E 为岩石弹性模量。

锚固厚度可由锚杆组合拱范围^[22]确定:

$$b = L_s - \frac{\pi(r_0 + L_s)}{2(N - 1)} \quad (13)$$

支护强度

$$p_i = \frac{Q_s}{S_L S_T} \quad (14)$$

式中 L_s 为锚杆长度 (m); Q_s 为锚杆预紧力 (kN); N 为断面锚杆根数。

1.3 锚固结构承载强度影响因素

锚固结构所承受极限载荷 q 亦可看成支护结构对隧道提供的径向支护强度, q 值大小是围岩控制的关键, 进一步分析支护强度、锚固厚度、力学参数三者对承载强度 q 的贡献程度, 这里力学参数主要指 c , φ 。

图 3 中承载强度 q 与支护强度 p_i 呈线性关系, $A1$ 点与 $B1$ 点 q 值相差 0.92 MPa, $C1$ 点与 $D1$ 点 q 值相差 1.5 MPa, 随着 p_i 的增大, 锚固厚度 b 越大 q 值增长梯度越大; $A1$ 点与 $C1$ 点 q 值相差 1.43 MPa, $B1$ 点与 $D1$ 点 q 值相差 2.0 MPa, 增大 b 值更能有效的提高锚固结构的承载强度, 曲线 $A1C1$ 和 $B1D1$ 处于收敛状态, 当 p_i 一定时, 随着 b 值增大, q 值的的增长程度逐渐减小。

隧道支护时, 锚杆所能提供的支护强度一般比较小, 大幅度提高支护强度比较困难, 而增加 b 值 (如锚杆长度、间排距等) 则更容易实现 q 值的快速提升; 当 b 值达到一定值时, 承载强度受锚固厚度的影响较

小，可在通过增加锚杆支护强度 p_i ，仍能使承载强度得到一定程度增加，二者相互协调作用才能有效改变锚固结构极限承载强度。

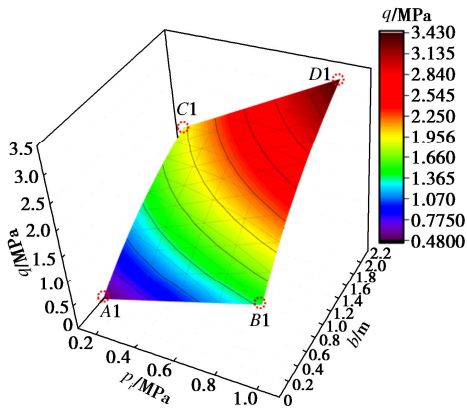


图3 p_i , b 与承载强度 q 关系

Fig. 3 Relationship among p_i , b and bearing strength q

图4中 $A2$ 点与 $B2$ 点 q 值相差 1.38 MPa，当锚固力学参数较弱时如曲线 $A2B2$ 所示， q 值较小，即使增加锚固厚度 b ，承载强度 q 值增加幅度也不大； $C2$ 点与 $D2$ 点 q 值相差 8.3 MPa，当锚固力学参数较强时如曲线 $C2D2$ 所示， q 值较大， b 值大使得 q 值迅速提高，其中 $D2$ 点 q 值是 $B2$ 点 q 值的 5.8 倍。增强锚固力学参数，能够大幅度提高承载强度 q 值，随着锚固厚度增加，围岩力学参数越强 q 值增加梯度越快。

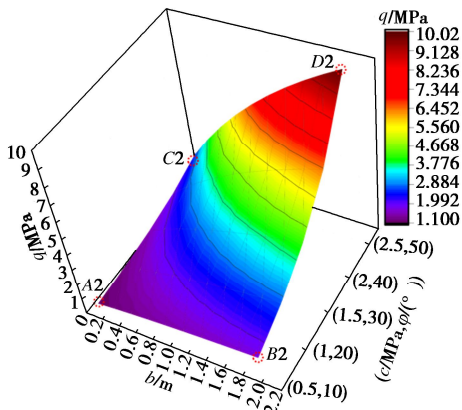


图4 力学参数 b 与承载强度 q 关系

Fig. 4 Relationship among mechanical parameters b and bearing strength q

相较于增加锚固厚度，改善围岩力学参数更有利于提高锚固结构的承载强度，考虑曲线 $A1C1$ 和 $B1D1$ 处于收敛状态，支护时要考虑锚固厚度合理性，当锚固达到一定厚度时，再增加锚固厚度收益也较小，因此可在技术允许的范围内尽可能提高围岩力学参数（如注浆）。

2 基于锚固等效力围岩稳定性分析

2.1 支护力放大系数

在绝大数圆形隧道弹塑性求解过程中，在锚杆支护条件下提供的支护力简化成分布在隧道表面的均匀分布力，并没有考虑锚固结构在支护体系中的作用，导致对围岩弹塑性求解过程中存在一定的误差，此时需要对隧道求解支护强度进行一定的修正。通过上一节中锚固强度的影响因素中，得到锚固结构对支护力具有放大作用。在此基础上，本节提出支护力放大系数 η 概念，即锚固结构整体强度 p_{ib} 与支护强度 p_i 的比值。

$$\eta = \frac{p_{ib}}{p_i} = \frac{\frac{b}{r_0 + b} \left(p_i \frac{1 + \sin \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} + \frac{2c^* \cos \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} \right) + \frac{r_0}{r_0 + b} p_i}{p_i} \quad (15)$$

式中，

$$\left. \begin{aligned} N^* &= \frac{1 + \sin \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} \\ \sigma_c^* &= \frac{2c^* \cos \varphi^*}{1 - \sin \varphi^*} \\ \omega &= \frac{b}{r_0} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中， N^* 为材料参数， σ_c^* 为单轴抗压强度。

考虑到锚固范围内围岩处于塑性区范围内，一方面该范围内围岩对应岩石应力-应变曲线残余强度阶段，单轴抗压强度降低，另一方面出于支护安全考虑，可取 $\sigma_c^* = 0$ ，最终式 (15) 整理得

$$\eta = \frac{N^* \omega + 1}{\omega + 1} \quad (17)$$

式 (17) 中，支护力放大系数显然大于 1，其大小主要取决于锚固结构范围内材料参数 N^* 和锚固结构厚度 b 与隧道尺寸 r_0 比值 ω 。支护力放大系数越大越有利于隧道的稳定，当材料参数 N^* 中内摩擦角 φ^* 值越大， η 值越大，其中 ω 值越大，增大内摩擦角 φ^* ， η 增加的越快。不过支护过程中，锚固结构范围内材料参数一般是固定的，可视定为定值。支护力放大系数的可控量主要为 ω ，在参数 ω 中隧道尺寸 r_0 是确定的，锚固厚度的提高，对支护力起着放大的作用，因此改变结构厚度 b 是控制围岩隧道的关键手段。由图 5 可知， ω 值越大， η 增长速率越小，当锚固厚度 b 超过 0.8 倍 r_0 时，即使再增加 b 值对支护力放大系数 η 值影响也较小，因此合理锚固厚度 b 为隧道尺寸 r_0 的 0.4~0.8 倍。

2.2 锚固界限强度

将式 (7) 进行变形得

$$p_{ib} = \frac{bN^* + r_0}{r_0 + b} p_i + \frac{b}{r_0 + b} \sigma_c^* \quad (18)$$

令

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{bN^* + r_0}{r_0 + b} p_i \\ C_2 &= \frac{b}{r_0 + b} \sigma_c^* \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

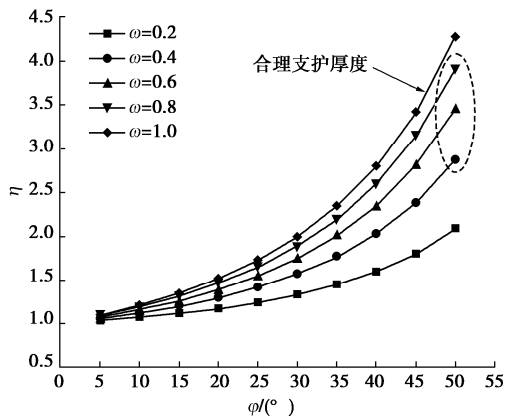


图 5 内摩擦角 φ^*, ω 与 η 的关系

Fig. 5 Relationship among internal friction angle φ^*, ω and η

将 C_1 看作锚杆支护力扩散作用对围岩提供的径向应力, C_2 看作加固岩体在极限平衡状态下形成的结构强度。

令

$$C_1 = C_2 \quad (20)$$

可得

$$p_i = \frac{b\sigma_c^*}{bN^* + r_0} \quad (21)$$

此时, 锚杆支护强度和结构强度对塑性区支护效果是相同的, 可令

$$\frac{b\sigma_c^*}{bN^* + r_0} = p_i^* \quad (22)$$

可以称 p_i^* 为“锚固界限强度”, 当 $p_i < p_i^*$ 时, 锚杆和围岩共同作用下形成的结构对塑性区支护中起关键作用; 当 $p_i > p_i^*$ 时, 锚杆支护强度对塑性区支护中起关键作用。在实际工程中, 结构强度与岩体单轴抗压强度有关, 因此其结构强度往往远大于支护强度, 仅靠提高锚杆预应力很难达到满意的支护效果。

2.3 围岩稳定性控制原则

1.3 节中锚固支护特性分析中, 锚固结构强度影响程度由大到小依次为力学参数、锚固厚度、支护强度, 力学参数对锚固结构的承载强度起着至关重要的作用。围岩相对完整时, 较高围岩力学参数能够承受来自外部较大围岩压力, 隧道开挖后, 岩体由原来的三向应力状态变为二向应力状态, 岩石强度大幅降低, 隧道周边岩体出现劣化导致力学参数降低, 此时围岩不具备较强承载能力, 使得围岩劣化范围继续向深部扩展, 浅部围岩进一步碎胀扩容, 隧道收敛加剧, 特别是一些高地应力和软岩隧道容易出现失稳情况。隧

道围岩稳定性控制中, 首要考虑就是改善围岩力学性质, 使得隧道围岩具备较高的承载能力, 防止隧道出现大变形围岩参数劣化, 锚杆在支护起着改变围岩力学参数的作用, 同时也可采用注浆等措施提高围岩力学参数; 其次形成较大的加固区范围, 通过设计锚杆间排距提高锚固厚度, 加固锚固范围, 使得较大范围内的围岩具备承载能力; 最后提高支护强度等其它辅助措施控制围岩变形。在隧道围岩的一定深度, 即锚固结构边界处也能对深部围岩提供一个较强的支撑力, 这与传统围岩解析中将支护力看作隧道表面均匀分布力有着本质上的不同, 从某种程度上也解释了锚杆较小的支护强度能够很好的控制高应力隧道围岩变形。

3 基于锚固承载效应围岩力学分析

3.1 等效力支护围岩弹塑性解

为了进一步分析锚固结构对围岩稳定性影响, 假设某一圆形隧道水平布置, 所受静水压力为 p_0 , 半径为 r_0 , 隧道开挖后, 周边围岩发生塑性变形, 塑性区围岩对应着岩石峰值后残余强度, 力学参数大幅降低。隧道内表面受到支护强度为 p_i , 其中支护形成的锚固结构对塑性区提供支护强度为 p_{ib} , 隧道由内向外分别为锚固区、塑性区、弹性区, 如图 6 所示。

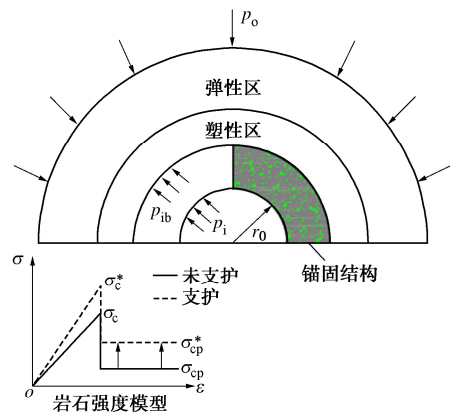


图 6 基于锚固结构隧道力学模型

Fig. 6 Mechanical model for tunnel based on anchorage structure

(1) 锚固区 ($r_0 \leq r \leq r_0 + b$), 当 $r = r_0$, 隧道表面受到的径向应力为 p_i , 锚固区外边界受到的压力为极限承载强度, 数值为 p_{ib} , 即锚固结构对塑性区提供径向力为 p_{ib} , 此时半径变为 $r_0 + b$ 。

(2) 塑性区 ($r_0 + b \leq r \leq R_p$), R_p 为塑性区半径, 在塑性区内满足的强度条件为

$$F^P = \sigma_\theta - \frac{1 + \sin \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p} \sigma_r - \frac{2c_p \cos \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p} = 0 \quad (23)$$

可简化为

$$F^P = \sigma_\theta - N_p \sigma_r - \sigma_{cp} = 0 \quad (24)$$

对圆形隧道进行静力分析，属于轴对称问题，不考虑体积力时应满足平衡微分方程：

$$\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} - \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (25)$$

当 $r=r_0+b$ 时， $\sigma_r^p = p_{ib}$ ，同时隧道等效半径变为 r_0+b ，结合式 (24) 可得塑性区内次生应力表达式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^p &= (p_{ib} + c_p \cot \varphi_p) \left(\frac{r}{r_0+b} \right)^{\frac{2\sin \varphi_p}{1-\sin \varphi_p}} - c_p \cot \varphi_p, \\ \sigma_\theta^p &= N_p (p_{ib} + c_p \cot \varphi_p) \times \left(\frac{r}{r_0+b} \right)^{\frac{2\sin \varphi_p}{1-\sin \varphi_p}} - c_p \cot \varphi_p. \end{aligned} \right\} (26)$$

(3) 弹性区 ($R_p \leq r < \infty$)，弹塑性交界面受到的径向应力为 σ_{R_p} ，在弹性外界面受到原岩应力 p_0 ，仍可依据厚壁圆筒理论得到弹性区应力表达式：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^e &= p_0 \left(1 - \frac{R_p^2}{r^2} \right) + \sigma_{R_p} \frac{R_p^2}{r^2}, \\ \sigma_\theta^e &= p_0 \left(1 + \frac{R_p^2}{r^2} \right) - \sigma_{R_p} \frac{R_p^2}{r^2}. \end{aligned} \right\} (27)$$

(4) 塑性区半径

根据式 (27)，弹塑性交界面处得到

$$\sigma_\theta^e - \sigma_r^e = 2p_0 - 2\sigma_{R_p} \quad (28)$$

同时满足 Mohr-Coulomb 准则：

$$\sigma_\theta^e - \sigma_r^e = \frac{2\sin \varphi}{1-\sin \varphi} \sigma_{R_p} + \frac{2c \cos \varphi}{1-\sin \varphi} \quad (29)$$

由式 (28)，(29) 得到

$$\sigma_{R_p} = p_0(1 - \sin \varphi) - c \cos \varphi \quad (30)$$

当 $r = R_p$ 时，同时满足塑性区应力式 (26) 并结合式 (30) 得到塑性区半径 R_p ：

$$R_p = (r_0 + b) \left[\frac{p_0(1 - \sin \varphi) - c \cos \varphi + c_p \cot \varphi_p}{p_{ib} + c_p \cot \varphi_p} \right]^{\frac{1-\sin \varphi_p}{2\sin \varphi_p}} \quad (31)$$

3.2 基于锚固效应围岩应力分布规律

在地下空间中，锚杆作为支护主体对围岩稳定性控制仍是最有效的手段之一，为进一步分析锚固等效力对隧道围岩力学特性的影响，利用数值模拟和算例验证，相关的计算参数源于参考文献[23]，如表 1 所示。

表 1 分析参数

Table 1 Analytical parameters

| 原始参数 | | 开挖扰动参数 | | 支护参数 | |
|-------------------|-------|-------------|--------|----------------|---------|
| 参数 | 数值 | 参数 | 数值 | 参数 | 数值 |
| r_0/m | 2 | — | — | L_s/mm | 2400 |
| p_0/MPa | 2 | — | — | Q_s/kN | 80 |
| ν | 0.2 | — | — | $S_L * S_T/mm$ | 800*800 |
| σ_{ci}/MPa | 50 | GSI | 40 | d/mm | 22 |
| E/MPa | 5000 | E_m/MPa | 3976.4 | E_m^*/MPa | 4101.1 |
| c/MPa | 0.276 | c_p | 0.055 | c_p^* | 0.058 |
| $\varphi/(\circ)$ | 35 | φ_p | 30 | φ_p^* | 33.5 |

围岩开挖后弹性模量 E_m 根据参考文献[24]：

$$E_m = \sqrt{\frac{\sigma_c}{100}} 10^{\left(\frac{GSI-10}{40} \right)} \quad (32)$$

其中 GSI 为岩体地质强度指标，中国隧道多以 IV，V 级居多，因此本文 GSI 取值 40，可根据实际工程地质条件取对应参数，支护后的围岩参数可根据上文中锚固结构参数确定。

将上述相关参数代入 Fenner 公式中：

$$R_p = r_0 \left[\frac{p_0 + c \cot \varphi}{p_i + c \cot \varphi} (1 - \sin \varphi) \right]^{\frac{1-\sin \varphi}{2\sin \varphi}} \quad (33)$$

式 (33) 解得塑性区半径为 2.57 m，式 (31) 解得塑性区半径为 4.89 m。Fenner 解是将锚杆支护简化为均匀分布在隧道表面的支护强度，并没有考虑锚杆与围岩形成的结构作用，实际开挖过程中，隧道周边围岩产生塑性区后力学参数都将发生弱化并向深部扩展，而 Fenner 解中并没有考虑到塑性区岩体力学参数弱化，本文考虑了岩体开挖过程力学损伤行为，塑性区岩体力学参数大大降低，上文中锚固结构特性研究中发现围岩力学参数对围岩稳定性起着至关重要的作用，导致本文中解得隧道塑性区范围远大于 Fenner 解中塑性区范围。

根据表 1 的分析参数建立数值模型，模型计算时利用 fish 函数对模型中块体是否发生塑性破坏逐一检索，若该块体进入塑性状态则插入开挖扰动残余强度参数，图 7 为隧道开挖后采用锚杆支护后塑性区范围约为 4.71~4.92 m，图 8 中采用等效法，即锚固结构整体强度对围岩提供的径向应力，利用式 (7) 计算 p_{ib} 为 0.386 MPa，利用式 (13) 计算锚固厚度为 1.90m，则隧道半径等效为 3.90 m，此时塑性区范围为 4.63~4.94 m，理论值计算为 4.89 m。

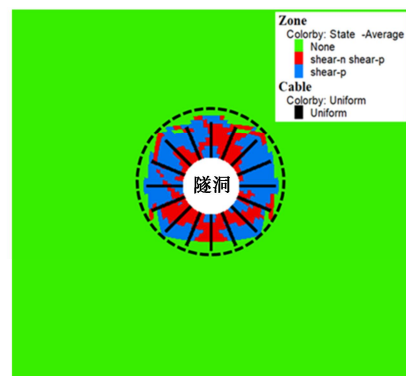


图 7 锚杆支护塑性区分布

Fig. 7 Distribution of plastic zone under bolt support

表 2 中理论计算值、数值模拟中锚杆实际支护、锚固结构等效后得到得塑性区范围都非常接近，Fenner 解中塑性区明显偏小。

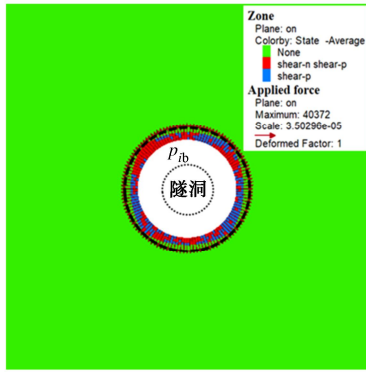


图 8 等效力支护塑性区分布

Fig. 8 Distribution of plastic zone under equal effective support

表 2 塑性区范围比较

Table 2 Comparison of plastic zones (m)

| Fenner 解 | 理论值 | 锚杆支护 | 等效力支护 |
|----------|------|-----------|-----------|
| 2.57 | 4.89 | 4.71~4.92 | 4.63~4.94 |

模拟隧道锚杆支护、锚固结构等效力支护并记录隧道周边应力分布并与理论解、Fenner 解相比较, 如图 9 所示。锚杆支护、锚固结构等效力支护、理论解三者中径向应力分布与大小基本吻合, 其中理论解最大切向应力为 3.31 MPa, 略大于锚杆支护最大切应力 2.89 MPa 和锚固结构等效支持最大切应力 2.97 MPa, 不过三者最大切应力的位置基本一致在塑性区边界处, 距隧道中心点约 5 m。Fenner 解中径向应力明显高于前三者, 最大切应力在距隧道中心点约 2.7 m 处为 3.52 MPa, Fenner 解未考虑塑性区围岩力学参数劣化, 高估隧道开挖后围岩条件, 所以切向应力更靠近洞周, 而且偏大。

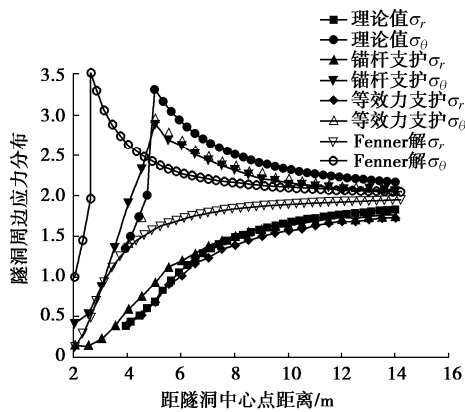


图 9 隧道围岩应力分布

Fig. 9 Stress distribution in surrounding rock of tunnel

隧道开挖未支护时, 最大主应力离隧道中心点距离约为 6.7 m, 且分布极不均匀, 如图 10 所示。锚杆支护后最大主应力约在离隧道中心点 4.5~5.3 m, 等效力支护后最大主应力离中心点约为 4.7~5.3 m, 锚杆支护和等效力支护后围岩最大主应力在洞周相互贯通基本呈均匀分布, 说明锚杆与围岩作用形成一定范围连续稳定锚固结构, 锚固结构外边界能够有效承受

围岩深部压力, 改善围岩应力分布状况, 最大主应力位置与最大切应力位置基本一致, 其中等效力支护最大主应力与理论计算中最大切应力基本相同约为 3.3 MPa, 如图 11, 12 所示。

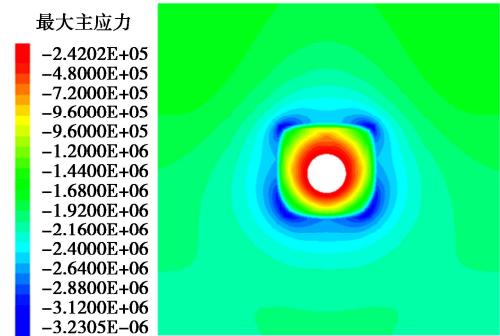


图 10 未支护围岩最大主应力分布

Fig. 10 Distribution of maximum principal stress of unsupported surrounding rock

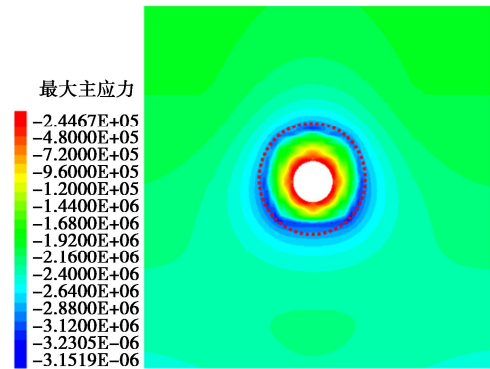


图 11 锚杆支护围岩最大主应力分布

Fig. 11 Distribution of maximum principal stress of surrounding rock supported by bolt

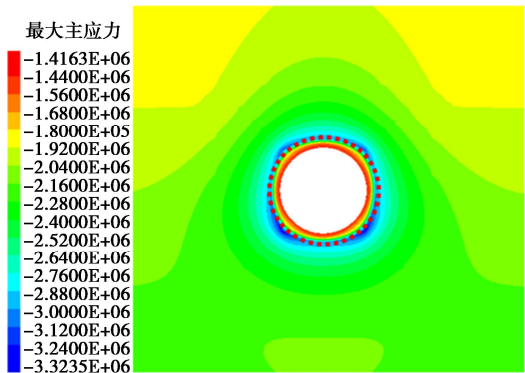


图 12 等效力支护围岩最大主应力分布

Fig. 12 Distribution of maximum principal stress in surrounding rock under equal effective support

3.3 基于锚固效应围岩变形分析

在轴对称条件下, 弹性区边界上位移 u_r ,

$$u_r = \frac{(p_o - \sigma_{R_p})R_p}{2G} \quad (34)$$

假设塑性区位移前与位移后体积保持不变, 不考虑塑性区扩容效应, 实线表示位移前体积, 虚线表示

位移后体积， u_r 表示隧道塑性区径向位移，如图 13 所示。

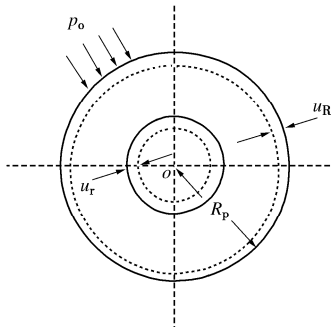


图 13 塑性区隧道位移计算简图

Fig. 13 Calculation of tunnel displacement in plastic zone

$$\pi(R_p^2 - r^2) = \pi[(R_p - u_r)^2 - (r - u_r)^2] \quad (35)$$

化简式 (35) 并略去高阶微量可得

$$u_r = \frac{R_p}{r} u_r \quad (36)$$

得到塑性区 ($r_0 + b \leq r \leq R_p$) 位移为

$$u_r = \frac{(1+\mu)}{E} \cdot \frac{R_p^2(p_0(1 - \sin \varphi) - c \cos \varphi)}{r} \quad (37)$$

弹性区 ($R_p \leq r \leq \infty$) 位移为

$$u_r = \frac{(1+\mu)p_0}{E} \cdot \frac{R_p^2}{r} \quad (38)$$

如图 14 所示，数值模拟中锚杆支护与等效力支护下隧道径向位移曲线基本重合，理论计算值中位移略微偏大，曲线趋势与前两者基本相同，有效的验证本文理论解析的合理性。

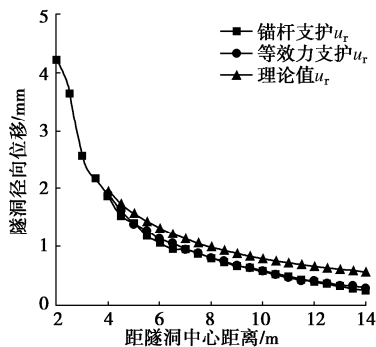


图 14 隧道径向位移比较

Fig. 14 Comparison of radial displacements in tunnels

4 结 论

(1) 锚杆不仅仅在隧道内表面提供环向支护力，同时与围岩相互耦合作用形成一定厚度的锚固结构，根据锚固承载效应得到锚固结构外边界对围岩所能提供的等效力。通过均匀化方法，确定结构承载强度各参数，并对其承载特性进行分析，力学参数对围岩稳

定性有着至关重要作用，改善围岩力学参数更有利于提高锚固结构的承载强度。

(2) 提出“支护力放大系数”和“锚固界限强度”概念，锚固结构对支护力具有放大作用，合理锚固厚度为洞径的 0.4~0.8 倍，结构强度（包括力学参数和结构尺寸）往往远大于锚杆支护强度，结构的形成更有利于隧道的稳定，通过改变锚杆长度和间排距增加锚固区范围是围岩控制最有效手段之一。

(3) 将锚固结构等效成支护力对隧道围岩力学分析，推导出开挖后隧道围岩应力分布、塑性区、径向位移解，通过数值模拟和算例将锚杆支护、等效力支护与理论分析结果加以比较，三者得到的结果基本相同，验证该分析方法的合理性，因此在实际的锚杆支护设计中应当考虑锚固结构的作用。

(4) 本文主要以锚杆与围岩作用形成锚固结构进行围岩稳定性分析，而在隧道往往伴随着注浆、小导管、管棚等多种支护形式，在隧道围岩中能够形成一定厚度的锚固结构均可参考本文方法进行围岩稳定性分析及支护设计。

参考文献:

- [1] FREEMAN T J. The behaviour of fully-bonded rock bolts in the Kielder experimental tunnel[J]. Tunnels and Tunnelling, 1978, 10(5): 37 - 40.
- [2] CHEN Y. Experimental study and stress analysis of rock bolt anchorage performance[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2014, 6(5): 428 - 437.
- [3] 赵东平, 王卢伟, 喻 渝, 等. 隧道系统锚杆研究现状与发展方向[J]. 土木工程学报, 2020, 53(8): 116 - 128. (ZHAO Dong-ping, WANG Lu-wei, YU Yu, et al. Research status and development direction of tunnel system bolt[J]. China Civil Engineering Journal, 2020, 53(8): 116 - 128. (in Chinese))
- [4] LUNARDI P. Fibre-glass tubes to stabilise the face of tunnels in difficult cohesive soils[J]. Mater Eng, 1995, 6: 107 - 165.
- [5] 姚强岭, 王伟男, 孟国胜, 等. 树脂锚杆不同锚固长度锚固段受力特征试验研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2019, 36(4): 643 - 649. (YAO Qiang-ling, WANG Wei-nan, MENG Guo-sheng, et al. Experimental study on mechanical characteristics of resin bolt anchoring section with different anchorage lengths[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2019, 36(4): 643 - 649. (in Chinese))
- [6] 刘建庄, 张 农, 韩昌良. 弹性拉拔中锚杆轴力和剪力分布力学计算[J]. 中国矿业大学学报, 2012, 41(3): 344 - 348. (LIU Jian-zhuang, ZHANG Nong, HAN Chang-liang. Elastic stress distributions: axial and shear stress distributions in an

- anchor bolt during a pullout test[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2012, **41**(3): 344 - 348. (in Chinese))
- [7] 郭震山, 郑俊杰, 崔 岚, 等. 聚酯锚杆与传统锚杆的力学性能及支护效果比较分析[J]. *岩土工程学报*, 2015, **37**(增刊 1): 202 - 206. (GUO Zhen-shan, ZHENG Jun-jie, CUI Lan, et al. Comparative analysis of mechanical properties and support effects of polyester bolt and traditional steel bolt[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, **37**(S1): 202 - 206. (in Chinese))
- [8] 吴学震, 王 刚, 蒋宇静, 等. 拉压耦合大变形锚杆作用机理及其试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2015, **37**(1): 139 - 147. (WU Xue-zhen, WANG Gang, JIANG Yu-jing, et al. Mechanism of CTC-yield bolts and its experimental research[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, **37**(1): 139 - 147. (in Chinese))
- [9] 姚显春, 李 宁, 陈蕴生. 隧洞中全长黏结式锚杆的受力分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, **24**(13): 2272 - 2276. (YAO Xian-chun, LI Ning, CHEN Yun-sheng. Theoretical solution for shear stresses on interface of fully grouted bolt in tunnels[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, **24**(13): 2272 - 2276. (in Chinese))
- [10] 方 勇, 何 川. 全长黏结式锚杆与隧道围岩相互作用研究[J]. *工程力学*, 2007, **24**(6): 111 - 116. (FANG Yong, HE Chuan. Study on the interaction of whole bonded rock bolt and tunnel surrounding rock[J]. *Engineering Mechanics*, 2007, **24**(6): 111 - 116. (in Chinese))
- [11] CAI Y, ESAKI T, JIANG Y J. An analytical model to predict axial load in grouted rock bolt for soft rock tunnelling[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2004, **19**(6): 607 - 618.
- [12] 徐金海, 石炳华, 王云海. 锚固体强度与组合拱承载能力的研究与应用[J]. *中国矿业大学学报*, 1999, **28**(5): 482 - 485. (XU Jin-hai, SHI Bing-hua, WANG Yun-hai. Research on strength of reinforced unit and bearing capability of broken rock arch and its application[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 1999, **28**(5): 482 - 485. (in Chinese))
- [13] 余伟健, 高 谦, 朱川曲. 深部软弱围岩叠加拱承载体强度理论及应用研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2010, **29**(10): 2134 - 2142. (YU Wei-jian, GAO Qian, ZHU Chuan-qu. Study of strength theory and application of overlap arch bearing body for deep soft surrounding rock[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, **29**(10): 2134 - 2142. (in Chinese))
- [14] 文竞舟, 杨春雷, 粟海涛, 等. 软弱破碎围岩隧道锚喷钢架联合支护的复合拱理论及应用研究[J]. *土木工程学报*, 2015, **48**(5): 115 - 122. (WEN Jing-zhou, YANG Chun-lei, SU Hai-tao, et al. Theoretical analysis and application of composite arch for bolt-shotcrete steel frame supported tunnel in weak and fractured rock mass[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2015, **48**(5): 115 - 122. (in Chinese))
- [15] ANAGNOSTOU G. The contribution of horizontal arching to tunnel face stability[J]. *Geotechnik*, 2012, **35**(1): 34 - 44.
- [16] ANAGNOSTOU G, SERAFEIMIDIS K. The dimensioning of tunnel face reinforcement[C]//*Proceedings of ITA World Tunnel Congress 2007 "Underground space - The 4th Dimension of Metropolises"*. 2007. Prague.
- [17] ANAGNOSTOU G, PERAZZELLI P. Analysis method and design charts for bolt reinforcement of the tunnel face in cohesive-frictional soils[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2015, **47**: 162 - 181.
- [18] WINDSOR C R. Rock reinforcement systems[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, **34**(6): 919 - 951.
- [19] 吴学震, 蒋宇静, 王 刚, 等. 大变形锚杆支护效应分析[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(2): 245 - 252. (WU Xue-zhen, JIANG Yu-jing, WANG Gang, et al. Reinforcement effect of yielding bolts[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(2): 245 - 252. (in Chinese))
- [20] BOBET A, EINSTEIN H H. Tunnel reinforcement with rockbolts[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2011, **26**(1): 100 - 123.
- [21] INDRARATNA B, KAISER P K. Analytical model for the design of grouted rock bolts[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1990, **14**(4): 227 - 251.
- [22] 张益东. 锚固复合承载体承载特性研究及在巷道锚杆支护设计中的应用[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2013. (ZHANG Yi-dong. Study on Bearing Characteristic of Composite Bolt-Rock Bearing Structure and Its Application in Roadway Bolting Design[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2013. (in Chinese))
- [23] PARK K H, KIM Y J. Analytical solution for a circular opening in an elastic-brittle-plastic rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2006, **43**(4): 616 - 622.
- [24] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, **34**(8): 1165 - 1186.