

DOI: 10.11779/CJGE20220548

# 基于动态强度折减-改进矢量和法的边坡稳定性分析

王思源<sup>1</sup>, 童小东<sup>\*1,2</sup>

(1. 东南大学土木工程学院, 江苏南京 211189; 2. 东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室, 江苏南京 211189)

**摘要:** 在边坡稳定性分析中, 极限平衡法与矢量和法均假定边坡失稳是由剪切破坏造成的, 因此难以正确求解坡体上部存在拉裂区这类复杂边坡的安全系数, 应用整体强度折减法虽能求得前述复杂边坡的安全系数, 却难以搜索得到包含坡体上部拉裂区的完整滑动面。针对上述问题, 采用动态强度折减法来搜索边坡滑动面, 并提出了可兼顾边坡张拉破坏与剪切破坏的改进矢量和法, 从而可更好地求解边坡稳定性问题。算例表明, 应用所提出的方法不仅能搜索得到完整的边坡滑动面, 而且求得的安全系数与整体强度折减法基本相同。所提出的方法适用于土质、岩质以及土岩组合等各类型边坡的稳定性分析, 且受主滑方向、网格尺寸、模型尺寸的影响较小, 有助于推动边坡稳定性分析方法的进一步完善。

**关键词:** 边坡稳定性; 张拉破坏; 动态强度折减法; 改进矢量和法

中图分类号: TU435 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)07-1384-09

作者简介: 王思源(1998—), 男, 硕士研究生, 主要从事岩土工程数值模拟方面的研究工作。E-mail: wsysseuswjt@163.com。

## Stability analysis of slopes based on dynamic strength reduction-improved vector sum method

WANG Siyuan<sup>1</sup>, TONG Xiaodong<sup>1, 2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China; 2. Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structures, Ministry of Education (Southeast University), Nanjing 211189, China)

**Abstract:** In the slope stability analysis, both the limit equilibrium method and the vector sum method assume that the slope instability is caused by shear failure, accordingly, it is difficult to correctly solve the safety factor of the complex slope with tensile failure at the upper part, while the global strength reduction method can obtain the safety factor, it is difficult to search for the complete sliding surface containing the tensile failure zone in the upper part of the slope. In view of the above problems, the dynamic strength reduction method is adopted to search for the sliding surface of slope, and an improved vector sum method which can take into account the tension failure and shear failure is proposed, so that the slope stability problem can be solved better. The results of three cases show that the dynamic strength reduction method can completely reflect the sliding surface of slopes, and the safety factor obtained by the improved vector sum method is basically the same as that by the global strength reduction method. The proposed method is applicable to the stability analysis of various types of slopes, such as soil, rock and soil-rock combinations, and is less affected by the main sliding direction, mesh size and model size, which helps to promote the further improvement of slope stability analysis methods.

**Key words:** slope stability; tensile failure; dynamic strength reduction method; improved vector sum method

## 0 引言

对边坡稳定性分析而言, 目前常用的定量分析方法主要包括极限平衡法与数值分析法。其中, 极限平衡法经过长时间的发展已趋于成熟, 但这一方法需要基于确定的滑动面求解安全系数, 并且在计算过程中无法考虑坡体的应力-应变关系, 因此其应用受到限制。

20世纪70年代后, 数值分析法得到了飞速发展,

Zienkiewicz于1975年最早提出了强度折减法(strength reduction method, SRM), 通过逐渐折减岩土体强度直至边坡失去稳定, 从而获得边坡的强度贮备安全系数。由于强度折减法具有无需事先假定滑动面的优点, 从而在各类边坡工程<sup>[1-3]</sup>的稳定性分析中得

基金项目: 国家自然科学基金项目(51078082)

收稿日期: 2022-05-03

\*通信作者(E-mail: tongxiaodong88@163.com)

到了广泛运用。但该方法也存在一些问题, 诸如对边坡失稳的判据尚无明确规定<sup>[4]</sup>, 对岩土体进行整体强度折减与边坡渐进破坏的实际情况不符<sup>[5]</sup>, 在特定情况下难以得到边坡完整的滑动面<sup>[6]</sup>等。为了反映边坡渐进破坏的特征, 陈国庆等<sup>[5-6]</sup>提出了动态强度折减法 (dynamic strength reduction method, DSRM), 通过引入屈服接近度 (yield approach index, YAI) 的概念, 将其作为边坡中单元体破损与否的判别指标, 然后在计算过程中不断折减破损单元的岩土体的强度指标以反映边坡渐进破坏的特征, 从而得到与实际情况更为接近的滑动面; 侯世伟等<sup>[7]</sup>在此基础上进行了改进, 根据破损单元的破损程度赋予其不同的折减系数, 解决了折减区与非折减区塑性应变差值过大的问题; 王述红等<sup>[8]</sup>提出动态强度折减 DDA 法, 能够有效分析岩质边坡的多级滑动面。动态强度折减法在滑动面搜索方面具有显著的优越性, 但其折减系数只能反映岩土体强度指标折减的程度, 无法利用其求得边坡的安全系数。

矢量和法属于滑动面应力法, 由葛修润<sup>[9]</sup>提出, 考虑了边坡滑动与力的矢量特征, 其安全系数的定义为边坡潜在滑动面上的极限抗滑力合力与滑动力合力在主滑方向上的投影之比, 将滑动面划分为  $n$  个微段, 计算公式如下:

$$K = \left\{ \sum_{i=1}^n [(c_i + \sigma_{ni} \tan \varphi_i) \cos(\theta - \alpha_i) + \sigma_{ni} \sin(\theta - \alpha_i)] \Delta l_i \right\} / \left\{ \sum_{i=1}^n [\tau_{ni} \cos(\theta - \alpha_i) + \sigma_{ni} \sin(\theta - \alpha_i)] \Delta l_i \right\} \quad (1)$$

式中:  $K$  为安全系数;  $n$  为滑动面微段个数;  $c_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $\alpha_i$  分别为第  $i$  个滑动面微段的黏聚力、内摩擦角与滑动面倾角;  $\sigma_{ni}$ ,  $\tau_{ni}$ ,  $\Delta l_i$  分别为第  $i$  个滑动面微段的法向应力、切向应力与滑动面长度;  $\theta$  为主滑方向, 当单元体张拉破坏时, 葛修润<sup>[9]</sup>建议将式中对应的  $\sigma_{ni}$  取为 0。根据式 (1) 可知, 传统矢量和法按剪切破坏模式计算边坡安全系数, 未考虑岩土体的抗拉强度, 并且在计算极限抗滑力与滑动力时将滑动面微段两侧的法向力也考虑在内, 因此这一方法对复杂岩质边坡的计算结果可能与实际情况存在较大差异<sup>[10]</sup>。目前, 已有学者对传统矢量和法进行了完善, 王伟等<sup>[11]</sup>在计算中考虑了边坡张拉破坏对抗滑力、滑动力及主滑方向的影响, 但仍未注意到传统矢量和法安全系数计算公式中极限抗滑力与滑动力取值存在的问题; 张海涛等<sup>[12]</sup>指出式 (1) 中的法向力投影可能导致安全系数的计算

结果为负值。但以上研究仍未就复杂岩质边坡 (特别对于含有反倾软弱结构面的情况) 的计算进行讨论。

为此, 本文以动态强度折减法作为滑动面搜索的手段, 并通过对传统矢量和法进行改进, 从而求解边坡安全系数。多个算例的结果表明, 本文方法不仅能够求得土质边坡的安全系数, 并且在对含反倾软弱结构面的复杂岩质边坡进行稳定性分析时, 显示出更为良好的适用性。

## 1 边坡稳定性分析方法

### 1.1 基于动态强度折减法的滑动面搜索方法

边坡破坏过程具有显著的渐进特征, 破损区首先出现于边坡薄弱位置 (如软弱夹层、坡脚等), 之后逐渐扩展直至边坡整体失稳。动态强度折减法可对这一渐进过程进行模拟, 首先通过数值计算获取边坡初始状态并确定破损区, 折减破损单元的岩土体强度指标并作为下一轮数值计算的输入值, 如此反复直至边坡失稳。

破损单元的岩土体强度指标折减公式如下:

$$\left. \begin{aligned} c' &= c / K_r, \\ \varphi' &= \arctan[\tan(\varphi) / K_r] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $c$  为岩土体初始黏聚力;  $\varphi$  为岩土体初始内摩擦角;  $K_r$  为折减系数;  $c'$  为岩土体折减后黏聚力;  $\varphi'$  为岩土体折减后内摩擦角。

根据前人的研究, 岩土体材料在达到峰值应力前即出现损伤<sup>[13]</sup>, 因此, 本文选取屈服接近度 YAI 作为岩土体单元破损与否的判定指标。屈服接近度的定义为: 应力空间中一点沿最不利应力路径到屈服面的距离与相应最稳定参考点在相同洛德角方向沿最不利应力路径到屈服面的距离之比<sup>[14]</sup>, Mohr-Coulomb 屈服准则对应的 YAI 计算公式如下:

$$YAI = \left[ 1/3 \mathbf{I}_1 \sin \varphi + (\cos \theta_\sigma - 1/\sqrt{3} \sin \theta_\sigma \sin \varphi) \cdot \sqrt{\mathbf{J}_2 - c \cos \varphi} \right] / (1/3 \mathbf{I}_1 \sin \varphi - c \cos \varphi), \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad (4)$$

$$\mathbf{J}_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2], \quad (5)$$

$$\theta_\sigma = \arctan \left[ \frac{1}{3} \frac{2(\sigma_2 - \sigma_3)}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 \right]. \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{I}_1$  为应力张量的第一不变量;  $\mathbf{J}_2$  为偏应力张量的第二不变量;  $\theta_\sigma$  为应力洛德角;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  分别为大主应力、中主应力与小主应力。

分析图 1 (a) 可知,  $YAI = SS'HH'$ , 因此其值域为  $[0, 1]$ , 当  $YAI = 0$  时, 表示该应力状态下的单元屈服, 当  $YAI = 1$  时, 表示该应力状态下的单元处于静

水压力状态, 即最安全状态。此外, 对于需要考虑张拉破坏的情况, 分析图 1 (b) 可知, 由于圆 A (注: 其圆心为 A 点, 后文同) 与剪切破坏包络线和张拉破坏包络线同时相切, 当一点应力状态的莫尔圆圆心位于 A 点左侧时 (比如图中圆 B), 其发生张拉破坏; 当圆心位于 A 点右侧时 (比如图中圆 C), 其发生剪切破坏。张拉破坏条件下对应的 YAI 计算公式为

$$\left. \begin{aligned} YAI &= \frac{\sigma_t - \sigma_3}{\sigma_t - \sigma_A} \quad \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} < \sigma_A \\ \sigma_A &= \frac{\sigma_t(2 - \sin \varphi) - 2c \cos \varphi}{2(1 - \sin \varphi)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中,  $\sigma_t$  为岩土体抗拉强度。

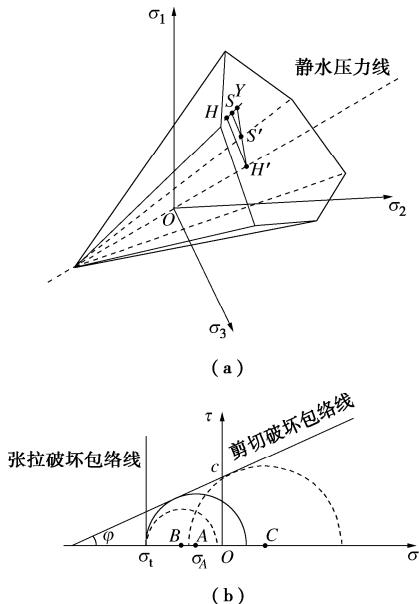


图 1 屈服接近度求解示意图

Fig. 1 Schematic diagram of yield approach index

不同类型的岩土体材料出现损伤的应力水平多集中于峰值强度的  $0.7 \sim 0.9^{[13]}$ , 即岩土体材料在  $S'H'/YH=0.7 \sim 0.9$  时出现损伤, 此时  $YAI=0.1 \sim 0.3$ , 本文取  $YAI \leq 0.2$  作为单元破损的判定标准。

通过在边坡模型内部水平方向上布置一系列垂线, 提取垂线上应变增量大于某一定值的单元坐标, 进行曲线拟合, 即可得到边坡的潜在滑动面函数, 并据之确定滑动面。值得注意的是, 由于本文使用动态强度折减法的目的在于搜索滑动面, 因此只需计算至不收敛即可。动态强度折减法搜索滑动面流程如图 2 所示。

## 1.2 改进矢量和法的边坡主滑方向计算公式

目前, 边坡的主滑方向一般从以下 6 个方向选取: 极限抗滑力方向、滑动力方向、滑入点指向滑出点方向<sup>[15]</sup>、根据最小势能原理确定的主滑方向<sup>[16]</sup>、极限抗滑力与滑动力合力方向<sup>[17]</sup>、根据不平衡力做功确定的主滑方向<sup>[18]</sup>。

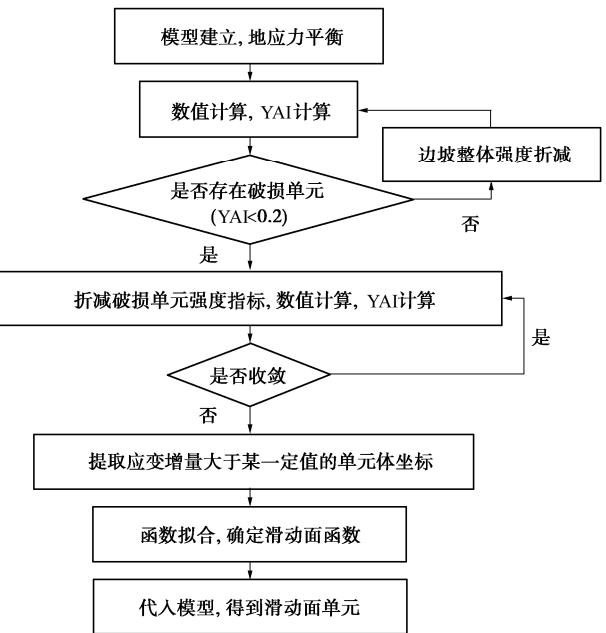


图 2 动态强度折减法搜索滑动面流程图

Fig. 2 Flow chart of sliding surface search by dynamic strength reduction method

这 6 个方向中, 以极限抗滑力方向、滑动力方向和滑入点指向滑出点方向最为常用, 因此, 本文主要对以上 3 种方法进行分析讨论。首先给出含拉裂区边坡主滑方向的确定公式。

如图 3 所示,  $ABCD$  为边坡潜在滑动面, 其中  $AB$  为由软弱结构面导致的反倾拉裂区,  $BC$  为顺倾拉裂区,  $CD$  为剪裂区,  $\tau_n$  为滑坡体一侧滑动面上的切向应力,  $\sigma_n$  为滑坡体一侧滑动面上的法向应力,  $T$  为作用于滑坡体一侧滑动面上的切向合力,  $P$  为作用于滑坡体一侧滑动面上的法向合力,  $\tau'_n$  为滑坡床一侧滑动面上的切向应力,  $\sigma'_n$  为滑坡床一侧滑动面上的法向应力,  $S$  为作用于滑坡床一侧滑动面上的切向合力,  $Q$  为作用于滑坡床一侧滑动面上的法向合力,  $\alpha$  为滑动面微段与  $x$  轴正方向夹角 (逆时针为正, 顺时针为负, 且反倾段滑动面微段倾角定义为负),  $l$  为滑动面微段长度,  $i$  为拉裂区滑动面微段标号 (下标 1, 2 分别表示反倾拉裂区与顺倾拉裂区),  $j$  为剪裂区滑动面微段标号, 拉裂区共计  $n_1+n_2$  个微段, 剪裂区共计  $n_3$  个微段。

对于  $ABC$  段, 单元体的破坏受抗拉强度控制, 各单元体的滑动力与极限抗滑力分别为

$$P_i = \sigma_{ni} l_i, \quad (8)$$

$$Q_i = \sigma_{ti} l_i. \quad (9)$$

式中:  $\sigma_{ti}$  为标号为  $i$  的拉裂区微段的抗拉强度;  $P_i$ ,  $Q_i$ ,  $l_i$  分别表示此微段的滑动力、极限抗滑力与滑动面长度。

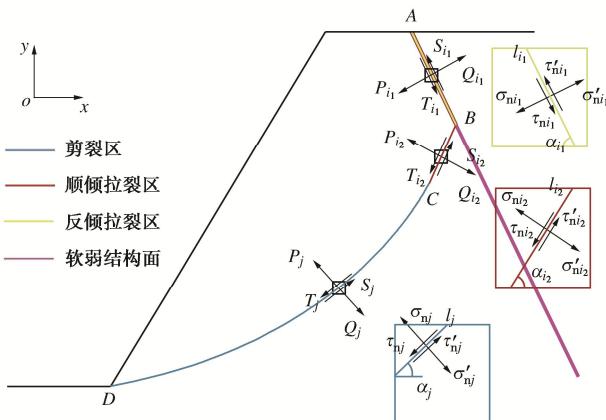


图3 滑动面受力分析

Fig. 3 Stress analysis diagram of sliding surface

对于CD段, 单元体破坏受抗剪强度控制, 各单元体的滑动力与极限抗滑力分别为

$$T_j = \tau_{nj} l_j, \quad (10)$$

$$S_j = (\sigma_{nj} \tan \varphi_j + c_j) l_j. \quad (11)$$

式中,  $T_j$ ,  $S_j$ ,  $l_j$ 分别为标号为  $j$  的剪裂区微段的滑动力、极限抗滑力与滑动面长度。

值得注意的是, 对坡体的初始应力状态为三向受压, 且岩土体抗拉强度较低的边坡, 当采用本文方法对边坡失稳时的滑动面进行判定时, 发现部分滑动面所处区域单元体的破坏形式为拉裂破坏而非剪切破坏, 在这种情况下, 对拉裂区应采用单元体的抗拉强度而非抗剪强度计算极限抗滑力, 并不应计入拉裂区单元体压应力对安全系数的影响。

因此, 确定边坡主滑方向的相关公式如下:

(1) 极限抗滑力方向

$$\begin{aligned} \tan \theta = & \left[ \sum_{i_1=1}^{n_1} \sigma_{ui_1} l_{i_1} \cos \alpha_{i_1} - \sum_{i_2=1}^{n_2} \sigma_{ui_2} l_{i_2} \cos \alpha_{i_2} + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^{n_3} (\sigma_{nj} \tan \varphi_j + c_j) l_j \sin \alpha_j \right] / \\ & \left[ - \sum_{i_1=1}^{n_1} \sigma_{ui_1} l_{i_1} \sin \alpha_{i_1} + \sum_{i_2=1}^{n_2} \sigma_{ui_2} l_{i_2} \sin \alpha_{i_2} + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^{n_3} (\sigma_{nj} \tan \varphi_j + c_j) l_j \cos \alpha_j \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

(2) 滑动力方向

$$\begin{aligned} \tan \theta = & \left( \sum_{i_1=1}^{n_1} \sigma_{ni_1} l_{i_1} \cos \alpha_{i_1} - \sum_{i_2=1}^{n_2} \sigma_{ni_2} l_{i_2} \cos \alpha_{i_2} + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^{n_3} \tau_{nj} l_j \sin \alpha_j \right) / \left( - \sum_{i_1=1}^{n_1} \sigma_{ni_1} l_{i_1} \sin \alpha_{i_1} + \right. \\ & \left. \sum_{i_2=1}^{n_2} \sigma_{ni_2} l_{i_2} \sin \alpha_{i_2} + \sum_{j=1}^{n_3} \tau_{nj} l_j \cos \alpha_j \right). \quad (13) \end{aligned}$$

(3) 滑入点指向滑出点方向

$$\tan \theta = (A_y - D_y) / (A_x - D_x). \quad (14)$$

式中,  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $D_x$ ,  $D_y$ 分别为  $A$ ,  $D$  点的横坐标与纵坐标。

需要说明的是, 当边坡滑动面不存在拉裂区时, 式(12), (13)退化为文献[15]中确定主滑方向的公式。

### 1.3 改进矢量和法的边坡安全系数计算公式

针对前述传统矢量和法存在的问题, 本文提出了可兼顾单元体的张拉与剪切两种破坏模式的改进方法。

当边坡整体达到极限平衡状态时, 滑动面各点具有相同的安全系数  $K$ , 综合式(8)~(11), 考虑力的方向性可得, 边坡滑动力矢量与极限抗滑力矢量在主滑方向  $\theta$  上的投影分别为

$$\text{Sliding} = \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sigma_{ni} l_i \sin(|\alpha_i - \theta|) + \sum_{j=1}^{n_3} \tau_{nj} l_j \cos(\alpha_j - \theta), \quad (15)$$

$$\text{AntiSliding} = \frac{1}{K} \left[ \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sigma_{ui} l_i \sin(|\alpha_i - \theta|) + \sum_{j=1}^{n_3} (\sigma_{nj} \tan \varphi_j + c_j) l_j \cos(\alpha_j - \theta) \right]. \quad (16)$$

则边坡的安全系数为

$$K = \left[ \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sigma_{ui} l_i \sin(|\alpha_i - \theta|) + \sum_{j=1}^{n_3} (\sigma_{nj} \tan \varphi_j + c_j) l_j \cos(\alpha_j - \theta) \right] / \left[ \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sigma_{ni} l_i \sin(|\alpha_i - \theta|) + \sum_{j=1}^{n_3} \tau_{nj} l_j \cos(\alpha_j - \theta) \right]. \quad (17)$$

当滑动面无拉裂区时, 式(17)退化为文献[12]中安全系数的表达式。

### 1.4 边坡稳定性分析步骤

根据以上讨论, 可得到基于动态强度折减法与改进矢量和法的边坡稳定性分析步骤如下: ①使用动态强度折减法得到边坡潜在滑动面, 并判别拉裂区与剪裂区; ②恢复边坡应力状态至初始状态; ③提取滑动面位置处单元体的应力状态, 并计算各单元体截取的滑动面微段长度、倾角以及滑面上的应力; ④使用1.2节所述方法确定边坡主滑方向; ⑤使用1.3节所述方法计算极限抗滑力与滑动力在边坡主滑方向上的投影, 得出安全系数。

计算程序使用 FLAC<sup>3D</sup>内置 Fish 语言编写。

## 2 算例

为验证本文方法的合理性, 并探讨主滑方向对安全系数的影响, 选取均质土坡、非均质土坡与岩质边

坡 3 种边坡分别进行计算, 将计算结果与 Morgenstern-Price 法(极限平衡法)、整体强度折减法、传统矢量和法、应力代数和法进行对比验证(注: 应力代数和法为各滑动面微段极限抗滑力代数和与滑动力代数和的比值, 可理解为考虑岩土体变形参数的极限平衡法)。

## 2.1 土质边坡

### (1) 计算模型

均质土坡尺寸及其网格划分如图 4(a)所示, 土体物理力学指标见表 1, 单元体个数共 850 个; 非均质土坡尺寸及其网格划分如图 4(b)所示, 土体物理力学指标见表 1, 单元体个数共 5730 个。两种土坡土体的本构模型均选取理想弹塑性模型, 屈服准则为 Mohr-Coulomb 屈服准则, 边界条件为固定坡底并限制左右两侧水平位移。

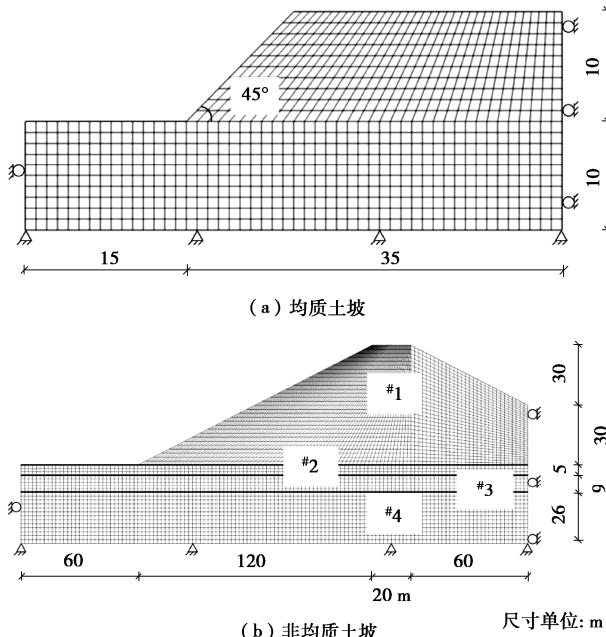


图 4 土质边坡计算模型

Fig. 4 Calculation models of soil slopes

表 1 土质边坡土体物理力学指标的取值

Table 1 Physico-mechanical indices of soil slopes

土体	黏聚力/ kPa	内摩擦角/ (°)	重度/ (kN·m <sup>-3</sup> )
均质土坡	20.00	20.0	20.00
#1 土层	49.00	29.0	20.38
非均质土 坡	#2 土层 #3 土层 #4 土层	0 7.84 0	17.64 20.38 17.64

### (2) 计算结果

分别使用 GeoStudio 软件中的 Morgenstern-Price 法、FLAC<sup>3D</sup> 内置的整体强度折减法以及基于动态强度折减的自编程序搜索得到土坡潜在滑动面位置见图 5, 不同方法的计算结果见表 2。

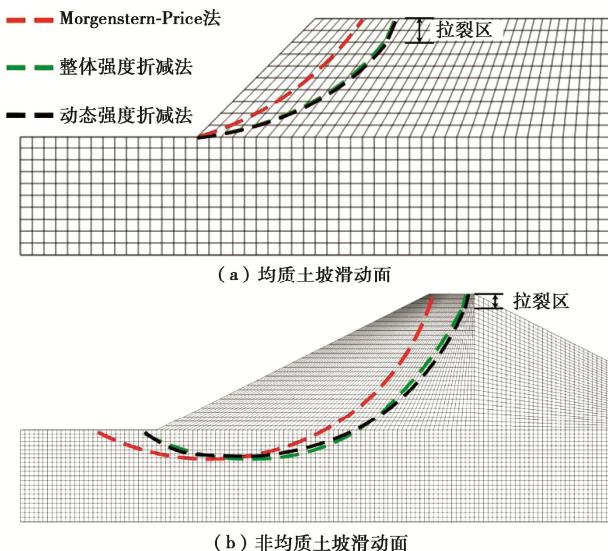


图 5 土质边坡滑动面

Fig. 5 Sliding surfaces of soil slopes

表 2 土质边坡计算结果对比

Table 2 Comparison of calculated results of soil slopes

计算 方法	均质土坡		非均质土坡	
	安全 系数	相对误 差/%	安全 系数	相对误 差/%
整体强度折减法	1.293	—	1.363	—
Morgenstern-Price	1.271	-1.70	1.440	+5.65
本文方法(1)	1.277	-1.24	1.410	+3.45
本文方法(2)	1.275	-1.39	1.410	+3.45
本文方法(3)	1.278	-1.16	1.410	+3.45
传统矢量和法(1)	1.291	-0.15	1.234	-9.46
传统矢量和法(2)	1.284	-0.70	1.234	-9.46
传统矢量和法(3)	1.293	0	1.233	-9.54
应力代数和法	1.275	-1.39	1.412	+3.60

注: 本表以整体强度折减法的计算结果为基准进行比较; (1)、(2)、(3) 分别表示以极限抗滑力方向、滑动力方向、滑入点指向滑出点方向作为边坡的主滑方向(其中, 均质土坡主滑方向与水平方向的夹角分别为 28.21°, 26.13°, 29.25°; 非均质土坡主滑方向与水平方向的夹角分别为 24.98°, 25.10°, 21.41°)。

由图 5 可知, 对于均质与非均质土坡而言, 由动态强度折减法与整体强度折减法得到的滑动面基本相同, 而与由 Morgenstern-Price 法得到的滑动面存在一定差异, 原因可能与 Morgenstern-Price 法未考虑岩土体的变形指标而仅考虑其强度指标对滑动面的影响有关。此外, 根据动态强度折减法反映的边坡渐进破坏过程可知, 前述两种土坡失稳皆属于牵引式滑坡, 即坡脚处首先发生破坏, 滑坡自下而上发展, 规模不断扩大。

由表 2 可知: ①对均质土坡, 由不同方法得到的安全系数基本相同; 对非均质土坡, 本文方法与 Morgenstern-Price 法、应力代数和法得到的安全系数差异不大, 比整体强度折减法的安全系数大 3.45%,

其原因在于整体强度折减法的计算结果对所选取网格尺寸的大小更为敏感, 因在本例中所选取的网格尺寸偏小, 从而导致了整体强度折减法的安全系数偏小。②无论对均质土坡还是非均质土坡, 由传统矢量和法得到的安全系数均小于整体强度折减法, 产生这种情况的原因在于, 传统矢量和法将滑动面微段法向应力在主滑方向上的投影均计入极限抗滑力与滑动力, 对分子和分母同时增加相同的数值, 得到的结果必然更趋近于1<sup>[10]</sup>。③对比不同主滑方向的计算结果可知, 无论采用本文方法还是传统矢量和法, 改变主滑方向均不会对安全系数的计算结果产生显著影响。

综上所述, 传统矢量和法适用于边坡安全系数接近1的情况, 当边坡的安全度较高时, 应用其得到的安全系数一般小于整体强度折减法的计算结果。应用本文方法与整体强度折减法、Morgenstern-Price法和应力代数和法得到的安全系数基本相同, 说明这些方法均可用于各类土质边坡稳定性问题的求解。

## 2.2 岩质边坡

为验证本文方法在岩质边坡中的适用性, 选取文献[6]中四川某水电站右岸边坡, 该边坡地形陡峻, 坡角为40°~60°, 坡体主要由高强度岩体组成, 坡内发育有控制性断层f231与深部卸荷裂隙, 且边坡内部有β5、γL5、γL6三组岩脉侵入, 极易沿断层、卸荷裂隙及岩脉方向失稳。

### (1) 计算模型

岩质边坡计算模型如图6所示, 模型长478 m, 高470 m, 共含单元体50695个, 边界条件为固定坡底并限制左右两侧位移, 岩土体物理力学指标见表3, 取3种岩脉的力学指标与岩体IV相同。

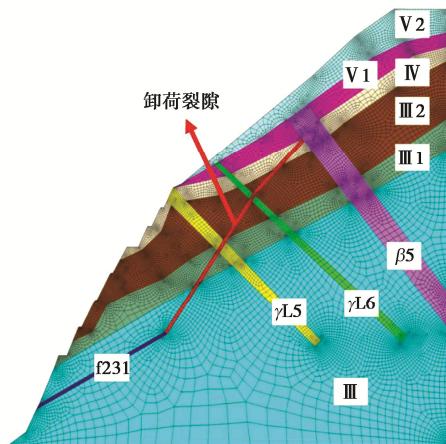


图6 岩质边坡计算模型

Fig. 6 Calculation model of rock slope

### (2) 计算结果

使用与土质边坡相同的手段搜索得到岩质边坡潜在滑动面位置, 如图7所示。表4列出了采用不同方

表3 岩质边坡岩土体物理力学指标  
Table 3 Physico-mechanical indices of rock slope

介质	弹性模量/GPa	泊松比	黏聚力/MPa	内摩擦角/(°)	天然重度/(kN·m⁻³)	抗拉强度/MPa
f231	2.0	0.28	0.9	22.8	25.8	0
卸荷裂隙	2.0	0.28	2.0	36.0	26.2	0
V2	2.0	0.27	1.8	21.8	22.1	0
V1	4.0	0.27	2.0	26.5	24.5	1.00
IV	6.0	0.26	7.0	38.6	25.8	3.35
III2	7.5	0.23	17.5	51.3	26.2	6.00
III1	8.0	0.24	15.0	50.2	26.2	5.50
III	9.0	0.22	20.0	52.5	26.5	7.00

法计算得到的安全系数。

由图7可知, 岩质边坡滑坡体为由断层、卸荷裂隙、岩脉切割形成的不稳定块体, 由Morgenstern-Price法搜索得到的滑动面未体现出与断层和卸荷裂隙等结构面分布的相关性, 这是由于商业软件的搜索方法往往局限于滑动面为圆弧形或简单折线形的假设, 难以处理因节理裂隙、断层、岩脉等软弱结构面的存在而造成的复杂滑动面。动态强度折减法和整体强度折减法能够体现出这种相关性。观察动态强度折减法搜索得到的滑动面可知, 边坡主要沿断层及卸荷裂隙滑动, 在靠近坡顶的位置, 边坡沿β5岩脉边缘形成一道反倾的拉裂缝, 并在坡表V2土体内产生一道竖向的拉裂缝与其贯通。此外, 在坡脚至坡体中段, 由整体强度折减法与动态强度折减法得到的滑动面基本重合, 但在接近坡顶位置, 由整体强度折减法无法搜索得到滑动面, 而应用动态强度折减法则可以得到完整的滑动面。由前述两种方法得到的边坡失稳时的塑性区如图8所示。由图8可知, 在边坡中部也存在一定的张拉破坏区, 其成因应与陡张型卸荷裂隙产生的原因相同<sup>[19]</sup>: 随着边坡岩土体强度指标的折减, 滑坡体剪出位置单元体首先破坏并沿断层f231向上发展, 断层上部岩土体沿断层滑移, 使得卸荷裂隙受牵引张开, 这也反映出此边坡的失稳属于牵引式滑坡。

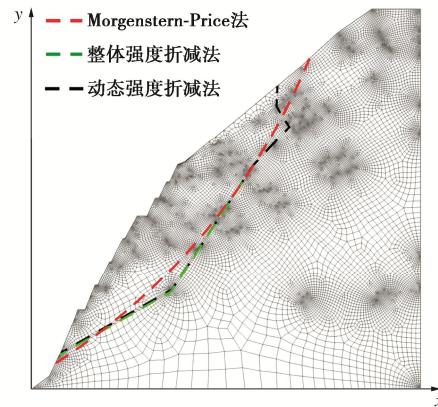


图7 岩质边坡滑动面

Fig. 7 Sliding surface of rock slope

由表 4 可知, 在计算岩质边坡安全系数时, Morgenstern-Price 法受限于其滑动面搜索手段, 其滑动面穿越软弱结构面两侧的岩体, 因此得到的安全系数明显过大, 即便采用由其他滑动面搜索手段得到的滑动面进行计算, 得到的安全系数依旧偏大。传统矢量和法比整体强度折减法得到的安全系数大约 10%。根据前述土质边坡的计算结果, 在分析土质边坡稳定性时, 传统矢量和法的误差主要来源于滑动面微段法向应力在主滑方向上的投影, 现将式(1)中的法向应力投影项删去进行计算, 得到的结果为 2.137, 2.128, 2.086, 与整体强度折减法计算结果的差距更为显著, 可见, 传统矢量和法的另一缺陷(即将实际为张拉破坏的岩土体按剪切破坏考虑)同样会极大地影响计算结果的准确性。由此可知, 传统矢量和法难以处理岩质边坡稳定性问题。应力代数和法的计算结果也偏大; 本文方法与整体强度折减法计算的结果的误差在 0.5% 以内, 说明了本文方法的准确性。与土质边坡相同, 改变主滑方向同样不会对岩质边坡安全系数的计算结果产生显著影响。

表 4 岩质边坡计算结果对比

Table 4 Comparison of calculated results of rock slopes

计算方法	岩质边坡	
	安全系数	相对误差/%
整体强度折减法	1.659	—
Morgenstern-Price	12.800	+671.55
本文方法(1)	1.657	-0.12
本文方法(2)	1.660	+0.06
本文方法(3)	1.652	-0.42
传统矢量和法(1)	1.854	+11.75
传统矢量和法(2)	1.841	+10.97
传统矢量和法(3)	1.773	+6.87
应力代数和法	1.980	+19.35

注: (1)、(2)、(3) 对应的边坡主滑方向与水平方向的夹角分别为  $34.09^\circ$ ,  $36.96^\circ$ ,  $51.08^\circ$ 。

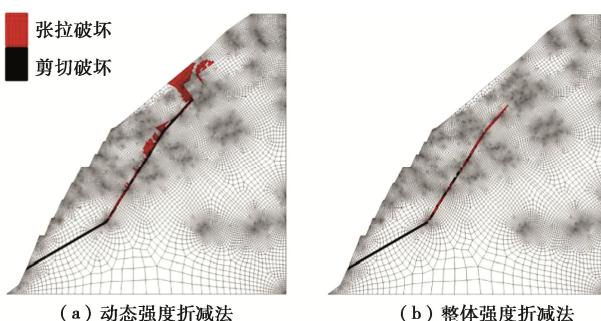


图 8 岩质边坡塑性区

Fig. 8 Plastic zones of rock slope

### 3 讨 论

为研究建模手段对采用本文方法开展边坡稳定性分析的影响, 以均质土坡模型为例, 分别改变网格尺

寸、模型尺寸、边界条件, 探究其对计算结果的影响(取主滑方向为极限抗滑力方向)。

#### 3.1 网格尺寸的影响

分别取网格尺寸为模型坡高的 20%, 10%, 5%, 2.5%, 得到安全系数与网格尺寸的关系如图 9 所示。可见, 不论对于本文方法还是整体强度折减法, 随着网格尺寸的减小, 边坡的安全系数均有所降低, 但整体强度折减法对网格尺寸的变化更为敏感, 当网格尺寸由 2.5% 坡高增大至 20% 坡高时, 由整体强度折减法得到的安全系数增大了 9.3%, 而由本文方法得到的安全系数则仅增大了 3.0%。

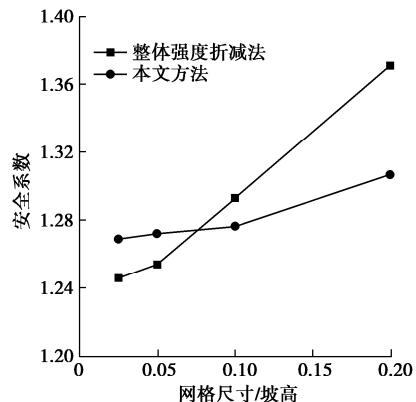


图 9 安全系数与网格尺寸的关系曲线

Fig. 9 Relationship between safety factor and mesh size

#### 3.2 模型尺寸的影响

定义  $L$  为坡脚到模型左边界距离(左边距),  $R$  为坡肩到模型右边界距离(右边距),  $B$  为坡脚到模型下边界距离(下边距),  $H$  为坡高, 令  $L/H=R/H=B/H$  且分别取 0.6, 0.8, 1.0, 1.5, 2.5, 3.0, 4.0, 5.0, 计算得到安全系数与模型尺寸的关系如图 10 所示。从图 10 中可以看出, 当边距与坡高比值为 0.6~2.5 时, 由整体强度折减法得到的安全系数在 1.30 附近变化; 当边距与坡高比值大于 2.5 时, 安全系数则由 1.31 增长至 1.49, 变化幅度高达 15.44%。而由本文方法得到的安全系数则对边距与坡高比值的变化不敏感, 基本维持在 1.24 附近, 变化幅度仅为 2.78%。

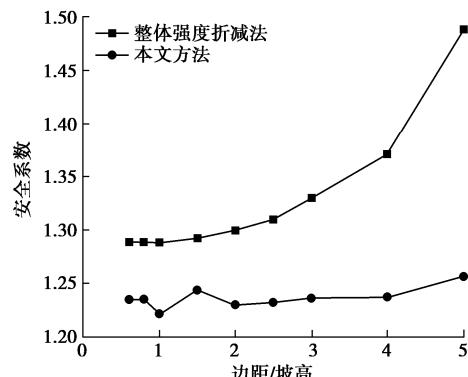


图 10 安全系数与模型尺寸的关系曲线

Fig. 10 Relationship between safety factor and model size

### 3.3 边界条件的影响

若将边界条件由位移边界条件改为如图 11 所示的应力边界条件, 由本文方法计算得到安全系数为 1.256, 相比于前文位移边界条件的计算结果仅变化了 1.67%; 而由整体强度折减法计算得到的安全系数为 1.293, 与位移边界条件的计算结果相同, 说明边界条件的选取基本不会对本文方法与整体强度折减法的计算结果造成影响。

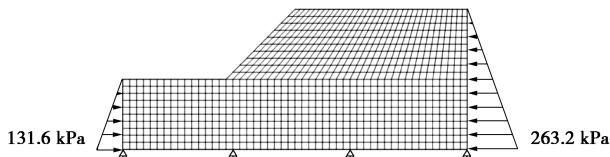


图 11 应力边界条件模型

Fig. 11 Model of stress boundary condition

## 4 结 论

(1) 对土质边坡, 由动态强度折减法与由整体强度折减法搜索得到的滑动面基本相同; 对复杂岩质边坡, 由动态强度折减法能够搜索得到包含坡体上部拉裂区的滑动面。说明动态强度折减法在滑动面搜索方面具有显著的优越性。

(2) 对含拉裂区的边坡, 分别推导了以极限抗滑力和滑动力作为主滑方向的计算公式。针对传统矢量和法的不足, 提出对于拉裂区单元应以抗拉强度作为抗滑力。当法向受拉时, 以拉应力合力作为滑动力; 当法向受压时, 忽略此单元对滑动力的贡献, 并给出了安全系数计算公式。

(3) 对均质土坡, 由本文列举各种方法得到的安全系数基本相同; 对非均质土坡, 由传统矢量和法得到的安全系数偏小, 由其他方法得到的安全系数差别不大; 对岩质边坡, 由本文方法与整体强度折减法得到的安全系数基本相同, 由传统矢量和法、Morgenstern-Price 法、应力代数和法得到的安全系数偏大。采用本文方法, 以极限抗滑力方向、滑动力方向和滑入点指向滑出点方向作为主滑方向得到的安全系数基本相同。

(4) 由整体强度折减法得到的安全系数会随网格尺寸、模型尺寸和边界条件的变化而变化; 由本文方法得到安全系数受网格尺寸、模型尺寸和边界条件的影响较小。基于计算效率, 建议网格尺寸取 10% 坡高, 模型的左、右、下边距均取 1.5 倍坡高, 边界条件取位移边界条件。

## 参考文献:

[1] 吴志轩, 张大峰, 孔郁斐, 等. 基-填界面开挖台阶对顺坡

- 填筑高边坡稳定性影响研究[J]. 工程力学, 2019, 36(12): 90-97. (WU Zhixuan, ZHANG Dafeng, KONG Yufei, et al. Study on stability influence of high slope foundation-fil fill interfacial excavation steps[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(12): 90-97. (in Chinese))
- [2] SARKAR S, CHAKRABORTY M. Stability analysis for two-layered slopes by using the strength reduction method[J]. International Journal of Geo-Engineering, 2021, 12(1): 1-22.
- [3] 杨文辉, 章定文, 闫茜, 等. 深浅根混种法加固边坡稳定的数值分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2020, 50(1): 161-168. (YANG Wenhui, ZHANG Dingwen, YAN Qian, et al. Numerical analysis on stability of slope reinforced by combination of deep and shallow roots[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2020, 50(1): 161-168. (in Chinese))
- [4] 郑颖人, 赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3381-3388. (ZHENG Yingren, ZHAO Shangyi. Application of strength reduction fem in soil and rock slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(19): 3381-3388. (in Chinese))
- [5] 陈国庆, 黄润秋, 周辉, 等. 边坡渐进破坏的动态强度折减法研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(4): 1140-1146. (CHEN Guoqing, HUANG Runqiu, ZHOU Hui, et al. Research on progressive failure for slope using dynamic strength reduction method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(4): 1140-1146. (in Chinese))
- [6] 陈国庆, 黄润秋, 石豫川, 等. 基于动态和整体强度折减法的边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(2): 243-256. (CHEN Guoqing, HUANG Runqiu, SHI Yuchuan, et al. Stability analysis of slope based on dynamic and whole strength reduction methods[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(2): 243-256. (in Chinese))
- [7] 侯世伟, 马士贺, 李宏男, 等. 基于局部强度阶梯折减法的边坡渐进破坏研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2020, 40(1): 72-78. (HOU Shiwei, MA Shihai, LI Hongnan, et al. Research on progressive slope failure based on stepwise reduction method of local strength[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2020, 40(1): 72-78. (in Chinese))
- [8] 王述红, 朱承金, 张紫杉, 等. 基于动态强度折减 DDA 法的边坡多滑面稳定性分析[J]. 煤炭学报, 2019, 44(4): 1084-1091. (WANG Shuhong, ZHU Chengjin, ZHANG

- Zishan, et al. Stability analysis of multi-slip surface of slope based on dynamic strength reduction DDA method[J]. Journal of China Coal Society, 2019, **44**(4): 1084-1091. (in Chinese))
- [9] 葛修润. 岩石疲劳破坏的变形控制律、岩土力学试验的实时 X 射线 CT 扫描和边坡坝基抗滑稳定分析的新方法[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(1): 1-20. (GE Xiurun. Deformation control law of rock fatigue failure, real-time X-ray CT scan of geotechnical testing, and new method of stability analysis of slopes and dam foundations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(1): 1-20. (in Chinese))
- [10] 孙建生. “矢量和法”抗滑稳定计算模型的力学概念错误[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(5): 975-980. (SUN Jiansheng. Mechanical concept errors in anti-sliding stability computational model of “vector sum method”[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(5): 975-980. (in Chinese))
- [11] 王伟, 陈国庆, 郑水全, 等. 考虑张拉-剪切渐进破坏的边坡矢量和法研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(增刊 1): 468-476. (WANG Wei, CHEN Guoqing, ZHENG Shuiquan, et al. Study on the vector sum method of slope considering tensile-shear progressive failure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(S1): 468-476. (in Chinese))
- [12] 张海涛, 罗先启, 沈辉, 等. 基于矢量和的滑面应力抗滑稳定分析方法[J]. 岩土力学, 2018, **39**(5): 1691-1698, 1708. (ZHANG Haitao, LUO Xianqi, SHEN Hui, et al. Vector-sum-based slip surface stress method for analysing slip mass stability[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(5): 1691-1698, 1708. (in Chinese))
- [13] DIEDERICHS M S, KAISER P K, EBERHARDT E. Damage initiation and propagation in hard rock during tunnelling and the influence of near-face stress rotation[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, **41**(5): 785-812.
- [14] 周辉, 张传庆, 冯夏庭, 等. 隧道及地下工程围岩的屈服接近度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(17): 3083-3087. (ZHOU Hui, ZHANG Chuanqing, FENG Xiating, et al. Analysis of rock mass stability in tunnel and underground engineering based on yield approach index[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(17): 3083-3087. (in Chinese))
- [15] 郭明伟, 葛修润, 李春光, 等. 基于矢量和方法的边坡稳定性分析中整体下滑趋势方向的探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(4): 577-583. (GUO Mingwei, GE Xiurun, LI Chunguang, et al. Study on potential sliding direction in slope stability analysis based on vector sum method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(4): 577-583. (in Chinese))
- [16] 刘素锦, 郭明伟, 李春光. 三维边坡整体主滑方向的确定[J]. 岩土力学, 2018, **39**(S2): 37-44. (LIU Sujin, GUO Mingwei, LI Chunguang. Determination of main sliding direction for three-dimensional slope[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(S2): 37-44. (in Chinese))
- [17] 陈栋, 李红军, 朱凯斌. 基于新主滑趋势方向的矢量和边坡稳定分析方法[J]. 岩土力学, 2021, **42**(8): 2207-2214, 2238. (CHEN Dong, LI Hongjun, ZHU Kaibin. Vector sum analysis method for slope stability based on new main sliding trend direction[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, **42**(8): 2207-2214, 2238. (in Chinese))
- [18] 孙建生. 基于有限元应力载荷宏观刚性滑裂面极限平衡抗滑稳定计算理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(4): 862-875. (SUN Jiansheng. Theoretical model of stability calculation of macro-rigid sliding planes with FEM stress load based on limit equilibrium[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(4): 862-875. (in Chinese))
- [19] 彭少文, 贺金明, 孙冠军, 等. 高陡边坡深部卸荷张拉裂缝的成因机制探讨[J]. 人民长江, 2015, **46**(14): 32-35. (PENG Shaowen, HE Jinming, SUN Guanjun, et al. Discussion on genetic mechanism of large-depth unloading tension fracture in high and steep slope[J]. Yangtze River, 2015, **46**(14): 32-35. (in Chinese))