

DOI: 10.11779/CJGE202205013

基于颗粒破碎耗能的粗粒料剪胀方程研究

吴二鲁^{1, 2}, 朱俊高^{*1, 2}, 陆阳洋³, 钱彬³

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210024; 2. 河海大学江苏省岩土工程技术工程研究中心, 江苏 南京 210024;
3. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024)

摘要: 粗粒料颗粒破碎和应力变形的内在联系可以用颗粒破碎耗能反映。研究了三轴试验过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律, 根据此规律对 Ueng 等提出的考虑颗粒破碎的能量平衡方程中的摩擦系数 M 进行了修正, 以此解决依据该能量平衡方程计算出的颗粒破碎耗能违反热力学定律的问题。在此基础上, 发展了一个形式简单且适用于粗粒料的剪胀方程。主要结论如下: ①提出的颗粒破碎指标与围压及轴向应变之间的数学关系可以较好地描述三轴试验过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律; ②通过对能量平衡方程中的摩擦系数进行修正实现了颗粒破碎耗能的合理计算, 满足了热力学定律; ③试验结果表明, 剪胀耗能在总的输入功里占比甚微, 在能量平衡方程中可以忽略剪胀耗能; ④ $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与 M 之间存在一个明显的线性关系, 将其代入忽略剪胀耗能的能量平衡方程得到了最终的剪胀方程。研究表明, 该剪胀方程可以较好地模拟粗粒料的剪胀行为, 而且其数学形式简单, 可以推出其塑性势函数, 为后续考虑颗粒破碎的分数阶本构模型的研究提供了条件。

关键词: 粗粒料; 颗粒破碎; 分数阶; 摩擦系数; 剪胀方程

中图分类号: TU411 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2022)05-0898-09

作者简介: 吴二鲁(1993—), 男, 博士, 主要从事土体基本性质及本构关系、土石坝工程研究。E-mail: 170804010004@hhu.edu.cn。

Dilatancy equation for coarse-grained soils incorporating particle breakage energy

WU Er-lu^{1, 2}, ZHU Jun-gao^{1, 2}, LU Yang-yang³, QIAN Bin³

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China;

2. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology, Hohai University, Nanjing 210024, China; 3. Geotechnical

Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China)

Abstract: The internal relationship between particle breakage and stress deformation of coarse-grained soils can be reflected by the particle breakage energy. The change law of particle breakage of coarse-grained soils during triaxial tests is studied. According to this law, the fraction coefficient M in the energy balance equation proposed by Ueng and Chen is modified to solve the problem that the particle breakage energy calculated by the energy balance equation violates the thermodynamic law. On this basis, a simple dilatancy equation for coarse-grained soils is developed. The main conclusions are as follows: (1) The proposed mathematical relationship among particle breakage index, confining pressure and axial strain can describe the change law of particle breakage well. (2) The reasonable calculation of particle breakage energy is realized by modifying the fraction coefficient in the energy balance equation, which satisfies the thermodynamic law. (3) The test results show that the ratio of the dilatancy energy to the total input work is very small, so it can be ignored in the energy balance equation. (4) There is an obvious linear relationship between $dE_b/d\varepsilon_s$ and M , and a dilatancy equation can be developed by substituting this linear relationship into the energy balance equation, and this dilatancy equation can well simulate the dilatancy behaviors of coarse-grained soils, and its mathematical form is simple enough, so that its plastic potential function can be derived, which provides conditions for the subsequent studies on the fraction-order constitutive model considering particle breakage.

Key words: coarse-grained soil; particle breakage; fractional order; friction coefficient; dilatancy equation

0 引言

粗粒料作为土石坝工程的主要填筑材料, 其变形

基金项目: 国家自然科学基金委员会雅砻江联合基金项目(U1865104); 长江水科学研究联合基金重点支持项目(U2040221); 高等学校学科创新引智计划项目(111计划)(B13024)

收稿日期: 2021-07-06

*通信作者(E-mail: zhujungao@hhu.edu.cn)

特性显著影响大坝的安全性^[1]。粗粒料的剪胀特性是其重要的力学特性之一, 剪胀方程是对粗粒料剪胀性的数学描述, 构建的是剪胀比与应力比之间的数学关系, 亦是构建粗粒料本构模型的重要基础。因此, 构建粗粒料的剪胀方程一直都是建立其本构模型的研究重点。相对于黏土和砂土^[2-4], 粗粒料显著的颗粒破碎特性使其剪胀特性更加复杂^[5], 所以, 构建合理描述粗粒料剪胀性的剪胀方程需要考虑颗粒破碎的影响。

近年来, 国内外学者对粗粒料的剪胀方程已经做了诸多研究, 其中, 以 Rowe 剪胀方程和剑桥模型剪胀方程两者的改进形式为主^[5-14]。但是, 就目前的这些剪胀方程而言, 大部分都不能较好地预测粗粒料的剪胀行为, 小部分的剪胀方程虽然可以较好地描述粗粒料的剪胀行为, 却由于其本身的数学形式较为复杂, 无法推出相应的塑性势函数, 那么就不能进一步地利用分数阶非正交性流动法则进行本构模型的构建。分数阶非正交性流动法则是指基于塑性势函数可以得到加载方向或根据屈服函数得到塑性流动方向, 其中加载方向与流动方向的夹角由分数阶导数的阶数确定^[15]。目前, 分数阶微积分已经被证明是一个解决力学建模难题的有力数学工具, 为此, 笔者拟构建一个考虑颗粒破碎的适用于粗粒料且数学形式简单的剪胀方程, 可以推出相应的塑性势函数, 为后续建立一个考虑颗粒破碎的粗粒料的分数阶本构模型做准备。

在本构模型中引入颗粒破碎参数存在参数过多且将颗粒破碎参数引入本构模型的函数规律适用性不强的缺陷。颗粒破碎本质上是能量转换的过程, 用颗粒破碎耗能反映粗粒料的颗粒破碎与应力变形之间的内在联系切实可行。Ueng 等^[6]在 Rowe 剪胀方程^[16]中引入了颗粒破碎耗能, 建立了适用于粗粒料的能量平衡方程。但是, 依据该能量平衡方程计算出的颗粒破碎耗能随着颗粒破碎量的增大会出现负数以及减小的情况, 违反了热力学定律。其原因在于没有考虑颗粒破碎对摩擦系数的影响。换句话说, 在该能量平衡方程中, 将临界状态应力比作为摩擦系数是不合理的。因此, 贾宇峰等^[11]、米占宽等^[8]、郭万里等^[5]均对摩擦系数进行了修正, 使得计算出的颗粒破碎耗能遵循热力学定律, 并推导出了各自的剪胀方程。然而, 由于这些剪胀方程形式复杂, 无法推出塑性势函数, 那么就使得分数阶本构模型的构建成为幻想。

颗粒破碎本质上是能量转换的过程, 因此, 对于微观上堆石料颗粒破碎耗能的研究应基于宏观上其颗粒破碎的研究。笔者首先对三轴剪切过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律进行了研究。然后根据该颗粒破碎变化规律, 对 Ueng 等^[6]提出的能量平衡方程中的摩擦

系数进行了修正, 实现了三轴剪切过程中堆石料颗粒破碎耗能的合理计算。在此基础上, 发展了一个适用于粗粒料的剪胀方程, 其形式简单, 与剑桥模型剪胀方程类似, 可以推出相应的塑性势函数。

1 颗粒破碎变化规律

为研究三轴剪切过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律, 总结了两种类型粗粒料在三轴剪切过程中的颗粒破碎试验数据^[17-18], 如表 1 所示^[19]。

表 1 颗粒破碎试验数据

Table 1 Particle breakage data

粗粒料	围压/kPa	轴向应变/%	破碎指标 B_E /%
建筑碎石料 ^[14]	200	4.58	10.60
	200	9.72	14.40
	200	12.90	15.60
	500	3.88	11.60
	500	7.96	18.70
	500	14.40	23.10
	1000	3.17	12.20
	1000	9.40	26.00
	1000	15.80	32.00
	1500	2.05	13.20
玄武岩堆石料 ^[15]	1500	6.31	30.20
	1500	17.20	41.40
	1000	2.16	9.40
	1000	7.84	16.10
	1000	15.10	21.90
	1500	2.41	10.20
	1500	8.24	19.70
	1500	15.60	25.70
	2000	2.47	9.90
	2000	8.61	20.30
	2000	15.10	27.20

通过分析表 1 中的颗粒破碎试验数据发现, 破碎指标 B_E 、围压 σ_3 及轴向应变 ε_l 之间的关系可以用下式进行表示:

$$B_E = \beta \arctan(\alpha \varepsilon_l) \frac{\sigma_3 / p_a}{\omega + \sigma_3 / p_a} \quad . \quad (1)$$

利用式(1)对表 1 中颗粒破碎数据进行拟合, 结果如表 2 所示。

表 2 式(1)的拟合结果

Table 2 Fitting results of Eq. (1)

粗粒料	β	α	ω	决定系数 R^2
建筑碎石料	0.417	19.5	5.42	0.962
玄武岩堆石料	0.260	21.4	5.18	0.980

从表 2 中可以看出, 利用式(1)对两种粗粒料的颗粒破碎数据进行拟合的决定系数为 0.962, 0.980, 可见拟合效果较好。为了进一步地展示式(1)的拟合效果, 图 1 绘出了式(1)对于颗粒破碎指标 B_E 的拟合值与其实测值。

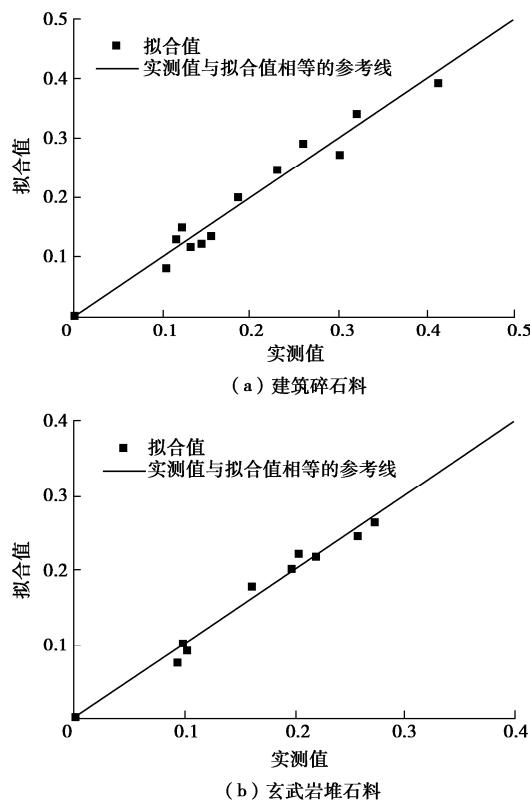


图 1 破碎指标的实测值与拟合值

Fig. 1 Measured and fitting data of particle breakage index

2 颗粒破碎耗能的合理计算

2.1 粗粒料的能量平衡方程

Ueng 等^[6]在 Rowe 剪胀方程中引入了颗粒破碎耗能，建立了考虑破碎耗能的能量平衡方程，其表达式为

$$pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s = Mp d\varepsilon_s + (2q - 3p)Md\varepsilon_v / 9 + dE_b, \quad (2)$$

式中， $pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s$ 为总输入能增量 dE_w ， $(2q - 3p)Md\varepsilon_v / 9$ 为土体剪胀耗能增量 dE_d ， dE_b 为颗粒破碎耗能增量， $Mp d\varepsilon_s$ 为土体摩擦耗能增量 dE_f ， M 为摩擦系数，其值为临界状态应力比 M_c 。

颗粒破碎耗能无法通过试验直接得到，只能通过式(1)进行计算。从式(2)中可知，需确定临界状态应力比 M_c 才能进行颗粒破碎耗能的计算。三轴试验结束时，试验粗粒料经常没有达到临界状态，无法根据试验直接确定 M_c 。因此，Guo 等^[7]和米占宽等^[8]均采用 Prevost 等^[20]提出的应力比与广义剪应变的关系式确定粗粒料的临界状态应力比，笔者亦如此。该关系式为

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \beta_a \frac{\beta_b \varepsilon_s^2 + \varepsilon_s}{\varepsilon_s^2 + 1}, \\ M_c &= \beta_a \beta_b, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中， β_a ， β_b 为拟合参数， ε_s 为广义剪应变， η 为应力比。

以粗粒料 C^[21]为例，粗粒料 C 为砂岩，试验干密度为 2.12 g/cm^3 ，最大粒径为 60 mm ，试验围压为 300 ， 600 ， 900 ， 1200 kPa ，其大型三轴固结排水剪切试验的应力应变曲线如图 2 所示。

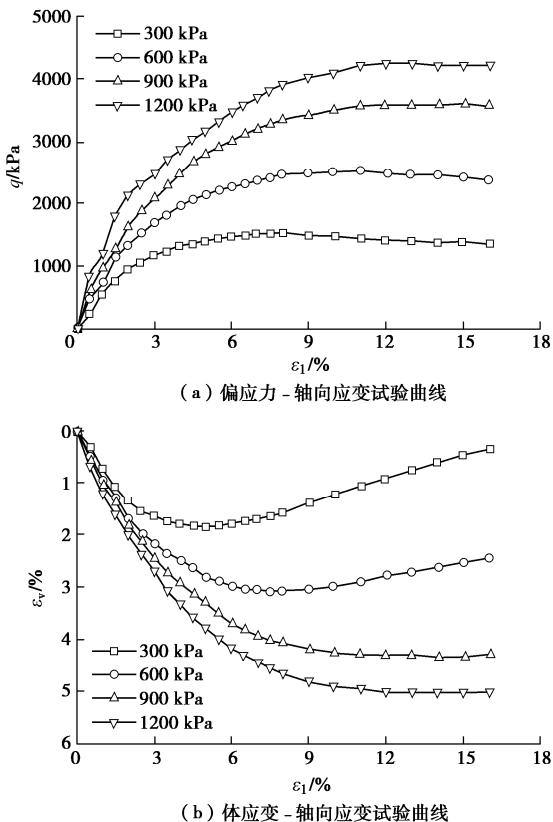


图 2 粗粒料 C 的三轴应力应变曲线

Fig. 2 Triaxial stress-strain curves of coarse-grained soil C

利用式(3)可以确定粗粒料 C 的临界状态应力比 M_c 为 1.64 。进一步地，根据式(2)可以计算出粗粒料 C 各个围压下的颗粒破碎耗能，结果如图 3 所示。从图 3 中可以看出，计算出的颗粒破碎耗能 E_b 在试验的开始阶段出现了小于 0 的情况，而且在试验的后续过程中出现了减小的情况。鉴于颗粒破碎是不可逆的单向过程，颗粒破碎耗能不可能为负数或减小，所以计算出的颗粒破碎耗能违反了热力学定律。

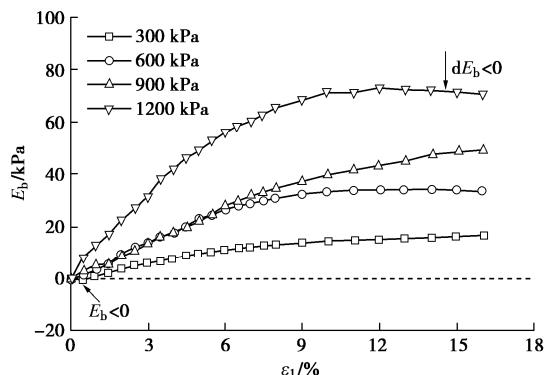


图 3 粗粒料 C 的颗粒破碎耗能

Fig. 3 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

颗粒破碎是不可逆的单向过程, 在三轴试验过程中颗粒破碎率不可能为负数, 且当粗粒料进入临界状态后不再发生颗粒破碎^[5,22]。不仅如此, 根据式(1)可知, 颗粒破碎率与围压和轴向应变均表现出了正相关的非线性关系。颗粒破碎是颗粒破碎耗能的宏观表现, 所以, 颗粒破碎耗能应满足4个条件: ①其值不可能为负数; ②其值在剪切过程中随着轴向应变的增加而增大; ③其值在相同轴向应变的情况下随着围压的增大而增大; ④当粗粒料进入临界状态时, 颗粒破碎耗能达到最大值, 其增量为0。

从式(2)可以看出, p , q , $d\varepsilon_v$, $d\varepsilon_s$, M 的正确取值是决定颗粒破碎耗能求解是否合理的保证, 而 p , q , $d\varepsilon_v$, $d\varepsilon_s$ 可以直接根据试验确定, 所以摩擦系数 M 的取值是不合理的。也就是说, 将三轴试验过程中的摩擦系数取为定值 M_c , 使得计算出的摩擦耗能偏大。为此, 需要对式(2)中的摩擦系数进行修正。

2.2 摩擦系数的修正

如前所述, 颗粒破碎耗能的合理求解取决于摩擦系数的正确取值。颗粒破碎本质上是能量转换的过程, 对于微观上粗粒料颗粒破碎耗能的研究应基于宏观上其颗粒破碎的研究。也就是说, 粗粒料颗粒破碎耗能的计算应与其颗粒破碎的变化规律相关联。因此, 摩擦系数如何取值应与粗粒料颗粒破碎的变化规律相结合。

在三轴试验过程中, 颗粒破碎改变了土颗粒的表面积和颗粒之间的接触状态, 在宏观上表现为土体的摩擦系数的增大^[5,22]。在三轴试验的初始阶段, 土颗粒之间的相对运动较小, 此时, 摩擦系数和颗粒破碎率较小。在试验过程中, 土体变形显著, 土颗粒之间发生翻越和滑移, 摩擦系数增大, 同时, 颗粒破碎率也是增大的。当土体达到临界状态时, 不再发生颗粒破碎, 即颗粒破碎耗能增量 $dE_b = 0$, 而且体变增量 $d\varepsilon_v = 0$, 由式(1)可知, 此时 $M = M_c$ 。

基于以上分析可知, 试验过程中摩擦系数与颗粒破碎率随着轴向应变增加的变化规律是相似的。因此, 基于式(3), 构造了摩擦系数 M 与轴向应变 ε_l 之间的关系, 其表达式为

$$M = \beta \arctan(\alpha \varepsilon_l) \quad (4)$$

构造的式(4)与式(1)类似, 不过忽略了围压的影响, 因为在整个试验过程中围压 σ_3 为常数, 故而认为, 摩擦系数 M 的变化仅与轴向应变 ε_l 有关。

当轴向应变 $\varepsilon_l \rightarrow +\infty$ 时, 可以认为试验粗粒料达到了临界状态, 且 $\arctan(\alpha \varepsilon_l) = \pi/2$, 此时 $M = M_c$, 结合式(4)可以推出 $\beta = 2M_c/\pi$ 。值得注意的是, 从数学角度来说, $\arctan(\alpha \varepsilon_l)$ 只能向 $\pi/2$ 趋近, 为此, 设

定当 $\arctan(\alpha \varepsilon_l) = \pi/2 \times 0.9$ 时, 认为试验粗粒料达到了临界状态, 此时 $\alpha \varepsilon_{l_c} = 6.31$ 。所以, α 可以通过 $6.31/\varepsilon_{l_c}$ 进行估算。其中, ε_{l_c} 为土体达到临界状态时的轴向应变。

通过上述分析, 式(4)可以进一步写为

$$M = \frac{2M_c}{\pi} \arctan(\alpha \varepsilon_l) \quad (5)$$

3 颗粒破碎耗能的计算

如前所述, 基于粗粒料三轴剪切过程中的颗粒破碎规律, 实现了摩擦系数的修正。根据式(2), (5)可以计算出颗粒破碎耗能。计算之前, 还需要确定参数 α 。虽然 α 可以通过 $6.31/\varepsilon_{l_c}$ 进行估算, 但是由于试验结束时粗粒料 C 尚未进入临界状态, 无法确定临界状态轴向应变 ε_{l_c} , 因此这种估算方法并不实用。取 ε_{l_c} 为 30%, 则 $\alpha = 6.31/\varepsilon_{l_c} = 21.0$ (原因将在第6节给出), 然后对粗粒料 C 各围压下的颗粒破碎耗能进行了重新计算, 结果如图4所示。

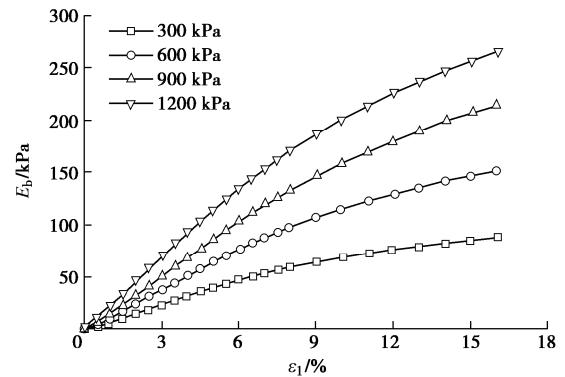


图4 粗粒料C的颗粒破碎耗能

Fig. 4 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

从图4中可以看出, 在整个试验过程中, 颗粒破碎耗能未出现小于0的情况, 与围压、轴向应变均表现出了正相关的非线性关系, 而且当试验粗粒料到达临界状态时, $M = M_c$, 由式(2)可知, 此时 $dE_b = 0$ 。所以, 重新计算出的颗粒破碎耗能满足其理论上遵循的4个条件, 所以, 采用本文修正后的摩擦系数计算出的颗粒破碎耗能是合理的。

4 剪胀方程

4.1 剪胀方程的提出

笔者在重新计算粗粒料 C 的颗粒破碎耗能时, 发现剪胀耗能在总的外力做功里所占的比例较小, 基本上可以忽略不计, 如图5所示。所以, 为了能够得到形式更为简单的剪胀方程, 忽略了剪胀耗能增量 dE_d , 那么式(2)可以改写为

$$pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s = Mp d\varepsilon_s + dE_b \quad (6)$$

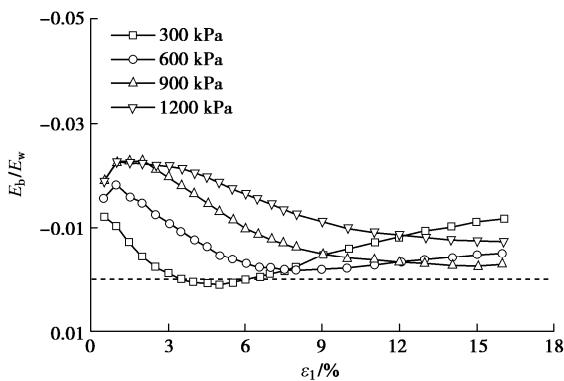


图 5 剪胀耗能与外力做功

Fig. 5 Dilatancy energy and external work

忽略弹性应变, $d\epsilon_v^p/d\epsilon_s^p = d\epsilon_v/d\epsilon_s$, 将其代入式(6)可得

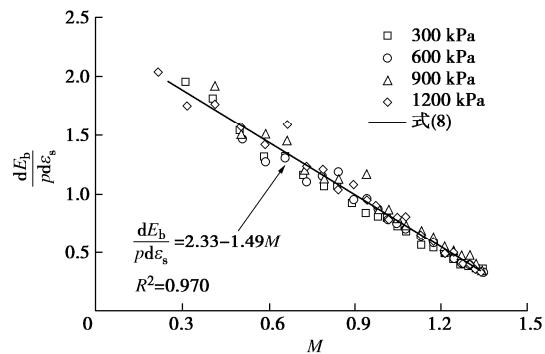
$$d_g = \frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_s^p} = \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_s} = M - \eta + \frac{dE_b}{pd\epsilon_s} \quad . \quad (7)$$

应用式(7)描述堆石料的剪胀行为时, 需要先确定 $dE_b/d\epsilon_s$ 。米占宽等^[8]和贾宇峰等^[11]分别找到了 E_b 与轴向应变和剪应变的表达式, 再通过微分求得 $dE_b/d\epsilon_l$ 和 $dE_b/d\epsilon_s$ 。这样的处理方式使得最终的剪胀方程不仅参数过多而且数学形式极其复杂。郭万里等^[14]将 $dE_b/pd\epsilon_s$ 作为一个整体, 通过总结出其与摩擦系数 M 的线性关系得到了最终的剪胀方程。沿此思路, 笔者发现 $dE_b/pd\epsilon_s$ 与 M 之间亦存在着较为明显的线性关系:

$$\frac{dE_b}{pd\epsilon_s} = A - BM \quad , \quad (8)$$

式中, A , B 为颗粒破碎耗能参数, 与材料性质相关。

以粗粒料 C 为例, 利用式(8)拟合不同围压下 $dE_b/pd\epsilon_s$ 与 M 之间的试验点, 结果如图 6 所示。

图 6 $dE_b/pd\epsilon_s$ 与 M 之间的关系Fig. 6 Relationship between $dE_b/pd\epsilon_s$ and M

从图 6 中可以看出, 式(8)的拟合曲线与粗粒料 C 的试验值吻合的较好, 且拟合的决定系数为 0.970, 可见, 式(8)可以较好地描述 $dE_b/pd\epsilon_s$ 与 M 之间的

关系。进一步地, 将式(8)代入式(7)可以得到简化后的剪胀方程:

$$d_g = K - \eta \quad , \quad (9)$$

式中, $K = A + (1 - B)M$ 。

将利用式(8)拟合 $dE_b/pd\epsilon_s$ 与 M 之间关系得到的 A , B 代入式(9), 得到本文剪胀方程的预测曲线, 同时点绘了剪胀比与应力比的试验点, 如图 7 所示。注意到, 不同围压下的应力比与剪胀比之间的部分试验点重合, 为了区分这些试验点, 在图 8 中, 将 600, 1000, 2200 kPa 围压下的试验点分别沿着横坐标向右平移 0.3, 0.6, 0.9 个单位。

从图 7 中可以看出, 无论在低应力水平还是高应力水平下, 式(9)对于剪胀比的预测曲线与其试验值较为吻合, 说明本文得出的剪胀方程可以较好地模拟粗粒料的剪胀行为。

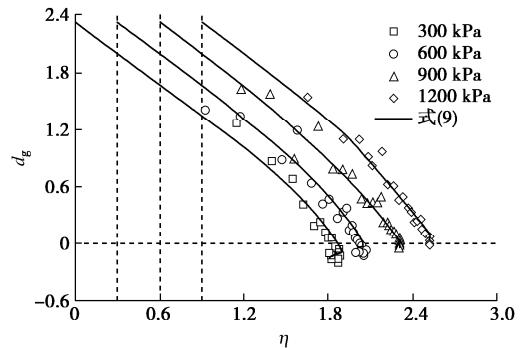


图 7 粗粒料 C 剪胀比的试验值与预测值

Fig. 7 Test data and prediction of dilatancy ratio of coarse-grained soil C

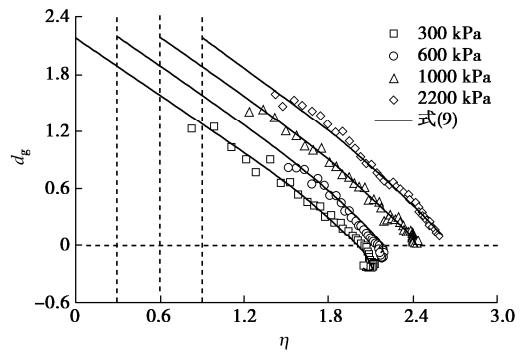


图 8 粗粒料 D 剪胀比的试验值与预测值

Fig. 8 Test data and prediction of dilatancy ratio of coarse-grained soil D

4.2 剪胀方程的适用性验证

为了进一步验证本文剪胀方程的适用性, 整理了粗粒料 D 的大型三轴 CD 剪切试验数据^[23]。粗粒料 D 为板岩, 试验干密度为 2.07 g/cm^3 , 最大粒径为 60 mm , 试验围压为 300, 600, 1000, 2200 kPa, 其大型三轴固结排水剪切试验的应力应变曲线如图 9 所示。

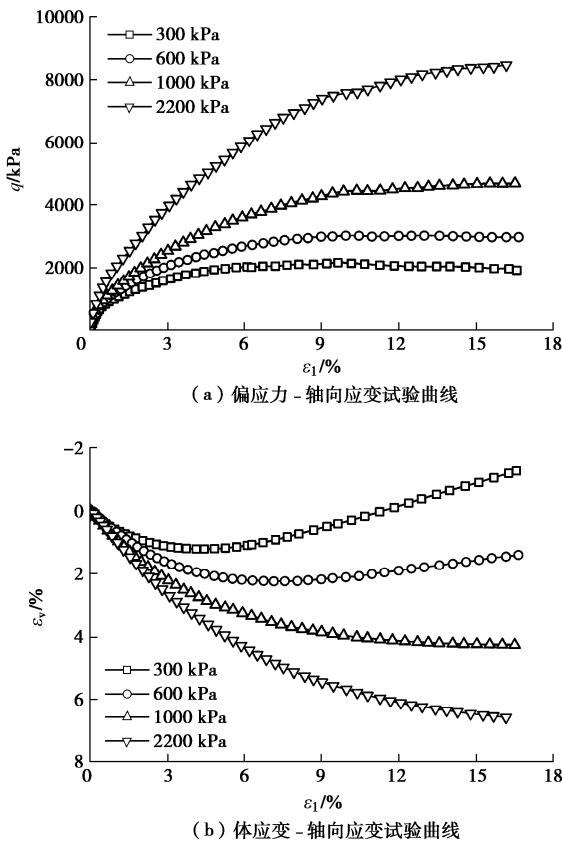


图 9 粗粒料 D 的三轴试验数据

Fig. 9 Triaxial test data of coarse-grained soil D

首先, 利用式(3)确定粗粒料D的临界状态应力比 M_c 为1.69, 取 α 为21.0。然后根据式(2)可以计算出粗粒料D的颗粒破碎耗能, 结果如图10所示。

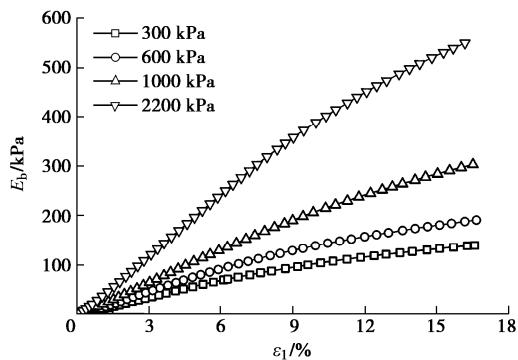


图 10 粗粒料 D 的颗粒破碎耗能

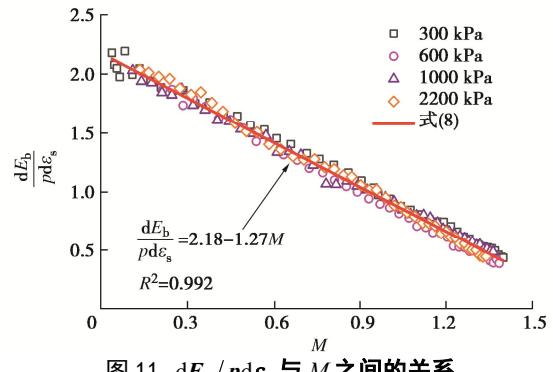
Fig. 10 Particle breakage energy of coarse-grained soil D

从图9中可以看出, 计算出的颗粒破碎耗能未出现小于0或者减小的情况, 且与围压、轴向应变表现了正相关的非线性关系, 满足了热力学定律。可见, 通过本文对摩擦系数的修正, 实现了颗粒破碎耗能的合理计算。

进一步地, 利用式(8)拟合粗粒料D的 $dE_b/d\epsilon_s$ 与 M 之间的试验值, 如图11所示。然后, 将利用式(8)拟合得到的 A , B 代入式(9)得到本文剪胀方

程的预测曲线, 并与剪胀比与应力比之间的试验值进行对比, 如图8所示。注意到, 不同围压下的应力比与剪胀比之间的部分试验点重合, 为了区分这些试验点, 在图8中, 将600, 900, 1200 kPa围压下的试验点分别沿着横坐标向右平移0.3, 0.6, 0.9个单位。

从图11中可以看出, 式(8)的拟合值与 $dE_b/d\epsilon_s$ 与 M 之间的试验值吻合较好, 其中拟合的决定系数为0.992, 可见, 式(8)可以较为准确地描述粗粒料的 $dE_b/d\epsilon_s$ 与 M 之间的关系。从图8中可以看出, 本文剪胀方程的预测曲线与剪胀比的试验值较为接近。也就是说, 本文的剪胀方程可以较好地模拟粗粒料的剪胀行为。

图 11 $dE_b/pd\epsilon_s$ 与 M 之间的关系Fig. 11 Relationship between $dE_b/pd\epsilon_s$ and M

5 关于 α 取值的讨论

如前所述, 由于无法根据试验确定 ϵ_{lc} , 因此, 由 $\alpha = 6.31/\epsilon_{lc}$ 估算 α 值的方法并不实用。已有研究表明, 粗粒料进入临界状态的剪应变大致在15%~30%。对于粗粒料而言, 三轴试验结束时其体应变的1/3一般较小, 轴向应变与剪应变在数值上较为接近。鉴于此, 笔者认为粗粒料进入临界状态时的轴向应变亦约在15%~30%, 如图12所示。从图12中可知: 当 ϵ_{lc} 为15%时, α 为42.1; 当 ϵ_{lc} 为23%时, α 为27.4; 当 ϵ_{lc} 为30%时, α 为21.0。可见, α 的常用取值范围为21.0~42.1。

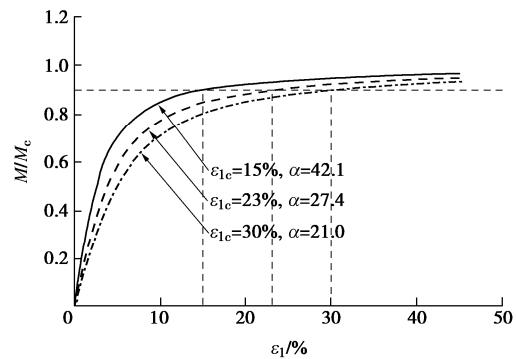


图 12 式(5) 表示的曲线

Fig. 12 Curves expressed by Eq. (5)

从式(5), (6)可知, 参数 α 如何取值影响了摩擦系数 M 的大小, 进一步地会影响计算出的颗粒破碎耗能数值。以粗粒料C为例, 分别将 α 取为42.1, 27.4, 并计算出相应的颗粒破碎耗能, 如图13所示。从图13, 14中可以看出, α 值越大, 计算出的颗粒破碎耗能越小。无论 α 值为42.1还是27.4, 计算出的颗粒破碎耗能均满足热力学定律。

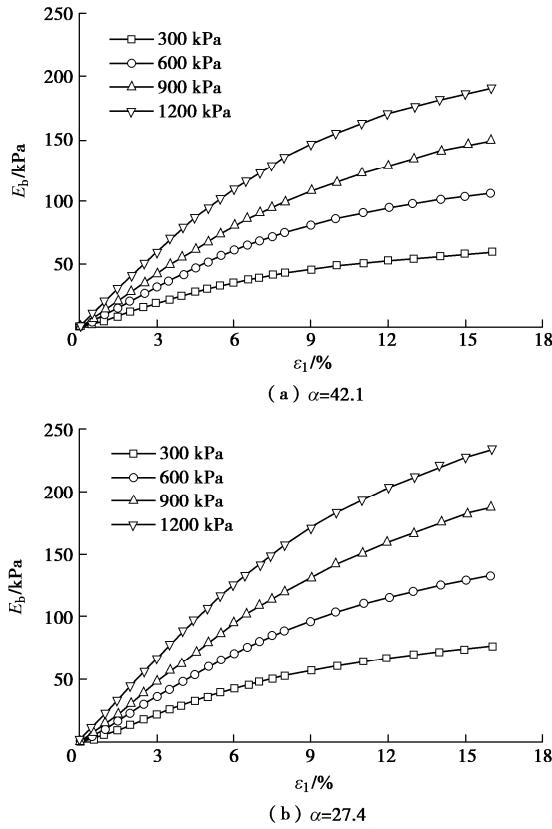


图13 粗粒料C的颗粒破碎耗能

Fig. 13 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

注意到, 构建一个形式简单且适用于粗粒料的剪胀方程为笔者的最终目标。颗粒破碎耗能的合理计算只是笔者构建粗粒料剪胀方程的桥梁, 即在实现颗粒破碎耗能的合理计算之后, 笔者关心的是剪胀方程对粗粒剪胀行为的模拟效果, 而非颗粒破碎耗能数值上的大小。为了明晰 α 值对于本文剪胀方程质量的影响, 继续以粗粒料C为例, 将 α 取为42.1和27.4, 利用式(8)分别拟合不同 α 值下的 $dE_b/d\varepsilon_s$ 与 M 之间的试验点, 如图14所示。

式(8)对于 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与 M 之间关系的描述效果决定了式(9)对于粗粒料剪胀行为的模拟效果。从图14中可以看出, 当 α 为42.1, 27.4, 21.0时, 式(8)对于粗粒料C的 $dE_b/d\varepsilon_s$ 与 M 之间的试验点的拟合决定系数分别为0.961, 0.973, 0.970, 可见式(8)对于 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与 M 之间关系的描述效果都很好, 只是颗粒破碎耗能参数 A , B 的数值上会有略微的差异。因此, α 的取值对于式(9)对于粗粒料剪胀行为的

模拟效果影响较小, 正如图7, 15所示。显然, 当 α 为42.1, 27.4, 21.0时, 式(9)对于剪胀比的预测曲线与其试验点均较为接近, 即 α 在其常用范围内取值对于式(9)的模拟效果影响甚微, 可以忽略不计。

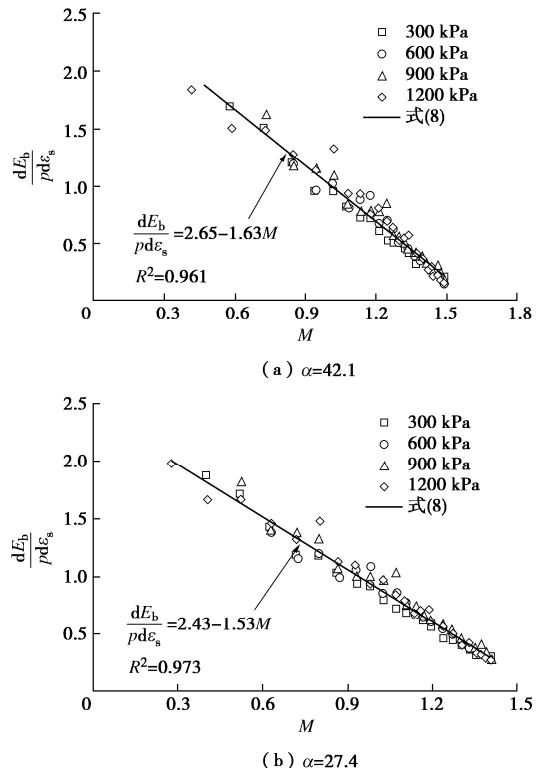


图14 粗粒料C的颗粒破碎耗能

Fig. 14 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

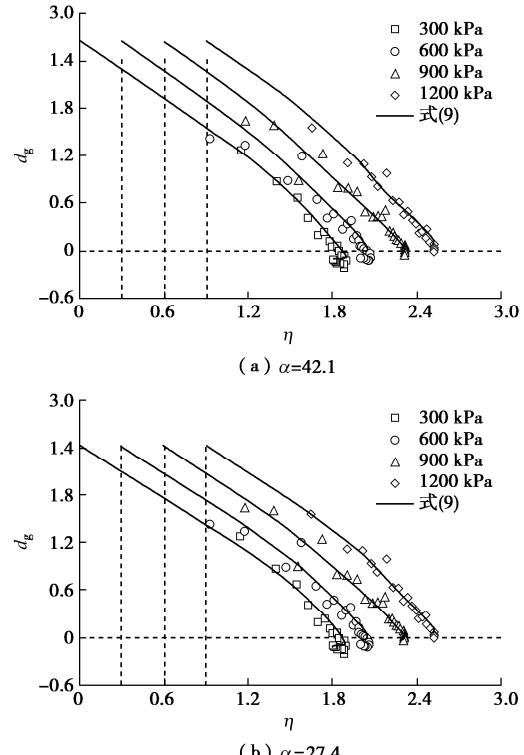


图15 粗粒料C剪胀比的实测值与预测值

Fig. 15 Measured and predictive data of dilatancy ratio of coarse-grained soil C

6 结 论

(1) 提出了一个可以描述颗粒破碎指标与轴向应变及围压之间关系的经验公式, 试验表明, 该公式可以较好地描述三轴剪切过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律。

(2) 依据上述的颗粒破碎变化规律, 对 Ueng 等^[6]提出的能力平衡方程中的摩擦系数进行了修正。利用修正后的摩擦系数计算出的颗粒破碎耗能满足了热力学定律。

(3) 剪胀耗能在总的输入功里占比甚微, 将修正后的能量平衡方程中的剪胀耗能忽略, 同时总结出了 $dE_b/d\epsilon_s$ 与 M 之间的线性关系, 得到了本文最终的剪胀方程。经验证, 该剪胀方程可以较为准确地模拟粗粒料的剪胀行为。

(4) 本文提出的考虑颗粒破碎的剪胀方程数学形式简单, 类似于剑桥模型的剪胀方程, 可以推出其塑性势函数, 为后续考虑颗粒破碎的分数阶弹塑性模型的构建中分数阶非正交性流动法则的引入提供了基础。

参考文献:

- [1] 郭庆国. 粗粒土的工程特性及应用[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 1998. (GUO Qing-guo. Engineering characteristic and application of coarse-grained soil[M]. Zhengzhou: Yellow River Conservancy Press, 1998. (in Chinese))
- [2] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(12): 2147–2153. (YAO Yang-ping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(12): 2147–2153. (in Chinese))
- [3] YAO Y P, LIU L, LUO T, et al. Unified hardening (UH) model for clays and sands[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 110: 326–343.
- [4] YAO Y P, YAMAMOTO H, WANG N D. Constitutive model considering sand crushing[J]. Soils and Foundations, 2008, 48(4): 603–608.
- [5] 郭万里, 蔡正银, 武颖利, 等. 粗粒土的颗粒破碎耗能及剪胀方程研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(12): 4703–4710. (GUO Wan-li, CAI Zheng-yin, WU Ying-li, et al. Study on the particle breakage energy and dilatancy of coarse-grained soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(12): 4703–4710. (in Chinese))
- [6] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. Géotechnique, 2000, 50(1): 65–72.
- [7] GUO W L, ZHU J G. Particle breakage energy and stress dilatancy in drained shear of rockfills[J]. Géotechnique Letters, 2017, 7(4): 304–308.
- [8] 米占宽, 李国英, 陈生水. 基于破碎能耗的粗颗粒料本构模型[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(10): 1801–1811. (MI Zhan-kuan, LI Guo-ying, CHEN Sheng-shui. Constitutive model for coarse granular materials based on breakage energy[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(10): 1801–1811. (in Chinese))
- [9] 王占军, 陈生水, 傅中志. 堆石料的剪胀特性与广义塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2015, 36(7): 1931–1938. (WANG Zhan-jun, CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi. Dilatancy behaviors and generalized plasticity constitutive model of rockfill materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(7): 1931–1938. (in Chinese))
- [10] 姚仰平, 黄冠, 王乃东, 等. 堆石料的应力–应变特性及其三维破碎本构模型[J]. 工业建筑, 2011, 41(9): 12–17, 104. (YAO Yang-ping, HUANG Guan, WANG Nai-dong, et al. Stress-strain characteristic and three-dimensional constitutive model of rockfill considering crushing[J]. Industrial Construction, 2011, 41(9): 12–17, 104. (in Chinese))
- [11] 贾宇峰, 迟世春, 林皋. 考虑颗粒破碎影响的粗粒土本构模型[J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3261–3266, 3272. (JIA Yu-feng, CHI Shi-chun, LIN Gao. Constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(11): 3261–3266, 3272. (in Chinese))
- [12] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(10): 1489–1495. (CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(10): 1489–1495. (in Chinese))
- [13] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1443–1448. (ZHANG Bing-yin, JIA Ya-nan, ZHANG Zong-liang. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and Shen Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(10): 1443–1448. (in Chinese))

- [14] 郭万里, 朱俊高, 彭文明. 粗粒土的剪胀方程及广义塑性本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(6): 1103 – 1110. (GUO Wan-li, ZHU Jun-gao, PENG Wen-ming. Dilatancy equation and generalized plastic constitutive model for coarse-grained soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(6): 1103 – 1110. (in Chinese))
- [15] 孙逸飞, 高玉峰, 鞠 雯. 分数阶塑性力学及其砂土本构模型[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(8): 1535 – 1541. (SUN Yi-fei, GAO Yu-feng, JU Wen. Fractional plasticity and its application in constitutive model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(8): 1535 – 1541. (in Chinese))
- [16] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences, 1962, **269**(1339): 500 – 527.
- [17] 郭万里. 粗粒土颗粒破碎演化规律及本构模型研究[D]. 南京: 河海大学, 2018. (GUO Wan-li. Particle Breakage Evolution Model of Coarse-Grained Soil and Constitutive Model[D]. Nanjing: Hohai Universiyt, 2018. (in Chinese))
- [18] 王 峰, 张建清. 考虑颗粒强度尺寸效应的原型堆石料破碎特性研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(1): 87 – 94. (WANG Feng, ZHANG Jian-qing. Study of breakage behaviour of original rockfill materials considering size effect on particle strength[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(1): 87 – 94. (in Chinese))
- [19] 吴二鲁, 朱俊高, 黄 维, 等. 三轴剪切过程中粗粒料颗粒破碎变化规律研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(12): 2330 – 2335. (WU Er-lu, ZHU Jun-gao, HUANG Wei, et al. Evolution law of particle breakage of coarse-grained soil during triaxial shearing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(12): 2330 – 2335. (in Chinese))
- [20] PRÉVOST J, HØEG K. Soil mechanics and plasticity analysis of strain softening[J]. Géotechnique, 1975, **25**: 279 – 297.
- [21] 秦红玉, 刘汉龙, 高玉峰, 等. 粗粒料强度和变形的大型三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2004, **25**(10): 1575 – 1580. (QIN Hong-yu, LIU Han-long, GAO Yu-feng, et al. Research on strength and deformation behavior of coarse aggregates based on large-scale triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(10): 1575 – 1580. (in Chinese))
- [22] 贾宇峰, 迟世春, 杨 峻, 等. 粗粒土的破碎耗能计算及影响因素[J]. 岩土力学, 2009, **30**(7): 1960 – 1966. (JIA Yu-feng, CHI Shi-chun, YANG Jun, et al. Measurement of breakage energy of coarse granular aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(7): 1960 – 1966. (in Chinese))
- [23] WANG L, ZHU J G, ZHANG Z L, et al. Effects of dry density on shear behavior and particle breakage for slate rockfill material[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, **80**(2): 1181 – 1192.