

DOI: 10.11779/CJGE20220406

考虑土体弹性半空间的水-桩-土相互作用系统在SV波作用下的解析解

王丕光¹, 黄义铭¹, 赵密^{*1}, 程星磊², 杜修力¹

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 天津城建大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072)

摘要: 近海结构单桩基础所在海洋环境复杂, 地震作用下近海桩基础结构工程可能遭受严重的破坏。针对桩基础结构在地震作用下的动力响应问题, 建立了一种地震作用下考虑土体弹性半空间的水-桩-土相互作用系统简化解析解; 首先, 桩体假设为黏弹性材料, 可在水-桩-土相互作用系统中分为多个桩段, 土体和水体分别假设为线黏弹性介质和声学介质; 然后, 基于亥姆霍兹分解、分离变量法和水-桩-土连续性条件, 得到了整个桩体的位移表达式; 之后, 把解析解退化为两种情况, 分别与无水有土情况下的子结构方法以及有土有水情况下的刚性解析解方法进行了对比, 从而验证弹性解析解的合理性; 最后, 通过使用本弹性解析解进行了一些参数分析, 以此研究水体、土体和桩体 3 种参数对桩体位移动力响应的影响, 研究结果对海上桩基设计有一定的参考价值。

关键词: 近海结构; 解析解; 水平地震; 弹性半空间; 桩-土相互作用

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2023)11-2248-10

作者简介: 王丕光(1985—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事近海工程抗震领域的研究。E-mail: wangpiguang1985@126.com。

Analytical solution for water-pile-soil interaction system under SV waves considering elastic half-space of soil

WANG Piguang¹, HUANG Yiming¹, ZHAO Mi¹, CHENG Xinglei², DU Xiuli¹

(1. Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety of Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The offshore structures of single pile foundation may suffer serious damage under seismic action because of the complex marine environment. In order to solve the dynamic response of the pile foundation under seismic action, a simplified analytical solution for water-pile-soil interaction system considering elastic half-space of soil under seismic action is established. Firstly, the pile is assumed to be viscoelastic material, which can be divided into multiple pile segments in the water-pile-soil interaction system. The soil and water are assumed to be linear viscoelastic medium and acoustic medium respectively. Then, based on the Helmholtz decomposition, separation of variables and water-pile-soil continuity condition, the displacement expression of the whole pile is obtained. Then, the analytical solution is degenerated into two cases, and compared with that of the substructure method in the case of soil without water and the rigid analytical solution in the case of soil with water so as to verify the rationality of the elastic analytical solution. Finally, some parameters are analyzed by using this elastic analytical solution to study the influences of three parameters, namely water, soil and pile, on the dynamic response of pile displacement. The research results are of certain reference value for the design of offshore pile foundations.

Key words: offshore structure; analytical solution; horizontal seism; elastic half-space; pile-soil interaction

0 引言

近年来, 随着经济全球化的进一步发展, 越来越多的海上桩基础结构在建设。此外, 中国处于欧亚地震带和环太平洋地震带之间, 这些海上结构不同于陆地上的桩支撑结构^[1-2], 桩基础支撑的海上结构往往需要考

虑地震作用下水-桩-土 3 者之间耦合作用对结构的影响^[3-5], 如跨海大桥、海上风机、石油平台和高桩码头等海上结构。因此, 评估考虑水-桩-土相互作用

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52078010); 教育部创新团队(IRT_17R03)

收稿日期: 2022-04-07

*通信作者(E-mail: zhaomi@bjut.edu.cn)

的海上桩基础结构在地震作用下的动力响应海上桩基础结构设计有一定的参考价值。

目前, 关于桩-土相互作用的耦合振动解析研究方法大概可以分为 3 类: ①第一种是 Winkler 模型方法^[6-8], Winkler 模型简单易用, 促进了桩基理论水平的研究, 但也受限于一些模型参数的取值; ②第二种是平面应变方法^[9-10], 这种方法忽略了周围土体的三维波效应; ③第三种是考虑波散射效应的三维轴对称连续性模型方法^[11-12]。在上述研究中, 土体底部和桩端土都是基于地基刚性假定, 这种简化方法一般适用于端承桩, 对于浮动桩来说存在一定程度上的误差。

不同于土体底部或桩端土的刚性边界条件, 后续又建立了支撑土体或桩端土的黏弹性边界条件(由线性弹簧和阻尼器并联而成)。例如, Wang 等^[7]给出了嵌在层状土体中的黏弹性桩体在轴向荷载作用下动力响应的解析解; Deng 等^[13]和 Lü 等^[14]通过引入虚拟桩-土模型, 分别研究了在单层土体和多层土体中桩-土相互作用对桩体竖向振动响应的影响; 吕述晖等^[15]推导了在土体弹性半空间情况下管桩在竖向动力荷载作用下动力响应的解析解, 同时也给出了桩上土体剪切复合刚度, 对管桩的工程应用具有一定的参考价值。通过上述研究发现, 土体弹性半空间情况下的弹簧和阻尼值对桩体动力响应有一定的影响。同时也发现针对土体弹性半空间条件下桩-土的解析研究都是基于在桩顶施加竖向荷载的情况, 对地震作用下考虑土体弹性半空间的桩-土相互作用系统对桩体动力响应的影响研究目前还没有。

海上桩基础结构一般都是处于深水环境中, 因此在动力分析时往往需要考虑桩-水相互作用对桩体动力响应的影响。桩-水相互作用不仅对结构的动力特性有一定的影响, 而且水体还会对结构产生额外的动水压力作用。基于刚性地基, 各学者对桩-水动力相互作用进行了一系列的研究^[16-18], 如 Wei 等^[19]建立了一种等截面轴对称柱体与水体相互作用的简化抗震设计分析方法; Jiang 等^[20]通过精细的数据拟合, 推导出了圆柱体动水压力的简化公式, 其主要参数为柱体半径和高度。

以上研究分析发现桩-水相互作用大多基于刚性基础, 考虑地基特性影响的研究较少。而关于桩-土相互作用的研究, 对于近海结构来说, 往往需要考虑水体的影响, 从而建立一个系统模型。目前, 关于水-桩-土相互作用的数值研究较为丰富^[21-23]。从上述水-桩-土相互作用的数值研究中可以发现, 几乎所有的假设都是基于刚性基础, 很少考虑地基为弹性半空间的情况, 特别是针对水平动荷载的研究更是少见。虽然数值模拟可以更方便、有效地解决水-桩-土相互作用

问题, 但对于某些参数规律的研究和讨论, 解析解有时较为方便。此外, 根据笔者目前的认识, 考虑土体弹性半空间的水-桩-土相互作用系统在地震作用下的解析研究仍是一个亟待解决的问题。为此, 本文建立了考虑土体弹性半空间的水-桩-土相互作用在地震作用下解析解, 重点分析了土体弹性半空间和水-土参数对桩体位移响应的影响。

1 基本假定及方程的建立

考虑土体弹性半空间的水-桩-土相互作用系统模型如图 1 所示。模型底部受到 SV 波 $u_g e^{i\omega t}$ 作用(其中 ω , t 分别为圆频率和时间), (r, z) 为桩体柱坐标系, 桩体半径、桩体出水面高度、水深、土体厚度和桩体总高度分别为 r_0 , h_1 , h_2 , h_3 , H 。

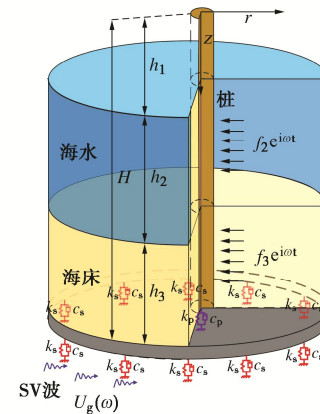


图 1 水-桩-土相互作用系统模型

Fig. 1 Model for water-pile-soil interaction system

本文在建立方程时需要采用如下假定条件: ①水体的水平方向是无限域, 且是无旋、无黏性, 初始时刻不发生扰动; ②桩体采用线黏弹性 Euler 梁模拟, 桩体截面为圆形。桩体与水体、土体和土体弹性地基接触良好, 水-桩-土体系为小变形振动, 接触面不发生滑移; ③土体为黏弹性、均质、各向同性介质, 土体材料阻尼采用与频率无关的滞回阻尼; ④桩体和土体主要变形在水平振动方向, 忽略与水平振动相关的竖向位移^[9-10]。

参考竖向动荷载作用下桩-土相互作用的弹簧和阻尼系数^[13-15], 并进一步结合由 Gazetas^[24]提出的水平弹簧和阻尼系数, 桩体和土体底部弹性半空间可以简化为弹簧-阻尼系统。此外, 桩体弹簧、土体弹簧以及桩体阻尼和土体阻尼系数的表达式可表示为

$$k_{ph} = k_{sh} = \frac{8G_b r_0}{A_p (2 - \nu_{sb})}, \quad (1)$$

$$c_{ph} = c_{sh} = \frac{4.6G_b}{\pi c_{sb} (2 - \nu_{sb})}. \quad (2)$$

式中: G_b , ν_{sb} , c_{sb} , ρ_b , A_p 分别为土体底部弹性半空间的剪切模量、泊松比、剪切波速、密度以及桩

体截面面积, $c_{sb} = \sqrt{G_b / \rho_b}$ 。

1.1 水体控制方程

根据势流理论, 水体动水压力在柱坐标下可以表示为 $p(r, \theta, z)e^{i\omega t}$, 以水体动水压力表示的控制方程为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -k^2 p \quad (3)$$

式中: $k = \omega / c_w$; c_w 为水中波传播的速度。

当水体波速 $c_w \rightarrow \infty$ 时, $k \rightarrow 0$, 此时水体表示不可压缩。

1.2 土体控制方程

土体介质在 SV 波作用下, 可以分为自由场响应和散射场响应, 其中自由场位移响应将在下一章节介绍, 而散射场位移响应可以表示为 $u_r(r, \theta, z)e^{i\omega t}$ 和 $u_\theta(r, \theta, z)e^{i\omega t}$ 。土体径向和环向位移表示的耦合动力方程可以表示为

$$(\lambda_s^* + 2G_s^*) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - G_s^* \frac{1}{r} \frac{\partial e_z}{\partial \theta} = -\rho_s \omega^2 u_r^s - G_s^* \frac{\partial^2 u_r^s}{\partial z^2} \quad (4)$$

$$\left(\lambda_s^* + 2G_s^* \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right) + G_s^* \frac{\partial e_z}{\partial r} = -\rho_s \omega^2 u_\theta^s - G_s^* \frac{\partial^2 u_\theta^s}{\partial z^2} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r^s) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^s}{\partial \theta} \\ e_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_\theta^s) - \frac{1}{r} \frac{\partial ru_r^s}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\lambda_s^* = 2G_s^* \nu_s / (1 - 2\nu_s)$ 为土体复 Lamé 常数; ν_s 为土体泊松比; $G_s^* = G_s (1 + 2i\beta_s)$ 为土体复剪切模量; G_s 为土体剪切模量; β_s 为土体滞后阻尼; ρ_s 为土体质量密度。

1.3 桩体控制方程

基于一维欧拉-伯努利梁理论, 桩体在空气、水体和土体中的水平位移 $w_{p_i} e^{i\omega t} (z) (i=1, 2, 3)$ 表示的动力控制方程为

$$E_p^* I_p \frac{\partial^4 w_{p_i}}{\partial z^4} - m_p \omega^2 w_{p_i} + f_i = 0 \quad (7)$$

式中: E_p , I_p , m_p 分别为桩体弹性模量、截面惯性矩和单位长度的质量, $m_p = \rho_p \pi r_0^2$; $E_p^* = E_p (1 + 2i\beta_p)$, β_p 为桩体滞后阻尼; $f_i (i=1, 2, 3)$ 分别为空气 ($f_1=0$)、水体和土体对桩体的阻抗力。需要注意的是关于桩-土地底部弹性半空间和上部土体-土体底部弹性半空间相互作用简化为弹簧-阻尼模型时, 地震动是在弹簧的末端输入, 通过水平应力平衡来体现水平 SV 波作用下桩体和上部土体与土体弹性半空间的相互作用。

1.4 系统边界条件

桩体顶部边界条件:

$$E_p^* I_p \frac{\partial^2 w_{p_i}}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = 0 \quad (8)$$

$$E_p^* I_p \frac{\partial^3 w_{p_i}}{\partial z^3} \Big|_{z=0} = 0 \quad (9)$$

水体表面边界条件:

$$p \Big|_{z=h_1} = 0 \quad (10)$$

水-土交界面边界条件:

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2} = 0 \quad (11)$$

$$\sigma_z = \lambda \left(\frac{\partial u_r^s}{\partial r} + \frac{u_r^s}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^s}{\partial \theta} \right) \Big|_{z=h_1+h_2} = 0 \quad (12)$$

$$\tau_{rz} = G_s^* \frac{\partial u_r^s}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2} = 0 \quad (13)$$

弹性半空间表面边界条件:

$$k_{sh} u_x^s + c_{sh} \frac{\partial u_x^s}{\partial t} - G_s^* \frac{\partial u_x^s}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2+h_3} = 0 \quad (14)$$

$$k_{ph} (w_{p_3} - U_g) + c_{ph} \frac{\partial (w_{p_3} - U_g)}{\partial t} - E_p^* I_p \frac{\partial^3 w_{p_3}}{\partial z^3} \Big|_{z=h_1+h_2+h_3} = 0 \quad (15)$$

$$E_p^* I_p \frac{\partial w_{p_3}}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2+h_3} = 0 \quad (16)$$

式中: u_x^s 为土体散射场在直角坐标系下的 x 方向位移, 与笛卡尔坐标系下位移关系为 $u_x^s = u_r^s \cos \theta - u_\theta^s \sin \theta$ 。

桩段连接面边界条件:

$$w_{p_1} \Big|_{z=h_1} = w_{p_2} \Big|_{z=h_1} \quad w_{p_2} \Big|_{z=h_1+h_2} = w_{p_3} \Big|_{z=h_1+h_2} \quad (17)$$

$$\frac{\partial w_{p_1}}{\partial z} \Big|_{z=h_1} = \frac{\partial w_{p_2}}{\partial z} \Big|_{z=h_1} \quad \frac{\partial w_{p_2}}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2} = \frac{\partial w_{p_3}}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2} \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 w_{p_1}}{\partial z^2} \Big|_{z=h_1} = \frac{\partial^2 w_{p_2}}{\partial z^2} \Big|_{z=h_1} \quad \frac{\partial^2 w_{p_2}}{\partial z^2} \Big|_{z=h_1+h_2} = \frac{\partial^2 w_{p_3}}{\partial z^2} \Big|_{z=h_1+h_2} \quad (19)$$

$$\frac{\partial^3 w_{p_1}}{\partial z^3} \Big|_{z=h_1} = \frac{\partial^3 w_{p_2}}{\partial z^3} \Big|_{z=h_1} \quad \frac{\partial^3 w_{p_2}}{\partial z^3} \Big|_{z=h_1+h_2} = \frac{\partial^3 w_{p_3}}{\partial z^3} \Big|_{z=h_1+h_2} \quad (20)$$

桩-土交界面边界条件:

$$u_r \Big|_{r=r_0} = w_{p_3} \cos \theta \Big|_{r=r_0} \quad (21)$$

$$u_\theta \Big|_{r=r_0} = -w_{p_3} \sin \theta \Big|_{r=r_0} \quad (22)$$

桩-水交界面边界条件:

$$\frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \rho \omega^2 (w_{p_2} + U_g) \cos \theta \Big|_{r=r_0} \quad (23)$$

水体动水压力无穷远处边界条件:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p = 0 \quad (24)$$

土体位移无穷远处边界条件:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_r^s = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} u_\theta^s = 0 \quad (25)$$

2 方程的求解

2.1 水-土-弹性半空间自由场相互作用

SV 波垂直入射时, 水-土自由场模型如图 2 所示, 其中直角坐标系原点在水-土交界面处。模型中弹性半空间固体介质的波系 $u_b(z, t)$ 由入射 SV 波 $u_{bi}(z, t)$ 和反射 SV 波 $u_{br}(z, t)$ 构成, 弹性半空间上层土体介质由透射 SV 波 $u_{st}(z, t)$ 和反射 SV 波 $u_{sr}(z, t)$ 构成。与 P 波垂直入射时不同, SV 波垂直入射时海域场地自由场模型中固、液介质不发生能量交换, 水体介质中没有波的输入。

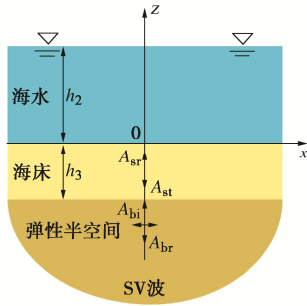


图 2 水-土自由场模型

Fig. 2 Model for water-soil free field

根据 Helmholtz 定理, 引入位移势函数 $\phi(z, t)$, 则波系中各成分的位移可以表示为

$$\left. \begin{aligned} u_b^f(z, t) &= u_{bi}(z, t) + u_{br}(z, t) = \frac{\partial \phi_{bi}(z, t)}{\partial z} + \frac{\partial \phi_{br}(z, t)}{\partial z}, \\ u_s^f(z, t) &= u_{st}(z, t) + u_{sr}(z, t) = \frac{\partial \phi_{st}(z, t)}{\partial z} + \frac{\partial \phi_{sr}(z, t)}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

对于频率为 ω 的简谐入射波, 稳态解的势函数可以表示为

$$\phi_{bi} = A_{bi} \exp \left[i\omega \left(-\frac{z}{c_{sb}} + t \right) \right], \quad (27)$$

$$\phi_{br} = A_{br} \exp \left[i\omega \left(\frac{z}{c_{sb}} + t \right) \right], \quad (28)$$

$$\phi_{st} = A_{st} \exp \left[i\omega \left(-\frac{z}{c_{ss}} + t \right) \right], \quad (29)$$

$$\phi_{sr} = A_{sr} \exp \left[i\omega \left(\frac{z}{c_{ss}} + t \right) \right]. \quad (30)$$

式中: $c_{ss} = \sqrt{G_s / \rho_s}$ 为弹性半空间上层土体介质的 SV 波波速 $c_{ss} = \sqrt{G_s / \rho_s}$; A_{bi} , A_{br} 分别为弹性半空间固体介质入射波和反射波的势函数幅值; A_{st} , A_{sr} 分别为弹性半空间上层土体介质和反射波的势函数幅值。

在土体顶部 ($z=0$) 和弹性半空间与上层土体介质耦合界面处 ($z=-h_3$), 满足土体顶部切向应力为零、法向位移连续和法向应力平衡的边界条件,

$$\tau_{xz}^f \Big|_{z=0} = 0, \quad (31)$$

$$u_b^f(z, t) \Big|_{z=-h_3} = u_s^f(z, t) \Big|_{z=-h_3}, \quad (32)$$

$$\sigma_{zb}^f(z, t) \Big|_{z=-h_3} = \sigma_{zs}^f(z, t) \Big|_{z=-h_3}. \quad (33)$$

将式 (27) ~ (30) 代入平衡条件式 (31) ~ (33), 进一步可以得到:

$$A_{br} = A_{i3} A_{bi}, \quad (34)$$

$$A_{sr} = A_{i4} A_{bi}, \quad (35)$$

$$A_{st} = -A_{sr}. \quad (36)$$

式中:

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i\omega}{c_{sb}} & \frac{i\omega}{c_{ss}} \end{bmatrix}, \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} A_2 & A_{i1} \\ B_2 & A_{i2} \\ C_2 & A_{i3} \\ D_2 & A_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp \left(-\frac{i\omega h_3}{c_{sb}} \right) & \frac{A_i}{B_i (C_2 + D_2)} \\ \exp \left(\frac{i\omega h_3}{c_{sb}} \right) & \frac{A_i^2 (\lambda_b + 2G_b)}{B_i^2 (\lambda_s + 2G_s) (D_2 - C_2)} \\ \exp \left(-\frac{i\omega h_3}{c_{ss}} \right) & \frac{A_2 (A_{i1} + A_{i2})}{B_2 (A_{i1} - A_{i2})} \\ \exp \left(\frac{i\omega h_3}{c_{ss}} \right) & A_{i1} (A_{i3} B_2 - A_2) \end{bmatrix}. \quad (38)$$

将式 (34) ~ (36) 代入式 (26), 并作 Fourier 变换, 得到波场频域解:

$$\left. \begin{aligned} U_b^f(z, \omega) &= A_i \left[A_{i3} \exp \left(\frac{i\omega z}{c_{sb}} \right) - \exp \left(-\frac{i\omega z}{c_{sb}} \right) \right] A_{bi}, \\ U_s^f(z, \omega) &= B_i A_{i4} \left[\exp \left(\frac{i\omega z}{c_{ss}} \right) - \exp \left(-\frac{i\omega z}{c_{ss}} \right) \right] A_{bi}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

对于任一给定的输入地震动 $u_g(t)$, 可以是简谐波或者实际地震动。考虑到实际地震动的传播时间较长, 在傅里叶变换到频域下的频谱时较为繁琐, 因此本文算例考虑使用简谐波时程, 同时也利于一些参数规律化研究。本文研究采用的简谐波时程是狄拉克脉冲, 位移幅值为 1 cm, 脉冲激励时间为 0.2 s, 脉冲时程如图 3 所示。对时域下位移时程作 Fourier 变换, 然后由 $U_{si}^f(z, \omega) \Big|_{z=-h_3} = U_g(\omega)$ 得到:

$$A_{bi} = -\frac{U_g(\omega)}{A_i} \exp \left(-\frac{i\omega h_3}{c_{sb}} \right). \quad (40)$$

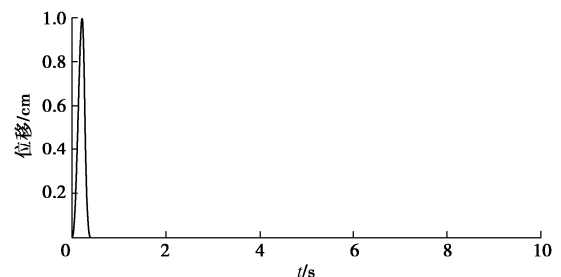


图 3 狄拉克脉冲

Fig. 3 Dirac impulse

将式 (40) 代入式 (39), 得到弹性半空间固体域介质和弹性半空间上层土体介质的频域解, 再作 Fourier 逆变换后, 即可得到弹性半空间波场时域解。

在无其他特殊说明情况下采用表 1 所示的水-桩-土参数, 为了验证上述推导的 SV 波作用下水-土-弹性半空间自由场解析解的合理性, 将本自由场解析解退化为只有水-土情况下, 然后分别与张国良的时域一维有限元法^[25]、宝鑫的解析解法^[26]以及刚度矩阵法^[27]进行对比, 结果如图 4 所示。从图 4 可以看出, 几种方法吻合较好, 也反映了本方法的合理性。

表 1 桩体、土体和水体参数

Table 1 Parameters of pile, soil and water

参数	幅值	参数	幅值
桩长 H	60 m	杨氏模量 E_s	50 MPa
桩出水面长度 h_1	0 m	密度 ρ_s	2000 kg/m ³
直径 $2r_0$	4 m	滞后阻尼 β_s	0.02
杨氏模量 E_p	30 GPa	泊松比 ν_s	0.35
剪切模量 G_p	—	弹性半空间剪切模量 G_b	100 MPa
密度 ρ_p	2500 kg/m ³	弹性半空间密度 ρ_b	2200 kg/m ³
滞后阻尼 β_p	0.02	水深 h_2	30 m
泊松比 ν_p	0.25	密度 ρ_w	1000 kg/m ³
土体厚度 h_3	30 m	波速 c_w	1438 m/s

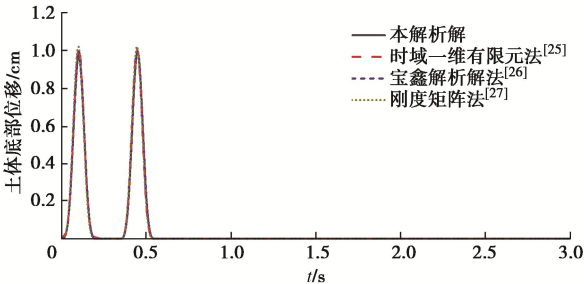


图 4 几种方法的位移时程对比

Fig. 4 Comparison of time histories of displacement by several methods

图 5、6 分别表示土体顶部位移随着土体底部弹性半空间剪切模量和土体弹性模量的变化趋势。

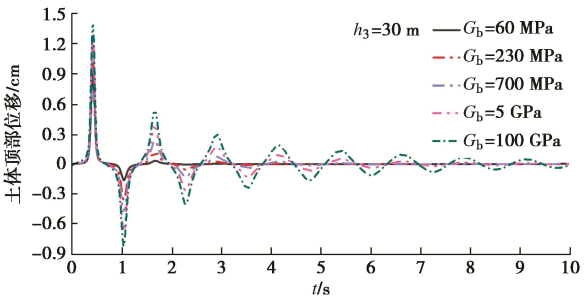


图 5 不同土体弹性半空间剪切模量情况下土体顶部位移时程
Fig. 5 Time histories of displacement of soil top under different elastic half-space shear moduli

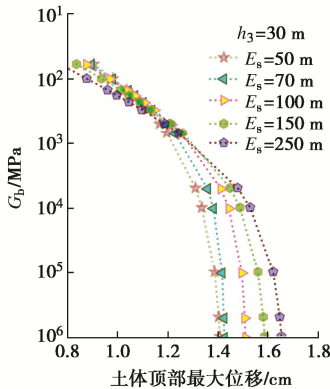


图 6 土体顶部最大位移随着土体底部弹性半空间剪切模量变化

Fig. 6 Variation of maximum displacement of soil top with elastic half-space shear modulus at soil bottom

从图 5、6 可以看出, 软弱土层的土体位移偏小以及相比于土体底部弹性地基情况, 土体底部刚性地基情况下的位移偏大, 也就是说土体底部地基不能简单的视为刚性地基。

2.2 桩-土相互作用

根据亥姆霍兹分解、分离变量法和一系列边界条件 (12), (13), (21), (22), (24), (25) 可以得到土体径向位移和环向位移为^[28]

$$u_r^s(r, \theta, z_3) = \cos \theta \sum_{i=1}^{\infty} \cos(g_i z_3) \cdot \left\{ -A_i \left[\frac{1}{r} K_1(q_i r) + q_i K_0(q_i r) \right] + B_i \frac{1}{r} K_1(s_i r) \right\}, \quad (41)$$

$$u_{\theta}^s(r, \theta, z_3) = \sin \theta \sum_{i=1}^{\infty} \cos(g_i z_3) \cdot \left\{ -A_i \frac{1}{r} K_1(q_i r) + B_i \left[\frac{1}{r} K_1(s_i r) + s_i K_0(s_i r) \right] \right\}. \quad (42)$$

式中: $q_i^2 = \frac{G_s^* g_i^2 - \rho_s \omega^2}{\lambda_s^* + 2G_s^*}$; $s_i^2 = \frac{G_s^* g_i^2 - \rho_s \omega^2}{G_s^*}$; A_i , B_i 为未知系数; $z_3 = z - h_1 - h_2$ 。

g_i 可以通过边界条件 (14) 求解, 同时还需要满足在任意角度下等式都成立。因此, 整理得到以下含有虚数的超越方程:

$$g_i \sin(g_i h_3) - \gamma_s \cos(g_i h_3) = 0. \quad (43)$$

$$\text{式中: } \gamma_s = \frac{k_{sh} + i\omega c_{sh}}{G_s^*}.$$

根据桩-土位移连续边界条件, 且桩完全附着在土体上, 因此可以假设桩体位移为

$$w_{p_3} = \sum_{i=1}^{\infty} U_{li} \cos(g_i z_3). \quad (44)$$

根据式 (39), (41), (42) 可以得到:

$$A_i = T_{li}(U_{li} - U_{2i}), \quad (45)$$

$$B_i = T_{2i}(U_{li} - U_{2i}). \quad (46)$$

式中:

$$T_{li} = \frac{-(2/r_0)K_1(s_i r_0) - s_i K_0(s_i r_0)}{T_{3i}}, \quad (47a)$$

$$T_{2i} = \frac{-(2/r_0)K_1(q_i r_0) - q_i K_0(q_i r_0)}{T_{3i}}, \quad (47b)$$

$$T_{3i} = \frac{q_i}{r_0} K_0(q_i r_0) K_1(s_i r_0) +$$

$$\frac{s_i}{r_0} K_1(q_i r_0) K_0(s_i r_0) + q_i s_i K_0(q_i r_0) K_0(s_i r_0), \quad (47c)$$

$$U_{2i} = \frac{1}{T_{4i}} \int_0^{h_3} U_s^f \cos(g_i z_3) dz_3, \quad (47d)$$

$$T_{4i} = \int_0^{h_3} \cos(g_i z_3) \cos(g_i z_3) dz_3. \quad (47e)$$

式中: U_{li} 为与 z 相关的未知系数。

再根据力和位移的关系, 可以得到土体阻抗力 f_1 :

$$\begin{aligned} f_1 &= -\int_0^{2\pi} (\sigma_r(r_0) \cos \theta - \tau_{r\theta}(r_0) \sin \theta) r_0 d\theta \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} b_{hi} U_{li} \cos(g_i z_3) - \sum_{i=1}^{\infty} b_{hi} U_{2i} \cos(g_i z_3), \quad (48) \\ b_{hi} &= -\pi r_0^2 \{(\lambda_s^* + 2G_s^*) T_{li} q_i^2 K_1(q_i r_0) + G_s^* T_{2i} s_i^2 K_1(s_i r_0)\}. \quad (49) \end{aligned}$$

式中: b_{hi} 为第 i 阶水平阻抗因子。

当 $i=3$ 时, 将式 (48) 代入式 (7), 并利用通解和特解求得桩体在土中的位移表达式为^[28]

$$\begin{aligned} w_{p3}(z_3) &= Q_1 \sin(\beta z_3) + Q_2 \cos(\beta z_3) + Q_3 \sinh(\beta z_3) + \\ &Q_4 \cosh(\beta z_3) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{b_{hi}(U_{li} - U_{2i})}{E_p^* I_p g_i^4 - m_p \omega^2} \cos(g_i z_3), \quad (50) \end{aligned}$$

$$\beta = \sqrt[4]{(m_p \omega^2 / E_p^* I_p)}. \quad (51)$$

式中: Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 为由未知常数。

结合式 (44), (50), 进一步利用三角函数正交性, 可以得到 U_{li} 的表示式。然后再带回到式 (51), 整理得到桩体在土中的位移表达式为

$$\begin{aligned} w_{p3}(z_3) &= Q_1 \left[\sin(\beta z_3) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{li} \cos(g_i z_3) \right] + \\ &Q_2 \left[\cos(\beta z_3) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{2i} \cos(g_i z_3) \right] + \\ &Q_3 \left[\sinh(\beta z_3) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{3i} \cos(g_i z_3) \right] + \\ &Q_4 \left[\cosh(\beta z_3) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{4i} \cos(g_i z_3) \right] - \\ &T_{6i} \cos(g_i z_3) + T_{7i} \cos(g_i z_3). \quad (52) \end{aligned}$$

式中:

$$\{\kappa_{li} \quad \kappa_{2i} \quad \kappa_{3i} \quad \kappa_{4i}\}^T = T_{8i} \{F_{li} \quad F_{2i} \quad F_{3i} \quad F_{4i}\}^T, \quad (53a)$$

$$F_{li} = \int_0^{h_3} \sin(\beta z_3) \cos(g_i z_3) dz_3, \quad (53b)$$

$$F_{2i} = \int_0^{h_3} \cos(\beta z_3) \cos(g_i z_3) dz_3, \quad (53c)$$

$$F_{3i} = \int_0^{h_3} \sinh(\beta z_3) \cos(g_i z_3) dz_3, \quad (53d)$$

$$F_{4i} = \int_0^{h_3} \cosh(\beta z_3) \cos(g_i z_3) dz_3, \quad (53e)$$

$$T_{5i} = E_p^* I_p g_i^4 - m_p \omega^2, \quad (53f)$$

$$T_{6i} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(b_{hi})^2 U_{2i}}{T_{5i} (T_{5i} + b_{hi})}, \quad (53g)$$

$$T_{7i} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{b_{hi} U_{2i}}{T_{5i}}, \quad (53h)$$

$$T_{8i} = \frac{b_{hi}}{T_{4i} (T_{5i} + b_{hi})}. \quad (53i)$$

2.3 桩-水相互作用

根据分离变量法和一系列边界条件 (10), (11), (23), (24), 可以得到水体水平方向对桩体的阻抗力 f_2 ^[28]:

$$f_2 = \sum_{j=1}^{\infty} a_{hj} U_{3j} \sin(\lambda_j h_2) + \sum_{j=1}^{\infty} a_{hj} U_{4j} \sin(\lambda_j h_2), \quad (54)$$

$$U_{3j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} w_{p2}(z_2) \sin(\lambda_j h_2) dz_2, \quad (55)$$

$$U_{4j} = \frac{-2U_g}{h_2 \lambda_j}, \quad (56)$$

$$a_{hj} = \frac{\rho \pi r_0^2 \omega^2 H_1^{(2)}(r_1)}{r_1 H_1^{(2)'}(r_1)}. \quad (57)$$

式中: $h_1 \leq z_2 \leq h_1 + h_2$; a_{hj} 为第 j 阶水平阻抗因子;

$$r_1 = -ir \lambda_j \sqrt{1 - (\omega / \lambda_j c)^2}, \quad \lambda_j = \frac{(2j-1)\pi}{2h_2}, \quad j=1, 2, 3 \dots$$

当 $i=2$ 时, 将式 (54) 代入式 (7), 解法与桩-土相互作用求解类似, 整理得到桩体在水中的位移表达式为

$$\begin{aligned} w_{p2}(z_2) &= Q_5 \left[\sin(\beta z_2) - \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_{1j} \sin \lambda_j z_2 \right] + \\ &Q_6 \left[\cos(\beta z_2) - \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_{2j} \sin \lambda_j z_2 \right] + \\ &Q_7 \left[\sinh(\beta z_2) - \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_{3j} \sin \lambda_j z_2 \right] + \\ &Q_8 \left[\cosh(\beta z_2) - \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_{4j} \sin \lambda_j z_2 \right] - \\ &T_{10j} \sin(\lambda_j z_2) - T_{11j} \sin \lambda_j z_2. \quad (58) \end{aligned}$$

式中: Q_5, Q_6, Q_7, Q_8 为未知常数。且

$$\{\zeta_{1j} \quad \zeta_{2j} \quad \zeta_{3j} \quad \zeta_{4j}\}^T = T_{12j} \{L_{1j} \quad L_{2j} \quad L_{3j} \quad L_{4j}\}^T, \quad (59a)$$

$$L_{1j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \sin(\beta z_2) \sin(\lambda_j z_2) dz_2, \quad (59b)$$

$$L_{2j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \cos(\beta z_2) \sin(\lambda_j z_2) dz_2, \quad (59c)$$

$$L_{3j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \sinh(\beta z_2) \sin(\lambda_j z_2) dz_2, \quad (59d)$$

$$L_{4j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \cosh(\beta z_2) \sin(\lambda_j z_2) dz_2, \quad (59e)$$

$$T_{9j} = E_p^* I_p \lambda_j^4 - m_p \omega^2, \quad (59f)$$

$$T_{10j} = - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(a_{hj})^2 U_{4j}}{T_{9j} (T_{9j} + a_{hj})}, \quad (59g)$$

$$T_{11j} = \frac{a_{hj} U_{4j}}{T_{9j}}, \quad (59h)$$

$$T_{12j} = \frac{a_{hj}}{T_{9j} + a_{hj}}. \quad (59i)$$

2.4 空气中桩

当 $i=1$ 时, 桩体在空气中的位移表达式为

$$w_{p1}(z_1) = Q_9 \sin(\beta z_1) + Q_{10} \cos(\beta z_1) + Q_{11} \sinh(\beta z_1) + Q_{12} \cosh(\beta z_1). \quad (60)$$

式中: $Q_9, Q_{10}, Q_{11}, Q_{12}$ 为由未知常数。

2.5 桩体总位移求解

将式 (52), (58), (60) 代入边界条件 (8), (9), (15) ~ (20), 经过转化可得

$$T_1(i)Q_{w1} = 0, \quad (61)$$

$$T_2(i)Q_{w1} = T_3(j)Q_{w2} + T_4(j), \quad (62)$$

$$T_5(j)Q_{w2} = T_6(i)Q_{w3} + T_7(i, j), \quad (63)$$

$$T_8(i)Q_{w3} = T_9. \quad (64)$$

将式 (62) 代入式 (63), 并进一步代入式 (64) 再结合式 (61) 可得

$$\begin{bmatrix} T_1(i) \\ T_8(i)T_6^{-1}(i)T_5(j)T_3^{-1}(j)T_2(i) \end{bmatrix} Q_{w1} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_8(i)T_6^{-1}(i)T_5(j)T_3^{-1}(j)T_4(j) + \dots \\ T_8(i)T_6^{-1}(i)T_7(i, j) + T_9 \end{bmatrix}. \quad (65)$$

未知系数 Q_{w1}, Q_{w2}, Q_{w3} 分别可以通过式 (62), (63), (65) 得到。基于这些系数, 即可求得频域下桩体总位移, 再通过 Fourier 逆变换, 可得到时域下桩体总位移。

3 模型验证

由式 (48), (54) 可以看出土体阻抗和水体阻抗的表达式是一种无穷级数形式, 因此有必要分析无穷级数的收敛性。从图 7 中可以看出, 无水 and 有水两种情况下将无穷级数截止到第 5 项之后, 计算结果趋于平稳, 说明无穷级数趋于收敛。因此, 考虑到计算精

确和计算效率, i 和 j 都取为 5。

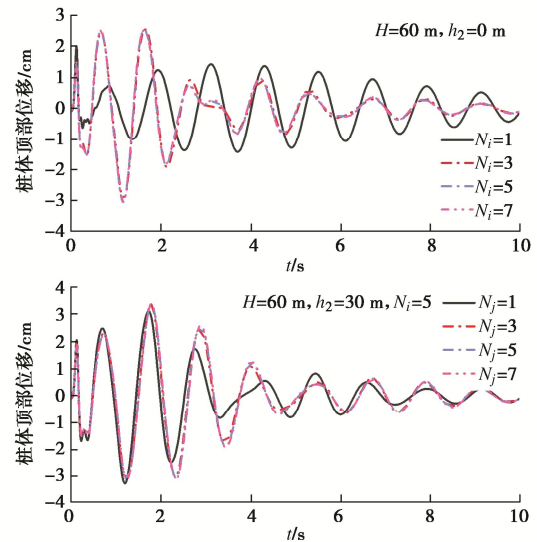


图 7 收敛性分析

Fig. 7 Convergence tests

同时, 为了验证本文解析解的合理性, 将本解析解退化为两种情况: ①退化为无水有土情况 (弹性地基), 然后与子结构法进行对比^[29], 结果如图 8 所示; ②退化为有水有土情况 (刚性地基), 然后与已有的刚性解析解进行对比^[28], 结果如图 9 所示, 其中弹簧取大值表示在本算例中土体底部弹性半空间的剪切模量取值为 $G_b = 100 \text{ GPa}$ 。从图 8, 9 中可以看出, 3 种方法吻合度较好, 也即说明本解析解推导的合理性。

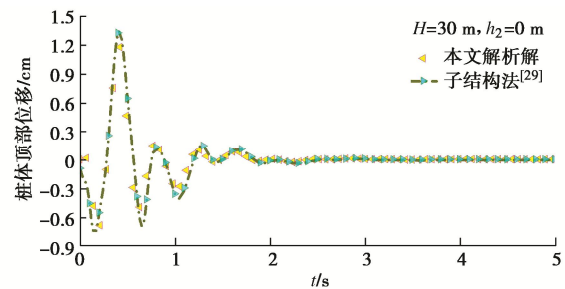


图 8 本解析法与子结构方法的对比 ($h_2=0 \text{ m}$)

Fig. 8 Comparison between analytical and substructure methods

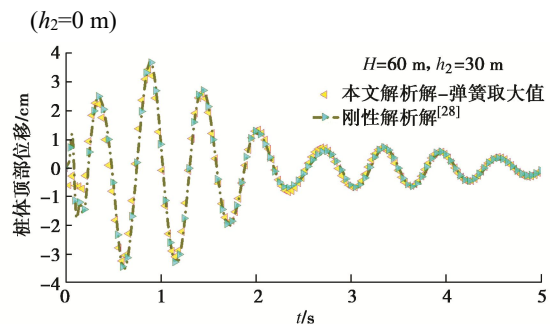


图 9 本解析法与刚性解析解的对比

Fig. 9 Comparison between analytical and rigid analytical methods

4 数值算例

4.1 土体底部弹性半空间刚度的影响

为了进一步了解土体底部和桩端土弹簧和阻尼的取值范围对桩体位移响应的影响, 在其他条件不变以及无水情况下, 分析了桩体最大位移随着土体底部弹性半空间剪切模量以及土体弹性模量的变化趋势, 结果如图 10 所示。从图 10 可以看出, 桩体最大位移随着土体底部弹性半空间剪切模量的增大而增大, 也就是说相比于弹性地基情况, 刚性地基情况下对桩体位移响应有一定的放大作用, 且土体弹性模量越大, 放大作用越明显。需要注意的是图 10 研究的是桩顶最大位移随着土体底部弹性半空间剪切模量和土体弹性模量的变化趋势, 而图 6 研究的是水-土-土体弹性半空间的土体自由场顶部最大位移随着土体底部弹性半空间剪切模量和土体弹性模量的变化趋势。

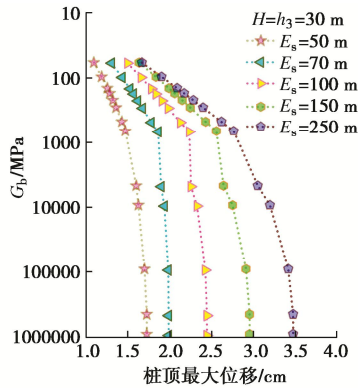


图 10 桩体最大位移随着土体底部弹性半空间剪切模量变化

Fig. 10 Variation of maximum displacement of pile with elastic half-space shear modulus at soil bottom

从模型简化的过程中, 可以看出造成上述桩体位移响应差异的主要原因有两个: ①土体底部弹簧和阻尼取值对土体模态 g_i 和阻抗 $b_{hi} \cos(g_i z_3)$ 的影响, 进而影响桩体位移响应, 分析结果如图 11, 12 所示; ②桩端土弹簧和阻尼取值对桩体位移响应的影响, 分析结果如图 13 所示。

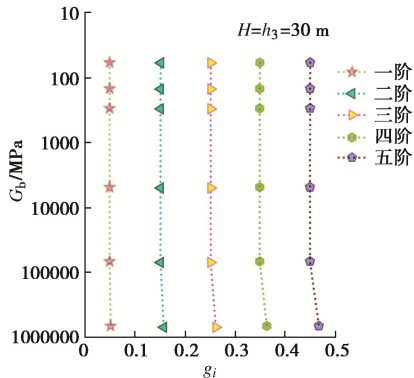


图 11 土体模态随着土体底部弹性半空间剪切模量的变化

Fig. 11 Variation of soil mode with elastic half-space shear modulus at soil bottom

从图 11, 12 可以看出, 随着土体底部弹性半空间剪切模量的变化, 土体模态和阻抗的变化趋势较小, 说明地震作用下土体底部地基可以视为刚性地基。从图 13 可以看出, 随着土体底部弹性半空间剪切模量的变化 (桩端土弹簧和阻尼值随之变化), 对 $T_8(2 \times 4)$ 和 $T_9(2 \times 1)$ 矩阵造成了一定程度上的影响, 而这也是造成桩体顶部最大位移差异的主要原因。

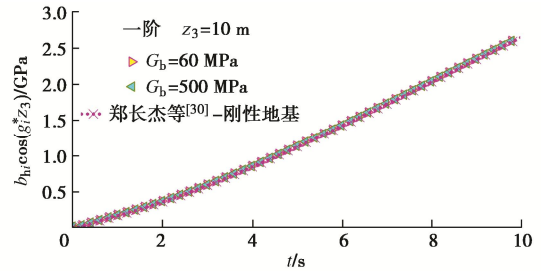


图 12 土体阻抗随土体底部弹性半空间剪切模量的变化

Fig. 12 Variation of soil impedance with elastic half-space shear modulus at soil bottom

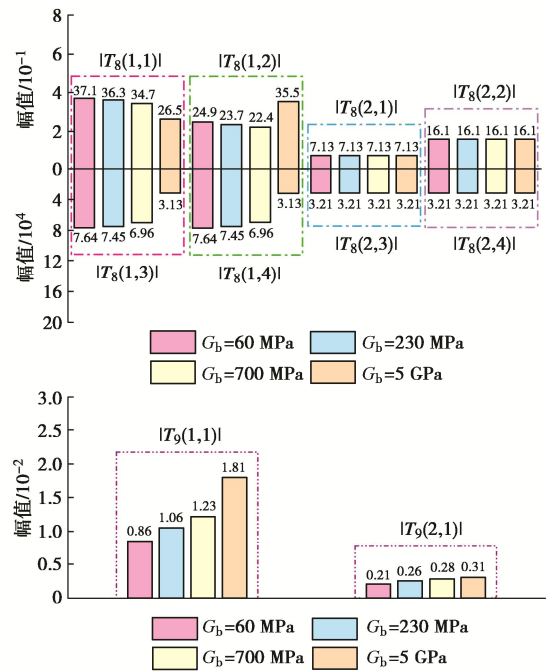


图 13 T_8 和 T_9 矩阵随着土体底部弹性半空间剪切模量的变化

Fig. 13 Variation of T_8 and T_9 matrices with elastic half space shear modulus at soil bottom

4.2 水深的影响

从工程应用的角度来看, 探讨水体深度变化对桩体位移响应造成的影响有一定意义。因此, 定义了一个无量纲参数 E_r (误差),

$$E_r = \left| \frac{u_{\text{有水}} - u_{\text{无水}}}{u_{\text{有水}}} \right| \times 100\% \quad (66)$$

式中: $u_{\text{有水}}$ 为不同水深情况下的桩体位移峰值; $u_{\text{无水}}$ 为无水情况下的桩体位移峰值。

图 14, 15 表示在不同桩体半径以及土体弹性模量情况下, 研究桩体响应的误差 E_r 与水深(桩长随着水深的变化而变化)之间的关系。从图 14, 15 中可以看出, 不同桩体半径和土体弹性模量情况下, 水深的变化都对桩体位移响应造成一定的影响。从工程角度来看, 对于软弱土层且处于低水位情况下, 水深的变化对桩体位移响应造成的影响(8%左右)可以忽略不计。

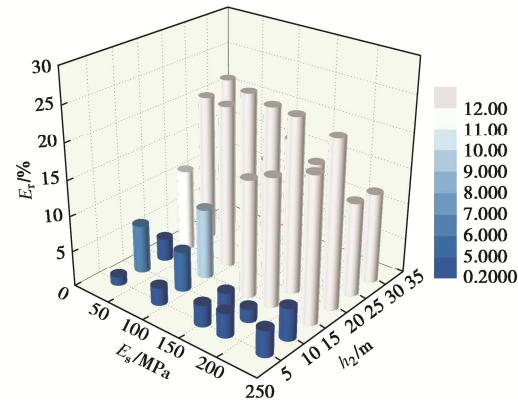


图 14 不同桩体半径情况下 E_r 随着水深的变化

Fig. 14 Variation of E_r with water depth under different pile radii

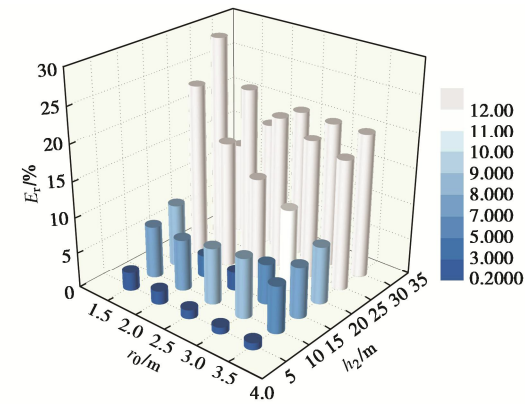


图 15 不同土体弹性模量情况下 E_r 随着水深的变化

Fig. 15 Variation of E_r with water depth under different soil elastic moduli

5 结 论

本文建立了一种考虑土体弹性半空间的水-桩-土相互作用系统在 SV 波作用下的解析解。为了深入了解土体底部弹性地基和刚性地基对桩体位移响应造成的差异, 重点讨论了桩体位移响应随着土体底部弹性半空间剪切模量的变化趋势, 同时也研究了桩体、土体参数以及水深对桩体位移响应造成的影响。得出 3 点结论。

(1) 在本文所研究的参数范围内, 相比于土体底部弹性地基情况, 土体底部是刚性地基情况下对土体

自由场位移响应有一定的影响, 而对土体散射场位移响应造成的影响可以忽略。

(2) 同样, 在本文所研究的参数范围内, 场地是中硬土以上情况下土体底部地基可以视为刚性地基, 而对桩体位移造成的影响主要取决于桩端土地基类型的选择。

(3) 随着桩体和土体参数变化, 水体对桩体位移响应有一定影响。然而从工程角度来看, 水深小于 15 m 时对软弱土层中桩体位移响应造成的影响可以忽略。

参考文献:

[1] NOVAK M. Dynamic stiffness and damping of piles[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 11(4): 574-598.

[2] GAZETAS G, DOBRY R. Horizontal response of piles in layered soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 110(1): 20-40.

[3] YAMADA Y, KAWANO K, IEMURA H. Wave and earthquake response of offshore structures with soil-structure interaction[J]. Structural Engineering JSCE, 1988, 5(2): 361-370.

[4] SPYRAKOS C C, XU C J. Soil-structure-water interaction of intake-outlet towers allowed to uplift[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1997, 16(2): 151-159.

[5] WANG P G, CHANG Y F, ZHAO M, et al. Earthquake and wave analysis of circular cylinder considering water-structure-soil interaction[J]. Advances in Civil Engineering, 2020, 2020: 1-18.

[6] DEZI F, CARBONARI S, LEONI G. A model for the 3D kinematic interaction analysis of pile groups in layered soils[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2009, 38(11): 1281-1305.

[7] WANG K H, WU W B, ZHANG Z Q, et al. Vertical dynamic response of an inhomogeneous viscoelastic pile[J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37(4): 536-544.

[8] LAORA R D, MANDOLINI A, MYLONAKIS G. Insight on kinematic bending of flexible piles in layered soil[J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 2012, 43: 309-322.

[9] NOVAK M, BEREDUGO Y O. Vertical vibration of embedded footings[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1972, 98(12): 1291-1310.

[10] NOGAMI T, NOVAK M. Resistance of soil to a horizontally vibrating pile[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1977, 5(3): 249-261.

[11] WANG K H, ZHANG Z Q, LEO C J, et al. Dynamic torsional

- response of an end bearing pile in transversely isotropic saturated soil[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, **327**(3/4/5): 440-453.
- [12] DAI D H, EL NAGGAR M H, ZHANG N, et al. Kinematic response of an end-bearing pile subjected to vertical P-wave considering the three-dimensional wave scattering[J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, **120**: 103368.
- [13] DENG G D, ZHANG J S, WU W B, et al. Soil-pile interaction in the pile vertical vibration based on fictitious soil-pile model[J]. *Journal of Applied Mathematics*, 2014, **2014**: 1-11.
- [14] LÜ S H, WANG K H, WU W B, et al. Longitudinal vibration of pile in layered soil based on Rayleigh-Love rod theory and fictitious soil-pile model[J]. *Journal of Central South University*, 2015, **22**(5): 1909-1918.
- [15] 吕述晖, 王奎华, 吴文兵. 考虑横向惯性效应时黏弹性支承桩纵向振动特性研究[J]. *振动工程学报*, 2016, **29**(4): 679-686. (LU Shuhui, WANG Kuihua, WU Wenbing. Longitudinal vibration of viscoelastic bearing piles considering transverse inertia effect[J]. *Chinese Journal of Vibration Engineering*, 2016, **29**(4): 679-686. (in Chinese))
- [16] GOYAL A, CHOPRA A K. Simplified evaluation of added hydrodynamic mass for intake towers[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, **115**(7): 1393-1412.
- [17] HAN R P S, XU H Z. A simple and accurate added mass model for hydrodynamic fluid-structure interaction analysis[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1996, **333**(6): 929-945.
- [18] DU X L, WANG P G, ZHAO M. Simplified formula of hydrodynamic pressure on circular bridge piers in the time domain[J]. *Ocean Engineering*, 2014, **85**: 44-53.
- [19] WEI K, BOUAANANI N, YUAN W C. Simplified methods for efficient seismic design and analysis of water-surrounded composite axisymmetric structures[J]. *Ocean Engineering*, 2015, **104**: 617-638.
- [20] JIANG H B, WANG X B, ZENG C, et al. Simplified expression of hydrodynamic pressure on deep water cylindrical bridge piers during earthquake[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2017, **22**(6): 04017014.
- [21] YE J H, JENG D S, CHAN A H C, et al. 3D Integrated numerical model for fluid-structures-seabed interaction (FSSI): elastic dense seabed foundation[J]. *Ocean Engineering*, 2016, **115**: 107-122.
- [22] SUI T T, ZHANG C, JENG D S, et al. Wave-induced seabed residual response and liquefaction around a mono-pile foundation with various embedded depth[J]. *Ocean Engineering*, 2019, **173**: 157-173.
- [23] HE R, KAYNIA A M, ZHANG J S, et al. Seismic response of monopiles to vertical excitation in offshore engineering[J]. *Ocean Engineering*, 2020, **216**: 108120.
- [24] GAZETAS G. Analysis of machine foundations: state of the art[J]. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 1983, **2**: 1-42.
- [25] ZHANG G L, ZHAO M, DU X L, et al. 1D finite element artificial boundary method for transient response of ocean site under obliquely incident earthquake waves[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2019, **126**: 105787.
- [26] 宝 鑫. 岛礁-海水系统地震反应研究[D]. 北京: 清华大学, 2020. (BAO Xin. Research on the Seismic Response of the Reef-Seawater System[D]. Beijing: Tsinghua University, 2020. (in Chinese))
- [27] SU C K, WANG P G, ZHAO M, et al. Dynamic interaction analysis of structure-water-soil-rock systems under obliquely incident seismic waves for layered soils[J]. *Ocean Engineering*, 2022, **244**: 110256.
- [28] HUANG Y M, WANG P G, ZHAO M, et al. Dynamic responses of an end-bearing pile subjected to horizontal earthquakes considering water-pile-soil interactions[J]. *Ocean Engineering*, 2021, **238**: 109726.
- [29] WANG P G, XU Y D, ZHANG X L, et al. A substructure method for seismic responses of offshore wind turbine considering nonlinear pile-soil dynamic interaction[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2021, **144**: 106684.
- [30] ZHENG C J, LUAN L B, QIN H Y, et al. Horizontal dynamic response of a combined loaded large-diameter pipe pile simulated by the Timoshenko beam theory[J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2020, **20**(2): 2071003.