

DOI: 10.11779/CJGE20220340

# 不同循环应力路径下饱和珊瑚砂体应变的发展特征

秦 悠<sup>1</sup>, 马维嘉<sup>2</sup>, 赵 凯<sup>1</sup>, 吴 琦<sup>1</sup>, 陈国兴<sup>\*1,3</sup>

(1. 南京工业大学岩土工程研究所, 江苏 南京 211816; 2. 南京理工大学机械工程学院, 江苏 南京 210094;  
3. 江苏省土木工程防震技术研究中心, 江苏 南京 211816)

**摘要:** 地震、波浪引起排水或部分排水状态的饱和砂类土体应变的累积, 会导致地表、海床和附近结构物的显著破坏, 且饱和砂土排水循环加载的体应变增长与不排水循环加载的孔压增长存在定量的对应关系。通过对饱和珊瑚砂开展系列均等固结条件下排水循环剪切试验, 探讨了初始相对密度  $D_r$ 、循环应力路径及应力水平(CSR)对饱和珊瑚砂体应变发展特征的影响。试验结果表明, 同一  $D_r$  和 CSR 下, 残余体应变  $\varepsilon_{vd,ir}$  随短长轴比和在  $0^\circ \sim 90^\circ$  时的椭圆倾角存在单调增长关系。不同  $D_r$ 、循环应力路径和 CSR 下饱和珊瑚砂  $\varepsilon_{vd,ir}$  随循环次数  $N$  的发展曲线具有统一性, 提出了两者的显式关系式。饱和珊瑚砂残余体应变极值( $\varepsilon_{vd,ir}^u$ )与  $\varepsilon_{vd,ir} - N$  关系曲线的收敛速度与  $D_r$ 、循环应力路径和应力水平密切相关。引入单元体循环应力比USR来表征不同循环应力路径和CSR下饱和珊瑚砂的  $\varepsilon_{vd,ir}$ , 发现同一  $D_r$  下,  $(\varepsilon_{vd,ir}^u)$  与USR存在正相关线性关系,  $\varepsilon_{vd,ir} - N$  曲线的收敛参数  $C_{N1}$  与USR存在正相关线性关系,  $C_{N2}$  与USR存在负幂函数关系, 即USR越大,  $\varepsilon_{vd,ir} - N$  曲线收敛越慢。相同USR下,  $(\varepsilon_{vd,ir}^u)$  随  $D_r$  的增加而减小,  $\varepsilon_{vd,ir} - N$  曲线收敛速度随  $D_r$  的增加而变快。该研究提出的体应变模型为排水循环加载条件下残余体应变的发展机理提供了新的认识。

**关键词:** 饱和珊瑚砂; 残余体应变; 单元体循环应力比; 循环应力路径; 排水循环剪切试验

中图分类号: TU443 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)06-1294-09

作者简介: 秦 悠(1994—), 男, 博士研究生, 主要从事土动力试验研究。E-mail: qinyou94@163.com。

## Volumetric strain generation of saturated coral sand subjected to various stress paths of cyclic loading

QIN You<sup>1</sup>, MA Weijia<sup>2</sup>, ZHAO Kai<sup>1</sup>, WU Qi<sup>1</sup>, CHEN Guoxing<sup>1,3</sup>

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China; 2. School of Mechanical Engineering, Nanjing

University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 3. Civil Engineering and Earthquake Disaster Prevention Center of Jiangsu

Province, Nanjing 211816, China)

**Abstract:** The accumulation of volumetric strain in saturated sandy soil with a drained or partially drained state during earthquakes and waves can significantly distress the surface, seabed and nearby structures. A quantitative correlation exists between the tendency of the volumetric strain in drained and the generation of the excess pore water pressure in undrained saturated sand. The effects of the initial relative densities ( $D_r$ ), cyclic stress paths and stress levels (CSR) on the tendency of the volumetric strain for saturated coral sand are studied by a series of undrained cyclic shear tests under isotropic consolidation conditions. The results show that a positive correlation exists between the residual volumetric strain ( $\varepsilon_{vd,ir}$ ) with the minor-to-major ratio and the inclinations of the elliptical stress path shape under the same  $D_r$  and CSR. The generation of  $\varepsilon_{vd,ir}$  with the cyclic number ( $N$ ) of saturated coral sand under various  $D_r$ , cyclic stress paths and CSR obeys the relationship of arc-tangent function.  $D_r$ , cyclic stress path and CSR have significant effects on the ultimate volumetric strain ( $(\varepsilon_{vd,ir}^u)$ ) and the convergence speed of  $\varepsilon_{vd,ir}$  versus  $N$ . By introducing a unit cyclic stress ratio (USR), a positive linear correlation exists between  $(\varepsilon_{vd,ir}^u)$  and USR under the same  $D_r$ . The convergence parameter  $C_{N1}$  of  $\varepsilon_{vd,ir}$  versus  $N$  has a positive linear relationship with USR, and  $C_{N2}$  has a negative power function relationship with USR. The convergence rate of  $\varepsilon_{vd,ir}$  versus  $N$  slows down with the increase of USR. Another significant finding is that  $(\varepsilon_{vd,ir}^u)$  decreases with the increase of  $D_r$ , and the convergence speed of  $\varepsilon_{vd,ir}$  versus  $N$  becomes faster with the increase of  $D_r$ . The proposed volumetric strain formulation provides new insights into the mechanics of residual volumetric strain generation under drained cyclic loading conditions.

**Key words:** saturated coral sand; residual volumetric strain; unit cyclic stress ratio; cyclic stress path; drained cyclic shear test

基金项目: 国家自然科学基金项目(52278503, 51978335, 52208350);  
江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX22\_1324)

收稿日期: 2022-03-05

\*通信作者 (E-mail: gxc6307@163.com)

## 0 引言

地震动引起的超静孔压增长会导致土壤液化或软化, 改变地震波的传播特性<sup>[1]</sup>, 影响场地地震稳定性及地下基础设施抗震性能。地震引起的非饱和土、孔压增长较低的饱和土的累积体应变, 宏观变现为震陷, 会导致(建)构筑物及基础设施的显著破坏<sup>[2-3]</sup>。波浪传播过程中在海床表面形成的波压力会引起海床内部孔隙水压力的振荡变化和累积增长, 进而引起有效应力降低, 导致海床失稳破坏<sup>[4]</sup>。排水条件下循环剪切引起的体应变与不排水条件下循环剪切产生的超静孔隙水压力的上升与增长特性相对应<sup>[5-8]</sup>; 循环加载作用下产生的超静孔隙水压力消散过程中, 饱和砂土的变形主要是由排水条件下砂土的致密化引起的<sup>[9]</sup>。因此, 进行排水条件下饱和砂土体积变形特性的研究具有重要的理论意义和工程应用价值。

试验表明: 循环剪切作用下饱和砂土的剪切-压缩反应是耦合的, 砂土的塑性体应变是由循环剪切引起的<sup>[6, 10]</sup>。据此, Martin 等<sup>[10]</sup>开创性地以静载作用下一维排水卸荷曲线的回弹模量为纽带, 建立了排水循环直剪试验中等幅剪应变循环一周引起的体应变增量与不排水循环直剪试验中相同的等幅剪应变循环一周引起的残余孔压增量的关系式。鉴于 Martin 等<sup>[10]</sup>关系式不必要的复杂且非无条件稳定, Byrne<sup>[11]</sup>简化了 Martin 等<sup>[10]</sup>的孔压-体应变增量耦合的关系式。Finn 等<sup>[7]</sup>通过循环剪切试验研究了排水条件下的体积收缩和不排水条件下产生的超静孔压之间的关系。对于中密的净砂, 超静孔压比与体积应变唯一相关, 排水条件下的约1%体积应变, 与不排水条件液化触发条件几近相关(超静孔压比大于90%)。Chen 等<sup>[6]</sup>通过对饱和细砂开展系统性的、平行的应变控制的排水/不排水循环三轴试验, 引入门槛剪应变的概念, 以体积模量为纽带, 建立了剪切-体应变耦合的孔压增量关系式, 为不排水循环加载条件下残余孔压发展的物理机理提供了新的见解。综上, 建立基于应力或应变的排水循环剪切的体应变增量模型, 既是建立不排水循环加载下饱和砂类土孔压增长物理模型的前提, 也可用于直接估算部分饱和无黏性土、孔压增长较低的饱和无黏性土地基的震陷或地震压缩沉降, 并为分析和研究波浪作用下的海床稳定性问题提供理论支持和试验依据。

循环剪切作用下体应变表现为体积收缩的不可逆性体应变和与循环周数无关的可逆性体应变两部分<sup>[12]</sup>。Kang 等<sup>[13]</sup>的试验表明: 大部分的体积应变发生在约前10个加载周期内。在排水循环剪切过程中的体积变化特性还与初始有效固结应力、相对密度和循环剪应

力水平密切相关<sup>[14-18]</sup>。赵凯等<sup>[19]</sup>进行了一系列均等固结条件下轴向-扭转耦合循环剪切排水试验, 并引入参数等效循环应力比 ESR<sup>[20]</sup>, 提出了双向剪切耦合作用下饱和砂土体应变规范化方法。Tong 等<sup>[21]</sup>发现中主应力系数  $b$  值对纯应力主轴循环旋转条件下排水试验的饱和砂土应变分量和体应变的发展等有显著的影响。

珊瑚砂作为一种海洋生物成因的特殊岩土介质, 主要分布于地震动水平较高的南北纬30°间的区域<sup>[22]</sup>, 在地震、波浪等复杂往返荷载作用下, 通常地基土中的主应力幅值不仅会随着时间发生大小的循环变化, 其应力主轴亦会发生往复的循环旋转。本文通过开展不同初始相对密度下圆形、不同倾角  $\beta$  和短长轴比  $m_1/m_2$  的椭圆形和直线形应力路径的对比试验, 探讨了循环应力路径、应力水平以及初始相对密度对饱和珊瑚砂体应变发展特性的影响, 提出了不同初始相对密度、循环加载模式和应力水平下体应变发展的统一量化方法。

## 1 四向循环加载排水试验的实现

试验是在GDS空心圆柱扭剪仪(图1)上完成的。对于空心试样而言, 土单元上存在轴向应力  $\sigma_z$ 、径向应力  $\sigma_r$ 、环向应力  $\sigma_\theta$  以及扭剪应力  $\tau_{z\theta}$ , 这4个应力与轴力  $W$ 、扭矩  $M_T$ 、内压  $p_i$  以及外压  $p_o$  的关系如图2所示<sup>[22-24]</sup>, 通过升级静态反压控制器为动态压力/体积控制器, GDS空心圆柱扭剪仪可以对空心圆柱土样施加四向循环荷载, 并能在循环加载过程中及时排出孔隙水压力, 可以控制主应力方向角  $\alpha$ 、平均主应力  $p'$  和中主应力系数  $b$  值。

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2\tau_{z\theta}}{\sigma_z - \sigma_\theta} \right) , \quad (1)$$

$$p' = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) / 3 , \quad (2)$$

$$b = (\sigma'_2 - \sigma'_3) / (\sigma'_1 - \sigma'_3) . \quad (3)$$

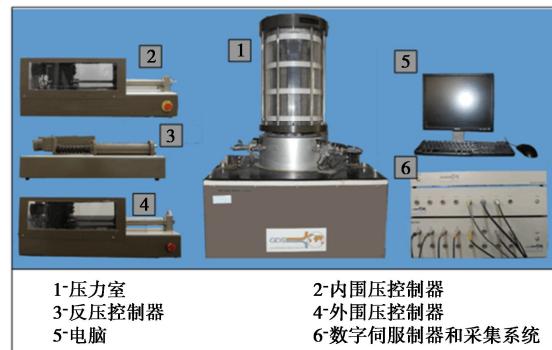


图1 GDS空心圆柱扭剪仪

Fig. 1 GDS hollow cylinder torsional apparatus

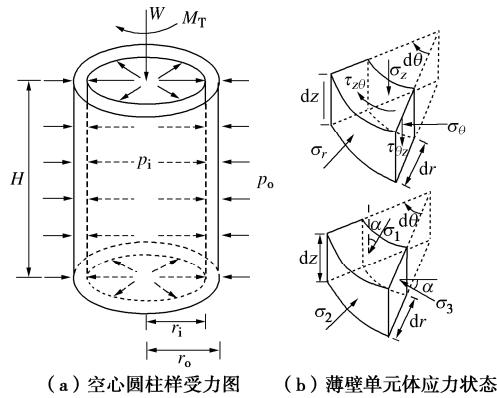


图2 空心圆柱试样受力状态

Fig. 2 Stress states of a hollow cylinder specimen

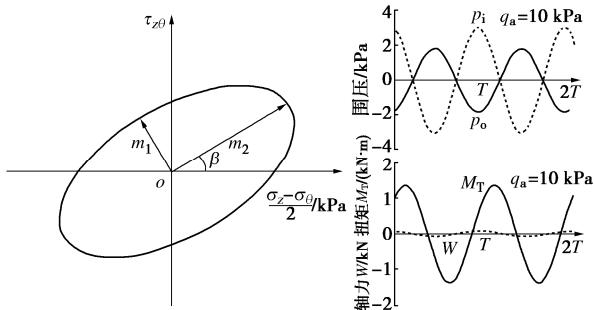


图3 典型循环应力路径示意图

Fig. 3 Schematic illustration of typical loading paths

通过 GDS 空心圆柱扭剪仪的控制系统对土样施加自定义  $W$ ,  $M_T$ ,  $p_o$ ,  $p_i$  波形, 可以实现多种复杂应力路径的加载<sup>[22-24]</sup>。图 3 展示了斜椭圆形应力路径(主应力轴连续  $180^\circ$  旋转且偏应力  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  连续变化)以及加载力系( $W$ ,  $M_T$ ,  $p_o$ ,  $p_i$  波形), 大主应力方向与竖直方向的夹角为  $\beta$ 。可以模拟地震或波浪荷载作用在土体中引起的复杂应力状态<sup>[4, 25]</sup>。

## 2 试验设计

### 2.1 试验材料及试样制备

试验采用南沙群岛某岛礁的珊瑚砂, 其颗粒呈次角状-片状, 且表面较为粗糙, 碳酸钙含量高达 90.28%<sup>[22]</sup>。试验南沙珊瑚砂的相对质量密度  $G_s = 2.80$ , 根据标准测得最大孔隙比  $e_{\max} = 1.79$ , 最小孔隙比  $e_{\min} = 0.99$ 。珊瑚砂试验前后的级配曲线及电镜扫描如图 4 所示, 可得平均粒径  $d_{50} = 0.31 \text{ mm}$ , 根据土的工程分类标准<sup>[26]</sup>, 该砂属于级配不良砂、代码为 SP。

试验采用空心圆柱薄壁试样, 试样高  $H = 200 \text{ mm}$ , 外径  $r_o = 50 \text{ mm}$ , 内径  $r_i = 30 \text{ mm}$ 。试验采用干装法制样并控制其初始相对密度  $D_r$  分别为 30%, 45%, 60%, 70%。制样时, 将烘干的砂土按照级配对每层所需粒径颗粒的质量进行单独配制, 均分 5 层倒入模内, 各层之间进行刮毛处理, 以保证试样的均匀性。

制样完成后, 为使试样达到饱和, 首先通入 15 min 的  $\text{CO}_2$  以置换土体中的空气; 然后从试样底部通入无气水, 直至无气泡排出; 最后进行分级反压饱和, 当试样的孔压系数  $B$  达到 0.97 以上时, 认为此时砂土已达到饱和。所有试样均在初始平均有效主应力  $p_0' = 100 \text{ kPa}$  的压力下进行均等固结, 通过固结前、后体积的变化计算出的固结后相对密度  $D_{rc}$  列于表 1。

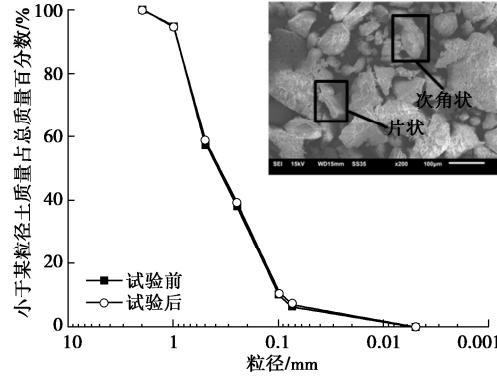


图4 珊瑚砂颗粒电镜扫描图及级配曲线

Fig. 4 Scanning electronic microscope graph and grain-size distribution curves of coral sand

### 2.2 试验方案

为探究循环应力路径对饱和珊瑚砂体应变发展特性的影响, 选取不同循环应力比 (CSR) 的圆形、不同倾角  $\beta$  和短长轴比  $m_1/m_2$  的椭圆和直线形应力路径开展对比试验, 加载频率设为 0.1 Hz, 以保证循环加载中试样内产生的超静孔压能够及时消散, 试验工况见表 1。

循环应力比 CSR 定义为偏应力幅值  $q_a$  与初始平均有效主应力  $p_0'$  比值:

$$\text{CSR} = q_a/p_0' \quad , \quad (4)$$

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\theta)^2/4 + \tau_{z\theta}^2} \quad . \quad (5)$$

## 3 试验结果及分析

### 3.1 体应变随循环次数的发展曲线的统一表征方法

图 5 (a) ~ 5 (c) 分别给出了圆形、倾角  $\beta = 0$  和短长轴比  $m_1/m_2 = 0.5$  的椭圆形及水平直线形应力路径的理论与实测曲线, 两者高度吻合。这表明: GDS 空心圆柱仪可以按照预定应力路径进行循环加载排水试验。在不同循环应力路径的排水试验中, 通过动态反压排水系统及时消散循环加载产生的超静孔隙水压力  $u_e$ , 以保证平均有效主应力为定值 100 kPa。图 5 (d) 给出的实测孔隙水压力保持在  $400 \pm 1 \text{ kPa}$ , 无明显的  $u_e$  累积。图 5 (e) 给出了中主应力系数  $b$  随循环次数  $N$  的实测曲线, 其值与目标控制值 0.5 高度吻合。图 5 (f) 给出了水平直线在  $\text{CSR} = 0.30$  时的体应变发

展曲线, 其中体应变  $\varepsilon_{vd}$  计算公式为<sup>[13, 15]</sup>

$$\varepsilon_{vd} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_z + \varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \Delta V / V_c \quad (6)$$

式中:  $\varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\theta$  分别为轴向、环向、径向应变;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  分别为大、中、小主应变;  $\Delta V$  为动态循环加载过程中排出水的体积;  $V_c$  为固结后试样体积。由图 5 (f) 可以看出:  $\varepsilon_{vd}$  呈现出较大瞬态波动的循环效应

及单调增长的累积效应并存的现象<sup>[12, 19]</sup>; 存在着一个随着  $N$  单调增长、不可逆(残余)的体应变分量, 循环加载过程中每一循环最大、最小体应变之和的一半为可逆(残余)体应变, 将其记为  $\varepsilon_{vd,ir}$ , 最大、最小体应变之差为可逆(循环)体应变分量, 记为  $\varepsilon_{vd,re}$ <sup>[19]</sup>。

图 6 给出了不同循环应力路径下  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  的发展

表 1 排水循环剪切试验方案

Table 1 Schemes of drained cyclic shear tests

No.	$m_1/m_2$	$\beta/^\circ$	$D_r/$ %	$D_{rc}/$ %	CSR	$(\varepsilon_{vd,ir})_u$	$C_{N1}$	$C_{N2}$	No.	$m_1/m_2$	$\beta/^\circ$	$D_r/$ %	$D_{rc}/$ %	CSR	$(\varepsilon_{vd,ir})_u$	$C_{N1}$	$C_{N2}$
01	1.00	—	30	36.26	0.15	0.782	0.064	0.771	34	0.125	0	45	49.79	0.30	0.840	0.111	0.722
02	1.00	—	30	36.53	0.20	1.238	0.098	0.688	35	0	0	45	50.11	0.15	0.194	0.013	1.144
03	1.00	—	30	36.42	0.25	1.558	0.156	0.610	36	0	0	45	50.04	0.20	0.356	0.039	1.004
04	1.00	—	30	36.18	0.30	1.909	0.201	0.551	37	0	0	45	50.28	0.25	0.522	0.069	0.813
05	0.50	0	30	35.69	0.20	0.673	0.067	0.754	38	0	0	45	49.84	0.30	0.704	0.084	0.789
06	0.50	0	30	35.64	0.25	1.037	0.090	0.695	39	1.00	—	60	62.89	0.20	0.651	0.110	0.669
07	0.50	0	30	35.73	0.30	1.341	0.143	0.621	40	1.00	—	60	63.53	0.25	0.854	0.175	0.648
08	0	0	30	36.22	0.20	0.513	0.018	1.049	41	1.00	—	60	62.78	0.30	1.153	0.226	0.507
09	0	0	30	36.60	0.25	0.675	0.045	0.910	42	0.50	0	60	62.99	0.20	0.406	0.090	0.758
10	0	0	30	36.45	0.30	0.961	0.085	0.702	43	0.50	0	60	63.03	0.25	0.566	0.121	0.685
11	1.00	—	45	50.18	0.15	0.527	0.068	0.779	44	0.50	0	60	63.31	0.30	0.781	0.152	0.588
12	1.00	—	45	50.07	0.20	0.975	0.105	0.723	45	0.50	30	60	62.83	0.20	0.414	0.080	0.784
13	1.00	—	45	50.29	0.25	1.298	0.158	0.603	46	0.50	30	60	62.89	0.25	0.575	0.112	0.664
14	1.00	—	45	50.12	0.30	1.672	0.209	0.543	47	0.50	30	60	62.80	0.30	0.752	0.165	0.604
15	0.50	0	45	50.01	0.15	0.313	0.020	1.099	48	0.50	60	60	63.06	0.20	0.443	0.071	0.673
16	0.50	0	45	50.32	0.20	0.670	0.081	0.723	49	0.50	60	60	62.69	0.25	0.629	0.128	0.634
17	0.50	0	45	49.04	0.25	0.738	0.103	0.669	50	0.50	60	60	64.38	0.30	0.802	0.179	0.583
18	0.50	0	45	50.42	0.30	1.040	0.149	0.601	51	0.50	90	60	62.73	0.20	0.494	0.095	0.678
19	0.50	0	45	50.18	0.37	1.452	0.183	0.564	52	0.50	90	60	63.00	0.25	0.682	0.134	0.586
20	0.50	30	45	49.33	0.20	0.620	0.079	0.778	53	0.50	90	60	63.26	0.30	0.889	0.187	0.553
21	0.50	30	45	49.44	0.25	0.855	0.109	0.652	54	0	0	60	62.72	0.20	0.287	0.038	0.993
22	0.50	30	45	50.53	0.30	1.179	0.152	0.598	55	0	0	60	62.61	0.25	0.328	0.065	0.836
23	0.50	60	45	49.08	0.20	0.692	0.083	0.765	56	0	0	60	62.92	0.30	0.465	0.133	0.639
24	0.50	60	45	49.83	0.25	0.971	0.154	0.623	57	0	0	60	62.54	0.35	0.576	0.153	0.637
25	0.50	60	45	50.42	0.30	1.219	0.165	0.584	58	0	90	60	62.81	0.25	0.525	0.114	0.664
26	0.50	90	45	49.49	0.20	0.708	0.089	0.752	59	0	90	60	62.75	0.30	0.685	0.149	0.604
27	0.50	90	45	50.14	0.25	1.058	0.145	0.628	60	0	90	60	62.74	0.35	0.914	0.194	0.551
28	0.50	90	45	50.44	0.30	1.311	0.179	0.565	61	1.00	—	70	74.52	0.30	0.875	0.265	0.507
29	0.25	0	45	50.43	0.20	0.515	0.049	0.924	62	1.00	—	70	73.58	0.35	1.104	0.303	0.481
30	0.25	0	45	50.18	0.25	0.771	0.080	0.724	63	0.50	0	70	73.73	0.30	0.521	0.139	0.561
31	0.25	0	45	49.79	0.30	0.852	0.134	0.636	64	0.50	0	70	74.41	0.35	0.611	0.176	0.535
32	0.125	0	45	50.25	0.20	0.463	0.038	0.993	65	0	0	70	73.53	0.20	0.152	0.041	0.901
33	0.125	0	45	49.65	0.25	0.609	0.072	0.802	66	0	0	70	73.57	0.30	0.400	0.089	0.624

注:  $D_r$  为初始相对密度;  $D_{rc}$  为固结后相对密度;  $(\varepsilon_{vd,ir})_u$ ,  $C_{N1}$ ,  $C_{N2}$  分别为式 (7) 拟合得到的参数。

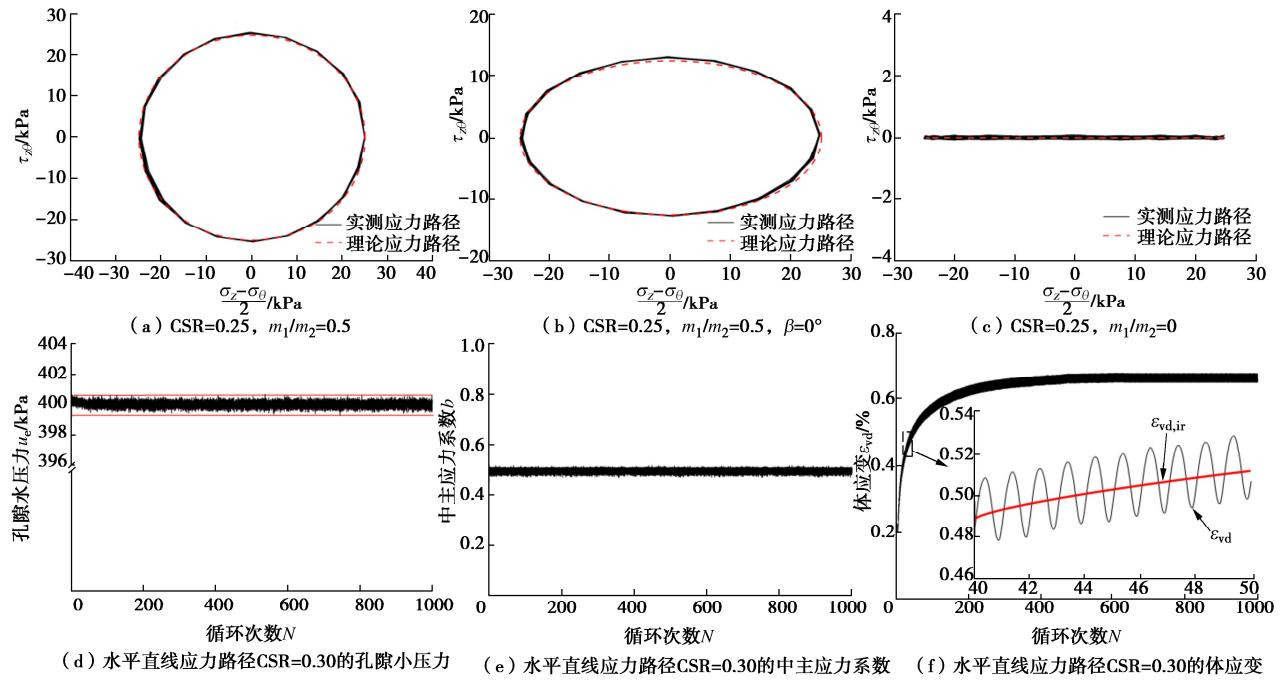


图 5 排水循环加载的典型试验结果

Fig. 5 Typical drained cyclic responses

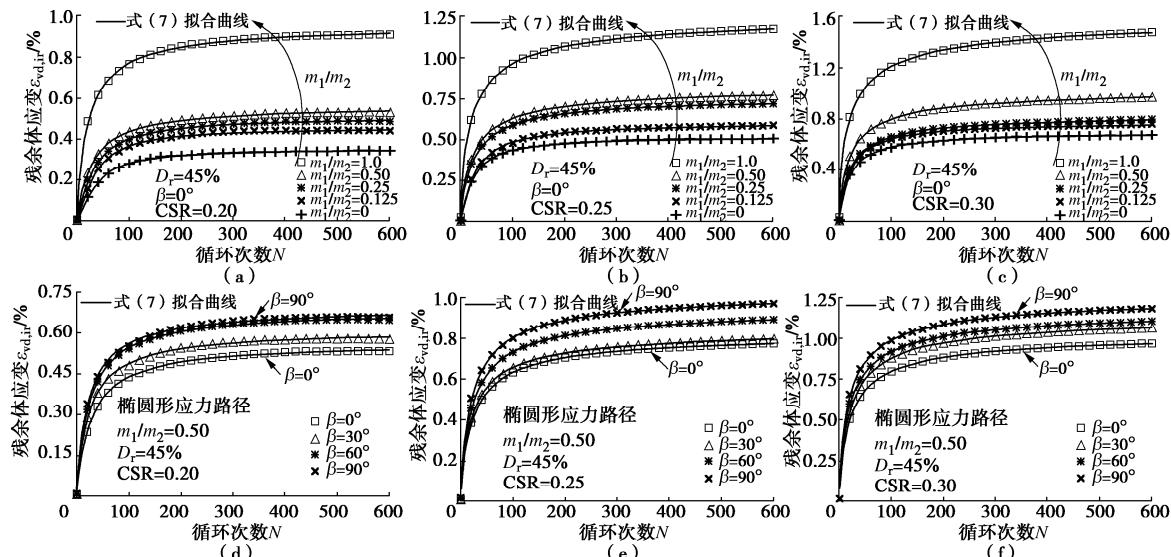
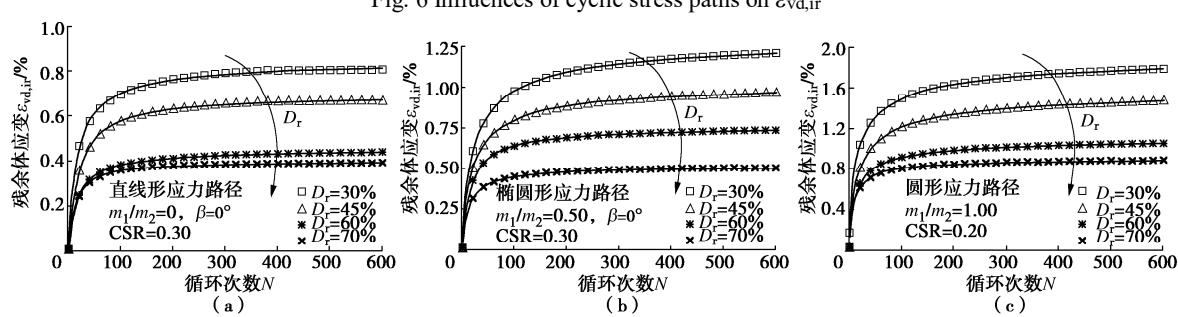


图 6 循环应力路径对残余体应变的影响

Fig. 6 Influences of cyclic stress paths on  $\varepsilon_{vd,ir}$ 图 7 初始相对密度对残余体应变  $\varepsilon_{vd,ir}$  的影响Fig. 7 Influences of initial relative densities on  $\varepsilon_{vd,ir}$ 

曲线。可以看出, 不同循环应力路径下  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  增大而增长的发展趋势基本类似,  $\varepsilon_{vd,ir}$  的大部分累积发生在循环加载的初始阶段, 随着  $N$  的继续增加,  $\varepsilon_{vd,ir}$  单

调增长的速率逐渐减小。从图 6 (a) ~6 (c) 可知: 相同 CSR 下, 圆形应力路径的体应变最大, 椭圆应力路径的次之, 水平直线应力路径的最小, 即  $\varepsilon_{vd,ir}$  随短

长轴比  $m_1/m_2$  的增大而增大, 这与赵凯等<sup>[19]</sup>的试验结果一致, 这表明扭剪应力对饱和珊瑚砂  $\varepsilon_{vd,ir}$  的影响大于轴向偏差应力的影响。对于  $m_1/m_2 = 0.5$  的椭圆应力路径 (图 6 (d) ~ 6 (f)), CSR 相同时, 在  $0^\circ$  ~  $90^\circ$  时椭圆倾角  $\beta$  对  $\varepsilon_{vd,ir}$  的影响呈现出随  $\beta$  增大而增长的发展趋势, 即  $\beta = 90^\circ$  时  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  的发展更为迅速。

图 7 为给定循环加载模式下  $D_r$  对  $\varepsilon_{vd,ir}$  的影响, 随着  $D_r$  的增加,  $\varepsilon_{vd,ir}$  的发展曲线明显降低。在给定循环应力路径和  $D_r$  下,  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  的发展曲线与 CSR 存在正相关性 (图 (8))。综上可知, 不同初始相对密度、循环加载模式和应力水平下  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  的发展曲线趋势一致, 均服从如下式所示的反正切函数关系:

$$\varepsilon_{vd,ir} = \frac{2}{\pi} \times (\varepsilon_{vd,ir})_u \times \arctan(C_{N1} \times N^{C_{N2}}) \quad (7)$$

式中:  $(\varepsilon_{vd,ir})_u$ ,  $C_{N1}$ ,  $C_{N2}$  为与循环加载模式、应力水平及初始相对密度相关的拟合参数。其中,  $(\varepsilon_{vd,ir})_u$  为残余体应变极值,  $C_{N1}$  及  $C_{N2}$  控制残余体应变  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  变化曲线的下弯程度 (收敛快慢)。将表 1 所列工况的试验数据代入式 (7), 所得拟合优度 ( $R^2$ ) 均  $\geq 0.99$ , 部分工况拟合曲线见图 6~8, 拟合得到的  $(\varepsilon_{vd,ir})_u$ 、 $C_{N1}$  及  $C_{N2}$  值列于表 1 中。

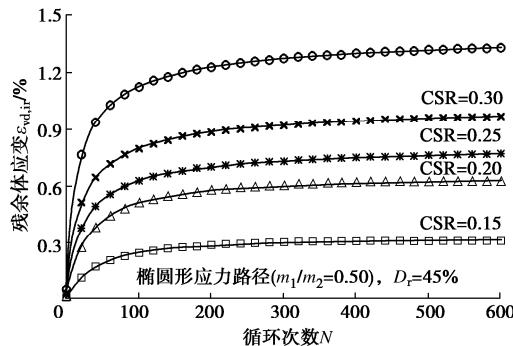


图 8 循环应力比对残余体应变  $\varepsilon_{vd,ir}$  的影响

Fig. 8 Influences of cyclic stress ratios on  $\varepsilon_{vd,ir}$

### 3.2 残余体应变极值

循环加载模式及应力水平对  $\varepsilon_{vd,ir}$  的发展影响显著, CSR 描述了偏应力幅值  $q_a$  的大小, 无法反映循环应力路径形状 (轴向偏差应力与扭剪应力比值) 的变化。Chen 等<sup>[24]</sup>定义单元体循环应力比 USR 作为表征复杂应力条件下动强度的新指标, 本质上, USR 是通过不同循环加载应力路径引起的大、小主应力与时间轴所围成面积之间的差异对 CSR 进行修正。USR 定义如下:

$$\text{USR} = C_1 \times C_2 \times \text{CSR} \quad (8)$$

$$C_1 = A_{p0} / A_M \quad (9)$$

$$C_2 = (1 - A_{q0} / A_{p0})^{C_3} \quad (10)$$

$$A_{p0} = \int_0^T 2 \sqrt{\left( \frac{W_d(t)}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \right) / 4 + \left( \frac{3M_{Td}(t)}{2\pi(r_o^3 - r_i^3)} \right)^2} dt \quad (11)$$

$$A_{q0} = \left| \int_0^T (\sigma_z(t) - p) dt \right| = \left| \int_0^T \left( \frac{W_d(t)}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \right) dt \right| \quad (12)$$

式中:  $A_M$  为基准值, 其值为循环扭剪试验对应的  $A_{p0}$ ,  $A_M = 1.27q_a T$ ;  $T$  为循环加载周期;  $C_3$  为反映土性模糊影响的参数, 取  $C_3 = 0.1$  是一个适当的值;  $A_{p0}$ ,  $A_{q0}$  的物理含义分别为循环外荷载引起的中主应力为零时, 循环外荷载引起的大、小主应力与时间轴在一个  $T$  内围成的面积和与面积差。

不同循环应力路径对应的  $C_1$ ,  $C_2$  值列于表 2。

图 9 给出了不同初始相对密度下残余体应变极值  $(\varepsilon_{vd,ir})_u$  与单元体循环应力比 USR 的关系。在给定  $D_r$  下, 不同循环加载模式和应力水平的 USR 与  $(\varepsilon_{vd,ir})_u$  几近正相关线性关系, 数据点  $(\text{USR}, (\varepsilon_{vd,ir})_u)$  均匀地分布在斜直线两侧的窄带内。因此, USR 是表征不同循环应力路径下  $\varepsilon_{vd,ir}$  大小的适宜的循环应力水平指标。相同  $D_r$  下,  $(\varepsilon_{vd,ir})_u$  可表示为 USR 的线性函数:

$$(\varepsilon_{vd,ir})_u = a \times (\text{USR} - \text{USR}_t) \quad (13)$$

式中:  $a$  为拟合参数,  $\text{USR}_t$  为门槛单元体循环应力比,  $a$  与  $\text{USR}_t$  值均与  $D_r$  相关。

表 2 不同循环加载条件下的  $C_1$ ,  $C_2$  值

Table 2 Values of  $C_1$ ,  $C_2$  under different cyclic loading conditions

循环加载模式	$b$	$C_1$	$C_2$
圆形 ( $m_1/m_2 = 1.00$ )		1.38	1.00
椭圆形 ( $m_1/m_2 = 0.50$ , $\beta = -30^\circ$ )		1.03	1.00
椭圆形 ( $m_1/m_2 = 0.50$ , $\beta = 0^\circ$ )		0.99	1.00
椭圆形 ( $m_1/m_2 = 0.50$ , $\beta = 30^\circ$ )		1.03	1.00
椭圆形 ( $m_1/m_2 = 0.50$ , $\beta = 60^\circ$ )	0.5	1.10	1.00
椭圆形 ( $m_1/m_2 = 0.50$ , $\beta = 90^\circ$ )		1.14	1.00
椭圆形 ( $m_1/m_2 = 0.25$ , $\beta = 0^\circ$ )		0.84	1.00
椭圆形 ( $m_1/m_2 = 0.125$ , $\beta = 0^\circ$ )		0.78	1.00
直线形 ( $m_1/m_2 = 0$ , $\beta = 0^\circ$ )		0.75	1.00
直线形 ( $m_1/m_2 = 0$ , $\beta = 90^\circ$ )		1.00	1.00

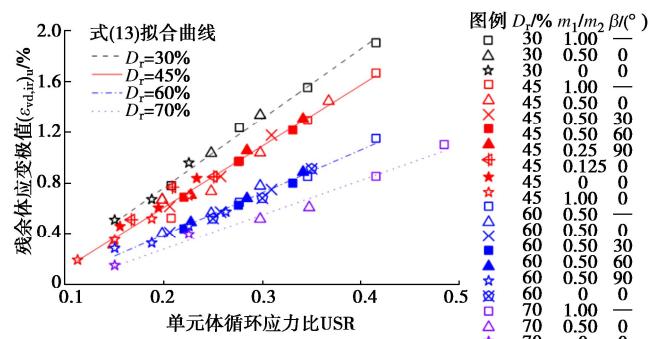


图 9 不同初始相对密度下单元体循环应力比与残余体应变极值的关系

Fig. 9 Relationship between unit cycle stress ratio and ultimate volumetric strain under various initial relative densities

由图 10 展示的式 (13) 拟合参数  $a$ 、USR<sub>t</sub> 与  $D_r$  的关系可知, 饱和珊瑚砂( $\varepsilon_{vd,ir}$ )<sub>u</sub> 与 USR 关系曲线的斜率  $a$  随  $D_r$  的增大而减小, 而门槛单元体循环应力比 USR<sub>t</sub> 随  $D_r$  的增大而迅速增大。这是由于  $D_r$  越大, 珊瑚砂颗粒排列更加紧密, 相同循环加载模式和应力水平(USR)下, 残余体应变极值( $\varepsilon_{vd,ir}$ )<sub>u</sub> 也就变小。

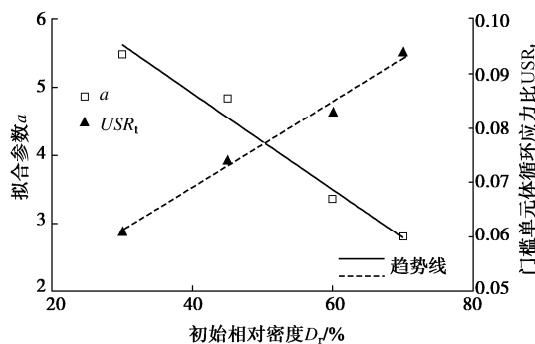


图 10 拟合参数  $a$ 、USR<sub>t</sub> 与初始相对密度的关系

Fig. 10 Relationship among  $a$ , USR<sub>t</sub> and initial relative densities

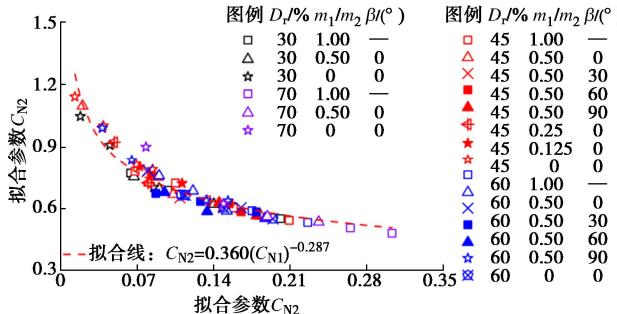


图 11 不同初始相对密度和循环加载模式下拟合参数  $C_{N1}$  与  $C_{N2}$  的关系

Fig. 11 Relationship among  $C_{N1}$ ,  $C_{N2}$  and cyclic loading modes under various initial relative densities

### 3.3 残余体应变发展曲线的收敛速度

式 (7) 中的拟合参数  $C_{N1}$  及  $C_{N2}$  反映  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  发展的收敛快慢。 $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $N$  发展的收敛速度(下弯程度)与初始相对密度、循环加载模式及应力水平密切相关。相同  $D_r$  下,  $\varepsilon_{vd,ir}$ - $N$  曲线收敛速度随  $m_1/m_2$  增大而变慢; 对于  $m_1/m_2$  相同的椭圆形应力路径, 在  $0^\circ \sim 90^\circ$  时  $\varepsilon_{vd,ir}$ - $N$  曲线收敛速度随  $\beta$  的增大而变慢。收敛

参数  $C_{N1}$  与  $C_{N2}$  不独立, 两参数之间服从负幂函数关系(图 11)。

$$C_{N1} = 0.363 \times (C_{N2})^{-0.285} \quad (14)$$

图 12 展示了不同初始相对密度下 USR 与  $C_{N1}$ 、 $C_{N2}$  的关系, 在给定  $D_r$  下,  $C_{N1}$  与 USR 几近正相关线性关系(式 (15)), 而  $C_{N2}$  与 USR 的关系服从负幂函数关系(式 (16))。即 USR 越大, 饱和珊瑚砂  $\varepsilon_{vd,ir}$ - $N$  曲线收敛的越慢。

$$C_{N1} = m \times USR - n \quad , \quad (15)$$

$$C_{N2} = t_1 \times USR^{-t_2} \quad . \quad (16)$$

式中:  $m$ ,  $n$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  均为拟合参数。

$D_r$  显著影响  $\varepsilon_{vd,ir}$ - $N$  曲线收敛速度, 图 13 为  $C_{N1}$  的拟合参数  $m$ 、 $n$  与  $D_r$  的关系。由图可知,  $D_r$  对  $C_{N1}$  的拟合参数影响较小, 可认为不同  $D_r$  下  $m$  和  $n$  可取为定值, 分别为 0.684, 0.052。图 14 展示了  $C_{N2}$  的拟合参数  $t_1$ ,  $t_2$  与  $D_r$  的关系,  $t_1$ ,  $t_2$  与  $D_r$  分别呈现正、负相关线性关系。 $D_r$  越小,  $\varepsilon_{vd,ir}$ - $N$  曲线收敛速度越慢。

将式 (13), (15), (16) 代入式 (7) 后可得

$$\varepsilon_{vd,ir} = \frac{2}{\pi} (7.74 - 7.07D_r) [USR - (0.079D_r + 0.037)] \cdot \arctan \left[ (0.684USR - 0.052) N^{[(0.231 + 0.093D_r) \times USR^{(0.390D_r - 0.844)}]} \right] \quad (18)$$

综上, 由式 (18) 可知, 残余体应变发展曲线与循环加载模式、应力水平及初始相对密度有关。给定初始相对密度下, 饱和珊瑚砂残余体应变随循环次数发展的曲线收敛速度与循环应力路径、应力水平有关, 以单元体循环应力比 USR 表征不同循环加载模式及应力水平, 体应变发展曲线收敛速度随 USR 的增大而变慢, 而残余体应变极值随 USR 的增大而增大, 当试验 USR 小于门槛单元体循环应力比 USR<sub>t</sub> 时, 无明显体应变增长, 即在不排水循环剪切试验中, 无明显的超静孔压增长, USR<sub>t</sub> 应与土性相关。初始相对密度对饱和珊瑚砂  $\varepsilon_{vd,ir}$ - $N$  曲线影响显著,  $D_r$  越小, 颗粒排列越松散, 相同循环加载模式和应力水平下, 体应变增长更为迅速, 且收敛速度变慢。

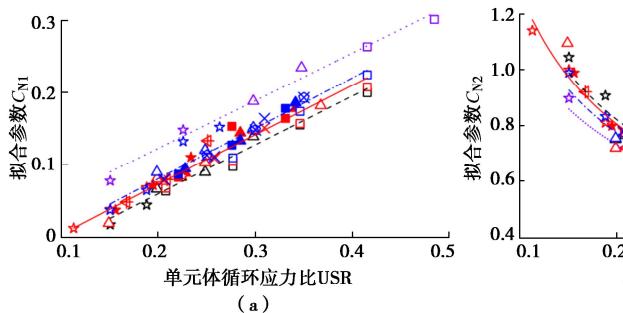
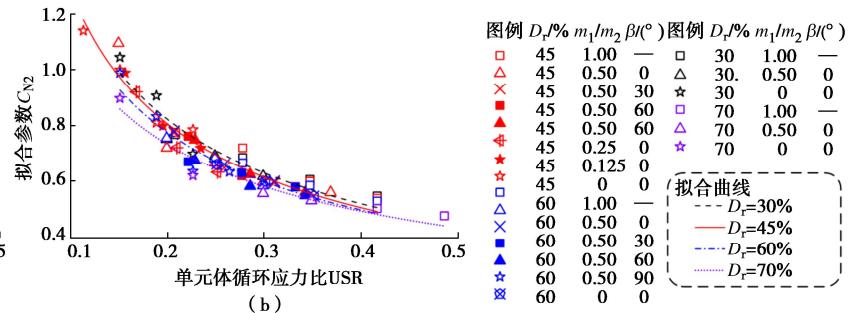
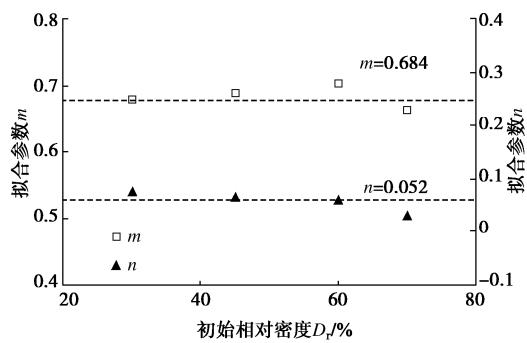
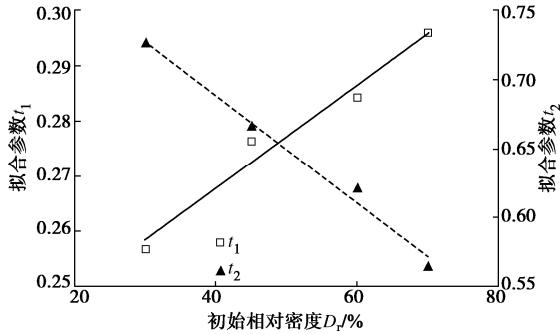


图 12 不同初始相对密度下  $C_{N1}$ 、 $C_{N2}$  与 USR 的关系

Fig. 12 Relationship among  $C_{N1}$ ,  $C_{N2}$  and USR under various initial relative densities



图 13 拟合参数  $m$ ,  $n$  与初始相对密度的关系Fig. 13 Relationship among  $m$ ,  $n$  and initial relative densities图 14 拟合参数  $t_1$ ,  $t_2$  与初始相对密度的关系Fig. 14 Relationship among  $t_1$ ,  $t_2$  and initial relative densities

## 4 结 论

本文通过开展系列均等固结条件下排水循环剪切试验, 探讨了初始相对密度、循环应力路径和应力水平对饱和珊瑚砂体应变发展特性的影响, 得到 3 点主要结论。

(1) 相同  $D_r$  和 CSR 下, 循环应力路径对体应变发展影响显著, 残余体应变  $\varepsilon_{vd,ir}$  与长短轴比  $m_1/m_2$  呈正相关性, 且与在  $0^\circ \sim 90^\circ$  时的椭圆倾角  $\beta$  存在单调增长的关系; CSR 对  $\varepsilon_{vd,ir}$  的影响呈正相关性;  $\varepsilon_{vd,ir}$  随  $D_r$  的增加而减小。

(2) 不同  $D_r$ 、循环应力路径和 CSR 下  $\varepsilon_{vd,ir}$  随循环次数  $N$  的发展曲线具有统一性, 均服从反正切函数关系, 提出了两者的显式关系式。饱和珊瑚砂残余体应变极值( $\varepsilon_{vd,ir}$ )<sub>u</sub> 与  $\varepsilon_{vd,ir}N$  关系曲线的收敛速度与  $D_r$ 、循环应力路径和 CSR 密切相关。

(3) 引入单元体循环应力 USR 来表征不同循环应力路径和 CSR 下饱和珊瑚砂的  $\varepsilon_{vd,ir}$ , 发现同一  $D_r$  下, ( $\varepsilon_{vd,ir}$ )<sub>u</sub> 与 USR 存在正相关线性关系; 不同循环加载模式及  $D_r$  下  $\varepsilon_{vd,ir}N$  曲线的收敛参数  $C_{N1}$  与  $C_{N2}$  不独立, 存在负幂函数关系; 同一  $D_r$  下  $C_{N1}$  与 USR 存在正相关线性关系,  $C_{N2}$  与 USR 存在负幂函数关系, 即 USR 越大,  $\varepsilon_{vd,ir}N$  曲线收敛越慢。相同 USR 下, ( $\varepsilon_{vd,ir}$ )<sub>u</sub> 随  $D_r$  的增加而减小,  $\varepsilon_{vd,ir}N$  曲线收敛速度随  $D_r$  的增加而

变快。

## 参考文献:

- [1] YOUD T L, CARTER B L. Influence of soil softening and liquefaction on spectral acceleration[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(7): 811-825.
- [2] BRAY J D, MACEDO J. 6th Ishihara lecture: simplified procedure for estimating liquefaction-induced building settlement[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 102: 215-231.
- [3] BULLOCK Z, DASHTI S, LIEL A B, et al. Probabilistic liquefaction triggering and manifestation models based on cumulative absolute velocity[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2022, 148(3): 04021196.
- [4] 王忠涛, 刘鹏, 杨庆. 非标准椭圆形应力路径下饱和松砂动强度的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(6): 1133-1139. (WANG Zhongtao, LIU Peng, YANG Qing. Dynamic strength of saturated loose sand under nonstandard elliptical stress path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(6): 1133-1139. (in Chinese))
- [5] 张建民. 砂土动力学若干基本理论探究[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(1): 1-50. (ZHANG Jianmin. New advances in basic theories of sand dynamics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(1): 1-50. (in Chinese))
- [6] CHEN G X, ZHAO D F, CHEN W Y, et al. Excess pore-water pressure generation in cyclic undrained testing[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, 145(7): 04019022.
- [7] FINN W. Liquefaction potential: developments since 1976[J]. Proceedings International Conference Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, 1981, 2: 655-681.
- [8] WONG R, ARTHUR J. Sand sheared by stresses with cyclic variations in direction[J]. Geotechnique, 1986, 36: 215-226.
- [9] LIU H L, ZHOU Y D, GAO Y F. Laboratory test on volumetric characteristics of saturated sea sand under cyclic loading[J]. China Ocean Engineering, 2003, 17(1): 93-100.
- [10] MARTIN G R, SEED H B, LIAM FINN W D. Fundamentals of liquefaction under cyclic loading[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1975, 101(5): 423-438.
- [11] BYRNE P M. A cyclic shear-volume coupling and pore pressure model for sand[C]//Proceedings of 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, 1991.

- [12] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 12-17. (ZHANG Jianmin. Reversible and irreversible dilatancy of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(1): 12-17. (in Chinese))
- [13] KANG X, GE L, CHANG K T, et al. Strain-controlled cyclic simple shear tests on sand with radial strain measurements[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2016, 28(4): 1-8.
- [14] WU Z X, YIN Z Y, DANO C, et al. Cyclic volumetric strain accumulation for sand under drained simple shear condition[J]. Applied Ocean Research, 2020, 101: 102200.
- [15] 何 杨. 复杂应力条件下饱和砂土孔隙水压力及体变特性试验研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2007. (HE Yang. Experimental Study on Pore Water Pressure and Volumetric Strain Characteristics of Saturated Sands under Complex Stress Condition[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2007. (in Chinese))
- [16] SHAHNAZARI H, REZVANI R, TUTUNCHIAN M A. Post-cyclic volumetric strain of calcareous sand using hollow cylindrical torsional shear tests[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 124: 162-171.
- [17] DUKU P M, STEWART J P, WHANG D H, et al. Volumetric strains of clean sands subject to cyclic loads[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(8): 1073-1085.
- [18] YEE E, DUKU P M, STEWART J P. Cyclic volumetric strain behavior of sands with fines of low plasticity[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2014, 140(4): 1-10.
- [19] 赵 凯, 吴 琦, 熊 浩, 等. 双向耦合循环剪切条件下饱和砂土体应变发展规律试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(7): 1260-1269. (ZHAO Kai, WU Qi, XIONG Hao, et al. Experimental investigations on volumetric strain behavior of saturated sands under bi-directional cyclic loadings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(7): 1260-1269. (in Chinese))
- [20] HUANG B, CHEN X Y, ZHAO Y. A new index for evaluating liquefaction resistance of soil under combined cyclic shear stresses[J]. Engineering Geology, 2015, 199: 125-139.
- [21] TONG Z, ZHANG J M, YU Y L, et al. Drained deformation behavior of anisotropic sands during cyclic rotation of principal stress axes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136: 1509-1518.
- [22] CHEN G X, MA W J, QIN Y, et al. Liquefaction susceptibility of saturated coral sand subjected to various patterns of principal stress rotation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, 147(9): 04021093.
- [23] 沈 扬. 考虑主应力方向变化的原状软粘土试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2007. (SHEN Yang. Experimental study on effect of variation of principal stress orientation on undisturbed soft clay[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007. (in Chinese))
- [24] CHEN G X, WU Q, ZHOU Z L, et al. Undrained anisotropy and cyclic resistance of saturated silt subjected to various patterns of principal stress rotation[J]. Géotechnique, 2020, 70(4): 317-331.
- [25] 黄 博, 凌道盛, 丁 浩, 等. 斜入射地震波在土体中产生的动应力路径及试验模拟[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2): 276-283. (HUANG Bo, LING Daosheng, DING Hao, et al. Seismic stress path induced by obliquely incident waves and its simulation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(2): 276-283. (in Chinese))
- [26] 土的工程分类标准: GB/T 50145—2007[S]. 北京: 中国计划出版社, 2008. (Standard for Engineering Classification of Soil: GB/T 50145—2007[S]. Beijing: China Planning Press, 2008. (in Chinese))