

DOI: 10.11779/CJGE20220307

粗糙岩石单裂隙非达西流动的试验和数值模拟研究

朱寅斌¹, 李长冬^{*1,2}, 周佳庆^{1,2}, 项林语¹, 余海兵¹, 陈文强¹

(1. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074; 2. 中国地质大学(武汉)湖北巴东地质灾害国家野外科学观测研究站, 湖北 武汉 430074)

摘要: 采用3D雕刻方式制作了一批具有特定粗糙度的砂岩裂隙样品, 结合自行设计的可定量调整粗糙岩石单裂隙开度的装置, 实现了在试验中对岩石单裂隙试样开度和表面粗糙度的定量化控制。开展一系列不同流量下的渗流试验, 研究了平均开度和表面粗糙度对粗糙岩石单裂隙非达西流动的影响。结果表明 Forchheimer 方程可以准确的描述裂隙中流体流量与压力梯度间的非线性关系。分形维数是表征岩石裂隙表面粗糙度的有效参数, 其增大主要导致裂隙的曲折程度增大而使流动路径变得更复杂, 从而促进非达西流动的发生。建立了惯性渗透率与平均开度和分形维数之间的经验定量化模型, 通过直接求解 Navier-Stokes 方程来开展三维粗糙单裂隙渗流模拟, 验证了所建立模型的准确性和所开展渗流试验的可靠性。粗糙岩石单裂隙的平均开度越小、表面粗糙度越大则所建立的经验定量化模型预测的结果就越精确。

关键词: 粗糙岩石单裂隙; 非达西流动; 渗流试验; 数值模拟; 开度尺寸; 表面粗糙度

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2023)06-1278-07

作者简介: 朱寅斌(1997—), 男, 博士研究生, 主要从事岩石裂隙渗流方面的研究。E-mail: zhu yinbin2022@163.com。

Experimental and numerical studies on non-Darcian flow in single rough-walled rock fracture

ZHU Yinbin¹, LI Changdong^{*1,2}, ZHOU Jiaqing^{1,2}, XIANG Linyu¹, YU Habin¹, CHEN Wenqiang¹

(1. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Badong National Observation and Research Station of Geohazards, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: A series of rough-walled rock fracture specimens with specific surface roughnesses are made by using the three-dimensional carving. After that, the self-designed apparatus which can quantitatively change the aperture of single rock fracture is adopted to realize the purpose of aperture and surface roughness to be quantitatively controlled in the experiment. The seepage experiments on all rock fracture replicas at different flow rates are carried out to study the influences of the mean aperture and surface roughness on the non-Darcian flow in a single rough-walled rock fracture. The results show that the Forchheimer equation is suitable for characterizing the non-Darcian flow in rough-walled fractures. The fractal dimension is an effective parameter to reflect the surface roughness of rock fracture, and the increase of fractal dimension mainly leads to an enlargement in degree of tortuosity and results in the increased complexity of flow paths. An empirical quantification model is established to relate the inertial permeability to the mean aperture and fractal dimension. The numerical simulations by directly solving the Navier-Stokes equation are performed to investigate the non-Darcian flow in three-dimensional rough-walled fractures with different apertures and roughnesses. The inertial permeabilities of the simulated results agree well with those of the empirical quantification model and experiments, indicating that both the model and the experiments are reliable. The prediction accuracy of the empirical model increases with the decrease of the mean aperture and increase of surface roughness.

Key words: single rough-walled rock fracture; non-Darcian flow; seepage experiment; numerical simulation; aperture size; surface roughness

0 引言

在天然岩体中发育有大量的裂隙网络, 与岩石基质相比裂隙有着更强的渗透性, 成为流体运动的主要通道。岩石裂隙中发生的流体流动对地热能开发、核

基金项目: 国家自然科学基金项目(42090054, 41922055, 51909247);
湖北省重点研发计划项目(2020BCB079)

收稿日期: 2022-03-21

*通信作者 (E-mail: lichangdong@cug.edu.cn)

废料存储和隧道施工等工程活动起着重要的控制作用。因此对岩石裂隙的渗流特性开展研究具有重要的现实意义。

研究单个岩石裂隙中的渗流特性是全面了解复杂岩石裂隙网络中流体流动行为的基础^[1]。描述岩石单裂隙渗流的最简单模型是 Snow^[2]提出的光滑平行板模型,与之对应的是立方定律,该定律假定通过裂隙的流体流量与裂隙开度的三次方成正比。而真实岩石裂隙表面通常是粗糙起伏的,此时用立方定律来分析裂隙渗流时就需要对其进行修正。Lomize^[3]、Louis^[4]、速宝玉等^[5]、Xiong 等^[6]、Liu 等^[7]开展了大量试验研究,通过分析结果各自提出了修正后的立方定律,将表面粗糙度、开度变化和充填物对裂隙渗流特性的影响考虑了进去。随着流体流动速度的增大,通过裂隙的流体流量与压力梯度之间不再服从线性立方定律,对应的流动行为称为非达西流动,此时立方定律及其修正形式不再适用。

目前,Forchheimer 方程被广泛用来描述岩石裂隙和多孔介质中发生的非达西流动,该方程是通过观察通过多孔煤样的气体过流试验总结得到的经验方程。Zhang 等^[8]通过试验研究了岩石单裂隙在不同应力以及匹配程度下的渗流特性,对试验结果的回归分析验证了 Forchheimer 方程描述岩石裂隙中非达西流动的能力。Chen 等^[9]开展了不同围压下岩石单裂隙试样的渗流试验,认为 Forchheimer 方程可以精确描述由强惯性效应引起的非达西流动行为,并给出了 Forchheimer 方程两个系数各自的物理意义。Shao 等^[10]采用数值模拟的方法研究了三维粗糙单裂隙渗流特性,采用 Forchheimer 方程成功的描述了流体流量与压力梯度的非线性关系。

单裂隙的渗流特性受诸多因素的影响,包括开度^[11]、粗糙度^[12]、应力条件^[13]和充填情况^[14]等,而开度和粗糙度是影响裂隙中流体流动行为的两个主要因素^[15],其他因素的作用本质上是改变了裂隙开度大小和表面粗糙起伏程度。Ni 等^[16]采用 3D 打印技术制作裂隙粗糙裂隙试样开展渗流试验,表明 Forchheimer 方程的系数受到开度和粗糙度的显著影响,并建立了相应的半经验方程。Rong 等^[17]采用劈裂花岗岩试样开展了一系列压水试验以研究裂隙几何特征对非达西流动的影响,证明开度和粗糙度对岩石单裂隙渗流特性造成的影响不可忽视。Yin 等^[18]用 3D 打印制作了一批粗糙单裂隙试样,用自行设计的渗流装置开展试验,提出了定量刻画开度及粗糙度对非达西流动影响的标准。周新等^[19]用商业软件开展了三维粗糙单裂隙渗流的模拟工作,发现开度和粗糙度对裂隙模型中非达西流动的影响与前述研究类似。上述研究为裂隙渗流提

供了重要基础,但仍需进一步深入研究,比如采用经验性较强的 JRC 来描述单裂隙的粗糙度^[16],单裂隙的开度和粗糙度大小不能定量控制^[17],3D 打印制作的裂隙试样材质与真实的岩石有区别^[16,18],缺乏试验的验证等^[19]。

针对上述问题,本文采用 3D 雕刻的方式制作了一批具有特定粗糙度的砂岩样品,采用自行设计的可定量调整粗糙岩石单裂隙开度的装置,实现了在试验中对岩石单裂隙试样开度和粗糙度的定量化控制。选用被广泛采用的分形维数 D 和一阶导数均方根 Z_2 两个参数来定量表征裂隙试样的表面粗糙度。在实验室条件下开展渗流试验探究平均开度和表面粗糙度对粗糙岩石单裂隙非达西流动的影响。而后通过直接求解 Navier-Stokes 方程来开展三维粗糙单裂隙渗流模拟,验证了所提出的模型的准确性和所开展渗流试验的可靠性。

1 裂隙渗流理论背景

1.1 Navier-Stokes 方程

对于不可压缩的牛顿流体,在裂隙中的流动满足 Navier-Stokes (N-S) 方程:

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla p, \quad (1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (1b)$$

式中: \mathbf{u} 为速度矢量; ρ 为流体的密度; μ 为流体动力黏滞系数; p 为压力。N-S 方程虽然可以很好的描述裂隙渗流,但是对其求解是极其困难的。为了实际应用的方便,一些简化的宏观控制方程被提出。

1.2 立方定律

当裂隙中的流体流态为低速线性流(达西流)时,控制方程可以选择立方定律^[2]:

$$Q = -\frac{wb^3}{12\mu} \nabla p. \quad (2)$$

式中: Q 为流体流量; w 为裂隙的宽度; b 为裂隙的开度; $-\nabla p$ 为压力梯度。当采用立方定律描述粗糙单裂隙渗流时,开度 b 将被水力开度 b_h 所替代。

1.3 Forchheimer 方程

随着裂隙中流体流动速度的不断增大,惯性效应越来越明显,使得流体流态逐渐转化为非达西流,此时可以选择 Forchheimer 方程^[20]作为控制方程:

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k_v} v + \frac{\rho}{k_i} v^2. \quad (3)$$

式中: v 为流体的流速; k_v 为黏性渗透率, $k_v = b_h^2/12$; k_i 为惯性渗透率。 k_v , k_i 为裂隙介质的固有属性,因此不受流体流动情况(如压力梯度、流动速度和雷诺数等)的影响。当裂隙中流体流量很小,惯性效应可以忽略不计的时候,Forchheimer 方程中的惯性项(式(3))

右边第二项)可以消掉,方程可以退化为立方定律。

2 粗糙岩石单裂隙渗流

2.1 试验系统

本研究中的试验系统概念图见图 1,具有特定粗糙度的粗糙砂岩单裂隙放置在水平底板上,试样下盘由底板上的滑块固定住,试样上盘用安装在高精度步进电机上的夹具夹持紧固,裂隙开度可通过步进电机垂直升降予以改变,其精度为 0.05 mm。裂隙两端接有密封性良好的进/出口端容器,其内部空腔横截面尺寸为 90 mm×25 mm,远大于试验中设置的裂隙的开度,可保证水流平稳流入和流出裂隙且其内部压力损失可忽略^[21]。进/出口端容器通过管路和阀组与恒流输液泵(Y-1000 型)和流出容器相连。恒流输液泵将过滤干净的自来水以一定的流量注入裂隙,流出裂隙的水由流出容器回收,其质量变化由高精度电子天平时记录并换算为实际的注入流量。所测得注入流量与预设流量值吻合较好,误差在 0.5%以内。差压计通过进/出口端容器上部的开孔与裂隙试样相连,用以测量裂隙试样两端的压力差。

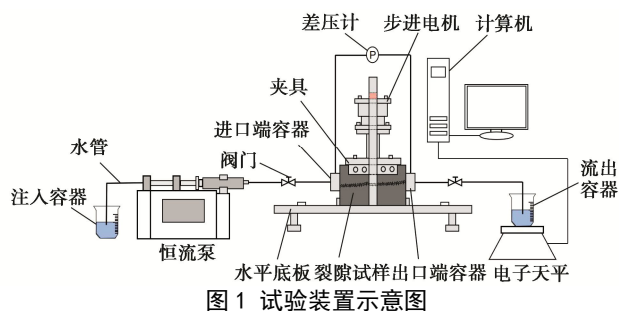


Fig. 1 Illustration of hydraulic test apparatus

2.2 裂隙试样制备

本研究中采用 DS-4040 型三轴数控雕刻机来制备具有特定粗糙度的粗糙岩石单裂隙试样,雕刻精度为 0.01 mm。基于试样基质渗透性极低且要易于加工的要求,选择了质密而强度适中的细砂岩作为试样制备的原材料。试样制备流程:采用 Ogilvie 等^[22]开发的 SynFrac 开源程序生成由一系列点云数据组成的具有特定粗糙度的裂隙模型,然后将点云数据导入 Matlab 软件中进行处理后导入 Geomagic studio 软件中转化为可用于 3D 雕刻的 stl 格式文件,而后操作雕刻机完成试样制备。

SynFrac 软件中采用分形维数 D 、开度标准差 δ 和不匹配长度 l 这 3 个参数来控制生成裂隙模型的表面粗糙度和开度分布,本研究中重点关注表面粗糙度对非达西流动的影响,因此将 δ 和 l 设为固定值,通过改变 D 来生成具有不同粗糙度的裂隙模型。为了更直观地反映裂隙面的粗糙度变化,引入了由 Myers^[23]提出的一阶导数均方根 Z_2 ,

$$Z_2 = \sqrt{\frac{1}{L^2} \int_{y=0}^L \int_{x=0}^L \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{(N\Delta x)^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{N-1} (z_{j,i+1} - z_{j,i})^2} \quad (4)$$

式中: L 为裂隙面的长度和宽度; N 为沿某一个方向上的线段数; Δx 为相邻两点间的距离, $\Delta x = L/N$; $z_{j,i}$ 为离散点的高度。图 2 展示了 D 与 Z_2 之间的关系,随着 D 的增大 Z_2 也在不断增大,且增大的速度越来越快。表明分形维数 D 是一个表征裂隙表面粗糙度的有效参数。

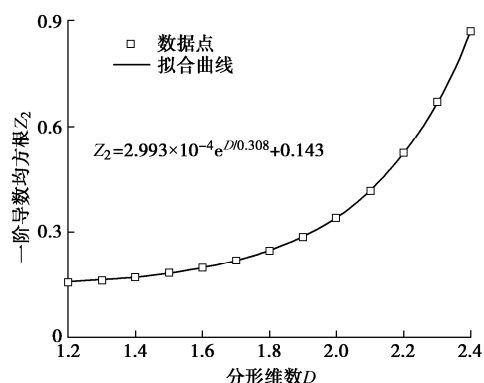


图 2 一阶导数均方根 Z_2 与分形维数 D 的关系图

Fig. 2 Relationship between fractal dimension D and

root-mean square of first derivative of profile Z_2

本研究中分形维数取值从 $D = 1.6$ 到 $D = 2.4$ 以覆盖较广的粗糙度范围,如图 3 所示。裂隙试样的上下盘吻合良好,平均开度取值从 $b_m = 0.50$ mm 到 $b_m = 1.50$ mm。5 个粗糙度和 5 个开度结合得到 25 种不同的工况。

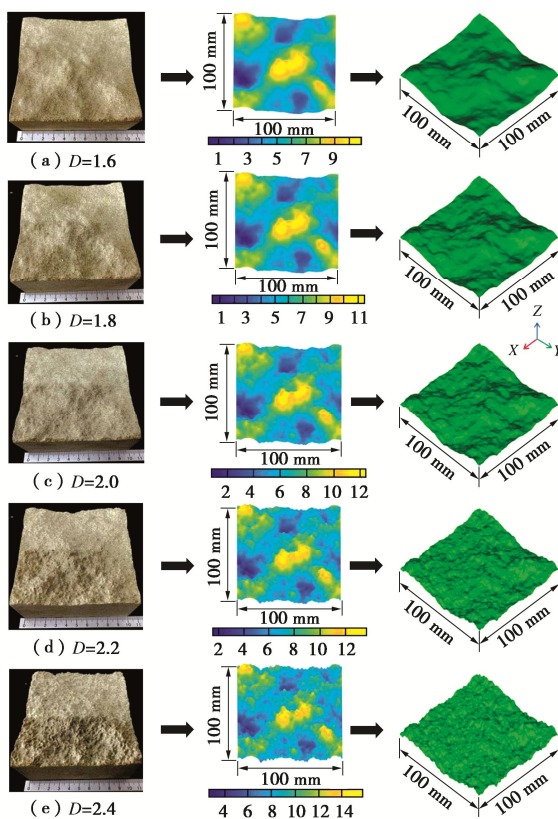


图 3 具有不同表面粗糙度的砂岩裂隙试样

Fig. 3 Fractured sandstone specimens with different roughnesses

3 试验结果与分析

3.1 流体流动行为的表征

图4为流量 Q 在0~900 mL/min, 25种工况的流量 Q 与压力梯度 $-\nabla p$ 的关系图。图4中空心点为试验测得的数据, 曲线由Forchheimer方程拟合得到。如图4所示, Forchheimer方程很好的拟合了试验数据并准确地描述 Q 与 $-\nabla p$ 之间的非线性关系。当裂隙的 b_m 不变时, D 越大, 达到同一 Q 时需要更大的 $-\nabla p$; 而当 D 固定时, b_m 越大, 达到相同 Q 时需要的 $-\nabla p$ 则更小。表明对于粗糙岩石单裂隙, 平均开度越小、表面粗糙度越大, 则裂隙的流动阻力就越大。此外在图4中, 拟合曲线的斜率随着 Q 的增大而不断增大, 表明裂隙中非达西流动现象越来越明显。这主要是因为随着流体流速的增大, 惯性效应占据主导作用从而导致非达西流动现象的加剧。Zhou等^[24]也认为由流体流速增大使得惯性效应变的明显从而导致岩石裂隙中非达西流动的出现。

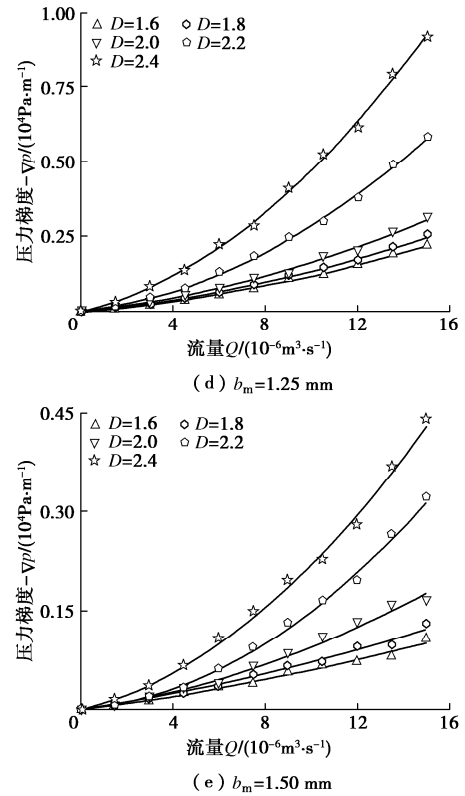
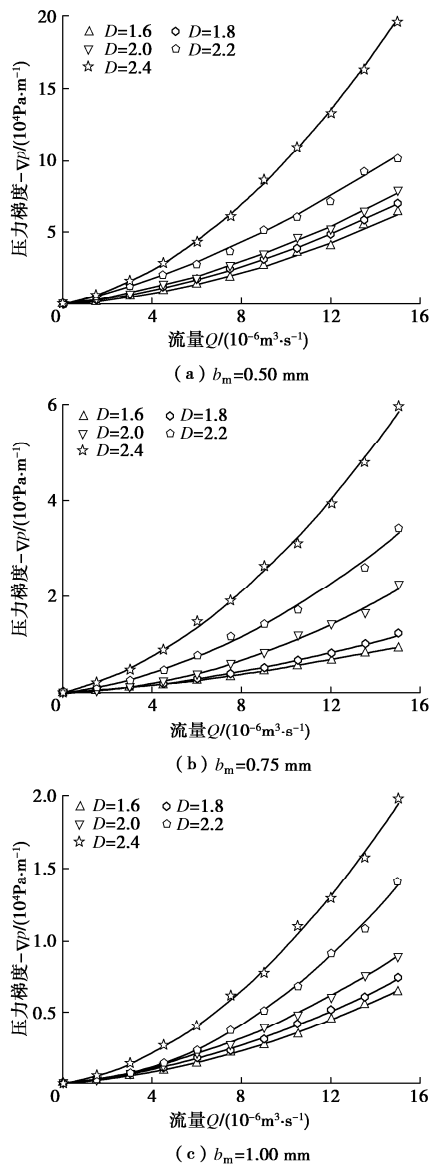
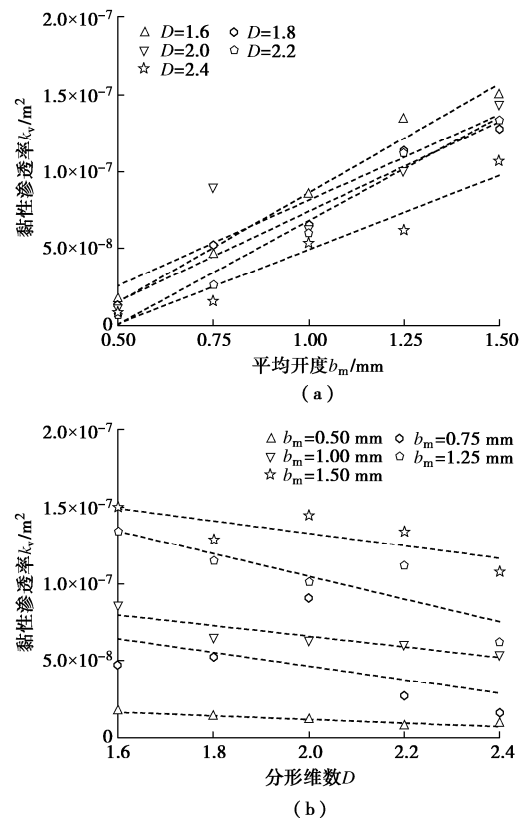


图4 流量 Q 与压力梯度 $-\nabla p$ 关系图

Fig. 4 Relationship between flow rate Q and pressure gradient $-\nabla p$

图5展示了裂隙试样的 k_v 和 k_i 与 b_m 和 D 的关系。图5(a), 5(b)表明 k_v 对 b_m 和 D 都有着明显的依赖关系, 对 b_m 的依赖性更强。类似地, k_i 也表现出对 b_m 和 D 明显的依赖, 如图5(c), 5(d)中所示。



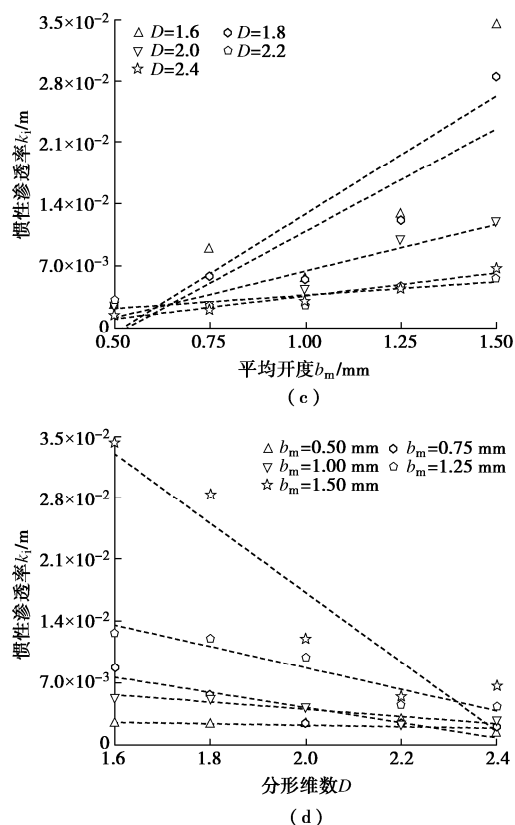


图5 黏性渗透率 k_v 和惯性渗透率 k_i 与平均开度 b_m 和分形维数 D 的关系图

Fig. 5 Dependency of viscous (k_v) and inertial (k_i) permeabilities on mean aperture b_m and fractal dimension D

Zhou 等^[20]指出 k_v 代表着裂隙的本征渗透率, 与裂隙的几何性质如开度和孔隙度等有关, 可以由立方定律计算得到 $k_v = b_h^2/12$, 式中, b_h 为水力开度。 b_h 与 b_m 和 D 之间的关系见图6, 可见随着 b_m 和 D 的增大 b_h 分别呈现出增大和减小的趋势, 而 b_m 对 b_h 的影响更为明显。因此 k_v 与 b_m 之间存在着明显正相关是合理的, 而 D 的增大会导致 b_h 的减小从而导致 k_v 与 D 呈现出负相关。

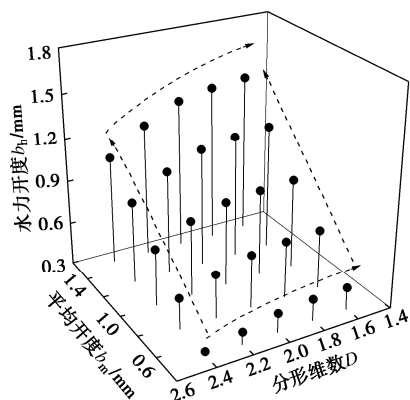


图6 水力开度 b_h 与平均开度 b_m 和分形维数 D 的关系

Fig. 6 Variation of hydraulic aperture b_h with mean aperture b_m and fractal dimension D

k_i 代表着水流中惯性效应的水平^[20], 是裂隙的固

有性质, 与裂隙内部的空隙分布情况和曲折程度有关, k_i 越小代表着水流中惯性效应越明显, 而惯性效应是导致裂隙中出现非达西流动的关键原因, 因此 k_i 越小代表着裂隙中越容易发生非达西流动。 b_m 的增大对裂隙内部空隙体积的增大是显而易见的, 而 D 的增大使得裂隙表面变得粗糙, 导致裂隙内部空隙分布的复杂程度增大。 b_m 增大使得裂隙内部空隙体积增大而抑制流体流动过程中惯性效应的出现; 而 D 的增大则会显著增大裂隙的曲折程度, 使得流体的流动路径变得更加复杂, 这对惯性效应的出现起着促进作用。因此 k_i 与 b_m 呈正相关而与 D 呈负相关的原因就可以被合理解释。由于惯性效应是导致非达西流动出现的关键原因, 因此图5表明平均开度的增大会抑制裂隙内部非达西流动的发生, 而表面粗糙度则与之相反。

3.2 非达西流动的定量化描述

如3.1节中所述, 惯性渗透率 k_i 可以代表裂隙诱发非达西流动发生的能力, 因此 k_i 对于研究单裂隙的非达西流动有着重要意义。但 k_i 需要通过试验来获取, 这为研究带来了诸多不便, 因此探索 k_i 的定量化计算方法是有必要的。本研究主要关注平均开度和表面粗糙度对粗糙岩石单裂隙中非达西流动的影响, 因此研究了 k_i 与 b_m 和 D 之间的关系, 见图7。

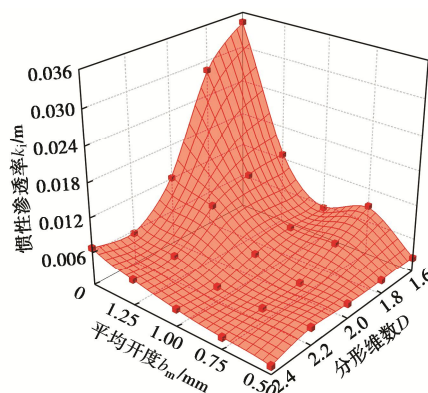


图7 惯性渗透率 k_i 与平均开度 b_m 和分形维数 D 的关系

Fig. 7 Variation of inertial permeability k_i with mean aperture b_m and fractal dimension D

可见 k_i 与 b_m 和 D 都有着明显的相关性, k_i 随 b_m 的增大或 D 的减小而增大, 表明平均开度的增大会抑制裂隙中非达西流动的发生, 而表面粗糙度的增大则促进非达西流动的发生。从图7中还可以看出 b_m 对 k_i 的影响略微超过 D , 且 b_m 越大 k_i 随 D 的增大而变化的趋势就越明显。 k_i 与 b_m 和 D 之间的关系可由一个双参数方程来表征:

$$k_i = \gamma b_m^\varepsilon (\eta - \delta e^{D/\lambda}) \quad (5)$$

式中: γ , ε , δ , λ , η 为拟合参数, 反应了平均开度和表面粗糙度对 k_i 的影响。5个参数的值分别为 0.1497 , 3.1385 , 1.884×10^{-5} , 0.3081 , 0.0595 。拟合

相关系数 $R^2 = 0.8241$, 表明该方程有着较高的拟合度。

3.3 模型的数值模拟验证

为了验证所提出模型(式(5))的准确性并与试验进行对照, 采用有限元软件 COMSOL Multiphysics 来直接求解 N-S 方程以开展三维裂隙渗流模拟工作。计算中三维粗糙单裂隙模型的尺寸为 $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 、分形维数范围从 $D = 1.6$ 到 $D = 2.4$ 而平均开度取值从 $b_m = 0.25 \text{ mm}$ 到 $b_m = 1.75 \text{ mm}$, 5 种粗糙度和 7 种平均开度组合对应 35 个不同的三维粗糙单裂隙模型。设置的入口流量大小与试验中保持一致, 所施加的边界条件如图 8。裂隙的左右两侧分别施加入流和流出边界, 为了驱动流体流动在流入边界设置不同大小的注入流量, 流出边界则设置为零压力。余下的上下壁面和两侧边施加无滑移边界。模拟中选用的流体为水, 温度为 25°C , 密度 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, 流体动力黏滞系数 $\mu = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 。

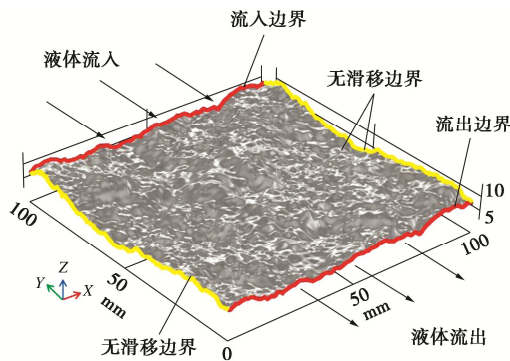


图 8 三维裂隙模型边界条件

Fig. 8 Boundary conditions for three-dimensional fracture model

数值模拟中模型剖分的网格数量对计算结果的准确性有着不可忽视的影响。在本研究中为了消除模型剖分的网格数量级对计算结果精确性的影响, 选 $D = 1.6$ 、 $b_m = 0.50 \text{ mm}$ 的裂隙模型为研究对象, 对比分析了 6 种不同网格数量下裂隙模型的流量 Q 与压力梯度 $-\nabla p$ 间的关系, 见图 9。可见当网格数量达到 6.265×10^6 后, 计算结果趋于一致。综合考虑计算结果的精确性和计算所需的成本, 本研究中网格数量选取在 $6.265 \times 10^6 \sim 8.301 \times 10^6$ 。

根据数值模拟计算的结果, 计算了 35 个三维粗糙单裂隙模型的 k_i , 并用式(5)对这 35 个 k_i 进行了拟合, 见图 10。图中蓝色球体代表着三维裂隙模型的 k_i , 而绿色曲面则是由式(5)对这些 k_i 拟合得到的曲面。可见蓝色圆球的分布与绿色曲面吻合良好, 吻合程度随着 b_m 的减小或者 D 的增大而升高, 说明式(5)可以较好地表征三维粗糙单裂隙模型的 k_i 与 b_m 和 D 的关系, 验证了所提出模型的准确性, 也表明当裂隙的平均开度越小、表面粗糙度越大则所提出模型的预测

精度就越高。此外, 图 10 中的红色方块代表着粗糙岩石单裂隙试样的 k_i 值, 可见大部分红色方块都与蓝色圆球的分布位置接近, 验证了本研究中所开展渗流试验的可靠性。

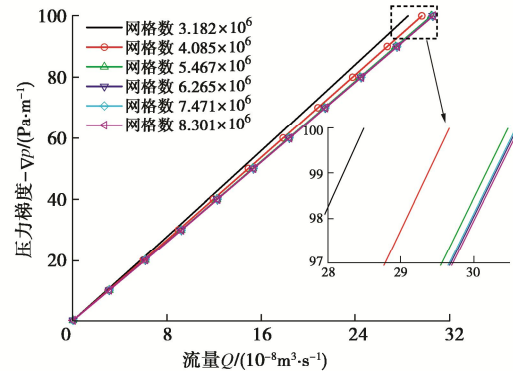


图 9 网格数量敏感性分析

Fig. 9 Sensitivity analysis of mesh of numerical solutions

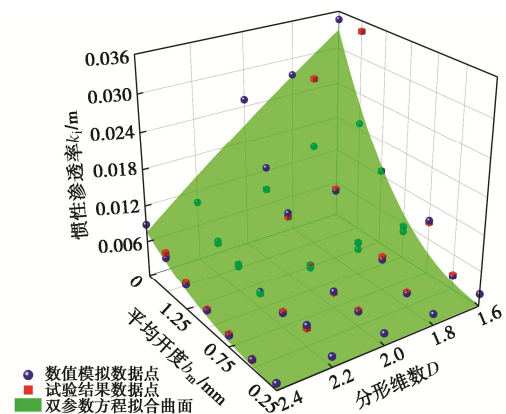


图 10 惯性渗透率 k_i 作为平均开度 b_m 和分形维数 D 的函数

Fig. 10 Inertial permeability k_i as a function of mean aperture b_m and fractal dimension D

4 结 论

(1) Forchheimer 方程可以准确描述粗糙岩石单裂隙中的非达西流动行为, 黏性渗透率 k_v 、惯性渗透率 k_i 和水力开度 b_h 都与平均开度 b_m 和表面粗糙度 D 分别呈现正相关和负相关。平均开度对 k_v , k_i 和 b_h 有着更明显的影响。

(2) 建立了惯性渗透率 k_i 与平均开度 b_m 和分形维数 D 之间的经验量化模型, 通过开展三维渗流数值模拟验证了模型的有效性和试验的可靠性。当粗糙单裂隙的平均开度越小、表面粗糙度越大则建立的模型预测的结果就越精确。

(3) 平均开度 b_m 的增大对粗糙岩石单裂隙中非达西流动行为的出现存在抑制作用, 而表面粗糙度 D 的增大则对其起着促进作用。

参考文献:

- [1] CHEN Y D, SELVADURAI A P S, ZHAO Z H. Modeling of

- flow characteristics in 3D rough rock fracture with geometry changes under confining stresses[J]. Computers and Geotechnics, 2021, **130**: 103910.
- [2] SNOW D T. A Parallel Plate Model of Fractured Permeable Media[D]. Berkeley: University of California of Berkeley, 1965.
- [3] LOMIZE G M. Flow in Fractured Rock[M]. Moscow: Gosemergoizdat, 1951.
- [4] LOUIS C. Rock hydraulics[M]// Rock Mechanics. Vienna: Springer Vienna, 1972.
- [5] 速宝玉, 詹美礼, 赵坚. 仿天然岩体裂隙渗流的实验研究[J]. 岩土工程学报, 1995, **17**(5): 19-24. (SU Baoyu, ZHAN Meili, ZHAO Jian. Study on fracture seepage in the imitative nature roke[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, **17**(5): 19-24. (in Chinese))
- [6] XIONG X B, LI B, JIANG Y J, et al. Experimental and numerical study of the geometrical and hydraulic characteristics of a single rock fracture during shear[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, **48**(8): 1292-1302.
- [7] LIU R C, JING H W, HE L X, et al. An experimental study of the effect of fillings on hydraulic properties of single fractures[J]. Environmental Earth Sciences, 2017, **76**(20): 684.
- [8] ZHANG Z Y, NEMCIK J. Fluid flow regimes and nonlinear flow characteristics in deformable rock fractures[J]. Journal of Hydrology, 2013, **477**(16): 139-151.
- [9] CHEN Y F, ZHOU J Q, Hu S H, et al. Evaluation of Forchheimer equation coefficients for non-Darcy flow in deformable rough-walled fractures[J]. Journal of Hydrology, 2015, **529**: 993-1006.
- [10] SHAO J L, ZHANG Q, SUN W B, et al. Numerical simulation on non-darcy flow in a single rock fracture domain inverted by digital images[J]. Geofluids, 2020, **2020**: 1-13.
- [11] BAGHBANAN A, JING L R. Hydraulic properties of fractured rock masses with correlated fracture length and aperture[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, **44**(5): 704-719.
- [12] ZHAO Z H, LI B, JIANG Y J. Effects of fracture surface roughness on macroscopic fluid flow and solute transport in fracture networks[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2014, **47**(6): 2279-2286.
- [13] ZHANG X, SANDERSON D J. Effects of stress on the two-dimensional permeability tensor of natural fracture networks[J]. Geophysical Journal International, 1996, **125**(3): 912-924.
- [14] 速宝玉, 詹美礼, 张祝添. 充填裂隙渗流特性实验研究[J]. 岩土力学, 1994, **15**(4): 46-52. (SU Baoyu, ZHAN Meili, ZHANG Zhutian. Experimental research of seepage characteristic for filled fracture[J]. Rock and Soil Mechanics, 1994, **15**(4): 46-52. (in Chinese))
- [15] 王志良, 申林方, 徐则民, 等. 岩体裂隙面粗糙度对其渗流特性的影响研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(7): 1262-1268. (WANG Zhiliang, SHEN Linfang, XU Zemin, et al. Influence of roughness of rock fracture on seepage characteristics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(7): 1262-1268. (in Chinese))
- [16] NI X D, NIU Y L, WANG Y, et al. Non-darcy flow experiments of water seepage through rough-walled rock fractures[J]. Geofluids, 2018, **2018**: 1-12.
- [17] RONG G, TAN J, ZHAN H B, et al. Quantitative evaluation of fracture geometry influence on nonlinear flow in a single rock fracture[J]. Journal of Hydrology, 2020, **589**: 125162.
- [18] YIN P J, ZHAO C, Ma J J, et al. Experimental study of non-linear fluid flow though rough fracture based on fractal theory and 3D printing technique[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2020, **129**: 104293.
- [19] 周新, 盛建龙, 叶祖洋, 等. 岩体粗糙裂隙几何特征对其 Forchheimer 型渗流特性的影响[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(11): 2075-2083. (ZHOU Xin, SHENG Jianlong, YE Zuyang, et al. Effects of geometrical feature on Forchheimer-flow behavior through rough-walled rock fractures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(11): 2075-2083. (in Chinese))
- [20] ZHOU J Q, CHEN Y F, WANG L C, et al. Universal relationship between viscous and inertial permeability of geologic porous media[J]. Geophysical Research Letters, 2019, **46**(3): 1441-1448.
- [21] DETWILER R L. Experimental observations of deformation caused by mineral dissolution in variable-aperture fractures[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2008, **113**(B8).
- [22] OGILVIE S R, ISAKOV E, GLOVER P W J. Fluid flow through rough fractures in rocks. II: A new matching model for rough rock fractures[J]. Earth and Planetary Science Letters, 2006, **241**(3-4): 454-465.
- [23] MYERS N O. Characterization of surface roughness[J]. Wear, 1962, **5**(3): 182-189.
- [24] ZHOU J Q, WANG L C, LI C D, et al. Effect of fluid slippage on eddy growth and non-Darcian flow in rock fractures[J]. Journal of Hydrology, 2020, **581**: 124440.