

DOI: 10.11779/CJGE202203014

# 考虑温度效应和纤维加筋作用的垃圾土热-弹塑性本构模型

李修磊<sup>1,2</sup>, 施建勇<sup>2</sup>, 姜兆起<sup>2</sup>, 李玉萍<sup>2</sup>

(1. 重庆交通大学山区公路水运交通地质减灾重庆市高校重点实验室, 重庆 400074; 2. 河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210024)

**摘要:** 考虑填埋场内垃圾土成分的复杂性和有机质降解产热导致的温度升高, 根据不同温度不同纤维材料含量垃圾土的三轴试验结果, 表明温度和纤维材料是影响垃圾土力学特性的关键因素, 由此将垃圾土看作是类土材料和纤维材料的复合体。荷载作用下垃圾土的力学特性取决于类土材料和纤维材料的共同作用, 认为温度变化只影响垃圾土的体积变形, 提出了考虑温度效应的塑性体应变的硬化规律和纤维材料加筋作用的演化方程。通过构建一个新的反映温度效应和纤维加筋作用的塑性势函数, 并依据相关关联流动性法则导出了适用于垃圾土的热-弹塑性本构模型。通过对比文献中已有垃圾土的三轴试验结果, 表明模型计算值与试验结果具有较高的吻合程度, 能够很好地模拟垃圾土应力-应变曲线上翘和体应变持续增加的变化特征, 以及较高围压下强度较大、较高纤维含量强度较大、较高温度下强度较小的垃圾土力学特性; 在体积变形预测方面, 模型计算值与试验结果虽有所偏差, 但还是较好地捕捉到了较高围压下体应变较小、较高纤维含量体应变有所增大、较高温度下体应变略大的变形特征。由此可见, 所建垃圾土的本构模型能够较为准确地反映围压、纤维含量以及温度对垃圾土应力-应变关系特性的影响规律, 有效验证了模型的合理性。

**关键词:** 城市生活垃圾土; 温度效应; 纤维加筋作用; 本构模型; 应力-应变关系

中图分类号: TU452

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)03-0523-10

**作者简介:** 李修磊(1986—), 男, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程方面的教学和科研。E-mail: hellolixiulei@163.com。

## Thermo-elastoplastic constitutive model for municipal solid waste (MSW) considering temperature effects and fiber reinforcement

LI Xiu-lei<sup>1,2</sup>, SHI Jian-yong<sup>2</sup>, JIANG Zhao-qi<sup>2</sup>, LI Yu-ping<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Geological Hazards Mitigation for Mountainous Highway and Waterway, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China)

**Abstract:** Considering the composition complexity of municipal solid waste (MSW) and the temperature rise caused by degradation of organic matters, according to the triaxial test results of MSW with different fiber contents under different temperatures, it is shown that the temperatures and fiber materials are the key factors affecting the mechanical properties of MSW. Therefore, MSW can be regarded as a composite of soil-like materials and fiber materials, whose mechanical properties depend on the combined interaction of the two materials. It is assumed that the temperatures only affect the volumetric deformation of MSW, and the fiber reinforcement effects are gradually apparent during loading. Based on this, the hardening law of plastic volumetric strain considering the temperature effects and the evolution equation reflecting the reinforcement effects of fiber materials are both proposed. Through the new plastic potential function developed with reflecting the effects of the temperatures and fiber reinforcement, the thermo-elastoplastic constitutive model is derived for MSW using the associated flow rule. Compared with the test results of different MSW, those of the proposed model are in good agreement with the test data. The main features of upward curvature of stress-strain curves and continuously increasing volumetric strain with axial strain are better reproduced by the proposed model as well as other mechanical properties of MSW such as the greater strength under higher confining pressure, greater strength with higher fiber content, and lower strength at higher temperatures. Although the calculations of the proposed model have some deviation from the test results in terms of volume change behaviors, the main volume deformation characteristics of MSW are well captured by the proposed model, including the smaller volumetric strain under higher confining pressure, larger volumetric strain with higher fiber content, and slightly larger volumetric strain at higher temperature. In conclusion, the proposed model can

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目 (41807276, 41702290);

国家自然科学基金重点基金项目 (41530637)

收稿日期: 2021-05-06

accurately reflect the influences of confining pressure, fiber content and temperature on the stress-strain and volumetric strain behavior of MSW, which effectively verifies the rationality of the constitutive model.

**Key words:** municipal solid waste; temperature effect; fiber reinforcement; constitutive model; stress-strain response

## 0 引言

尽管政府颁布了鼓励城市生活垃圾回收和再利用的相关政策,2019 年中国生活垃圾的填埋量仍达到了 1.09 亿吨,约占生活垃圾清运总量的 50% (中国统计年鉴 2020)。填埋场是由衬垫系统、生活垃圾堆体、渗滤液和气体收集系统,以及覆盖层系统等基本单元组成的工程结构。生活垃圾堆体作为填埋场的主体结构,其力学特性事关填埋场稳定和沉降变形。鉴于近些年世界范围内多个填埋场发生失稳事故<sup>[1-3]</sup>,常用于沉降变形和稳定性分析的数值方法(如,有限元或有限差分)通常需要精确定义垃圾土的应力-应变关系。然而,城市生活垃圾土的组分极其复杂,含有大量的纤维材料和有机物,纤维材料的加筋、有机物的降解产热导致温度升高等特性都给描述其力学行为增加了困难。传统的土体本构模型<sup>[4-5]</sup>,并不能很好地反映垃圾土的力学性能(如,应力-应变曲线上翘,及体应变持续增加的应变硬化特征)。因此,有必要针对垃圾土的力学特性建立更为合理的本构模型。

近年来,已有学者通过考虑垃圾土自身独有的力学性质,在垃圾土本构模型方面开展了一些有价值的研究工作。为了方便应用,最初主要是建立了垃圾土的非线性弹性模型<sup>[6-7]</sup>;然后, Babu 等<sup>[8-9]</sup>在修正剑桥模型的基础上考虑应力历史、蠕变和生物降解的影响,提出了基于临界土力学理论的弹塑性模型。Machado 等<sup>[10]</sup>将垃圾土看作是由纤维(如,塑料、纺织品及类似材料)和泥状物(如,有机化合物、橡胶、玻璃和其他类土材料)组成的两相体,分别采用理想弹塑性模型和修正剑桥模型描述,再将两种模型叠加建立了复合模型。而后, Machado 等<sup>[11-12]</sup>又对该复合模型拓展,考虑了垃圾土的降解特性; Chang 等<sup>[13]</sup>基于同样的思路,建立了考虑动荷载效应的塑性边界复合模型。Lü 等<sup>[14]</sup>通过构建幂函数形式的屈服方程,并基于非关联流动法则,提出了描述垃圾土试验中膨胀行为的剪切硬化模型,但没有考虑纤维的加筋作用。李修磊等<sup>[15]</sup>通过构建反映纤维材料加筋作用的塑性势函数,建立了适用于垃圾土的弹塑性本构模型,该模型虽然能够较好模拟垃圾土的应力-应变关系的非线性特征,但在体积变形方面预测效果较差。

现有研究发现,垃圾土中有机物降解会引发填埋场内部温度升高<sup>[16-17]</sup>,可达 60℃~80℃,会导致垃圾土的剪切强度降低<sup>[18]</sup>。综合上述,温度和纤维材料是

影响垃圾土力学性能的关键,而现有的垃圾土本构模型均未考虑温度效应的影响,将纤维看作为理想弹塑性材料与实际并不相符,本文将通过构建考虑温度效应和纤维加筋作用的塑性势函数,提出适于描述垃圾土力学行为的热-弹塑性本构模型。

## 1 模型的理论框架

荷载作用下垃圾土的力学性质由垃圾土的中纤维成分(称为纤维加筋相,包括塑料、纺织品及其类似材料)和类土材料(称为基本相,除纤维成分之外剩余的物质)两部分共同控制。考虑温度和纤维加筋作用的影响,构建垃圾土的本构模型时基于以下几点假定:①三轴荷载作用下基本相和纤维相的平均正应力相同,总的偏应力为两相各自的偏应力之和;②垃圾土的孔隙变化只与基本相有关,不考虑纤维相的体积变化;③温度变化只影响垃圾土的体应变,而剪应变不受影响。

### 1.1 温度影响的前期固结压力

垃圾土降解主要是微生物作用下有机质(特别是厨余垃圾)消耗的过程,并伴随着水和气体的产生。相关研究表明,垃圾土降解最适宜的温度在 40℃左右,低于 20℃或高于 50℃时垃圾土降解受温度变化的影响很小<sup>[19]</sup>;固结压力也会影响垃圾土的降解<sup>[20]</sup>。因此,温度对垃圾土降解的影响很难通过前期固结压力的变化来反映。随着降解程度的加深,垃圾土中类土材料(纤维材料)含量会逐渐减少(增加)<sup>[12]</sup>,将不同降解阶段垃圾土的物理力学参数代入到拟建的模型中即可,因而不考虑垃圾土的降解也是可行的。

温控条件下等向压缩试验表明<sup>[21-22]</sup>,温度升高时在  $e - \ln p$  坐标内土体的正常固结线(NCL)向孔隙比小的方向平移,土体的压缩指标不受影响,并且认定温度升高引起的体积变化不可恢复,如图 1 所示。图 1 中整个压缩试验过程  $A \rightarrow B \rightarrow C$  属于应力产生压缩变形(即,力学固结);  $B \rightarrow D$  属于温度升高产生的压缩变形(即,热固结)。如图 1 所示,  $\lambda$  和  $\kappa$  分别为正常固结线和回弹线的斜率;  $e_0$  为垃圾土的初始孔隙比;  $\Delta e$  为孔隙比的变化量;  $\Delta e^e$  和  $\Delta e^p$  分别为孔隙比变化量的弹性部分和塑性部分;  $p$  为平均正应力。力学固结过程  $A \rightarrow B \rightarrow C$  产生的体应变  $\varepsilon_v$  为

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta e}{1 + e_0} = \frac{\lambda}{1 + e_0} \ln \left( \frac{p_C}{p_A} \right) = \frac{\lambda}{1 + e_0} \ln \left( \frac{p_C}{p_B} \cdot \frac{p_B}{p_A} \right)$$

$$= \frac{\lambda}{1+e_0} \left[ \ln \left( \frac{p_C}{p_B} \right) + \ln \left( \frac{p_B}{p_A} \right) \right] \quad (1)$$

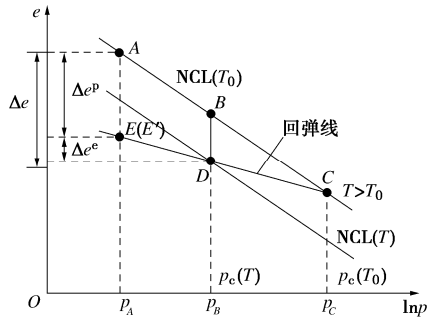


图1 不同温度下垃圾土的正常固结线和回弹线

Fig. 1 Diagram of normal consolidation line and swelling line of MSW under different temperatures

在  $e - \ln p$  坐标中, 参考温度  $T_0$  下从  $A$  点等向压缩至  $C$  点后再回弹至  $E$  点, 得到的塑性体应变等于压缩—升温—回弹—降温路径  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E' \rightarrow E'$  (其中,  $E' \rightarrow E'$  为降温过程,  $E$  与  $E'$  重合) 的塑性体应变。其中,  $CD$  称为加载屈服线<sup>[23]</sup>。Laloui 等<sup>[21]</sup>和 Zhou 等<sup>[24]</sup>分别建立了加载屈服线的表达式, 前者认为固结应力与温度的对数呈线性关系, 后者认为固结应力与温度呈指数衰减关系, 其实这两种关系的变化趋势是一致的。为了简便, 采用后者提出的关系表达式如下:

$$\frac{p_B}{p_C} = \frac{p_c(T)}{p_c(T_0)} = \exp \left[ -\alpha \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right) \right] \quad (2)$$

式中,  $\alpha$  表示温度对垃圾土前期固结压力的影响参数, 可看作为垃圾土的膨胀系数, 可利用不同温度下的等压固结试验获得, 取  $0.04 \sim 0.08$ 。

## 1.2 弹性应变增量

结合图1所示, 将式(2)代入式(1)中, 得到垃圾土的弹性应变和塑性体应变分别为

$$\varepsilon_v^e = \frac{\Delta e^e}{1+e_0} = \frac{\kappa}{1+e_0} \left[ \ln \left( \frac{p_B}{p_A} \right) + \alpha \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right) \right] \quad (3)$$

$$\varepsilon_v^p = \frac{\Delta e^p}{1+e_0} = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \left[ \ln \left( \frac{p_B}{p_A} \right) + \alpha \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right) \right] \quad (4)$$

垃圾土的弹性体应变增量, 为

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\Delta e^e}{1+e_0} = \frac{\kappa}{1+e_0} \left[ \frac{dp}{p} + \alpha \cdot \frac{dT}{T_0} \right] \quad (5)$$

轴对称条件下, 垃圾土的平均正应力  $p$ 、偏应力  $q$ 、径向应变  $\varepsilon_3$  和剪应变  $\varepsilon_s$  分别表示为

$$p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3, \quad q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (6)$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \sqrt{\frac{(1-\varepsilon_v)}{(1-\varepsilon_1)}}, \quad \varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (7)$$

式中,  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$  分别为轴向应力和径向应力,  $\varepsilon_v$  和  $\varepsilon_1$

分别为体应变和轴向应变, 均可通过三轴试验测得。

垃圾土中基本相和纤维加筋相的弹性剪应变增量, 分别为

$$d\varepsilon_{sb}^e = \frac{dq_b}{3G_b} = \frac{2(1+\mu_b)}{9(1-2\mu_b)} \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{dq_b}{p} \quad (8)$$

$$d\varepsilon_{sf}^e = \frac{dq_f}{3G_f} = \frac{2(1+\mu_f)}{3E_f} dq_f \quad (9)$$

式中  $d\varepsilon_{sb}^e$  和  $d\varepsilon_{sf}^e$ ,  $dq_b$  和  $dq_f$ ,  $G_b$  和  $G_f$ ,  $\mu_b$  和  $\mu_f$  分别为基本相和纤维相的弹性剪应变增量、偏应力增量、剪切模量、泊松比 (不随温度变化);  $E_f$  表示为纤维相的弹性模量, 随温度升高逐渐衰减趋势, 表达式为

$$E_f(T) = E_f(T_0) \left[ 1 - \xi \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] \quad (10)$$

式中,  $\xi$  表示温度影响纤维材料弹性模量的参数。

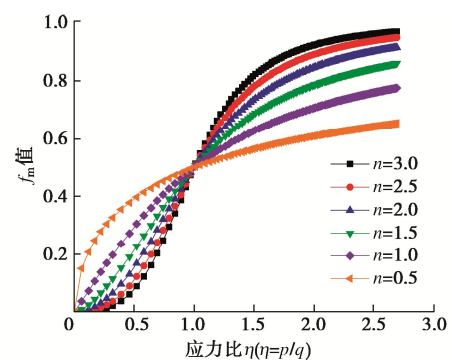
参考文献[10], 假定基本相和纤维相的弹性剪应变增量  $d\varepsilon_{sb}^e$  和  $d\varepsilon_{sf}^e$  满足如下关系:

$$d\varepsilon_s^e = V_b d\varepsilon_{sb}^e + V_f d\varepsilon_{sf}^e; \quad d\varepsilon_{sf}^e = f_m \cdot d\varepsilon_{sb}^e \quad (11)$$

式中  $d\varepsilon_s^e$  为垃圾土总的弹性剪应变增量;  $V_b$  和  $V_f$  分别表示垃圾土的基本相和纤维相的体积所占百分比,  $V_b + V_f = 1.0$ ;  $f_m$  随着应力比  $\eta = q/p$  的增加逐渐增大, 满足如下关系:

$$f_m = \frac{2}{\pi} \arctan \left[ \left( \frac{q}{p} \right)^n \right] \quad (12)$$

图2给出了  $n$  取不同值时,  $f_m$  随  $\eta$  的变化关系曲线, 考虑荷载作用下纤维材料在垃圾土中的加筋作用是逐渐显现的过程, 且在初始阶段起到的加筋作用很小, 根据文献[10]和文献[12], 通常取  $n=2.0$ 。

图2  $f_m$  值随应力比  $\eta$  的变化关系曲线Fig. 2 Curves of  $f_m$  value versus stress ratio  $\eta$ 

由前述假定(2)可知:

$$q = q_b + q_f, \quad dq = dq_b + dq_f \quad (13)$$

式中,  $q$  和  $dq$  分别为垃圾土的总偏应力及其增量。

$$\text{令, } A = \frac{2(1+\mu_b)}{9(1-2\mu_b)} \frac{\kappa}{1+e_0}, \quad B = \frac{2(1+\mu_f)}{3E_f} \text{。联立式(8),}$$

(9), (11) 和 (13), 可得

$$d\varepsilon_s^c = \frac{AB(V_b + V_f f_m)}{Bp + Af_m} dq \quad (14)$$

### 1.3 塑性势函数的构建

将垃圾土中纤维相承担的偏应力  $q_f$  与平均正应力  $p$  的比值记作  $R_f$  ( $R_f$  可看作是纤维材料的加筋作用参数), 即

$$R_f = q_f / p \quad (15)$$

垃圾土总的塑性剪应变  $d\varepsilon_s^p$ 、基本相和纤维相的塑性剪应变  $d\varepsilon_{sb}^p$  和  $d\varepsilon_{sf}^p$  同样存在如式 (9) 形式的关系, 如下:

$$d\varepsilon_s^p = V_b d\varepsilon_{sb}^p + V_f d\varepsilon_{sf}^p, \quad d\varepsilon_{sf}^p = f_m \cdot d\varepsilon_{sb}^p \quad (16)$$

由式 (16), 可得

$$d\varepsilon_{sb}^p = \frac{d\varepsilon_s^p}{1 - V_f(1 - f_m)} = \beta d\varepsilon_s^p, \quad (17)$$

$$d\varepsilon_{sf}^p = \frac{f_m d\varepsilon_s^p}{1 - V_f(1 - f_m)} = \beta f_m d\varepsilon_s^p, \quad (18)$$

式中,  $\beta = 1/[1 - V_f(1 - f_m)]$ 。

由假设条件 (3), 温度变化只影响垃圾土的体应变, 而剪应变不受影响。令  $\theta = \exp[-\alpha(T/T_0 - 1)]$ ,  $\theta$  为小于 1 的正数。参考修正剑桥模型塑性功的函数形式, 考虑温度效应和纤维材料的加筋作用, 结合式 (2), (15), (17) 和 (18), 构建一个新的适用于垃圾土的塑性功耗散函数, 如下:

$$\begin{aligned} dW_p &= \theta p d\varepsilon_v^p + q d\varepsilon_s^p \\ &= \theta p d\varepsilon_v^p + q_b d\varepsilon_{sb}^p + q_f d\varepsilon_{sf}^p \\ &= \theta p d\varepsilon_v^p + (q_b + q_f f_m) \beta d\varepsilon_s^p \\ &= p \left[ \theta^2 (d\varepsilon_v^p)^2 + (M_b + R_f f_m)^2 \beta^2 (d\varepsilon_s^p)^2 \right]^{1/2}, \quad (19) \end{aligned}$$

式中,  $M_b$  为基本相的临界状态应变比, 不受纤维加筋作用的不影响。

整理式 (19), 并由塑性势函数与塑性应变增量正交的条件 ( $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p = -dq/dp$ ), 可得

$$\frac{dq}{dp} + \frac{[(M_b + R_f f_m)\beta]^2 p^2 - q^2}{2\theta pq} = 0 \quad (20)$$

求解微分方程 (20), 可得

$$(2\theta - 1)q^2 + [(M_b + R_f f_m)\beta]^2 p^2 - Cp^{\frac{1}{\theta}} = 0 \quad (21)$$

根据塑性势面的特点, 在偏应力  $q=0$  处塑性剪应变增量  $d\varepsilon_s^p=0$ , 只有塑性体应变, 与等向压缩固结的情况相符; 在特征点  $q/p = (M_b + R_f f_m)\beta$  处, 塑性体应变增量  $d\varepsilon_v^p=0$ , 如图 3 所示。

采用相关联流动法则, 屈服面函数  $f$  与塑性势函数  $g$  相同, 由式 (21) 可得屈服面函数, 为

$$f = (2\theta - 1)q^2 +$$

$$[(M_b + R_f f_m)\beta]^2 p^2 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_c} \right)^{\frac{1-2\theta}{\theta}} \right] = 0 \quad (22)$$

由式 (22) 可以看出, 当不考虑温度效应和纤维材料的加筋作用 (即,  $\theta=1.0$  和  $R_f=0$ ) 时, 该屈服面方程将退化为修正剑桥模型, 如图 3 所示。由图 3 (a) 可以看出, 当不考虑纤维的加筋作用时, 屈服面的形状随着  $\theta$  的减小 (即, 温度的升高) 由椭圆形状逐渐演变成蛋壳形状, 且逐渐向内收缩; 由图 3 (b) 可以看出, 随着纤维加筋作用的增强, 垃圾土的屈服面逐渐向外扩展 (即,  $R_f f_m$  值越大, 屈服面越膨胀), 临界状态线的斜率逐渐增大。

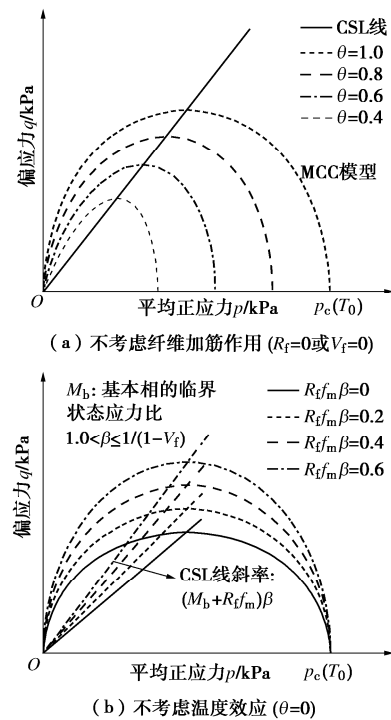


图 3 在  $p$ - $q$  平面上垃圾土的屈服面形状

Fig. 3 Yielding surfaces of MSW on  $p$ - $q$  plane

### 1.4 塑性应变增量

在临界土力学理论的框架下, 前期固结压力  $p_c$  是土体体积变化的函数, 考虑温度作用后, 由式 (4) 可得到硬化规律, 如下:

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\Delta e^p}{1 + e_0} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left[ \frac{dp_c}{p_c} + \alpha \cdot \frac{dT}{T_0} \right] \quad (23)$$

由屈服面的一致性条件, 可得

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial R_f} \frac{\partial R_f}{\partial \varepsilon_s^p} d\varepsilon_s^p + \\ &\quad \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial T} dT + \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = 0 \quad (24) \end{aligned}$$

由正交条件, 塑性体应变增量  $d\varepsilon_s^p$  和塑性剪应变

增量  $d\varepsilon_v^p$  可分别表示为

$$d\varepsilon_v^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial p}, \quad d\varepsilon_s^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial q}, \quad (25)$$

式中,  $\Lambda$  表示塑性标量因子。

由于  $f()=g()$ , 联系式 (24) 和 (25) 可得

$$\Lambda = - \frac{\left( \frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial T} dT \right)}{\left( \frac{\partial f}{\partial R_f} \frac{\partial R_f}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial f}{\partial p} \right)}, \quad (26)$$

将式 (26) 代入式 (25) 中, 可得

$$d\varepsilon_v^p = \frac{1}{H_p} \left( \frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial T} dT \right) \frac{\partial f}{\partial p}, \quad (27)$$

$$d\varepsilon_s^p = \frac{1}{H_p} \left( \frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial T} dT \right) \frac{\partial f}{\partial q}. \quad (28)$$

式中,  $H_p = - \left( \frac{\partial f}{\partial R_f} \frac{\partial R_f}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial f}{\partial p} \right)$ , 称为塑性模量。将塑性变形与弹性变形相叠加, 即可得到荷载作用下垃圾土的整体变形量。

## 2 模型参数的确定

### 2.1 纤维材料的体积含量 $V_f$

纤维材料占垃圾土总质量的百分比  $m_f$  相比其体积含量  $V_f$  (即, 纤维材料体积和干质量与垃圾土总体积和干质量的比值) 更容易测得,  $V_f$  可采用下式进行计算, 如下:

$$V_f = m_f \frac{\gamma_t}{\gamma_f} = m_f \frac{\gamma_s}{(1+e)\gamma_f} \cdot (1-\varepsilon_v^s). \quad (29)$$

式中  $\gamma_t$  为垃圾土总的干重度;  $\gamma_f$  为纤维材料的平均重度, 通常取  $10 \text{ kN/m}^3$ ;  $\gamma_s$  为垃圾土中所有固相物质的平均重度;  $\varepsilon_v^s$  为单位体积的固相物质可压缩的体积变形。

### 2.2 纤维材料的作用参数 $R_f$

由前述假定可知, 荷载作用下垃圾土中的纤维相只是承担部分偏应力, 且只产生剪应变。填埋场中尤其是塑料纤维材料对温度非常敏感, 温度升高其模量和强度会显著降低<sup>[25]</sup>。由垃圾土的三轴试验结果<sup>[7, 10, 26-27]</sup>可知, 纤维材料的加筋作用随着轴向压缩变形的增加是逐渐显现的过程。基于此, 综合考虑温度和纤维含量的影响, 构建纤维材料作用参数  $R_f$  只与塑性剪应变  $\varepsilon_s^p$  相关的演化方程, 如下:

$$\begin{aligned} R_f &= \frac{q_f}{p} = a_1 \frac{E_f(T)}{E_f(T_0)} [\exp(-a_2 V_f) V_f] \eta(\varepsilon_s^p)^{a_3} \\ &= a_1 \left[ 1 - \xi \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] [\exp(-a_2 V_f) V_f] \eta(\varepsilon_s^p)^{a_3}, \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dR_f &= a_3 a_1 \left[ 1 - \xi \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] [\exp(-a_2 V_f) V_f] \eta(\varepsilon_s^p)^{a_3-1} \\ &= a_3 R_f \frac{d\varepsilon_s^p}{\varepsilon_s^p}, \quad (31) \end{aligned}$$

式中,  $a_1$  表示与纤维材料整体加筋作用相关的参数,  $a_2$  和  $a_3$  分别表示与纤维材料含量和塑性剪应变相关的参数。

### 2.3 基本相的临界状态应力比 $M_b$

在偏平面上, 临界状态应力比  $M_b$  与罗德应力角  $\hat{\theta}$  关系表达式<sup>[14]</sup>, 为

$$M_b(\hat{\theta}) = M_{b,\max} \left( \frac{2\delta^4}{1+\delta^4+(1-\delta^4)\sin\varphi} \right)^{1/4}, \quad (32)$$

式中,  $M_{b,\max}$  为基本相的临界状态线在  $p-q$  平面上的斜率, 常规三轴压缩荷载下,  $\hat{\theta}=30^\circ$ ;  $M_b$  在偏平面上的形状由参数  $\delta$  和  $\varphi$  控制, 如图 4 所示。由莫尔-库仑准则的偏平面, 可知

$$M_{b,\max} = 6 \sin \varphi / (3 - \sin \varphi), \quad (33)$$

$$M_{b,\max} = 6 \sin \varphi / (3 - \sin \varphi), \quad (34)$$

式中,  $\varphi$  为垃圾土中基本相的内摩擦角。

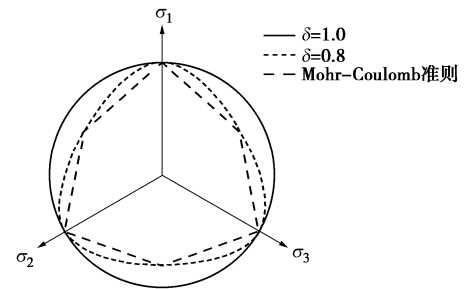


图4 偏平面上的屈服面 ( $\varphi=25^\circ$ )

Fig. 4 Shape of yielding surface on  $\pi$  plane ( $\varphi=25^\circ$ )

大量垃圾土试验结果<sup>[26-27]</sup>表明, 垃圾土的莫尔-库仑剪切强度包线具有明显向下凹的非线性特征, 说明垃圾土的内摩擦角  $\varphi$  随着法向应力  $\sigma_n$  的增加逐渐减小, 并给出了  $\varphi$  随  $\sigma_n$  的变化关系, 如下:

$$\varphi = \varphi_c - \Delta\varphi \lg \left( \frac{\sigma_n}{p_{at}} \right). \quad (35)$$

式中  $\varphi_c$  为法向应力为一个标准大气压下垃圾土中基本相的内摩擦角;  $p_{at}=101.3 \text{ kPa}$ , 即为一个标准大气压;  $\Delta\varphi$  为  $\varphi$  随  $\sigma_n$  对数的变化值, 可通过对垃圾土中基本相开展三轴试验或直剪试验获得。

根据普通土体的研究成果<sup>[28]</sup>, 考虑温度对  $M_{b,\max}$  的影响, 提出了如下表达式, 为

$$M_{b,\max}(T) = M_{b,\max}(T_0) + b(T - T_0), \quad (36)$$

式中,  $b$  为温度对  $M_{b,\max}$  的影响参数, 非常小, 可近似取值为 0。

3 模型验证及分析

考虑温度和纤维材料加筋作用后, 本文所建垃圾土的本构模型共包含 12 个参数。其中,  $e, \lambda, \kappa, \mu$  和  $M_b$  等 5 个参数与修正剑桥模型相同;  $\alpha$  为垃圾土的热膨胀系数,  $\xi$  为温度升高导致纤维弹性模量衰减的参数;  $a_1, a_2$  和  $a_3$  均为与纤维加筋作用相关的参数;  $\varphi_c$  和  $\Delta\varphi$  均表示与垃圾土强度相关的参数。以下将通过与不同温度下多种纤维含量的垃圾土三轴试验结果进行对比, 进而验证所建模型的有效性和合理性。根据本文所建垃圾土本构模型, 编写程序计算得到相应的应力-应变关系, 并将计算结果分别与不同围压、不同纤维含量和不同温度作用下垃圾土的三轴试验结果进行对比分析, 以充分验证所建垃圾土本构模型的合理性和适用性。

3.1 三轴试验模拟验证

为了检验所建模型的有效性, 本文先不考虑温度作用的影响。Machado 等<sup>[10]</sup>对取自巴西圣保罗某填埋场内垃圾土开展了直径为 200 mm 的三轴试验, 其试验结果常被应用于垃圾土本构模型的验证<sup>[12, 15]</sup>。模型中的参数可直接从文献[10]获取, 见表 1。

将不同围压下的模型计算值与垃圾土的三轴试验结果进行对比, 如图 5 所示。由图 5 (a) 可以看出, 所建模型计算值与试验结果有很高的吻合程度, 能够很好地模拟较大应变水平下应力-应变曲线呈持续增长性上翘的非线性特征, 较好地反映了围压对垃圾土应力-应变关系的影响, 实现了现有普通土体本构模型(如, 剑桥模型或邓肯-张模型)难以模拟较大应变水平下上翘的非线性应力-应变关系。

由图 5 (b) 可知, 模型计算得到的体应变-轴向应变关系与试验结果同样具有较好的一致性, 不仅能够实现对垃圾土体应变随轴向应变持续增加的预测, 还能够反映较高围压下垃圾土体应变反而较小的变化规律, 这也是传统本构模型难以实现的, 因此所建模型可真实地反映垃圾土体应变随轴向应变持续增大的应变硬化特征。

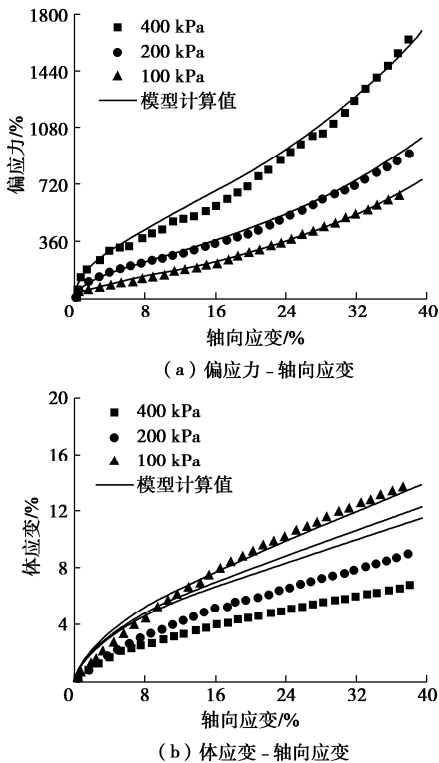


图 5 模型计算值与文献[10]中试验结果的对比情况

Fig. 5 Comparison between values by proposed model and test results by Machado et al

3.2 纤维含量的影响

垃圾土的成分复杂多变, 不同国家不同地区生活垃圾成分的差异性很大, 即使同一填埋场内不同区域的垃圾土成分也会有不同。除了垃圾土的基本物理性质外(如, 密度、孔隙比和含水量等), 纤维材料含量是影响其力学性质的关键因素<sup>[26-27]</sup>。为此, Karimpour-Fard 等<sup>[26]</sup>针对取自巴西萨尔瓦多一填埋场内的新鲜垃圾土样开展了不同纤维材料含量垃圾土的三轴压缩试验(直径 200 mm, 重度 8 kN/m<sup>3</sup>), 试验结果见图 6; Ramaiah 等<sup>[27]</sup>对取自印度新德里某填埋场内垃圾土进行了不同围压下不同纤维含量垃圾土的三轴压缩试验(直径 70 mm、干重度 7.5 kN/m<sup>3</sup>、填埋时间 3~5.5 a), 试验结果如图 7 所示。为检验所建模型对不同纤维含量垃圾土试验结果模拟的有效性, 以下将模型计算值与上述两文献中三轴试验结果进行对比分析, 模型参数见表 1。

表 1 模型参数

Table 1 Model parameters

文献	$\lambda$	$\kappa$	$\mu_b$	$e_{100}$	$\varphi_c /(^{\circ})$	$\Delta\varphi /(^{\circ})$	$\mu_f$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\alpha$	$\xi$
Machado 等 <sup>[11]</sup>	0.163	0.006	0.3	1.93	22.0	3.21	0.45	7.88	0.43	0.138	—	—
Karimpour-Fard 等 <sup>[23]</sup>	0.456	0.030	0.3	2.13	19.2	3.00	0.45	41.46	9.51	0.245	—	—
Ramaiah 等 <sup>[24]</sup>	0.150	0.020	0.3	1.73	28.6	4.87	0.45	15.96	0.30	0.204	—	—
姜兆起 <sup>[25]</sup>	0.327	0.042	0.3	1.62	27.5	0.29	0.45	18.56	0.43	0.131	0.06	0.067



不同围压下, 模型计算值分别与文献[26]和文献[27]中不同纤维材料含量垃圾土三轴试验结果的对比情况, 如图6和图7所示。由图6(a)和图7(a)可以看出, 当纤维含量  $FC=0\%$  时, 所建本构模型将退化为修正剑桥模型, 模型计算得到的偏应力在初始阶段随轴向应变的增加而增大, 并逐渐趋近于渐近值; 当纤维含量  $FC > 0\%$  时, 垃圾土的偏应力-轴向应变曲线在应变水平较大时出现了上翘形状, 且纤维含量越高上翘趋势越明显, 说明随着纤维含量的增加垃圾土的应变硬化特征逐渐增强; 相同围压下, 不同纤维含量垃圾土的应力-应变关系在应变水平较小时差异性很小, 随着轴向应变的增加差异性逐渐增大, 且纤维含量越高垃圾土的抗剪强度越大, 说明在较大应变水平下纤维材料的加筋作用才能得到充分显现。对比模型计算值与试验结果可知, 所建垃圾土本构模型很好地捕捉到了上述纤维含量对垃圾土应力-应变关系影响的特点。

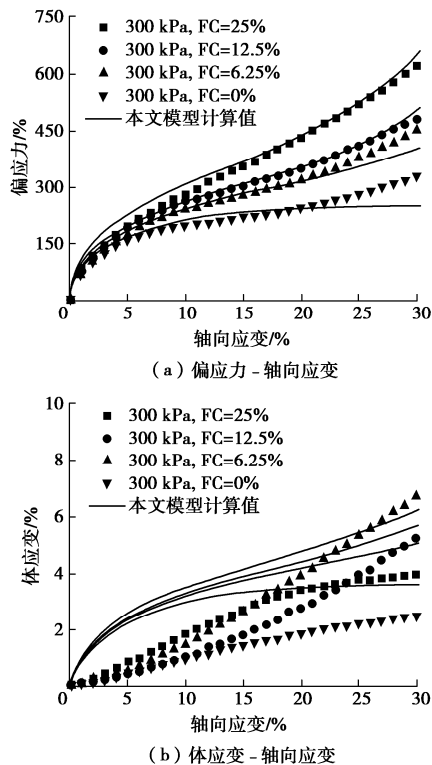


图6 不同纤维含量垃圾土, 模型计算值与文献[26]中试验结果的对比

Fig. 6 Comparison between values by proposed model and MSW triaxial test results with different fiber contents by Karimpour-Fard et al<sup>[26]</sup>

由图6(b)可以看出, 本文模型计算所得垃圾土的体应变-轴向应变关系与文献[26]有较大差距, 尤其是应变水平较小时的差距最为明显。具体原因如下: 垃圾土中的成分非常复杂且含有一些可压缩的成分<sup>[29]</sup>, 尤其是文献[26]中试验采用了新鲜垃圾样, 可压缩成分含量较多, 会导致试验结果在初始段的体应变并没有随轴向应变增加而快速增大; 不同区域垃圾

土的成分差异较大, 可压缩成分的含量也不同, 所建模型并没有考虑垃圾土中一些成分自身的可压缩性, 从而导致模型计算值要大于文献[26]中的试验结果。由图7(b)可以看出, 文献[27]采用了填埋3~5.5 a的陈垃圾土样, 模型计算值与试验结果有较高的吻合程度。总体而言, 模型计算结果能够反映垃圾土体应变随纤维含量增加略有增大的变化特征。

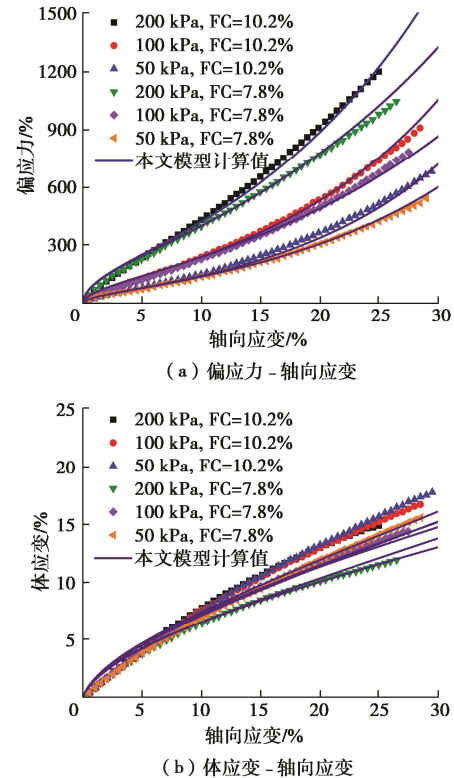


图7 不同纤维含量垃圾土, 模型计算值与文献[27]中试验结果的对比

Fig.7 Comparison between values by proposed model and MSW triaxial test results with different fiber contents by Ramaiah et al<sup>[27]</sup>

### 3.3 温度的影响

生活垃圾中含量大量的有机物, 在填埋之时就便发生降解产热, 温度升高如何影响垃圾土的变形强度特性, 为此姜兆起<sup>[30]</sup>开展了不同温度不同围压下垃圾土的三轴压缩试验, 结果见图8。以下将利用表1中的模型参数, 计算得到了不同温度不同围压下垃圾土的应力-应变关系, 并与试验结果进行对比, 验证所建垃圾土本构模型的有效性。

由图8(a), (b)可以看出, 随着温度的升高, 相同围压下垃圾土在同等应变水平时的偏应力有所降低, 抗剪强度下降; 不同温度环境下, 垃圾土的应力-应变曲线在应变水平较小时非常接近, 随着轴向应变的增加应力-应变曲线的差异性逐渐增大。主要原因是垃圾土中大量的塑料纤维材料对温度非常敏感, 温度升高会使得其模量和强度降低<sup>[18, 25]</sup>, 从而导致垃圾土的整体抗剪强度降低。同时, 也说明初始时

刻垃圾土的强度主要依赖于基本相（即，类土材料），随着轴向应变的增加纤维材料的加筋作用逐渐显现，而较高的温度会使得纤维材料的力学性质降低和物理状态改变，从而导致了较高温下垃圾土样在较大应变水平时的抗剪强度有明显降低。对比试验结果可以看出，本文模型的计算值能够较为准确地反映上述温度变化对垃圾土偏应力-轴向应变关系的影响规律。

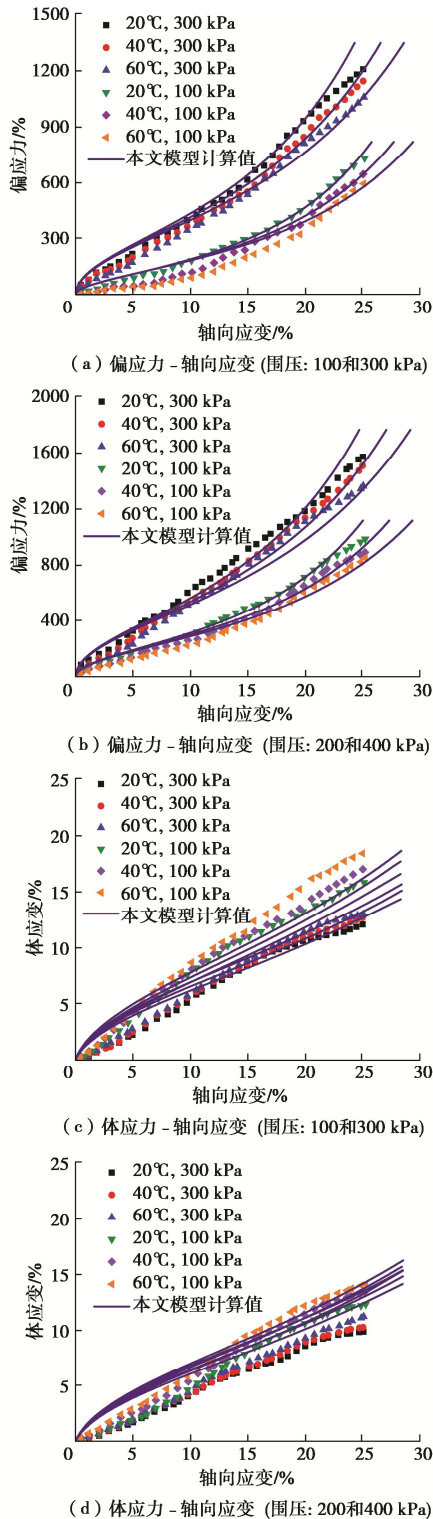


图8 不同温度下，模型计算值与文献[30]中试验结果的对比  
Fig. 8 Comparison between values by proposed model and MSW triaxial test results with different fiber contents by Jiang<sup>[30]</sup>

由图8(c)，(d)可以看出，相同围压下，随着温度的升高，垃圾土的剪切变化率有微小增加。可能原因是较高的温度会使垃圾土中一些颗粒成分发生膨胀后占据部分空隙，使得垃圾土在较高温下体应变略有增大。对比不同温度下垃圾土的体应变试验曲线，虽然模型计算值与试验结果有一定差异，但所建模型还是能够反映温度对垃圾土体积变形特性的影响规律。

如图8所示，本文模型计算值与文献[30]中试验结果的差距主要表现在偏应力（体应变）-轴向应变曲线的初始段，模型计算值大于试验结果，同样是因为模型中没有考虑垃圾土中含有一些成分自身的可压缩性，从而导致相同轴向应变条件下计算得到的偏应力和体应变相对试验结果较大。整体而言，所建模型还是能够较为准确地反映温度变化对垃圾土应力-应变特性影响的特点。

## 4 结 论

(1) 将垃圾土看作是由类土成分的基本相和纤维状材料加筋相组成的复合体，根据温度和纤维含量对垃圾土力学特性的影响，提出了考虑温度效应的塑性体应变硬化规律，以及反映纤维材料加筋作用的演化方程，构建了一个新的同时考虑温度效应和纤维加筋作用的塑性势函数，并依据相关流动性法则推导出了适用于垃圾土的本构模型。

(2) 通过对比不同围压、不同纤维材料含量、不同温度作用下垃圾土的试验结果，所建模型能够很好地抓住垃圾土应力-应变曲线上翘的非线性变化特征；体应变随轴向应变持续增加的特点；随着围压的增大，垃圾土强度逐渐增大，体积变形逐渐减小的特点；随着纤维含量的增加，垃圾土强度逐渐增大，体积变形有所增大的特点；随温度升高，垃圾土强度降低，体积变形略有增大的特点。由此可见，所建垃圾土的本构模型具有良好地适用性。

## 参考文献:

- [1] EID H T, STARK T D, EVANS W D, et al. Municipal solid waste slope failure I: waste and foundation soil properties[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(5): 408 - 419.
- [2] BLIGHT G. Slope failures in municipal solid waste dumps and landfills: a review[J]. Waste Management & Research, 2008, 26(5): 448 - 463.
- [3] FENG S J, CHANG J Y, SHI H, et al. Failure of an unfilled



- landfill cell due to an adjacent steep slope and a high groundwater level: a case of study[J]. *Engineering Geology*, 2019: 105320.
- [4] SINGH M K, VILAR O M, CARVALHO M F. Application of a hyperbolic model to municipal solid waste[J]. *Géotechnique*, 2011, **61**(7): 533 – 547.
- [5] 柯瀚, 郭城, 陈云敏, 等. 考虑降解效应的城市固体废弃物非线性本构模型[J]. *岩土力学*, 2014, **35**(5): 1217 – 1223. (KE Han, GUO Cheng, CHEN Yun-min, et al. A nonlinear constitutive model for municipal solid waste considering effects of degradation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, **35**(5): 1217 – 1223. (in Chinese))
- [6] 陈云敏, 高登, 朱斌. 城市固体废弃物的复合指数应力-应变模型研究[J]. *岩土工程学报*, 2009, **31**(7): 1020 – 1029. (CHEN Yun-min, GAO Deng, ZHU Bin. Composite exponential stress-strain model of municipal solid waste and its application[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(7): 1020 – 1029. (in Chinese))
- [7] 李修磊, 李金凤. 城市生活垃圾土的变形强度特性及其应力-应变模型[J]. *水文地质工程地质*, 2016, **43**(5): 70 – 75. (LI Xiu-lei, LI Jin-feng. A study of deformation and strength properties and stress-strain model for municipal solid waste (MSW) [J]. *Hydrogeology and Engineering Geology*, 2016, **43**(5): 70 – 75. (in Chinese))
- [8] SIVAKUMAR BABU G L, LAKSHMIKANTHAN P, SANTHOSH L G. Shear strength characteristics of mechanically biologically treated municipal solid waste (MBT-MSW) from Bangalore[J]. *Waste Management (New York, N Y)*, 2015, **39**: 63 – 70.
- [9] CHOUKSEY S K, SIVAKUMAR BABU G L. Constitutive model for strength characteristics of municipal solid waste[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2015, **15**(2): 04014040.
- [10] MACHADO S L, CARVALHO M F, VILAR O M. Constitutive model for municipal solid waste[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironment Engineering*, 2002, **128**(11): 940 – 951.
- [11] MACHADO S L, VILAR O M, CARVALHO M F. Constitutive model for long term municipal solid waste mechanical behavior [J]. *Computers and Geotechnics*, 2008, **35**(5): 775 – 790.
- [12] MACHADO S L, VILAR O M, CARVALHO M D F, et al. A constitutive framework to model the undrained loading of municipal solid waste [J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, **85**(2): 207 – 219.
- [13] CHANG J Y, FENG S J. A constitutive model for municipal solid waste incorporating bounding surface plasticity and reinforcing effect[J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, **123**: 103592.
- [14] LÜ X, ZHAI X, HUANG M. Characterization of the constitutive behavior of municipal solid waste considering particle compressibility[J]. *Waste Management (New York)*, 2017, **69**: 3 – 12.
- [15] 李修磊, 施建勇, 李金凤. 考虑纤维加筋作用的城市生活垃圾土弹塑性本构模型[J]. *岩土力学*, 2019, **40**(5): 1916 – 1924. (LI Xiu-lei, SHI Jian-yong, LI Jin-feng. Elastoplastic constitutive model for municipal solid waste considering the effect of fibrous reinforcement[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(5): 1916 – 1924. (in Chinese))
- [16] HANSON J L, YESILLER N, OETTLER N K. Spatial and temporal temperature distributions in municipal solid waste landfills[J]. *Journal of Environmental Engineering*, 2010, **136**(8): 804 – 814.
- [17] LUETTICH S M, YAFRATE N. Measuring temperatures in an elevated temperature landfills[C]// *Geo-Chicago*, Chicago, Illinois, United States, 2016, GSP, Chicago.
- [18] STARK T D, AKHTAR K, HUSSAIN M. Stability analysis for a landfill experiencing elevated temperature[C]// *Geo-Florida*, Orlando, Florida, United States, ASCE, 2010, Orlando.
- [19] 姚祖强. 不同温度及含水率条件下垃圾土降解产热研究[D]. 南京: 河海大学, 2021. (YAO Zu-qiang. The Heat Generation of Waste Degradation under Different Initial Temperatures and Water Contents[D]. Nanjing: Hohai University, 2015. (in Chinese))
- [20] LIU X, SHI J, QIAN X, et al. One-dimensional model for municipal solid waste (MSW) settlement considering coupled mechanical-hydraulic-gaseous effect and concise calculation [J]. *Waste Management (New York)*, 2011, **31**(12): 2473 – 2483.
- [21] LALOUI L, CEKEREVAC C. Thermo-plasticity of clays: An isotropic yield mechanism[J]. *Computers and Geotechnics*, 2003, **30**: 649 – 660.
- [22] FARVERO V, FERRARI A, LALOUI L. Thermo-mechanical volume change behaviour of Opalinus clay[J]. *International Journal of Rock Mechanics Mining Sciences*, 2016, **90**: 15 – 25.
- [23] 姚仰平, 杨一帆, 牛雷. 考虑温度影响的 UH 模型[J].

中国科学：技术科学，2011，**41**(2): 158 - 169. (YAO Yang-ping, YANG Yi-fan, NIU Lei. UH model considering temperature effects[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2011, **41**(2): 158 - 169. (in Chinese))

[24] ZHOU C, NG C W. A thermomechanical model for saturated soil at small and large strains[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, **52**(8): 1101 - 1110.

[25] KARADEMIR T, FROST J D. Micro-scale tensile properties of single geotextile polypropylene filaments at elevated temperature[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2014, **42**(3): 201 - 213.

[26] KARIMPOUR-FARD M, MACHADO S L, SHARIATMADARI N, et al. A laboratory study on the MSW mechanical behavior in triaxial apparatus[J]. Waste Management (New York), 2011, **31**(8): 1807 - 1819.

[27] RAMAIAH B J, RAMANA G V. Study of stress-strain and volume change behavior of emplaced municipal solid waste using large-scale triaxial testing[J]. Waste Management, 2017, **63**: 366 - 379.

[28] 刘 伟, 蔡国庆, 李 舰, 等. 一个统一描述饱和-非饱和和土温度效应的热-弹塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2020, **41**(10): 3279 - 3288. (LIU Yi, CAI Guo-qing, LI Jian, et al. A unified thermo elstoplastic constitutive model describing the temperature effect of saturated and unsaturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(10): 3279 - 3288. (in Chinese))

[29] SHARIATMADARI N, MACHADO S L, NOORZAD A, et al. Municipal solid waste effective stress analysis[J]. Waste Management (New York), 2009, **29**(12): 2918 - 2930.

[30] 姜兆起. 温度影响下高塑料含量垃圾土强度变形特性试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2018. (JIANG Zhao-qi. Experimental Study on the Strength and Deformation Characteristics of MSW with High Plastic Content Under the Influence of Temperature[D]. Nanjing: Hohai University, 2018. (in Chinese))

彩色插图索引

DOI: 10.11779/CJGE202203002 一文彩色插图 .....	(后插 1)
DOI: 10.11779/CJGE202203014 一文彩色插图 .....	(后插 1)
DOI: 10.11779/CJGE202203005 一文彩色插图 .....	(后插 1)
DOI: 10.11779/CJGE202203006 一文彩色插图 .....	(后插 2)
DOI: 10.11779/CJGE202203008 一文彩色插图 .....	(后插 3)
DOI: 10.11779/CJGE202203010 一文彩色插图 .....	(后插 5)
DOI: 10.11779/CJGE202203013 一文彩色插图 .....	(后插 5)
DOI: 10.11779/CJGE202203001 一文彩色插图 .....	(后插 6)
DOI: 10.11779/CJGE202203018 一文彩色插图 .....	(后插 6)
DOI: 10.11779/CJGE202203019 一文彩色插图 .....	(封 3, 封 2)
DOI: 10.11779/CJGE202203020 一文彩色插图 .....	(封 3)
DOI: 10.11779/CJGE202203021 一文彩色插图 .....	(封 2)