

DOI: 10.11779/CJGE202203006

# 平面 Rayleigh 波入射下饱和土中浅埋隧道复合式衬砌的动力响应

范凯祥<sup>1</sup>, 申玉生<sup>\*1</sup>, 闻毓民<sup>1</sup>, 黄海峰<sup>1</sup>, 王帅帅<sup>1, 2</sup>, 高波<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学交通隧道工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031; 2. 中交第二公路工程局有限公司, 陕西 西安 710065)

**摘要:** 基于 Biot 波动理论, 采用 Fourier-Bessel 级数展开法, 建立了平面 Rayleigh 波入射下, 饱和土中浅埋隧道复合式衬砌的散射力学模型, 求解了频域内复合式衬砌的动应力集中系数、孔压集中系数的解析解, 通过参数化分析, 研究了 Rayleigh 波在不同入射频率作用下, 内衬和外衬的刚度比、厚度比、隧道埋深等因素对复合式衬砌动力响应的影响规律。结果表明, 入射频率对复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数的空间分布和幅值影响显著; 增大内衬和外衬的刚度比、厚度比可以显著降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数, 最大降幅可达 90%以上, 但会显著放大内衬的动应力集中系数, 而且超过一定幅值后, 对外衬的减震效果影响有限, 建议内衬和外衬刚度比取值范围为 2~4, 厚度比取值范围为 1~2; 隧道埋深的增大, 内衬的动应力集中系数逐渐降低, Rayleigh 波对浅埋隧道动力响应的影响更为显著。研究成果可为水下隧道的抗减震设计提供理论支撑。

**关键词:** 隧道工程; 饱和土; Rayleigh 波; 浅埋隧道; 复合式衬砌; 动力响应

中图分类号: U45 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)03-0444-12

作者简介: 范凯祥(1988—), 男, 2011 年本科毕业于吉林大学, 博士, 主要从事隧道抗减震方面的研究。E-mail: fkx\_0706@my.swjtu.edu.cn。

## Dynamic response of composite linings of shallowly buried tunnels in saturated soils subjected to incidence of plane Rayleigh waves

FAN Kai-xiang<sup>1</sup>, SHEN Yu-sheng<sup>1</sup>, WEN Yu-min<sup>1</sup>, HUANG Hai-feng<sup>1</sup>, WANG Shuai-shuai<sup>1, 2</sup>, GAO Bo<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Transportation Tunnel Engineering of the Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. CCCC Second Highway Engineering Co., Ltd., Xi'an 710065, China)

**Abstract:** Based on the Biot wave theory and the Fourier-Bessel series expansion method, a mechanical model for scattering of composite linings of shallowly buried tunnels in saturated soils subjected to incidence of plane Rayleigh waves is established. The analytical solutions of dynamic stress concentration coefficient, pore pressure concentration coefficient and displacement of saturated soils of the composite linings in frequency domain are solved. Through the parameterization analysis, the influences of the stiffness ratio, thickness ratio and tunnel depth on the dynamic response of the composite linings subjected to Rayleigh waves in different frequencies are studied. The results show that the incident frequency has a significant effect on the dynamic stress concentration coefficient and pore pressure concentration coefficient of the composite linings. Increasing the stiffness ratio and thickness ratio of inner linings to outer linings can significantly reduce the dynamic stress concentration factor and pore pressure concentration factor of the outer linings, and the maximum decrease can be more than 90%, but can significantly amplify the dynamic stress concentration factor of the inner linings, and the impact of shock absorption of the outer linings is limited when the amplitude exceeds a certain value. It is suggested that the stiffness ratio of inner linings to outer linings should be 2~4, and the thickness ratio should be 1~2. With the increase of the buried depth, the dynamic stress concentration coefficient of the inner linings decreases gradually, and the influences of Rayleigh waves on the dynamic response of shallowly buried tunnels are more significant. The results may provide theoretical support for the anti-shock design of underwater tunnels.

**Key words:** tunnel engineering; saturated soil; Rayleigh wave; shallowly buried tunnel; composite lining; dynamic response

基金项目: 国家自然科学基金项目(51778540); 国家重点研发计划项目(2019YFC0605104)

收稿日期: 2021-02-23

\*通信作者 (E-mail: sys1997@163.com)

0 引言

随着经济社会的发展，城市跨江、跨海交通工程的建设与日俱增，水下隧道工程发挥着重要作用，未来将会有越来越多的水下隧道穿越高烈度地震区。然而，目前关于水下隧道工程抗减震技术的研究较少，可供参考的案例和经验有限，因此，开展水下隧道结构的地震响应研究具有重要的科研和实践意义。

关于饱和土中隧道结构对弹性波的散射问题,主要集中在体波(P波<sup>[1-2]</sup>、SV波<sup>[3]</sup>)方面,然而,与体波相比, Rayleigh 面波周期较长、振幅较大,一般在离震中较远的场地中沿地表水平方向传播,在远场其能量是占优的<sup>[4]</sup>。Rayleigh 波的振幅沿竖向呈指数量型衰减,其能量主要集中在距自由表面 1.5~2 倍 Rayleigh 波波长范围内<sup>[5]</sup>,研究表明,浅埋隧道的震害与 Rayleigh 波关系密切<sup>[6]</sup>,与深埋隧道相比,浅埋隧道在 Rayleigh 波作用下更容易发生破坏,应该引起足够重视。

近年来,国内外学者从多种角度研究了 Rayleigh 波作用下隧道结构的动力响应问题。Gregory<sup>[7]</sup>较早的研究了弹性半空间中地下圆形隧洞对 Rayleigh 波散射问题,分析了 Rayleigh 波产生、放大与反射的原理; Höllinger 等<sup>[8]</sup>采用波函数展开法,研究了脉冲 Rayleigh 波作用下弹性半空间中地下隧洞与地表之间多重散射问题; Luco 等<sup>[9]</sup>基于间接积分边界元法,研究了黏弹性半空间中圆形隧洞对 Rayleigh 波的散射问题; 梁建文等<sup>[10]</sup>基于波函数展开法,推导了 Rayleigh 波入射下浅埋隧道的动应力集中系数解析解; 刘中宪等<sup>[4]</sup>基于间接边界积分方程法,研究了弹性半空间中衬砌隧道对入射 Rayleigh 波的散射问题; Liu 等<sup>[11]</sup>等基于复变函数法和镜像技术,给出了浅埋圆形无衬砌隧道和衬砌隧道对入射平面 Rayleigh 波散射的闭合解析解,但以上研究的场地均假设为单相介质,而实际场地通常是含水的饱和介质,地震波在饱和土中的传播特性与单相介质情况下具有显著差异。

研究表明<sup>[12]</sup>, Rayleigh 波在单相弹性介质中的传播不会发生频散, 相速度仅与泊松比相关, 然而, 在流体饱和介质中 Rayleigh 波却是衰减的, 衰减特性与土骨架的刚度和固结程度关系密切<sup>[13]</sup>, 当介质泊松比较高、或者 Rayleigh 波波速大于  $P_2$  波速时, 相速度可能为复数, 衰减率(相速度的虚部)与频率相关<sup>[14]</sup>。刘优平等<sup>[15]</sup>基于 Biot 波动理论, 采用复变函数法, 研究了饱和土中浅埋输水管道对入射 Rayleigh 波的散射问题; 徐颖等<sup>[16]</sup>基于 Biot 波动理论, 采用间接边界积分方程法, 研究了饱和土中浅埋无衬砌隧洞对平面

Rayleigh 波的散射问题。目前, 关于饱和土中浅埋隧道结构对 Rayleigh 波散射问题的研究仍较为匮乏, 涉及复合式衬砌情况的则更鲜有报道, 难以满足水下隧道工程设计上的需求, 相关基础研究亟需完善。

本文基于 Biot 波动理论和 Fourier-Bessel 级数展开法, 建立了平面 Rayleigh 波入射下, 浅埋隧道复合式衬砌的散射力学模型, 求解了频域内复合式衬砌的动应力集中系数、孔压集中系数的解析解, 通过参数化分析, 研究了 Rayleigh 波在不同入射频率作用下, 内衬和外衬的刚度比、厚度比等因素对复合式衬砌动力响应的影响规律, 并提出相应的抗减震设计参数。研究成果可为水下隧道的抗减震设计提供理论支撑。

## 1 计算模型

如图1所示,饱和土中有一无限长浅埋圆形复合式衬砌隧道,力学模型可以简化为平面应变问题。

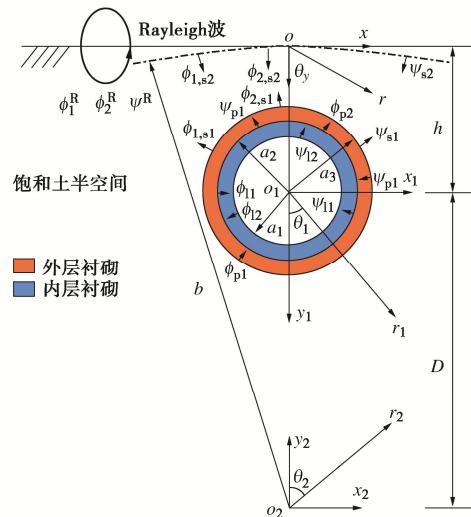


图 1 力学模型

Fig. 1 Mechanical model

为方便不同坐标系之间的转换, 利用一个半径足够大的圆弧代替水平自由地表<sup>[17]</sup>, 以表示地面大圆弧的半径, 取  $b = 1000a_1$ , 圆弧的圆心位于  $o_2$  点, 以  $D$  表示  $o_1$  点和  $o_2$  点之间的距离。外衬厚度为  $\delta_p = a_3 - a_2$ , 内衬厚度为  $\delta_i = a_2 - a_1$ 。隧道埋深为  $h$ 。饱和土和衬砌为弹性、均质、各向同性的。

## 1.1 饱和土中自由场波势函数

与饱和土中平面 P 波、SV 波入射不同, Rayleigh 波沿地表入射时, 在饱和土表面没有反射波的产生<sup>[18]</sup>。设一自振圆频率为  $\omega$  的 Rayleigh 波沿  $x$  轴水平入射, 忽略时间因子  $e^{-i\omega t}$ , 在直角坐标系  $(x, y)$  中 Rayleigh 波波势函数可表示为<sup>[13]</sup>

$$\phi_l^R(x, y) = A_l \exp(ik_R x - \nu_{\alpha l} y) \quad , \quad (1)$$

$$\phi_2^R(x, y) = A_2 \exp(i k_R x - \nu_{\alpha_2} y) \quad , \quad (2)$$

$$\psi^R(x, y) = B \exp(i k_R x - \nu_\beta y) \quad , \quad (3)$$

式中,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B$  为 Rayleigh 波波势函数的系数,  $k_R$  为 Rayleigh 波波数,  $\nu_{\alpha 1} = k_R \sqrt{1 - \xi_1^2}$ ,  $\nu_{\alpha 2} = k_R \sqrt{1 - \xi_2^2}$ ,  $\nu_\beta = k_R \sqrt{1 - \xi^2}$ ,  $\xi^2 = (c_R / c_{s,s})^2$ ,  $\xi_1^2 = (c_R / c_{p1,s})^2 = c_1 \xi^2$ ,  $\xi_2^2 = (c_R / c_{p2,s})^2 = c_2 \xi^2$ ,  $c_R$  为 Rayleigh 波波速,  $c_1 = (c_{s,s} / c_{p1,s})^2$ ,  $c_2 = (c_{s,s} / c_{p2,s})^2$ ,  $c_{p1,s}$ ,  $c_{p2,s}$ ,  $c_{s,s}$  分别为  $P_1$  波波速,  $P_2$  波波速, 和 SV 波波速。

饱和土和衬砌结构的应力、位移、以及孔压在极坐标系下的表达式分别为<sup>[13]</sup>

$$u_r = \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial \phi_j}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \quad , \quad (4)$$

$$u_\theta = \sum_{j=1}^2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_j}{\partial \theta} \right) - \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \quad , \quad (5)$$

$$U_r = \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial \Phi_j}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \quad , \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rr} = & \sum_{j=1}^2 \left[ (A + n_j Q) \nabla^2 \phi_j + 2N \left( \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial r^2} \right) \right] + \\ & 2N \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right) \quad , \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\theta\theta} = & \sum_{j=1}^2 \left[ (A + n_j Q) \nabla^2 \phi_j + 2N \left( \frac{\partial \phi_j}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial \theta^2} \right) \right] - \\ & 2N \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right) \quad , \end{aligned} \quad (8)$$

$$\tau_{r\theta} = \sum_{j=1}^2 \left[ 2N \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_j}{\partial \theta} \right) \right] + N \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right) \quad , \quad (9)$$

$$\sigma = \sum_{j=1}^2 (Q + n_j R) \nabla^2 \phi_j \quad , \quad (10)$$

式中,  $u_r$ ,  $u_\theta$  为饱和土中固相的径向位移和环向位移,  $U_r$  为饱和土中流体的径向位移,  $\tau_{rr}$ ,  $\tau_{\theta\theta}$ ,  $\tau_{r\theta}$  分别为衬砌结构的径向应力、环向应力和剪应力,  $\sigma$  为饱和土中流体孔压, 限于篇幅,  $A$ ,  $N$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\eta_j$  等参数取值详见文献[13]。

自由场 Rayleigh 波势函数的系数可以由地表自由边界条件确定<sup>[12-13]</sup>。

### (1) 地表透水边界条件

$$\begin{bmatrix} 2 - M_1 \xi_1^2 & 2 - M_2 \xi_2^2 & -2i\sqrt{1 - \xi^2} \\ 2i\sqrt{1 - \xi_1^2} & 2i\sqrt{1 - \xi_2^2} & 2 - \xi^2 \\ -S_1 \xi_1^2 & -S_2 \xi_2^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

### (2) 地表不透水边界条件

$$\begin{bmatrix} 2 - M_1 \xi_1^2 & 2 - M_2 \xi_2^2 & -2i\sqrt{1 - \xi^2} \\ 2i\sqrt{1 - \xi_1^2} & 2i\sqrt{1 - \xi_2^2} & 2 - \xi^2 \\ (1 - \eta_1)\sqrt{1 - \xi_1^2} & (1 - \eta_2)\sqrt{1 - \xi_2^2} & -i(1 - \eta_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

式中,  $M_j = (P + \eta_j Q) / \mu_s$ ,  $S_j = (Q + \eta_j R) / \mu_s$ , ( $j = 1, 2$ ),  $P = A + 2N$ 。

为使齐次方程组 (11), (12) 得到非零解, 须令矩阵系数行列式为零, 进一步求解可得, 地表透水边界条件下 Rayleigh 波的波速方程

$$(2 - \xi^2)^2 - 4\sqrt{1 - \xi^2} (\kappa_2 \sqrt{1 - c_1 \xi^2} - \kappa_1 \sqrt{1 - c_2 \xi^2}) = 0 \quad (13)$$

地表不透水边界条件下 Rayleigh 波的波速方程

$$\begin{aligned} & (2 - M_1 \xi_1^2) \sqrt{1 - c_2 \xi^2} [2(1 - \eta_3) - (1 - \eta_2)(2 - \xi^2)] - \\ & (2 - M_2 \xi_2^2) \sqrt{1 - c_1 \xi^2} [2(1 - \eta_3) - (1 - \eta_1)(2 - \xi^2)] + \\ & 4(\eta_1 - \eta_2) \sqrt{(1 - \xi^2)(1 - c_1 \xi^2)(1 - c_2 \xi^2)} = 0 \quad , \end{aligned} \quad (14)$$

式中,  $\kappa_j = c_j S_j / (c_2 S_2 - c_1 S_1)$ , ( $j = 1, 2$ )。

通过 Rayleigh 波波速方程可求得  $\xi^2$ , 即可求得  $k_R$ ,  $\nu_{\alpha 1}$ ,  $\nu_{\alpha 2}$ ,  $\nu_\beta$ , 进一步可求解入射 Rayleigh 波波势函数的系数  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B$ 。

由于自由场中入射 Rayleigh 波的 Fourier-Bessel 级数形式是在衬砌表面近似展开的, 其结果与解析解相比存在一定的误差。借鉴既有研究<sup>[19]</sup>, 采用先求导后展开的方法处理入射 Rayleigh 波, 可避免通过波势函数进行求导而造成方程组累积误差放大的情况。将势函数表达式 (1) ~ (3) 代入式 (4) ~ (10), 得到 Rayleigh 波各分量对位移和应力的贡献, 表达式为

$$u_{r, \phi_1^R} = (ik_R \sin \theta_1 - \nu_{\alpha 1} \cos \theta_1) \phi_1^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (15)$$

$$u_{r, \phi_2^R} = (ik_R \sin \theta_1 - \nu_{\alpha 2} \cos \theta_1) \phi_2^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (16)$$

$$u_{r, \psi^R} = (ik_R \cos \theta_1 - \nu_\beta \sin \theta_1) \psi^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (17)$$

$$u_{\theta, \phi_1^R} = (ik_R \cos \theta_1 + \nu_{\alpha 1} \sin \theta_1) \phi_1^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (18)$$

$$u_{\theta, \phi_2^R} = (ik_R \cos \theta_1 + \nu_{\alpha 2} \sin \theta_1) \phi_2^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (19)$$

$$u_{\theta, \psi^R} = -(ik_R \sin \theta_1 - \nu_\beta \cos \theta_1) \psi^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (20)$$

$$\tau_{rr, \phi_1^R} = (A + \eta_1 Q) (ik_R^2 + \nu_{\alpha 1}^2) \phi_1^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (21)$$

$$\tau_{rr, \phi_2^R} = (A + \eta_2 Q) (ik_R^2 + \nu_{\alpha 2}^2) \phi_2^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (22)$$

$$\tau_{rr, \psi^R} = N [\sin 2\theta_1 (ik_R^2 - \nu_\beta^2) - 2 \cos 2\theta_1 ik_R \nu_\beta] \psi^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (23)$$

$$\tau_{r\theta, \phi_1^R} = N [\sin 2\theta_1 (ik_R^2 - \nu_{\alpha 1}^2) - 2 \cos 2\theta_1 ik_R \nu_{\alpha 1}] \phi_1^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (24)$$

$$\tau_{r\theta, \phi_2^R} = N [\sin 2\theta_1 (ik_R^2 - \nu_{\alpha 2}^2) - 2 \cos 2\theta_1 ik_R \nu_{\alpha 2}] \phi_2^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (25)$$

$$\tau_{r\theta, \psi^R} = N [\cos 2\theta_1 (ik_R^2 - \nu_\beta^2) + 2 \sin 2\theta_1 ik_R \nu_\beta] \psi^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (26)$$

$$\sigma_{\phi_1^R} = (ik_R^2 + \nu_{\alpha 1}^2) (Q + \eta_1 R) \phi_1^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (27)$$

$$\sigma_{\phi_2^R} = (ik_R^2 + \nu_{\alpha 2}^2)(Q + \eta_2 R)\phi_2^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (28)$$

$$U_{r, \phi_1^R} = \eta_1(ik_R \sin \theta_1 - \nu_{\alpha 1} \cos \theta_1)\phi_1^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (29)$$

$$U_{r, \phi_2^R} = \eta_2(ik_R \sin \theta_1 - \nu_{\alpha 2} \cos \theta_1)\phi_2^R(r_1, \theta_1) \quad , \quad (30)$$

$$U_{r, \psi^R} = \eta_3(ik_R \cos \theta_1 + \nu_{\beta} \sin \theta_1)\psi^R(r_1, \theta_1) \quad . \quad (31)$$

进一步可将式(15)~(31)展开为有限 Fourier 级数, 以式(15)为例, 有如下表达式<sup>[20]</sup>:

$$\begin{aligned} u_{r, \phi_1^R}^* &= \sum_{n=1}^{N-1} [a_n(r_1) \cos n\theta_1 + b_n(r_1) \sin n\theta_1] + \\ &\quad \frac{a_0(r_1)}{2} + \frac{a_N(r_1)}{2} \cos N\theta_1 \quad , \end{aligned} \quad (32)$$

$$\text{式中, } a_n(r_1) = \frac{1}{N} \sum_{L=0}^{2N-1} u_{r, \phi_1^R} \left( r_1, \frac{\pi L}{N} \right) \cos \left( n \frac{\pi L}{N} \right) , \quad b_n(r_1) = \frac{1}{N} \sum_{L=0}^{2N-1} u_{r, \phi_1^R} \left( r_1, \frac{\pi L}{N} \right) \sin \left( n \frac{\pi L}{N} \right) .$$

进一步有

$$u_{r, \phi_1^R}^* = \sum_{n=0}^N (A_{10,n} \cos n\theta_1 + B_{10,n} \sin n\theta_1) \quad , \quad (33)$$

式中,

$$\begin{cases} A_{10,0} = a_0(r_1)/2 \\ A_{10,n} = a_n(r_1) \quad (n=1 \sim (N-1)) , \\ A_{10,N} = a_N(r_1)/2 \\ B_{10,N} = b_N(r_1) \quad (n=0 \sim N) . \end{cases}$$

式(16)~(31)的有限 Fourier 级数展开方法与式(15)的步骤完全相同, 不再赘述。至此, 已求得入射 Rayleigh 波在自由场内贡献的位移、应力、孔压的 Fourier 级数表达, 可直接把上述应力和位移展开式的系数分量代入相关边界条件中进行方程求解。

## 1.2 饱和土中散射场波势函数

当入射 Rayleigh 波在饱和土中遇到隧道结构时, 在饱和土与隧道交界面将产生径向的外行散射 P<sub>1</sub> 波  $\phi_{1,s1}(r_1, \theta_1)$ 、P<sub>2</sub> 波  $\phi_{2,s1}(r_1, \theta_1)$  和 SV 波  $\psi_{s1}(r_1, \theta_1)$ , 以及地表产生的附加内聚散射 P<sub>1</sub> 波  $\phi_{1,s2}(r_2, \theta_2)$ 、P<sub>2</sub> 波  $\phi_{2,s2}(r_2, \theta_2)$ 、和 SV 波  $\psi_{s2}(r_2, \theta_2)$ , 这些散射波势函数的 Fourier-Bessel 级数展开式可表示为

$$\phi_{1,s1}(r_1, \theta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(k_{s\alpha,1} r_1) (A_{s1,n}^{(1)} \cos n\theta_1 + B_{s1,n}^{(1)} \sin n\theta_1) , \quad (34)$$

$$\phi_{2,s1}(r_1, \theta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(k_{s\alpha,2} r_1) (C_{s1,n}^{(1)} \cos n\theta_1 + D_{s1,n}^{(1)} \sin n\theta_1) , \quad (35)$$

$$\psi_{s1}(r_1, \theta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(k_{s\beta} r_1) (E_{s1,n}^{(1)} \sin n\theta_1 + F_{s1,n}^{(1)} \cos n\theta_1) , \quad (36)$$

$$\phi_{1,s2}(r_2, \theta_2) = \sum_{m=0}^{\infty} J_m(k_{s\alpha,1} r_2) (A_{s2,m}^{(2)} \cos m\theta_2 + B_{s2,m}^{(2)} \sin m\theta_2) , \quad (37)$$

$$\phi_{2,s2}(r_2, \theta_2) = \sum_{m=0}^{\infty} J_m(k_{s\alpha,2} r_2) (C_{s2,m}^{(2)} \cos m\theta_2 + D_{s2,m}^{(2)} \sin m\theta_2) , \quad (38)$$

$$\psi_{s2}(r_2, \theta_2) = \sum_{m=0}^{\infty} J_m(k_{s\beta} r_2) (E_{s2,m}^{(2)} \sin m\theta_2 + F_{s2,m}^{(2)} \cos m\theta_2) , \quad (39)$$

式中,  $H_n^{(1)}(\cdot)$  为第一类 Hankel 函数, 其满足 Sommerfeld 辐射条件,  $J_n(\cdot)$  为第一类 Bessel 函数,  $J_n(\cdot)$  和  $H_n^{(1)}(\cdot)$  为波动方程解空间的一组基函数, 因此使得各种类型的 P<sub>1</sub> 波、P<sub>2</sub> 波、SV 波的表达式均是完备的<sup>[21]</sup>。  $A_{s1,n}^{(1)}$ ,  $B_{s1,n}^{(1)}$ ,  $C_{s1,n}^{(1)}$ ,  $D_{s1,n}^{(1)}$ ,  $E_{s1,n}^{(1)}$ ,  $F_{s1,n}^{(1)}$  和  $A_{s2,m}^{(2)}$ ,  $B_{s2,m}^{(2)}$ ,  $C_{s2,m}^{(2)}$ ,  $D_{s2,m}^{(2)}$ ,  $E_{s2,m}^{(2)}$ ,  $F_{s2,m}^{(2)}$  为待定系数。

由于上述波势函数分别在不同坐标系中给出, 为便于分析, 需要进行坐标转换。这里引入 Graf 加法公式<sup>[22]</sup>, 可以满足  $o_1$ ,  $o_2$  坐标系之间的转换, 通过 Graf 加法变换即可得到散射场波势函数在另一个坐标系下的表达式。

$$C_n(kr_1) \begin{Bmatrix} \cos n\theta_1 \\ \sin n\theta_1 \end{Bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m}{2} C_m(kr_2) [J_{m+n}(kD) \pm (-1)^n J_{m-n}(kD)] \begin{Bmatrix} \cos m\theta_2 \\ \sin m\theta_2 \end{Bmatrix} \quad (r_2 > D) \quad , \quad (40)$$

$$C_n(kr_2) \begin{Bmatrix} \cos n\theta_2 \\ \sin n\theta_2 \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{2} J_n(kr_1) [C_{m+n}(kD) \pm (-1)^m C_{n-m}(kD)] \begin{Bmatrix} \cos n\theta_1 \\ \sin n\theta_1 \end{Bmatrix} \quad (r_2 > D) \quad . \quad (41)$$

## 1.3 饱和土中总波场势函数

饱和土中固相的总波场由自由波场和散射波场组成, 即入射 Rayleigh 波、地表散射 P<sub>1</sub> 波、P<sub>2</sub> 波、和 SV 波, 以及饱和土与衬砌交界面散射 P<sub>1</sub> 波、P<sub>2</sub> 波、和 SV 波, 进而可以得到饱和土中固相部分的总波场势函数表达

$$\phi = \phi_1^R + \phi_2^R + \phi_{1,s1} + \phi_{2,s1} + \phi_{1,s2} + \phi_{2,s2} \quad , \quad (42)$$

$$\psi = \psi^R + \psi_{s1} + \psi_{s2} \quad . \quad (43)$$

## 1.4 外层衬砌中散射场波势函数

在外衬中, 存在与饱和土交界面产生的内聚散射 P 波  $\phi_{p1}(r_1, \theta_1)$  和 SV 波  $\psi_{p1}(r_1, \theta_1)$ , 以及与内衬交界面产生的外行散射 P 波  $\phi_{p2}(r_1, \theta_1)$  和 SV 波  $\psi_{p2}(r_1, \theta_1)$ , 外衬中的波势函数展开成 Fourier-Bessel 级数形式

$$\phi_{p1}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} J_m(k_{p\alpha} r_1) (A_{p1,n}^{(1)} \cos m\theta_1 + B_{p1,n}^{(1)} \sin m\theta_1) , \quad (44)$$

$$\psi_{p1}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} J_m(k_{p\beta} r_1) (E_{p1,n}^{(1)} \sin m\theta_1 + F_{p1,n}^{(1)} \cos m\theta_1) , \quad (45)$$

$$\phi_{p2}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} H_m^{(1)}(k_{p\alpha} r_1) (A_{p2,n}^{(2)} \cos m\theta_1 + B_{p2,n}^{(2)} \sin m\theta_1) , \quad (46)$$

$$\phi_{p2}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} H_n^{(1)}(k_{p\beta} r_1) (E_{p2,n}^{(1)} \sin n\theta_1 + F_{p2,n}^{(1)} \cos n\theta_1), \quad (47)$$

式中,  $k_{p\alpha} = \omega / c_{p,p}$ ,  $k_{p\beta} = \omega / c_{s,p}$  分别为外衬中的 P 波和 SV 波波数,  $c_{p,p}$ ,  $c_{s,p}$  分别外衬中的 P 波和 SV 波波速。 $A_{p1,n}^{(1)}$ ,  $B_{p1,n}^{(1)}$ ,  $E_{p1,n}^{(1)}$ ,  $F_{p1,n}^{(1)}$ ,  $A_{p2,n}^{(1)}$ ,  $B_{p2,n}^{(1)}$ ,  $E_{p2,n}^{(1)}$ ,  $F_{p2,n}^{(1)}$  为待定系数。则外衬中总波势函数表达式为

$$\phi_p = \phi_{p1} + \phi_{p2}, \quad (48)$$

$$\psi_p = \psi_{p1} + \psi_{p2}. \quad (49)$$

### 1.5 内层衬砌中散射场波势函数

在内衬中, 存在与外衬交界面引起的内聚散射 P 波  $\phi_{l1}(r_1, \theta_1)$  和 SV 波  $\psi_{l1}(r_1, \theta_1)$ , 以及内衬临空面产生的外行散射 P 波  $\phi_{l2}(r_1, \theta_1)$  和 SV 波  $\psi_{l2}(r_1, \theta_1)$ , 内衬中的势函数展开成 Fourier-Bessel 级数形式

$$\phi_{l1}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} J_n(k_{l\alpha} r_1) (A_{l1,n}^{(1)} \cos n\theta_1 + B_{l1,n}^{(1)} \sin n\theta_1), \quad (50)$$

$$\psi_{l1}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} J_n(k_{l\beta} r_1) (E_{l1,n}^{(1)} \sin n\theta_1 + F_{l1,n}^{(1)} \cos n\theta_1), \quad (51)$$

$$\phi_{l2}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} H_n^{(1)}(k_{l\alpha} r_1) (A_{l2,n}^{(1)} \cos n\theta_1 + B_{l2,n}^{(1)} \sin n\theta_1), \quad (52)$$

$$\psi_{l2}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} H_n^{(1)}(k_{l\beta} r_1) (E_{l2,n}^{(1)} \sin n\theta_1 + F_{l2,n}^{(1)} \cos n\theta_1), \quad (53)$$

式中,  $k_{l\alpha} = \omega / c_{p,l}$ ,  $k_{l\beta} = \omega / c_{s,l}$  分别为内衬中的 P 波和 SV 波波数,  $c_{p,l}$ ,  $c_{s,l}$  分别内衬中的 P 波和 SV 波波速。 $A_{l1,n}^{(1)}$ ,  $B_{l1,n}^{(1)}$ ,  $E_{l1,n}^{(1)}$ ,  $F_{l1,n}^{(1)}$ ,  $A_{l2,n}^{(1)}$ ,  $B_{l2,n}^{(1)}$ ,  $E_{l2,n}^{(1)}$ ,  $F_{l2,n}^{(1)}$  为待定系数。则内衬中总波势函数表达式为

$$\phi_l = \phi_{l1} + \phi_{l2}, \quad (54)$$

$$\psi_l = \psi_{l1} + \psi_{l2}. \quad (55)$$

### 1.6 模型边界条件

为求解待定系数  $\{A_{s1,n}^{(1)}, B_{s1,n}^{(1)}, C_{s1,n}^{(1)}, D_{s1,n}^{(1)}, E_{s1,n}^{(1)}, F_{s1,n}^{(1)}\}$  和  $\{A_{s2,m}^{(2)}, B_{s2,m}^{(2)}, C_{s2,m}^{(2)}, D_{s2,m}^{(2)}, E_{s2,m}^{(2)}, F_{s2,m}^{(2)}\}$  、 $\{A_{p1,n}^{(1)}, B_{p1,n}^{(1)}, E_{p1,n}^{(1)}, F_{p1,n}^{(1)}, A_{p2,n}^{(1)}, B_{p2,n}^{(1)}, E_{p2,n}^{(1)}, F_{p2,n}^{(1)}\}$  和  $\{A_{l1,n}^{(1)}, E_{l1,n}^{(1)}, F_{l1,n}^{(1)}, A_{l2,n}^{(1)}, B_{l2,n}^{(1)}, E_{l2,n}^{(1)}, F_{l2,n}^{(1)}\}$  的数值, 需利用界面处的边界条件, 本问题假设饱和土与衬砌交界面为不透水边界, 地表可分为透水和不透水两类边界条件来考虑。

#### (1) 地表透水边界条件

a) 饱和土地表应力边界条件 ( $r_2 = b$ )

$$\tau_{rr}^S = \tau_{r\theta}^S = 0, \quad \sigma = 0. \quad (56)$$

b) 饱和土与外衬交界面位移边界条件 ( $r_1 = a_3$ )

$$u_r^S = u_r^P, \quad u_\theta^S = u_\theta^P. \quad (57)$$

c) 外衬表面应力与位移边界条件 ( $r_1 = a_3$ )

$$\tau_{rr}^S + \sigma = \tau_{rr}^P, \quad \tau_{r\theta}^S = \tau_{r\theta}^P, \quad u_r^S - U_r^S = 0. \quad (58)$$

d) 外衬与内衬交界面位移边界条件 ( $r_1 = a_2$ )

$$u_r^P = \tau_r^I, \quad u_\theta^P = u_\theta^I. \quad (59)$$

e) 外衬与内衬交界面应力边界条件 ( $r_1 = a_2$ )

$$\tau_{rr}^P = \tau_{rr}^I, \quad \tau_{r\theta}^P = \tau_{r\theta}^I. \quad (60)$$

f) 内衬临空面应力边界条件 ( $r_1 = a_1$ )

$$\tau_{rr}^I = 0, \quad \tau_{r\theta}^I = 0. \quad (61)$$

#### (2) 地表不透水边界条件

饱和土地表应力和位移边界条件 ( $r_2 = b$ )

$$\tau_{rr}^S + \sigma = 0, \quad \tau_{r\theta}^S = 0, \quad u_r^S - U_r^S = 0. \quad (62)$$

其余边界条件同 (56) ~ (61)。

将各场内的波势函数代入边界条件中, 利用 Graf 加法变换, 将饱和土中散射波势函数从  $O_2$  坐标系变换至  $O_1$  坐标系, 可得到一系列线性无穷级数方程组, 通过编写计算程序截断求解, 即可得到所有波势函数的待定系数, 最后将波势函数代入式 (4) ~ (10) 即可求得复合式衬砌动应力集中系数、孔压集中系数、以及饱和土位移等解析解。需要说明的是, Fourier-Bessel 级数计算项数的选取关系到计算精度与收敛性, 本文通过截取不同的项数进行计算, 并观察相邻项数之间的误差, 当误差小于预先设定的精度时, 即用此项数作为实际收敛的计算项数<sup>[21]</sup>, 结果表明, 当计算项数取 20 时, 所得结果的收敛性是稳定的。

### 1.7 验证分析

定义无量纲频率  $\eta$  为洞室直径与入射波波长的比值:

$$\eta = \frac{2a_1}{\lambda_{s\beta}}, \quad (63)$$

式中,  $\lambda_{s\beta}$  为饱和土中 SV 波的波长。

为验证本文力学模型以及计算过程的正确性, 将流体力学参数取为 0, 无量纲频率  $\eta = 0.5$ , 隧道埋深  $h/a_1 = 5$ , 泊松比  $\nu_s = 1/3$ , 其余参数与 Luco 等<sup>[9]</sup>一致, 令复合式衬砌内衬厚度为零, 可将饱和土中复合式衬砌力学模型退化至单相弹性半空间中无衬砌孔洞模型。通过计算地表位移幅值, 并进行正规化处理后, 图 2 给出了本文的退化解和 Luco 等<sup>[9]</sup>的结果对比。

可以看出, 本文的结果与 Luco 等<sup>[9]</sup>的结果在趋势上是一致的, 但在幅值上存在一定的偏差。分析原因为, Luco 等<sup>[9]</sup>的计算是基于二维格林函数的间接边界积分方法, 其本质上属于数值解, 半空间介质为黏弹性模型, 并考虑了饱和土的阻尼特性, 而本文的计算是基于波函数展开法, 本质上属于解析解, 半空间介质为弹性模型, 而且未考虑阻尼的作用。因此, 本文结果的幅值在整体上偏大, 但二者在规律上是吻合的, 验证了本文模型的建立以及求解过程是正确的。

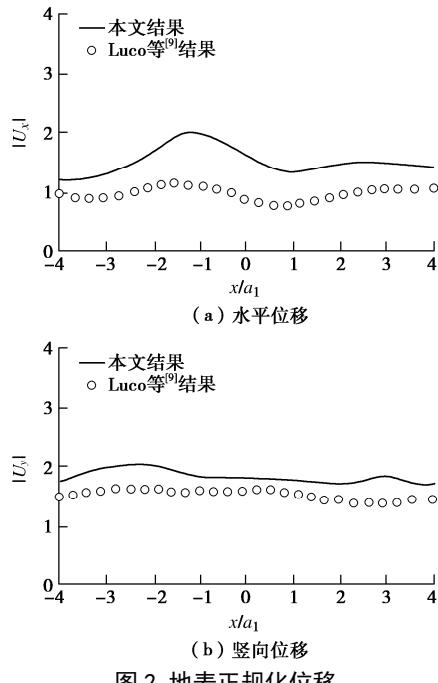


图 2 地表正规化位移

Fig. 2 Normalized displacements of surface

## 2 算例分析

以地表为不透水边界为例, 借鉴既有文献[21], 取饱和土参数: 泊松比为 0.25, 几何参数为  $a = 3.0$  m,  $a_2 = 3.3$  m,  $a_2 = 3.6$  m, 隧道埋深  $h/a_1 = 2$ , 固体骨架体积模量  $K_b = 2.2$  GPa, 水的体积模量  $K_f = 2.2$  GPa, 拉梅常数  $\lambda_s = \mu_s = 2.2$  GPa, 耦合质量密度  $\rho_a = 350$  kg/m<sup>3</sup>, 土骨架质量密度  $\rho_s = 2700$  kg/m<sup>3</sup>, 水质量密度  $\rho_f = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, 饱和土孔隙度  $n = 0.3$ 。计算中不考虑固体颗粒的压缩和流体黏度。需要说明的是, Biot 波动方程<sup>[23]</sup>中的参数  $b = \eta n^2 / k$  ( $\eta$  为孔隙流体的绝对黏度,  $n$  为孔隙度,  $k$  为渗透系数), 文中假设流体无耗散, 即流体的绝对黏度  $\eta = 0$ , 因此  $b = 0$ , 不同类型饱和土的渗透性可通过孔隙度与渗透系数的函数关系来描述, 详见文献[24]。

为便于分析, 给出动应力集中系数、孔压集中系数的定义。动应力集中系数 (DSCF): 介质中最大动应力和标准局部应力的比值, 表达式为

$$\sigma_{\theta\theta}^* = \sigma_{\theta\theta}^i / \sigma_0, \quad (64)$$

式中,  $\sigma_{\theta\theta}^i$  为入射波所引起的环向应力,  $\sigma_0$  为标准局部应力, 即入射波在自由场中所引起的动应力。

孔压集中系数 (PPCF): 介质中最大孔隙水压和标准局部应力的比值, 表达式为

$$\sigma^* = \sigma^i / \sigma_0, \quad (65)$$

式中,  $\sigma^i$  为入射波所引起的孔隙水压力。

### 2.1 复合式衬砌刚度参数分析

为研究刚度参数对复合式衬砌动力响应的影响, 令内衬和外衬的厚度比 ( $\delta_L / \delta_p$ ) 为 1/1, 复合式衬砌泊

松比为 0.25, 外衬与饱和土的剪切波速比为 3/1, 表示复合式衬砌为刚性的; 外衬弹性模量  $E_p$  为 34.5 GPa, 内衬和外衬的弹性模量比 ( $E_L / E_p$ ) 分别为 1/3 (柔性内衬)、1/1 (参照内衬)、3/1 (刚性内衬)。

#### (1) 入射频率对复合式衬砌应力的影响

图 3 给出了不透水边界条件下变刚度复合式衬砌在无量纲频率  $\eta$  为 0.25, 0.5, 1, 2 作用下, 复合式衬砌的动应力集中系数 (DSCF)、孔压集中系数 (PPCF) 的空间分布。其中, 0° 表示隧道仰拱, 180° 表示隧道拱顶。可以看出, 随着入射频率的增大, DSCF 和 PPCF 空间分布形态由简单逐渐变复杂, 且幅值呈逐渐降低的趋势。具体分析如下:

首先关注内层衬砌的 DSCF 值, 对应不同频率, 幅值关系均为刚性内衬情况 > 参照内衬情况 > 柔性内衬情况, 其中刚性内衬情况峰值约为 11~16, 柔性内衬情况峰值约为 3~4, 二者为 3~4 倍关系, 说明增大内衬刚度会显著放大内衬的动应力幅值。整体上看, 中、低频入射时衬砌拱顶、边墙动应力较大, 高频入射时拱脚和拱肩动应力较大; 再关注外层衬砌的 DSCF 值, 低频入射时, 空间分布形态与内层衬砌相似, 随入射频率的增大, 二者差异逐渐放大; 对应不同频率, 幅值关系均为柔性内衬情况 > 参照内衬情况 > 刚性内衬情况, 其中柔性内衬情况峰值约为 3~5, 刚性内衬情况峰值约为 0.8~2.9, 二者约为 2~3 倍关系, 说明增大内衬刚度可以有效降低外衬的动应力幅值, 有利于外衬的抗减震设计; 最后关注外层衬砌的 PPCF 值, 其幅值约为外衬动应力集中系数的 1/2~1/20, 对应不同频率, 幅值关系均为柔性内衬情况 > 参照内衬情况 > 刚性内衬情况, 其中刚性内衬情况比柔性内衬情况减小约 50%~100%, 说明增大内衬刚度同样有利于降低外衬表面的孔压。

图 4 给出了 2008 年汶川地震中龙溪隧道的震害形态, 龙溪隧道的地质勘查资料表明其洞口附近并没有断层等显著的不良地质条件, 但是其震害现象难以用 P 波或 S 波的作用来解释<sup>[25]</sup>。此外, 龙溪隧道的开裂破坏伴随着渗水现象, 说明围岩极有可能是富水场地。因此, 通过与理论解析解的对比可推断, 龙溪隧道洞口段拱顶-拱肩处发生显著破坏的原因很有可能是低频 Rayleigh 波作用的结果。

#### (2) 内衬和外衬刚度比对复合式衬砌应力的影响

通过复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的分布形态可知, Rayleigh 波在不同频率作用下, 复合式衬砌左边墙-拱肩处的动应力幅值相对较大, 图 5 给出了该点 (图中 A 点和 B 点) 的 DSCF 和 PPCF 幅值随内衬和外衬刚度比的变化曲线。可以看出, 对应不同频率, 随着内衬和外衬刚度比的增大, 内衬的

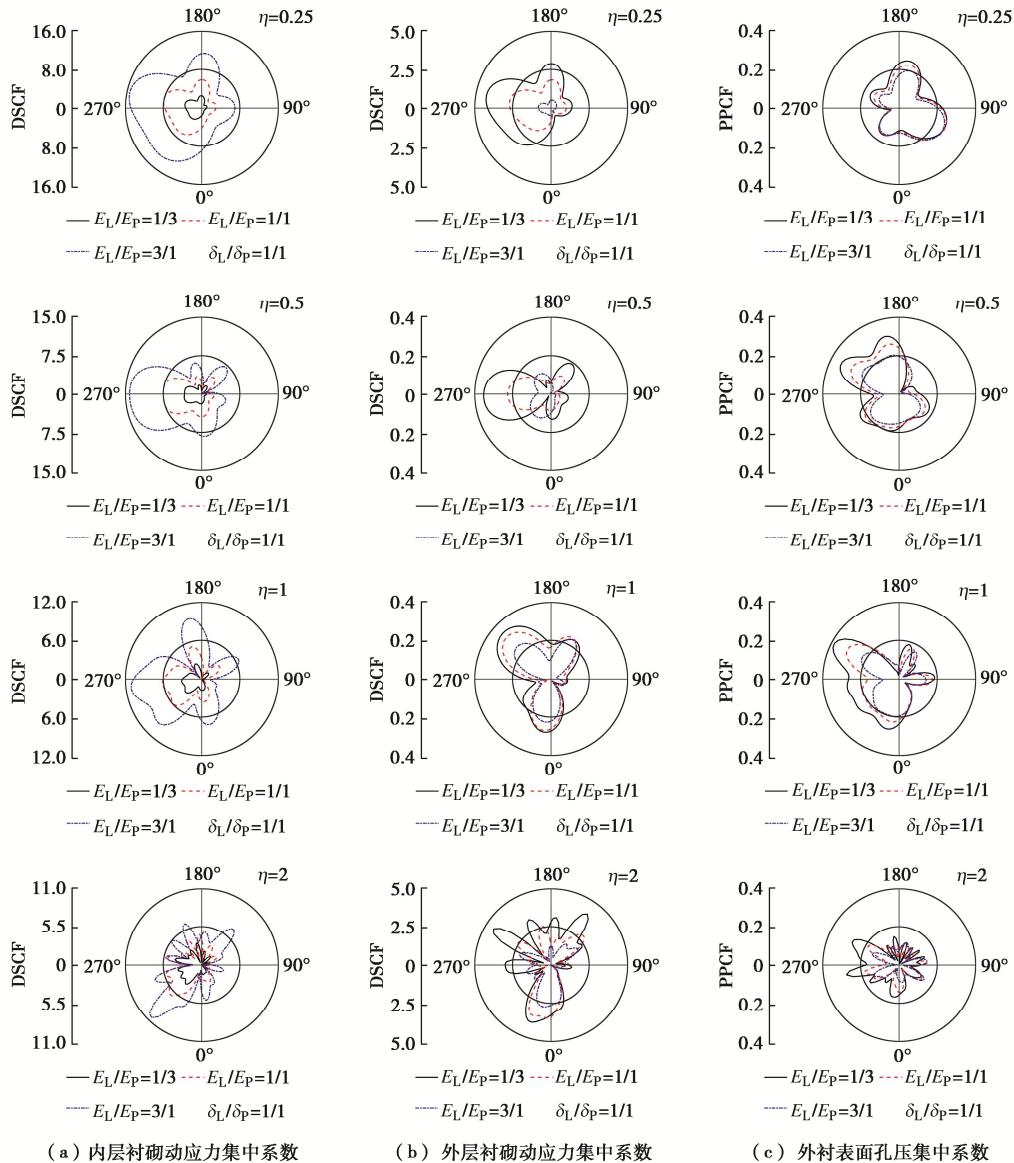


图 3 变刚度复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数

Fig. 3 DSCF and PPCF of composite linings with variable stiffnesses



图 4 汶川地震龙溪隧道开裂

Fig. 4 Cracking of Longxi tunnel in Wenchuan earthquake

DSCF 幅值均显著放大, 外衬的 DSCF 和 PPCF 变化为:

a) 低频入射时 ( $\eta = 0.25$ ), 在  $E_L/E_P = 0 \sim 4$  范围内, 增大内衬刚度可有效降低外衬的 DSCF, 最大降幅可达 90% 以上, 在  $E_L/E_P > 4$  后, 增大内衬刚度对外衬 DSCF 值的影响较小, 改变内衬刚度对外衬表面 PPCF 值的影响较小。

b) 中低频入射时 ( $\eta = 0.5$ ), 整体上看, 随内衬和外衬刚度比的增大, 外衬的 DSCF 呈逐渐放大的趋势, PPCF 值呈逐渐降低的趋势, 但幅值变化均较小, 当  $E_L/E_P > 4$  时, 基本保持不变。

c) 中高频入射时 ( $\eta = 1$ 、 $\eta = 2$ ), 随内衬和外衬刚度比的增大, 外衬的 DSCF 值和 PPCF 值均呈逐渐降低的趋势, 其中, 在  $E_L/E_P = 0 \sim 4$  范围内, DSCF 值降幅约 10%~60%, PPCF 值降幅约 30%~90%, 当  $E_L/E_P > 4$  时, 幅值变化较小。

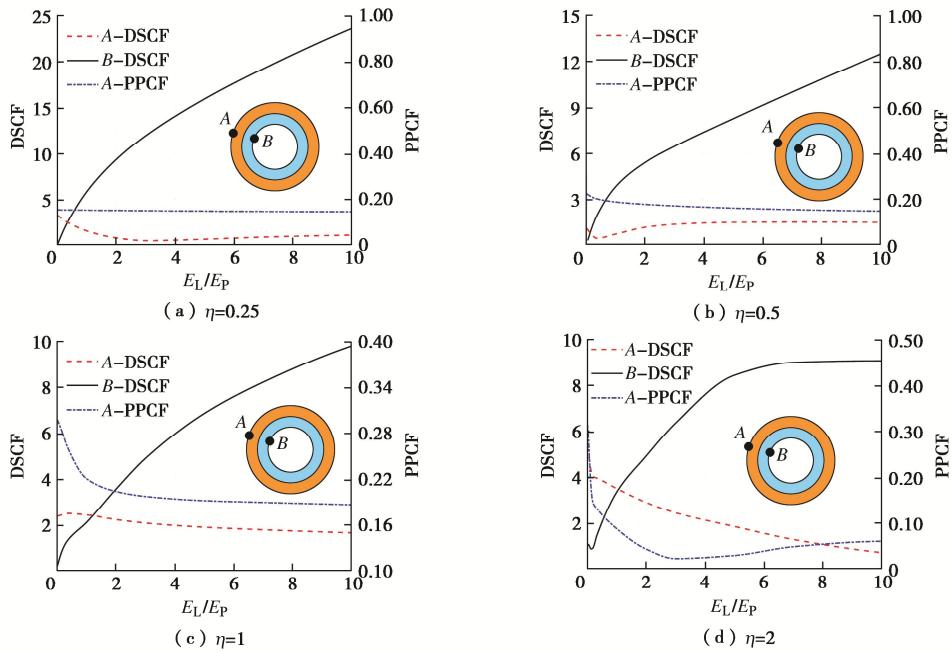


图 5 内衬和外衬刚度比对复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的影响

Fig. 5 Influences of stiffness ratio on DSCF and PPCF of composite lining

综上, 增大内衬和外衬刚度比可有效降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数, 但过大的内衬和外衬刚度比不仅会显著放大内衬的动应力, 而且对外衬的减震效果影响有限。此外, 增大内衬的刚度也会显著增加工程造价, 因此, 建议内衬和外衬刚度比  $E_L/E_p$  取值范围为 2~4。

## 2.2 复合式衬砌厚度参数分析

为研究厚度参数对复合式衬砌动力响应的影响, 根据 2.1 节的结论, 令内衬和外衬刚度比  $E_L/E_p=3/1$ , 内衬和外衬厚度比  $\delta_L/\delta_p$  分别为 1/3 (薄内衬), 1/1 (参照内衬), 3/1 (厚内衬), 其余参数同 2.1 节。

### (1) 入射频率对复合式衬砌应力的影响

图 6 给出了不透水边界条件下变厚度复合式衬砌在无量纲频率  $\eta$  为 0.25, 0.5, 1, 2 作用时, 复合式衬砌的动应力集中系数 (DSCF)、孔压集中系数 (PPCF) 的分布。可以看出, 随着入射频率的增大, DSCF 和 PPCF 空间分布形态由简单逐渐变复杂, 且幅值呈逐渐降低的趋势。具体分析如下:

首先关注内层衬砌的 DSCF 值, 对应不同频率, 幅值关系均为薄内衬情况>参照内衬情况>厚内衬情况, 其中薄内衬情况峰值约为 14~19, 厚内衬情况峰值约为 6~14, 二者约为 1~2 倍关系, 说明增大内衬厚度可有效降低内衬的动应力。

再关注外层衬砌的 DSCF 值, 对应不同频率, 幅值关系均为薄内衬情况>参照内衬情况>厚内衬情况, 随入射频率的增大, 三者的幅值差异逐渐减小, 其中厚内衬情况峰值约为 1~3, 薄内衬情况峰值约为

2~4, 二者约为 1~2 倍关系, 说明增大内衬厚度同样可以有效降低外衬的动应力幅值, 但在中高频荷载作用下的影响相对较小。

最后关注外层衬砌的 PPCF 值, 其幅值约为外衬动应力集中系数的 1/2~1/20, 对应不同频率, 幅值关系均为薄内衬情况>参照内衬情况>厚内衬情况, 其中厚内衬情况相对薄内衬情况减小约 50%~100%, 说明增大内衬厚度有利于降低外衬表面的孔压。

### (2) 内衬和外衬厚度比对复合式衬砌应力的影响

图 7 给出了 Rayleigh 波在不同频率作用下, 复合式衬砌左拱肩-边墙处 (图中 A 点和 B 点) 的 DSCF 和 PPCF 随内衬和外衬厚度比的变化曲线。整体上看, 对应不同频率, 随着内衬和外衬厚度比的增大, 内衬的 DSCF 幅值均显著降低, 外衬的 DSCF 和 PPCF 变化具体分析如下:

a) 低频入射时 ( $\eta=0.25$ ), 在  $\delta_L/\delta_p=0\sim 2$  时, 增大内衬厚度可有效降低外衬的 DSCF, 最大降幅可达 90% 以上, 在  $\delta_L/\delta_p>2$  时, 增大内衬厚度对外衬 DSCF 值的影响较小, 此外, 改变内衬厚度对外衬表面 PPCF 值的影响较小。

b) 中低频入射时 ( $\eta=0.5$ ), 整体上看, 随内衬和外衬厚度比的增大, 外衬的 DSCF 值呈逐渐放大的趋势, PPCF 值呈逐渐降低的趋势, 当  $\delta_L/\delta_p=1\sim 2.5$  时, 幅值变化较小。

c) 中高频入射时 ( $\eta=1, \eta=2$ ), 随内衬和外衬厚度比的增大, 外衬的 DSCF 值和 PPCF 值整体上呈逐渐降低的趋势, 其中, 在  $\delta_L/\delta_p=1\sim 2$  范围内,

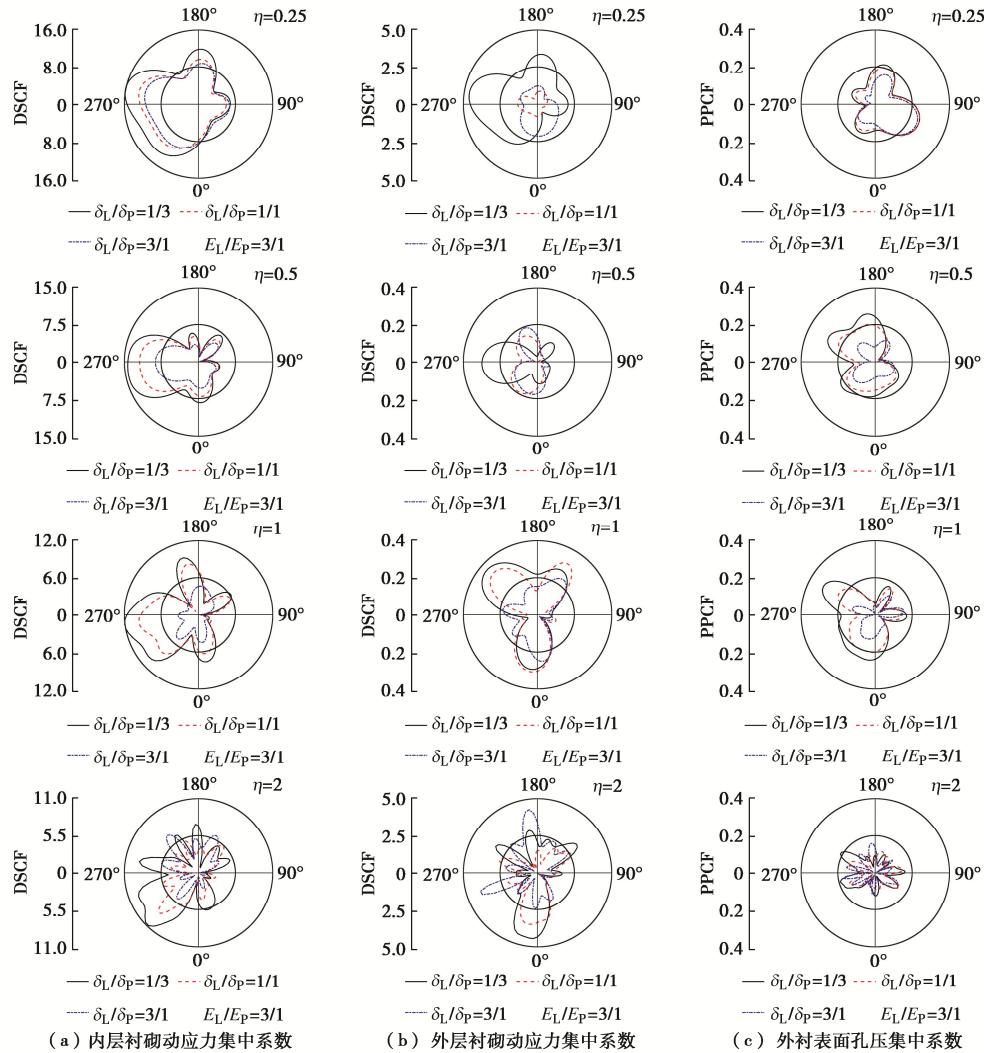


图 6 变厚度复合式衬砌动应力和孔压集中系数

Fig. 6 DSCF and PPCF of composite linings with variable thicknesses

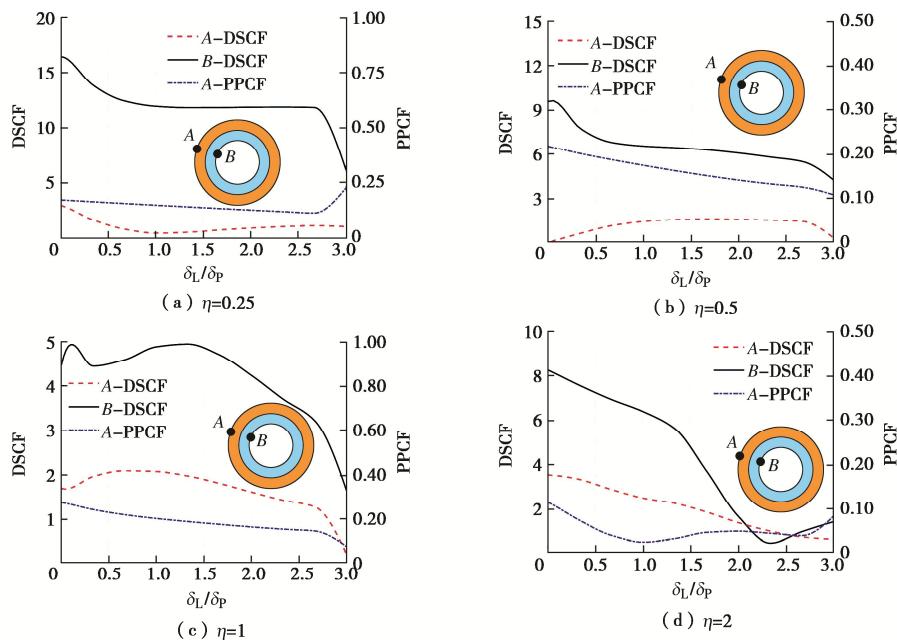


图 7 内衬和外衬厚度比对复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的影响

Fig. 7 Influences of thickness ratio on DSCF and PPCF of composite linings

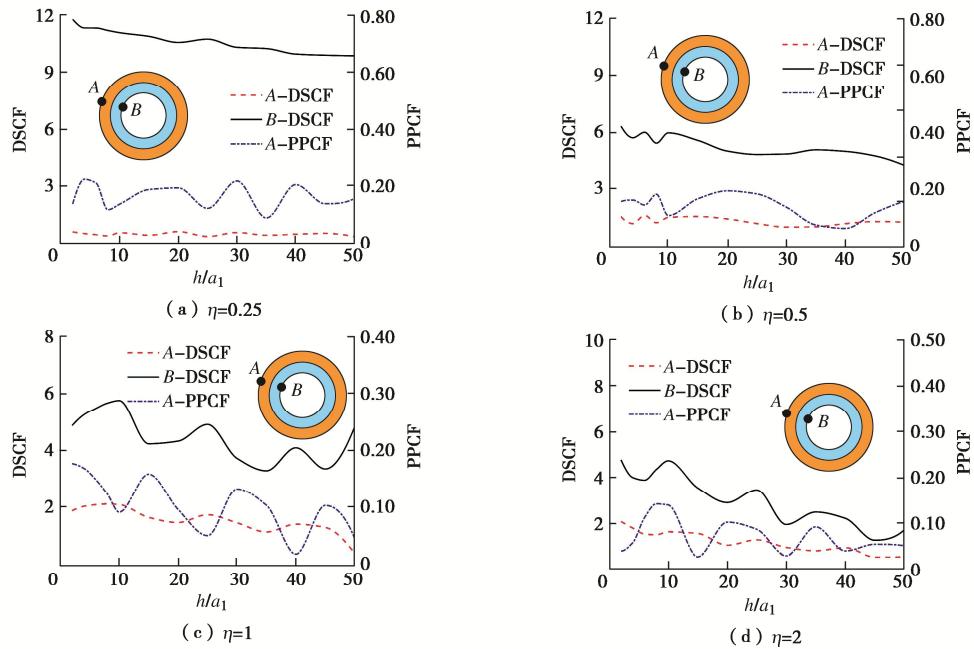


图 8 隧道埋深对复合式衬砌动应力集中系数和孔压集中系数的影响

Fig. 8 Influences of buried depth on DSCF and PPCF of composite linings

DSCF 值降幅约 10%~50%, PPCF 值降幅约 30%~75%。

综上, 增大内衬和外衬厚度比不仅可以有效降低外衬的动应力和孔压, 也可以在一定程度上降低内衬自身的动应力, 但过大的内衬和外衬厚度比对外衬的减震效果影响有限。此外, 增大内衬的厚度也会显著增加工程造价, 因此, 建议内衬和外衬厚度比  $\delta_L/\delta_p$  取值范围为 1~2。

### 2.3 隧道埋深参数分析

为研究隧道埋深对复合式衬砌动力响应的影响, 本节仍假定地表为不透水边界, 根据 2.1 节、2.2 节的结论, 令内衬和外衬刚度比  $E_L/E_p=3/1$ , 内衬和外衬厚度比  $\delta_L/\delta_p=3/2$ , 将隧道埋深正规化, 即取埋深与复合式衬砌内半径的比值  $h/a_1=2\sim 50$ , 其余参数同 2.1 节。

图 8 给出了 Rayleigh 波在不同频率作用下, 复合式衬砌左拱肩-边墙处(图中 A 点和 B 点)的 DSCF 和 PPCF 随隧道埋深的变化曲线。整体上看, 对应不同频率, 随着隧道埋深的增大, 内衬的 DSCF 幅值均显著降低。外衬 DSCF 和 PPCF 具体分析如下:

(1) 中低频入射时 ( $\eta=0.25, \eta=0.5$ ), 随着隧道埋深的增大, 外衬的 DSCF 幅值整体变化幅度不大, PPCF 幅值呈现一定的波动, 其中, 最大、最小幅值约为 2 倍关系。

(2) 中高频入射时 ( $\eta=1, \eta=2$ ), 随着隧道埋深的增大, 复合式衬砌的 DSCF 和 PPCF 呈现出一定规律性的波动, 但整体呈下降的趋势, 其中, 最大、

最小 DSCF 幅值约为 3~4 倍关系, 最大、最小 PPCF 幅值约 4~9 倍关系。

综上, 随埋深的增大, 内衬的 DSCF 幅值逐渐降低; 在中低频入射时, 复合式衬砌的 DSCF 和 PPCF 整体变幅较小, 在中高频入射时, 复合式衬砌的 DSCF 和 PPCF 呈波动式下降, 说明 R 波对浅埋隧道动力响应的影响更为显著。

## 3 结 论

基于 Biot 波动理论, 采用 Fourier-Bessel 级数展开法, 推导了饱和土中浅埋隧道复合式衬砌对入射平面 Rayleigh 波的散射解析解, 通过参数化分析, 研究了不同入射频率作用下, 内衬和外衬的刚度比、厚度比等因素对复合式衬砌动力响应的影响规律, 通过数值计算和分析得到 5 点结论。

(1) 入射频率对复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数影响显著; 随着入射频率的增大, 动应力集中系数和孔压集中系数空间分布形态由简单逐渐变复杂, 且幅值呈逐渐降低的趋势。

(2) 中、低频入射条件下衬砌拱顶、边墙动应力较大, 高频入射条件下拱脚和拱肩动应力较大; 通过与实际震害现象对比, 推断汶川地震中龙溪隧道浅埋段拱顶开裂掉块是由低频 Rayleigh 波所致。

(3) 增大内衬和外衬的刚度比可以显著降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数, 但会显著放大内衬的动应力集中系数, 而且超过一定幅值后, 对外衬的减震效果有限, 建议内衬和外衬刚度比  $E_L/E_p$  取值

范围为 2~4。

(4) 增大内衬和外衬的厚度比不仅可以有效降低外衬的动应力集中系数和孔压集中系数, 也可以在一定程度上降低内衬自身的动应力集中系数, 但超过一定幅值后, 对外衬的减震效果影响有限, 建议内衬和外衬厚度比  $\delta_L / \delta_P$  取值范围为 1~2。

(5) 随隧道埋深的增大, 内衬的动应力集中系数逐渐降低; 在中低频入射时, 复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数整体变幅较小, 在中高频入射时, 复合式衬砌的动应力集中系数和孔压集中系数呈波动式下降, 说明 R 波对浅埋隧道动力响应的影响更为显著。

本文研究结论不仅可以为高烈度地震区饱和地层中交通隧道的抗减震设计提供参考, 也可为水下输电、输水、输油管道等抗减震设计提供借鉴。

## 参考文献:

- [1] 徐长节, 丁海滨, 童立红, 等. 基于非局部 Biot 理论下饱和土中深埋圆柱形衬砌对平面弹性波的散射[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(9): 1563~1570. (XU Chang-jie, DING Hai-bin, TONG Li-hong, et al. Scattering waves generated by cylindrical lining in saturated soil based on nonlocal Biot theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(9): 1563~1570. (in Chinese))
- [2] 朱赛男, 李伟华, Vincent W Lee, 等. 平面 P 波入射下海底衬砌隧道地震响应解析分析[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(8): 1418~1427. (ZHU Sai-nan, LI Wei-hua, VINCENT W L, et al. Seismic response of undersea lining tunnels under incident plane P waves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(8): 1418~1427. (in Chinese))
- [3] 刘中宪, 琚 鑫, 梁建文. 饱和半空间中隧道衬砌对平面 SV 波的散射 IBIEM 求解[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(9): 1599~1612. (LIU Zhong-xian, JU Xing, LIANG Jian-wen. IBIEM solution to scattering of plane SV waves by tunnel lining in saturated poroelastic half-space[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(9): 1599~1612. (in Chinese))
- [4] 刘中宪, 梁建文, 张 贺. 弹性半空间中衬砌隧道对瑞利波的散射 [J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(8): 1627~1637. (LIU Zhong-xian, LIANG Jian-wen, ZHANG He. Scattering of rayleigh wave by a lined tunnel in elastic half-space[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(8): 1627~1637. (in Chinese))
- [5] 李 彬. 地铁地下结构抗震理论分析与应用研究[D]. 北京: 清华大学, 2005. (LI Bin. Theoretical Analysis of Seismic Response of Underground Subway Structures and its Application[D]. Beijing: Tsinghua University, 2005. (in Chinese))
- [6] WU D, GAO B, SHEN Y S, et al. Damage evolution of tunnel portal during the longitudinal propagation of Rayleigh waves[J]. Natural Hazards, 2015, **75**(3): 2519~2543.
- [7] GREGORY R D. The propagation of waves in an elastic half-space containing a cylindrical cavity[J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1970, **67**(3): 689~710.
- [8] HÖLLINGER F, ZIEGLER F. Scattering of pulsed rayleigh surface waves by a cylindrical cavity[J]. Wave Motion, 1979, **1**(3): 225~238.
- [9] LUO J E, DE BARROS F C P. Dynamic displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half-space[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1994, **23**(3): 321~340.
- [10] 梁建文, 纪晓东. 地下衬砌洞室对 Rayleigh 波的放大作用 [J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4): 24~31. (LIANG J, JI X. Amplification of Rayleigh waves due to underground lined cavities[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, **26**(4): 24~31. (in Chinese))
- [11] LIU Q J, ZHAO M J, WANG L H. Scattering of plane P, SV or Rayleigh waves by a shallow lined tunnel in an elastic half space[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, **49**: 52~63.
- [12] 张志军. 饱和半空间中 Rayleigh 波的传播[D]. 天津: 天津大学, 2007. (ZHANG Zhi-jun. The Propagation of Rayleigh Wave in a Half-space Saturated[D]. Tianjin: Tianjin University, 2007. (in Chinese))
- [13] LIN C. Wave Propagation in A Poroelastic Half-Space Saturated With Inviscid Fluid[D]. Southern California: University of Southern California, 2002.
- [14] DERESIEWICZ H. The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid: IV Surface waves in a half-space[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1962, **52**(3): 627~638.
- [15] 刘优平, 龚 敏, 徐 斌. 半空间饱和土中输水管道对瑞利波的散射[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2012, **44**(5): 71~77. (LIU You-ping, GONG M, XU Bin. Scattering of underground water-filled pipe in half saturated space impacted by rayleigh waves[J]. Journal of Sichuan University

- (Engineering Science Edition), 2012, **44**(5): 71 - 77. (in Chinese))
- [16] 徐颖, 梁建文, 刘中宪. Rayleigh 波在饱和半空间中圆形洞室周围的散射[J]. 岩土力学, 2017(8): 2411 - 2424. (XU Ying, LIANG Jian-wen, LIU Zhong-xian. Diffraction of Rayleigh waves around a circular cavity in poroelastic half-space[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017(8): 2411 - 2424. (in Chinese))
- [17] DING H B, TONG L H, XU C J, et al. Dynamic responses of shallow buried composite cylindrical lining embedded in saturated soil under incident P wave based on nonlocal-Biot theory[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, **121**: 40 - 56.
- [18] ZHANG C, LIU Q, DENG P. Surface Motion of a Half-Space with a semicylindrical canyon under P, SV, and rayleigh waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2017, **107**(2): 1 - 12.
- [19] LIANG J, BA Z, LEE V W. Diffraction of plane SV waves by a shallow circular-arc canyon in a saturated poroelastic half-space[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, **26**(6/7): 582 - 610.
- [20] 梁建文, 纪晓东. 地下衬砌洞室对 Rayleigh 波的放大作用[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4): 24 - 31. (LIANG Jian-wen, JI Xiao-dong. Amplification of Rayleigh waves due to underground lined cavities[J]. Earthquake Engineering and
- Engineering Vibration, 2006, **26**(4): 24 - 31. (in Chinese))
- [21] 李伟华. 含饱和土的复杂局部场地波动散射问题的解析解和显式有限元数值模拟[D]. 北京: 北京交通大学, 2004. (LI Wei-hua. Analytical Solution and Explicit Finite Element Numerical Simulation of Complex Local Field Wave Scattering Problem with Saturated Soil[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2004. (in Chinese))
- [22] MILTON A, IRENE A S. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables[M]. London: Dover Publications, 1965.
- [23] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: I low-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**(2): 168 - 178.
- [24] 邓永峰, 刘松玉, 章定文, 等. 几种孔隙比与渗透系数关系的对比[J]. 西北地震学报, 2011, **33**(增刊 1): 64 - 66. (DENG Yong-feng, LIU Song-yu, ZHANG Ding-yi, et al. Comparison among some relationships between permeability and void ratio[J]. Northwestern Seismological Journal, 2011, **33**(S1): 64 - 66. (in Chinese))
- [25] 吴冬. 山岭隧道洞口段地震损伤反应特性与损伤评价方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2016. (WU Dong. Study on Seismic Response Characteristic and Damage Evaluation Method of Tunnel Portal[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016. (in Chinese))