

DOI: 10.11779/CJGE20220295

# 改进 Knothe 地表动态沉降预测模型及其参数分析

张亮亮<sup>1</sup>, 程桦<sup>1,2</sup>, 姚直书<sup>1</sup>, 王晓健<sup>1</sup>

(1. 安徽理工大学土木建筑学院, 安徽 淮南 232001; 2. 安徽大学资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230022)

**摘要:** 针对传统 Knothe 时间模型描述地表动态沉降过程中的不足, 在 Knothe 时间模型基础上考虑了上覆地层非线性力学特征, 建立改进 Knothe 时间模型, 理论分析表明改进后时间模型符合地表单点沉降、沉降速度和沉降加速度变化规律; 结合现场实测数据和双介质法, 给出改进 Knothe 时间模型参数计算表达式。采用兴隆庄煤矿 4326 工作面、三道沟煤矿 35101 工作面和阳泉二矿 8403 综采工作面开采地表沉降监测数据, 对传统 Knothe 时间模型和改进 Knothe 时间模型精度进行对比分析。结果表明: 改进时间模型能够更真实地反映地表随开采时间的动态变化过程, 预测值和实测值的平均相对标准偏差仅为 3.22%, 远低于 Knothe 时间模型的 15.72%, 验证了改进时间模型的精确性和可靠性; 地表动态沉降过程受煤层回采速度  $v$ 、松散层厚度  $H_s$ 、基岩层厚度  $H_j$ 、松散层充分采动角  $\varphi_s$  和基岩充分采动角  $\varphi_j$  影响, 且影响敏感度依次为:  $H_j, v, H_s, \varphi_j, \varphi_s$ 。研究可为煤层开采地表动态沉陷预测提供一定的借鉴和参考。

**关键词:** 地表沉降; Knothe 时间模型; 动态预测; 沉降速度; 敏感性

中图分类号: TU325 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)05-1036-09

作者简介: 张亮亮(1992—), 男, 博士, 讲师, 主要从事煤层开采地表沉陷预测等方面的教学和科研。E-mail: zllau@163.com。

## Improved Knothe surface dynamic subsidence prediction model and its parameter analysis

ZHANG Liangliang<sup>1</sup>, CHENG Hua<sup>1,2</sup>, YAO Zhishu<sup>1</sup>, WANG Xiaojian<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. School of Resources and Environmental Engineering, Anhui University, Hefei 230022, China)

**Abstract:** In view of the shortcomings of the traditional Knothe time model in describing the process of surface dynamic subsidence, based on the Knothe time model, considering the nonlinear mechanical characteristics of the overlying strata, an improved Knothe time model is established. The theoretical analysis shows that the improved time model conforms to the variation laws of surface single point subsidence, subsidence velocity and subsidence acceleration. Based on the field measured data and the two-medium method, the expression for parameters of the improved Knothe time model is given. Based on the surface subsidence monitoring data of 4326 working face of Xinglongzhuang Coal Mine, 35101 working face of Sandaogou Coal Mine and 8403 fully mechanized working face of Yangquan No. 2 Coal Mine, the accuracies of the traditional Knothe time model and the improved Knothe time model are compared and analyzed. The results show that the improved time model can more truly reflect the dynamic change process of the surface with the mining time. The average relative standard deviation between the predicted and measured values is only 3.22%, which is far lower than 15.72% of the Knothe time model, which verifies the accuracy and reliability of the improved time model. The process of surface dynamic subsidence is affected by the mining speed  $v$  of coal seam, the thickness  $H_s$  of loose layer, the thickness  $H_j$  of bedrock layer and the full mining angle of loose layer  $\varphi_s$  and the full mining angle of bedrock  $\varphi_j$ , and the impact sensitivity is in the order of  $H_j, v, H_s, \varphi_j$  and  $\varphi_s$ . The results may provide some reference for the prediction of surface subsidence in coal seam mining.

**Key words:** surface subsidence; Knothe time model; dynamic prediction; subsidence velocity; susceptibility

## 0 引言

煤层开采引起的地表动态沉降过程是关于时间和空间的四维问题, 地表某点自工作面回采开始至结束往往要经历开始沉降、剧烈沉降直至沉降稳定的动态

过程, 该动态沉降过程与时间近似成“S”型变化规

基金项目: 安徽理工大学高层次引进人才科研启动基金项目(2022yjrc32); 国家自然科学基金项目(51874005)

收稿日期: 2022-03-18

律, 沉降速度与时间近似成正态分布规律<sup>[1-2]</sup>。为满足实践需求, 在进行开采设计和选择地面建(构)筑物、生态环境保护措施时, 不仅要考虑地表沉降稳定后的终止状态, 还需考虑地表移动变形随时间的动态发展过程。

国内外相关学者针对不同的动态沉陷预计模型进行了探索。Hejmanowski 等<sup>[3]</sup>基于空间统计分析理论提出了一种地表沉降预测模型; Jarosz 等<sup>[4]</sup>在 Knothe 时间模型的基础上提出了 Sroka—Schober 双参时间模型; 孙闯等<sup>[5]</sup>在 Knothe 时间模型基础上增加了表达松散地层下沉的时间影响参数, 构建了双因素时间模型; 王军保等<sup>[6]</sup>针对 Knothe 时间模型的不足, 借鉴岩石流变力学中非定常流变模型的建模思路, 对传统 Knothe 时间模型进行了改进; 唐君等<sup>[7]</sup>和刘玉成等<sup>[8]</sup>均在 Knothe 时间模型的基础上增加一个参数  $k$ , 建立改进 Knothe 时间模型; 张凯等<sup>[9]</sup>利用生长函数模型对正态分布时间函数进行优化, 提出了一种新型地表动态沉陷预测模型; 李德海<sup>[10]</sup>分析实际岩移观测资料及 Knothe 时间函数, 提出了考虑覆岩岩性的改进 Knothe 时间模型; 常占强等<sup>[11]</sup>和张兵等<sup>[12]</sup>将地表点下沉的全过程按形成机理不同分为两个阶段, 并建立了分段式 Knothe 时间模型; 朱广铁等<sup>[13]</sup>运用概率积分法对地下开采引起地表沉陷随时间和空间的变化规律进行研究, 提出动态地表移动变形的坐标—时间函数; Chen 等<sup>[14]</sup>根据非稳态蠕变曲线与地表某点沉降曲线近似为反对称关系, 在“河海模型”岩石蠕变模型的基础上, 从唯像学角度采用类比推理法建立了基于非稳态蠕变反函数的改进 Knothe 时间模型。

国内外专家针对地表动态沉降预测建立了一些理论模型, 但由于现有地表动态沉陷预测模型参数较多, 速度、加速度预测函数形式过于复杂, 以及求参方法不合理等缺陷, 使得模型预测值不仅与实测值相差较大, 而且不利于现场应用。因而需建立一种精度高、参数少的地表动态沉陷预测模型。本文根据地表沉陷的一般规律, 分析了传统 Knothe 时间模型存在的不足, 建立了一种能够准确描述地表沉降、沉降速度和沉降加速度的改进 Knothe 时间模型, 并给出简单可行的求参方法。最后根据现场监测数据对本文模型精度进行验证, 并对模型参数的敏感性进行了分析。

## 1 Knothe 时间模型

### 1.1 模型建立

Knothe 时间模型是描述煤层开采地表动态沉降过程较为经典的模型, 该模型由 Knothe 于 1852 年提出, 中国多采用该模型预测地表动态沉降过程, 其基

本理论认为地表某点瞬时沉降满足下面一阶线性非其次微分方程:

$$\frac{dW(t)}{dt} + cW(t) = cW_0 \quad . \quad (1)$$

式中:  $W(t)$  为瞬时地表沉降;  $c$  为与上覆岩层力学性质有关的时间影响系数;  $W_0$  为地表最终沉降量;  $t$  为时间。

求解式 (1) 微分方程并结合  $t = 0$ ,  $W(t) = 0$  边界条件, 得到地表某点下沉量与时间关系的函数关系:

$$W(t) = W_0 [1 - \exp(-ct)] \quad . \quad (2)$$

Knothe 时间模型因形式简单、待定参数较少而被广泛采用, 但随着研究和实践的深入, 该模型的不足之处日益凸显。

### 1.2 模型缺陷分析

式 (2) 分别对时间进行一阶导数和二阶导数得到地表沉降速度和加速度为

$$\left. \begin{aligned} V(t) &= cW_0 \exp(-ct), \\ a(t) &= -c^2 W_0 \exp(-ct). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由式 (3) 可知, 从地表开始沉降至最终稳定过程, 地表沉降速度始终大于 0, 而沉降加速度始终小于 0, 即地表沉降速度始终在减小, 且当  $t = 0$  时, 地表沉降速度为最大值  $cW_0$ 。大量理论研究和现场监测数据表明, 地表沉降过程一般可分为初始阶段、发展阶段和衰减阶段<sup>[15]</sup>, 地表沉降达到 10 mm, 沉降速度达到 50 mm/月或 1.7 mm/天为初始阶段; 沉降速度大于 50 mm/月或 1.7 mm/天为发展阶段; 沉降速度小于 50 mm/月或 1.7 mm/天为衰减阶段, 且当连续 6 个月的地表累计沉降小于 30 mm 时, 则表示地表移动结束。当工作面回采距离达到地表沉降启动距时, 地表开始产生下沉量, 此时地表点沉降速度为 0, 随后下沉量缓慢增长, 但下沉速度增长较快; 随着工作面的继续推进, 地表下沉量会大幅增长, 下沉速度会逐渐增长到最大值; 当煤层开采达到充分开采后, 地表沉降曲线形态基本保持不变, 下沉量会继续增加, 但增加的速度很缓慢并最终趋于 0。对比分析 Knothe 时间模型描述地表动态沉降过程与实际地表沉降量、沉降速度和沉降加速度规律均相差较大, 因而采用 Knothe 时间模型无法精确预测地表动态沉降过程。

将地表沉降加速度不断对时间进行求导可以得到:

$$\frac{v(t)}{a(t)} = \frac{a(x, y, t)}{a'(x, y, t)} = \frac{a'(x, y, t)}{a''(x, y, t)} = \dots = \frac{a^{(n-1)}(x, y, t)}{a^{(n)}(x, y, t)} = -\frac{1}{c} \quad . \quad (4)$$

式 (4) 表明 Knothe 时间模型描述的地表沉降速度与加速度的比值以及加速度的  $(n-1)$  阶导数与  $n$  阶导

数的比值均与时间无关, 始终为定值 $-\frac{1}{c}$ , 这与实际地表动态沉降的速度与加速度关系严重不符, 进一步说明 Knothe 时间函数模型不适用于描述整个地表沉降过程。

## 2 改进 Knothe 时间模型

### 2.1 理论依据

Knothe 时间模型预测地表沉降精度低的原因之一是由于在模型建立时, 没有考虑上覆地层非线性力学特性及煤层开采后岩层弯曲、破断、垮落、地表移动变形等随时间的非线性变化特征, 即表征该非线性特征的时间影响系数 $c$ 始终为定值, 该参数量值存在特殊性, 不具一般性。在岩石非线性蠕变模型建立过程中, 大多数研究假定蠕变模型参数与时间成幂函数关系, 从而建立非定常岩石蠕变模型, 相对于传统蠕变模型有了较大改善。鉴于此, 假定时间影响系数 $c$ 随时间呈幂函数关系,

$$c = c_f t^m \quad (5)$$

式中:  $c_f$ ,  $m$  为改进 Knothe 时间模型参数, 其数值可根据实测数据或最小二乘法拟合求解。

### 2.2 改进 Knothe 时间模型建立

参考 Knothe 时间模型理论, 假设地表某点瞬时沉降满足下面新的一阶线性非其次微分方程:

$$\frac{dW(t)}{dt} + c_f t^m W(t) = c_f t^m W_0 \quad (6)$$

解式(6)得到并结合初始条件 $t=0$ ,  $W(t)=0$ , 得到改进 Knothe 时间模型:

$$W(t) = W_0 f(t) = W_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{c_f}{1+m} t^{1+m}\right) \right] \quad (7)$$

式中:  $f(t) = 1 - \exp\left(-\frac{c_f}{1+m} t^{1+m}\right)$  为改进 Knothe 时间模型。

由式(7)可以看出, 改进 Knothe 时间模型与时间呈幂指函数关系。当 $0 \leq t < \infty$  时,  $f(t) \in (0, 1)$ ,  $W(t) \in (0, W_0)$ , 因此改进 Knothe 时间模型最大能够收敛到 1, 且地表沉降最终收敛于 $W_0$ 。

对式(7)求时间的一阶导数和二阶导数分别得到地表动态沉降速度和加速度为

$$\begin{aligned} V(t) &= W_0 c_f t^m \exp\left(-\frac{c_f}{1+m} t^{1+m}\right), \\ a(t) &= W_0 c_f (m t^{m-1} - c_f t^{2m}) \exp\left(-\frac{c_f}{1+m} t^{1+m}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

当 $m=0$ 时, 比较式(2), (3)与式(7), (8),

不难发现 Knothe 时间模型实质为改进 Knothe 时间模型的一种特例, 说明改进后时间模型相对于 Knothe 时间模型适用性更加广泛。

### 2.3 合理性论证

令 $a(t)=0$ , 解式(8)得

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= 0, \\ t_2 &= \left( \frac{m}{c_f} \right)^{\frac{1}{1+m}}, \\ t_3 &= \infty. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

根据式(7), (8)知, 在区间 $\left[0, \left(\frac{m}{c_f}\right)^{\frac{1}{1+m}}\right]$ 上, 地

表动态沉陷加速度 $a(t)$ 始终大于 0, 地表动态沉陷速度 $V(t)$ 逐渐增加, 地表动态沉陷 $W(t)$ 由 0 开始逐渐增加; 在区间 $\left[\left(\frac{m}{c_f}\right)^{\frac{1}{1+m}}, \infty\right]$ 上, 地表动态沉陷加速度

$a(t)$ 始终小于 0, 地表动态沉陷速度 $V(t)$ 逐渐下降并最终趋近于 0, 地表动态沉陷 $W(t)$ 增加逐渐缓慢并最终趋近于 $W_0$ 。不同时间段地表沉降、沉降速度和沉降加速度的变化情况见表 1。

表 1 改进模型沉降、沉降速度和沉降加速度变化

Table 1 Change of subsidence, subsidence velocity and subsidence acceleration of improved model

参数	时间				
	$t_1$	$(t_1, t_2)$	$t_2$	$(t_2, t_3)$	$t_3$
$W(t)$	0	增大	增大	增大	$W_0$
$V(t)$	0	加速	最大	减速	0
$a(t)$	0	$>0$	0	$<0$	0

根据式(7), (8), 得到改进 Knothe 时间模型表示的地表沉降、沉降速度和沉降加速度曲线见图 1。

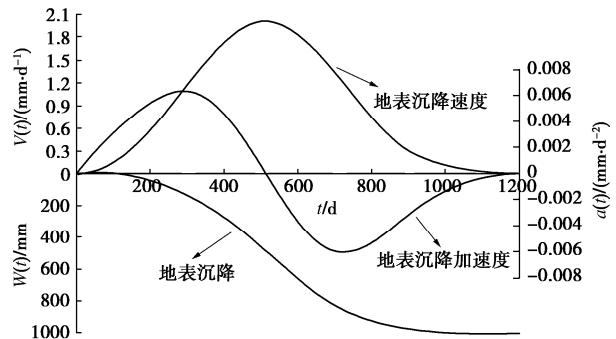


图 1 改进模型地表沉降、沉降速度及沉降加速度曲线

Fig. 1 Curves of surface subsidence, subsidence velocity and subsidence acceleration by improved model

研究表明煤层开采引起的地表沉降曲线近似为“S”型曲线, 沉降速度速度近似为正态分布曲线, 加速度近似为正弦式函数曲线, 图 1 所示的改进

表 2 3 个矿区工作面开采参数  
Table 2 Mining parameters of working faces in three mining areas

序号	工作面	平均采深/m	松散层厚度/m	基岩层厚度/m	最大沉降量/m	开采速度/(m·d <sup>-1</sup> )	煤层厚度/m
1	兴隆庄矿 4326	517	198	319	5.475	3.80	8.6
2	三道沟煤矿 35101	135	70	65	1.673	3.50	2.0
3	阳泉二矿 8403	300	10	290	3.231	3.20	6.5

Knothe 时间模型理论曲线与实际情况相符, 因此改进的 Knothe 时间模型可用于描述地表沉降的动态过程。

### 3 模型参数确定

#### 3.1 模型参数 $m$

大量实测资料表明, 地表点的下沉速度达到最大时, 地表点的下沉量约为该点最大下沉值的一半<sup>[16]</sup>, 根据式(7), 则有

$$\frac{W_0}{2} = W_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{m}{1+m}\right) \right] \quad (10)$$

解得模型参数  $m=2.26$ 。

#### 3.2 模型参数 $c_f$

根据概率积分理论, 在近水平煤层开采条件下, 当开采范围达到充分开采的临界值时, 地表最大下沉量近似等于  $0.98W_0$ <sup>[17]</sup>。假设开采速度为  $v$ , 采空区临界尺寸为  $L_f$ , 那么达到充分开采的临界时间可以表示为  $\frac{L_f}{v}$ , 结合式(7)得到时间影响参数  $c_f$  的计算公式为

$$0.98W_0 = W_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{c_f}{1+m} \left( \frac{L_f}{v} \right)^{1+m} \right) \right] \quad (11)$$

由于开采速度容易确定, 因此确定时间影响参数  $c_f$  的关键在于确定达到充分开采时采空区的临界尺寸。双介质法综合考虑了煤层开采对基岩层变形和松散层变形的影响, 获得的采空区临界尺寸与实际接近, 计算模型见图 2, 根据几何关系确定  $L_f$  为

$$L_f = \frac{2H_s}{\tan \varphi_s} + \frac{2H_j}{\tan \varphi_j} \quad (12)$$

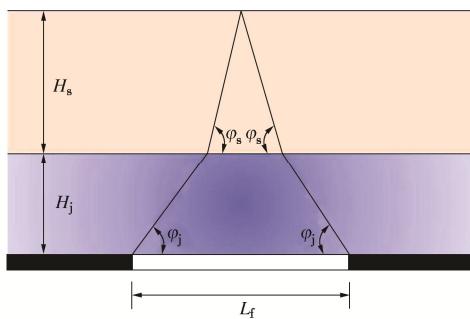


图 2 充分开采临界尺寸计算模型

Fig. 2 Model for critical size of full mining

将式(12)代入式(11)得到  $c_f$  的计算公式为

$$c_f = \frac{-(1+m)v^{1+m} \ln 0.02}{\left( \frac{2H_s}{\tan \varphi_s} + \frac{2H_j}{\tan \varphi_j} \right)^{1+m}} \quad (13)$$

式中:  $H_s$ ,  $H_j$  分别为松散层厚度和基岩层厚度;  $\varphi_s$ ,  $\varphi_j$  分别为松散层充分采动角和基岩充分采动角。

监测表明, 并不是所有煤矿地表沉降速度达到最大值时, 对应点的沉降量刚好为最终沉降量的一半, 该沉降量可能比最终沉降量的一半偏大或偏小, 因此模型参数  $m$  的数值存在误差; 根据式(13)确定  $c_f$  时, 因为该式中包含参数  $m$ , 而  $m$  本身存在一定误差, 因此由式(13)确定的  $c_f$  参数也会存在一定误差。误差的大小与地表点的沉降速度达到最大时, 地表点的沉降量与该点最大沉降量一半的差值密切相关, 差值越大, 参数  $m$  和  $c_f$  的误差越大, 反之越小。当缺乏大量现场地表沉降监测数据时, 上述参数确定方法可作为参考。当有大量现场监测数据时, 可采用 Origin 或 Matlab 等软件确定参数  $m$  和  $c_f$ 。

### 4 模型验证

为验证本文所建立的改进 Knothe 时间模型的精确性及相对于传统 Knothe 时间模型的优越性, 引用兴隆庄煤矿 4326 工作面<sup>[18]</sup>、三道沟煤矿 35101 工作面<sup>[19]</sup>和阳泉二矿 8403 综采工作面<sup>[20]</sup>地表沉降监测数据, 采用 Origin 数值软件对上述两种模型进行拟合, 将拟合结果与实测沉降数据进行对比, 结果见图 3~5。所引 3 个矿开采工作面具体参数见表 2。

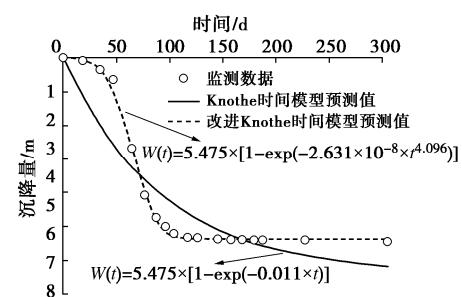


图 3 拟合结果与兴隆庄煤矿实测结果对比

Fig. 3 Comparison between fitting results and measured results of Xinglongzhuang Coal Mine

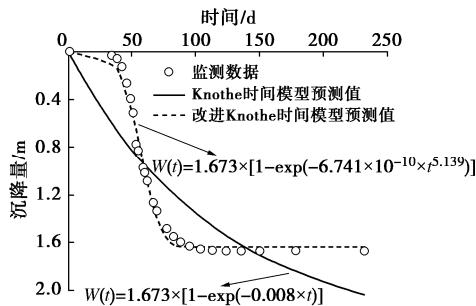


图 4 拟合结果与三道沟煤矿实测结果对比

Fig. 4 Comparison between fitting results and measured results of Sandaogou Coal Mine

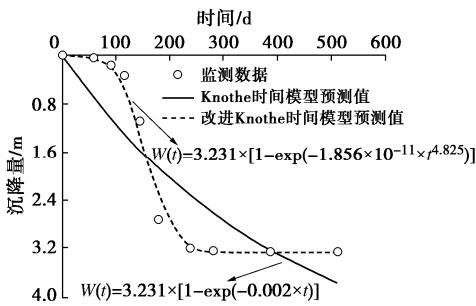


图 5 拟合结果与阳泉二矿实测结果对比

Fig. 5 Comparison between fitting results and measured results of Yangquan No. 2 Coal Mine

由图 3~5 对比结果可知, 改进 Knothe 时间模型能较好地描述兴隆庄煤矿、三道沟煤矿和阳泉二矿地表单点动态沉降过程, 模型曲线与现场监测数据吻合程度高, 拟合精度均在 0.99 以上, 可用于预测地表动态沉降过程; 而 Knothe 时间模型所描述地表沉降过程呈负指数曲线形状, 与实际情况不符, 拟合精度均低于 0.67。因此, 改进 Knothe 时间模型精度远高于传统 Knothe 时间模型, 说明改进后模型在地表沉降预测中更具优越性。

标准差及相对标准偏差可作为衡量监测值与理论值之间偏差的一种标准。为进一步验证改进 Knothe 时间函数模型预测结果的精度, 在不考虑监测误差的情况下, 分别对兴隆庄煤矿、三道沟煤矿和阳泉二矿 3 个煤矿地表沉降的监测值和预测值之间的误差进行分析, 结果见表 3。由表可知, 改进 Knothe 时间模型的最大相对标准偏差仅为 3.88%, 平均相对标准偏差仅为 3.22%, 而 Knothe 时间模型的最大相对标准偏差高达 19.32%, 平均相对标准偏差为 15.72%, 都远高于改进 Knothe 时间函数模型。误差分析进一步证实了本文所建立的改进 Knothe 时间模型的精确性和可靠性。

表 3 预测结果精度分析

Table 3 Accuracy analysis of predicted results

煤矿名称	改进 Knothe 时间模型		Knothe 时间模型	
	标准差/m	相对标准偏差/%	标准差/m	相对标准偏差/%
兴隆庄煤矿	0.105	1.92	0.836	15.26
三道沟煤矿	0.065	3.88	0.323	19.32
阳泉二矿	0.126	3.86	0.708	12.57
平均值	0.098	3.22	0.622	15.72

## 5 模型参数分析

将  $m$  和式(13)代入式(7), 得到能够考虑煤层回采速度、松散层厚度、基岩层厚度、松散层充分采动角和基岩充分采动角等影响因素的地表动态沉降预测模型, 其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} W(t) &= W_0 \left[ 1 - \exp \left( \frac{v^{3.26} \ln 0.02}{\left( \frac{2H_s}{\tan \varphi_s} + \frac{2H_j}{\tan \varphi_j} \right)^{3.26}} t^{3.26} \right) \right], \\ V(t) &= W_0 \frac{-3.26 v^{3.26} \ln 0.02}{\left( \frac{2H_s}{\tan \varphi_s} + \frac{2H_j}{\tan \varphi_j} \right)^{3.26}} t^{2.26} \exp \left( \frac{v^{3.26} \ln 0.02}{\left( \frac{2H_s}{\tan \varphi_s} + \frac{2H_j}{\tan \varphi_j} \right)^{3.26}} t^{3.26} \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

### 5.1 回采速度 $v$ 对地表沉降的影响

结合现场采煤施工经验及常规地层参数, 假定松散层厚度 400 m, 基岩厚度 200 m, 松散层充分采动角 84°, 基岩充分采动角 57°, 计算回采速度分别为 2, 3, 4, 5, 6 m/d 时对地表单点沉降和沉降速度曲线的影响, 结果见图 6, 7。

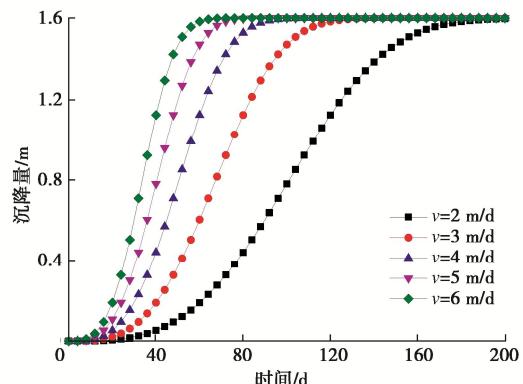


图 6 回采速度对地表沉降的影响

Fig. 6 Influences of mining speed on surface subsidence

如图 6, 7 所示, 煤层回采速度  $v$  对地表沉降及沉降速度影响程度明显。 $v$  越大, 达到地表沉降最大值及最大沉降速度的时间越短, 且最大沉降速度越大。当  $v$  由 2 m/d 增加至 6 m/d 时, 地表达到最大沉降值

的时间由 188 d 减小至 64 d, 达到最大沉降速度所需的时间由 100 d 减小至 32 d, 对应的最大沉降速度由 0.018 m/d 增加至 0.053 m/d。上述分析说明回采速度  $v$  对地表移动剧烈程度影响较大, 回采速度越快, 地表沉降越剧烈。

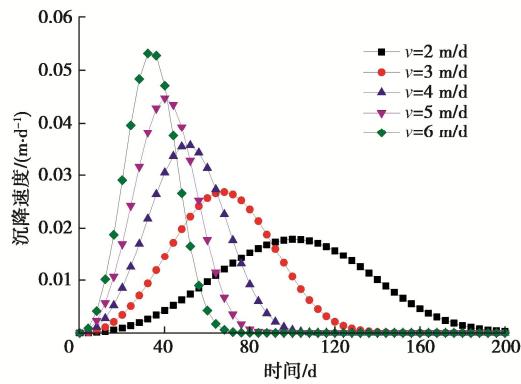


图 7 回采速度对地表沉降速度的影响

Fig. 7 Influences of mining speed on velocity of surface subsidence

## 5.2 松散层与基岩层厚度比对地表移动变形的影响

### (1) 厚松散层薄基岩地表动态沉降

假定基岩层厚度 200 m, 回采速度为 2 m/d, 松散层充分采动角 84°, 基岩充分采动角 57°, 分析松散层厚度分别为 200, 300, 400, 500, 600 m, 即松散层与基岩层厚度比分别为 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 时对地表沉降及沉降速度的影响, 结果见图 8, 9。

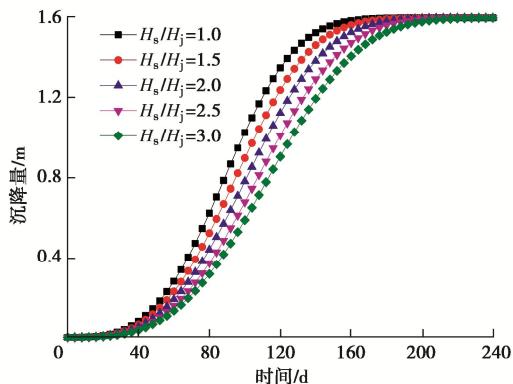


图 8 松散层厚度对地表沉降的影响

Fig. 8 Influences of thickness of loose layer on surface subsidence

由图 8, 9 可知, 针对厚松散层薄基岩地层地表单点沉降及沉降速度变化过程, 松散层厚度对其影响较小。当松散层厚度由 200 m 增加至 600 m, 即松散层与基岩层厚度比由 1.0 增加至 3.0 时, 地表达到最大沉降值所需时间由 164 d 增加至 212 d, 达到最大沉降速度所需时间由 88 d 增加至 112 d, 对应的最大沉降速度仅由 0.02 m/d 减小至 0.016 m/d。因此, 松散层厚度对地表沉降剧烈程度影响较小, 引起的地表沉降过

程及沉降速度变化幅度不明显。

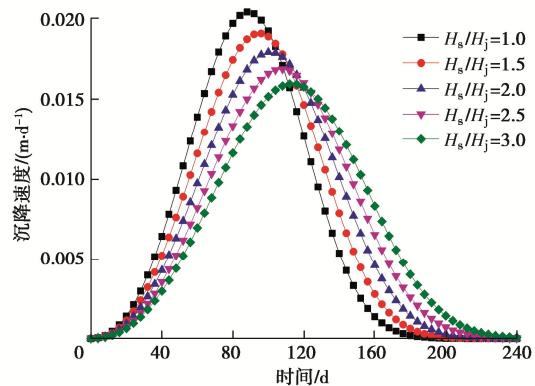


图 9 松散层厚度对地表沉降速度的影响

Fig. 9 Influences of thickness of loose layer on velocity of surface subsidence

### (2) 薄松散层厚基岩地表动态沉降

假定松散层厚度 200 m, 回采速度为 2 m/d, 松散层充分采动角 84°, 基岩充分采动角 57°, 分析基岩层厚度分别为 200, 300, 400, 500, 600 m, 即松散层与基岩层厚度比分别为 1.00, 0.67, 0.50, 0.40, 0.33 时对地表沉降及沉降速度的影响, 结果见图 10, 11。

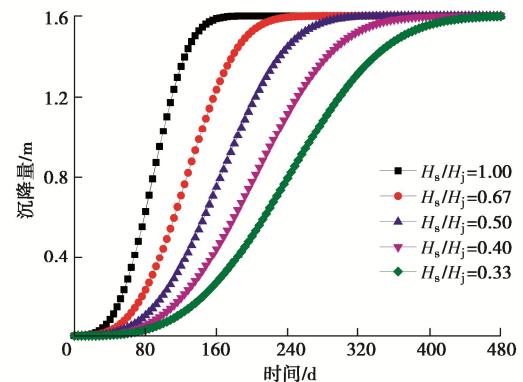


图 10 基岩层厚度对地表沉降的影响

Fig. 10 Influences of thickness of bedrock layer on surface subsidence

由图 10, 11 可知, 针对薄松散层厚基岩地层地表单点沉降及沉降速度变化过程, 基岩层厚度相对于松散层厚度对其影响明显变大。当基岩层厚度由 200 m 增加至 600 m, 即松散层与基岩层厚度比由 1.00 减小至 0.33 时, 地表达到最大沉降值所需时间由 164 d 增加至 448 d, 达到最大沉降速度所需时间由 88 d 增加至 244 d, 对应的最大沉降速度由 0.02 m/d 减小至 0.007 m/d。因此, 基岩层厚度对地表沉降剧烈程度影响较大, 引起的地表沉降过程及沉降速度变化随基岩层厚度发生明显变化。结合厚松散层薄基岩地表沉降规律, 表明地表沉降动态过程主要受基岩层厚度影响,

松散层厚度是次要影响因素。

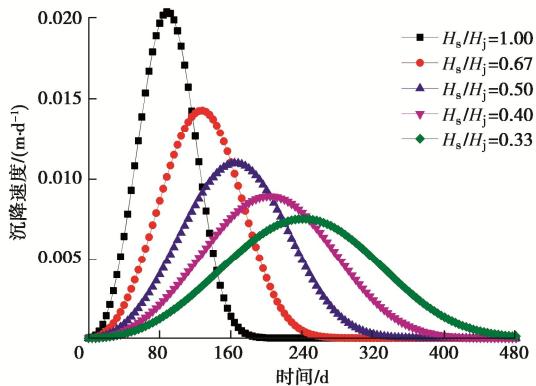


图 11 基岩层厚度对地表沉降速度的影响

Fig. 11 Influences of thickness of bedrock layer on velocity of surface subsidence

### 5.3 充分采动角对地表移动变形的影响

#### (1) 松散层充分采动角对地表移动变形的影响

假定松散层厚度 400 m, 基岩层厚度 200 m, 回采速度为 2 m/d, 基岩充分采动角 57°, 分析松散层充分采动角分别为 82°, 83°, 84°, 85°, 86° 时对地表沉降及沉降速度的影响, 结果见图 12, 13。

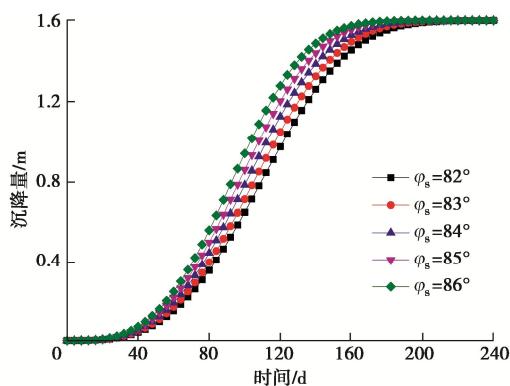


图 12 松散层充分采动角对地表沉降的影响

Fig. 12 Influences of full mining angle of loose layer on surface subsidence

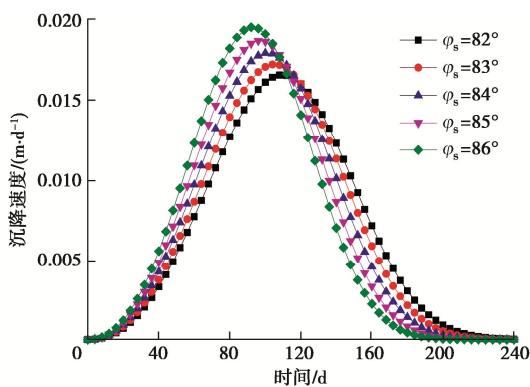


图 13 松散层充分采动角对地表沉降速度的影响

Fig. 13 Influences of full mining angle of loose layer on velocity of surface subsidence

由图 12, 13 可知, 松散层充分采动角对地表单点

沉降及沉降速度变化影响很小。当松散层充分采动角由 82° 增加至 86° 时, 地表达到最大沉降值所需时间由 204 d 减小至 172 d, 达到最大沉降速度所需时间由 108 d 减小至 92 d, 对应的最大沉降速度仅由 0.017 m/d 增加至 0.019 m/d, 基本未发生变化。因此, 松散层充分采动角对地表沉降剧烈程度影响基本可忽略, 引起的地表沉降过程及沉降速度变化随该影响因素不发生明显变化。这是由于常规水文与工程地质条件下, 当煤层达到充分开采时, 松散层充分采动角变化范围不大, 致使引起地表动态过程变化不明显。

#### (2) 基岩充分采动角对地表移动变形的影响

假定松散层厚度 400 m, 基岩层厚度 200 m, 回采速度为 2 m/d, 松散层充分采动角 84°, 分析基岩充分采动角分别为 53°, 55°, 57°, 59°, 61° 时对地表沉降及沉降速度的影响, 结果见图 14, 15。

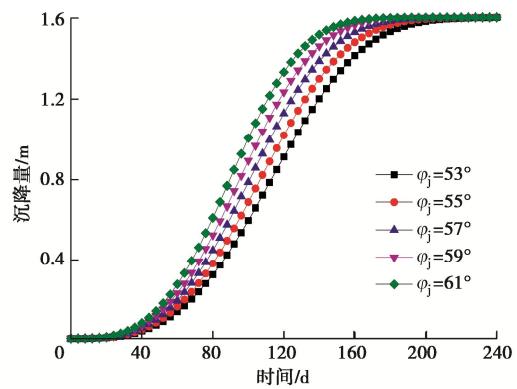


图 14 基岩充分采动角对地表沉降的影响

Fig. 14 Influences of full mining angle of bedrock layer on surface subsidence

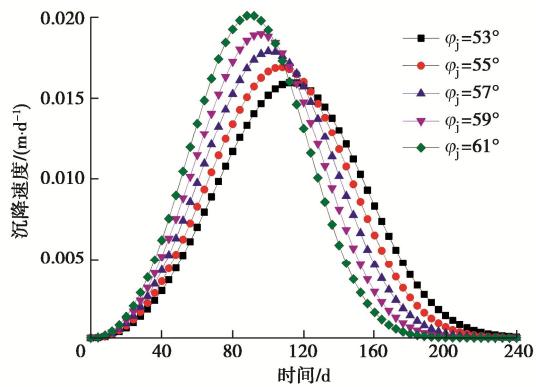


图 15 基岩充分采动角对地表沉降速度的影响

Fig. 15 Influences of full mining angle of bedrock layer on velocity of surface subsidence

由图 14, 15 可知, 基岩充分采动角与松散层充分采动角类似, 对地表单点沉降及沉降速度变化影响也很小。当基岩充分采动角由 53° 增加至 61° 时, 地表达到最大沉降值所需时间由 212 d 减小至 164 d, 达到

表 4 主要因素对地表动态沉降影响的敏感性

Table 4 Sensitivity of main factors to influence of surface dynamic subsidence

影响因素	变化范围	与达到最大沉降的时间关系	影响幅度/%	与达到最大沉降速度的时间关系	影响幅度/%	与最大沉降速度关系	影响幅度/%
$v$	2~6 m/d	负相关	65.96	负相关	68.00	正相关	194.44
$H_s$	200~600 m	正相关	29.27	正相关	27.27	负相关	20.00
$H_j$	200~600 m	正相关	173.17	正相关	177.27	负相关	65.00
$\varphi_s$	82~86°	负相关	15.69	负相关	14.81	正相关	15.15
$\varphi_j$	53~61°	负相关	22.64	负相关	21.43	负相关	25.00

最大沉降速度所需时间由 112 d 减小至 88 d, 对应的最大沉降速度仅由 0.016 m/d 增加至 0.02 m/d, 基本未发生变化。因此, 基岩充分采动角对地表沉降剧烈程度影响基本可忽略, 引起的地表沉降过程及沉降速度变化随该影响因素不发生明显变化, 其原理与松散层充分采动角一致。

#### 5.4 参数敏感性分析

根据 5.1 节~5.3 节计算分析结果, 得到上述因素对地表动态沉降影响的敏感性(表 4)。

由表 4 可知, 基岩层厚度对地表动态沉降过程影响最为明显, 其次为煤层回采速度; 松散层厚度、松散层充分采动角和基岩充分采动角对地表动态沉降过程影响程度相差不是十分显著。根据各影响参数引起的地表达到最大沉降值时间、达到最大沉降速度时间以及最大速度变化幅度, 得到 5 种影响因素对地表动态沉降及沉降速度的敏感性大小依次为基岩层厚度  $H_j$ >回采速度  $v$ >松散层厚度  $H_s$ >基岩充分采动角  $\varphi_j$ >松散层充分采动角  $\varphi_s$ 。

## 6 结 论

(1) 在传统 Knothe 时间模型基础上, 考虑了上覆地层非线性力学特性及煤层开采后岩层弯曲、破断、垮落、地表移动变形等随时间的非线性变化特征, 建立了改进 Knothe 时间模型, 该模型能较好地描述地表单点沉降、沉降速度和沉降加速度随开采时间的动态变化过程, 适用性相对于传统 Knothe 时间模型更加广泛。

(2) 采用兴隆庄煤矿 4326 工作面、三道沟煤矿 35101 工作面和阳泉二矿 8403 综采工作面地表沉降监测数据对传统 Knothe 时间模型和改进 Knothe 时间模型精度进行验证, 结果表明改进时间模型地表沉陷值与实测值吻合程度明显高于传统 Knothe 时间模型, 预测值和实测值的平均相对标准偏差仅为 3.22%, 远低于 Knothe 时间函数模型的 15.72%, 验证了改进时间模型的精确性和可靠性。

(3) 基岩层厚度和回采速度对地表动态沉降过程影响比较明显, 松散层厚度、松散层充分采动角和基岩充分采动角对地表动态沉降过程影响程度相差不是

十分显著, 5 种影响因素对地表动态沉降及沉降速度的敏感性大小依次为基岩层厚度  $H_j$ >回采速度  $v$ >松散层厚度  $H_s$ >基岩充分采动角  $\varphi_j$ >松散层充分采动角  $\varphi_s$ 。

#### 参 考 文 献:

- [1] HU Q F, CUI X M, WANG G, et al. Key technology of predicting dynamic surface subsidence based on knothe time function[J]. Journal of Software, 2011, 6(7): 1273~1280.
- [2] 高超, 徐乃忠, 孙万明, 等. 基于 Bertalanffy 时间函数的地表动态沉陷预测模型[J]. 煤炭学报, 2020, 45(8): 2740~2748. (GAO Chao, XU Naizhong, SUN Wanming, et al. Dynamic surface subsidence prediction model based on Bertalanffy time function[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(8): 2740~2748. (in Chinese))
- [3] HEJMANOWSKI R, MALINOWSKA A. Evaluation of reliability of subsidence prediction based on spatial statistical analysis[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2009, 46(2): 432~438.
- [4] JAROSZ A, KARMIS M, SROKA A. Subsidence development with time—experiences from longwall operations in the Appalachian Coalfield[J]. International Journal of Mining and Geological Engineering, 1990, 8(3): 261~273.
- [5] 孙闯, 徐乃忠, 刘义新, 等. 基于双因素时间函数的松散地层条件下地表点动态沉降预计[J]. 岩土力学, 2017, 38(3): 821~826, 865. (SUN Chuang, XU Naizhong, LIU Yixin, et al. Prediction of dynamic subsidence of ground point under loose stratum based on two-factor time function[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(3): 821~826, 865. (in Chinese))
- [6] 王军保, 刘新荣, 刘小军. 开采沉陷动态预测模型[J]. 煤炭学报, 2015, 40(3): 516~521. (WANG Junbao, LIU Xinrong, LIU Xiaojun. Dynamic prediction model for mining subsidence[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(3): 516~521. (in Chinese))
- [7] 唐君, 王金安, 王磊. 薄冲积层下开采地表动态移动规律与特征[J]. 岩土力学, 2014, 35(10): 2958~2968. (TANG Jun, WANG Jinan, WANG Lei. Dynamic laws and

- characteristics of surface movement induced by mining under thin alluvium[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(10): 2958-2968. (in Chinese))
- [8] 刘玉成, 庄艳华. 地下采矿引起的地表下沉的动态过程模型[J]. 岩土力学, 2009, **30**(11): 3406-3410, 3416. (LIU Yucheng, ZHUANG Yanhua. Model for dynamic process of ground surface subsidence due to underground mining[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(11): 3406-3410, 3416. (in Chinese))
- [9] 张 凯, 胡海峰, 廉旭刚, 等. 地表动态沉陷预测正态时间函数模型优化研究[J]. 煤炭科学技术, 2019, **47**(9): 235-240. (ZHANG Kai, HU Haifeng, LIAN Xugang, et al. Optimization of surface dynamic subsidence prediction normal time function model[J]. Coal Science and Technology, 2019, **47**(9): 235-240. (in Chinese))
- [10] 李德海. 覆岩岩性对地表移动过程时间影响参数的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(22): 3780-3784. (LI Dehai. Influence of cover rock characteristics on time influencing parameters in process of surface movement[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(22): 3780-3784. (in Chinese))
- [11] 常占强, 王金庄. 关于地表点下沉时间函数的研究: 改进的克诺特时间函数[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(9): 1496-1499. (CHANG Zhanqiang, WANG Jinzhuang. Study on time function of surface subsidence—the improved knothe time function[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(9): 1496-1499. (in Chinese))
- [12] 张 兵, 崔希民, 赵玉玲, 等. 优化分段 Knothe 时间函数求参方法 [J]. 煤炭学报, 2018, **43**(12): 3379-3386. (ZHANG Bing, CUI Ximin, ZHAO Yuling, et al. Parameter calculation method for optimized segmented Knothe time function[J]. Journal of China Coal Society, 2018, **43**(12): 3379-3386. (in Chinese))
- [13] 朱广轶, 沈红霞, 王立国. 地表动态移动变形预测函数研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(9): 1889-1895. (ZHU Guangyi, SHEN Hongxia, WANG Liguo. Study of dynamic prediction function of surface movement and deformation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(9): 1889-1895. (in Chinese))
- [14] CHENG H, ZHANG L L, GUO L H, et al. A new dynamic prediction model for underground mining subsidence based on inverse function of unstable creep[J]. Advances in Civil Engineering, 2021, **2021**: 1-9.
- [15] ZHU X J, GUO G L, ZHA J F, et al. Surface dynamic subsidence prediction model of solid backfill mining[J]. Environmental Earth Sciences, 2016, **75**(12): 1007.
- [16] ZHANG L L, CHENG H, YAO Z S, et al. Application of the improved knothe time function model in the prediction of ground mining subsidence: a case study from Heze city, Shandong Province, China[J]. Applied Sciences, 2020, **10**(9): 3147.
- [17] 崔希民, 缪协兴, 赵英利, 等. 论地表移动过程的时间函数[J]. 煤炭学报, 1999, **24**(5): 453-456. (CUI Ximin, MIAO Xiexing, ZHAO Yingli, et al. Discussion on the time function of time dependent surface movement[J]. Journal of China Coal Society, 1999, **24**(5): 453-456. (in Chinese))
- [18] 王正帅, 邓喀中. 采动区地表动态沉降预测的 Richards 模型 [J]. 岩土力学, 2011, **32**(6): 1664-1668. (WANG Zhengshuai, DENG Kazhong. Richards model of surface dynamic subsidence prediction in mining area[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(6): 1664-1668. (in Chinese))
- [19] 张 兵, 崔希民, 胡青峰. 开采沉陷动态预计的正态分布时间函数模型研究[J]. 煤炭科学技术, 2016, **44**(4): 140-145, 174. (ZHANG Bing, CUI Ximin, HU Qingfeng. Study on normal distributed time function model to dynamically predict mining subsidence[J]. Coal Science and Technology, 2016, **44**(4): 140-145, 174. (in Chinese))
- [20] 席国军, 洪 兴, 邵红旗. 改进 Logistic 函数模型在地表下沉预计中的应用 [J]. 煤炭科学技术, 2013, **41**(8): 114-117, 128. (XI Guojun, HONG Xing, SHAO Hongqi. Application of improved logistic function model to prediction of surface subsidence[J]. Coal Science and Technology, 2013, **41**(8): 114-117, 128. (in Chinese))