

DOI: 10.11779/CJGE202202007

基于分形级配方程的堆石料颗粒破碎 SBG 模型

丁林楠^{1, 2}, 李国英^{*1, 2}

(1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024; 2. 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室, 江苏 南京 210024)

摘要: 准确预测堆石料在受剪过程中颗粒的破碎率以及相应的级配变化, 是揭示堆石料在复杂应力状态下强度、渗透、变形等特性的基础。基于分形级配方程, 建立了一个实现“应力应变—破碎指标—级配分布 (SBG)”转换的模型。引入 Einav 破碎指标 B_E 作为衡量颗粒破碎率的指标, 对分形级配方程进行变形和积分, 推导了颗粒破碎率 B_E 和分形维数 D 的数学转换, 即“破碎指标—级配分布”的转换。对已有的三轴剪切试验数据进行分析, 提出一个可以定量表示颗粒破碎率随剪应变和平均正应力变化的数学模型, 模型共有 3 个参数 a , b , c , 参数 b 与土体的临界状态有关, 根据临界剪应变可以直接确定。对两组不同的试验数据进行拟合, 发现模型预测值与试验值具有较高的吻合度, 实现“应力应变—破碎指标”的转换。将以上两种转变联立, 成功预测了不同剪应变及平均正应力下堆石料的级配变化。

关键词: 堆石料; 颗粒破碎; 破碎指标; 级配方程

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)02-0264-07

作者简介: 丁林楠(1994—), 男, 博士研究生, 主要从事粗粒土力学特性方面的研究工作。E-mail: LinnanDing@163.com。

SBG model for particle breakage of rockfills based on fractal gradation equation

DING Lin-nan^{1, 2}, LI Guo-ying^{1, 2}

(1. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. Key Laboratory of Failure Mechanism and Safety Control Techniques of Earth-Rock Dam of the Ministry of Water Resources, Nanjing 210029, China)

Abstract: Accurately predicting the particle breakage rate and the corresponding gradation changes of rockfills in shearing process is beneficial to revealing their characteristics such as strength, penetration and deformation under complex stress conditions. Based on the fractal gradation equation, a model for realizing the conversion of "stress strain-breakage index-gradation distribution (SBG)" is established. The breakage index B_E is used to measure the particle breakage rate. The fractal gradation equation is deformed and integrated, and the mathematical conversion of particle breakage rate B_E and fractal dimension D is derived, that is, the conversion of "breakage index-gradation distribution". The existing triaxial shear test data are analyzed, and a mathematical model that can quantitatively express the change of particle breakage rate with shear strain and average normal stress is proposed. The model has three parameters a , b and c . The parameter b is related to the critical state of soils and can be directly determined according to the critical shear strain. Two sets of different test data are fitted, and it is found that the predicted values by the model has a high degree of agreement with the test ones, and the conversion of "stress strain-breakage index" is realized. Combining the above two conversions, the gradation changes of rockfills under different shear strains and average normal stresses are successfully predicted.

Key words: rockfill; particle breakage; breakage index; gradation equation

0 引言

堆石料是土石坝的主要筑坝材料, 一般占坝体工程 70%~90%^[1]。堆石料的力学性质将直接影响坝体的安全运行, 随着筑坝技术的提高以及调节性大水库建设的需求, 中国已建和在建的高坝数量日益增多, 例如双江口、两河口、如美、古水等水利工程, 最大坝高可达 300 m。坝高的提升首先引起堆石料所受应力的增大, 导致长期变形中颗粒破碎现象明显并影响堆石料的强度、渗透、变形等性质^[2-5]。

针对堆石料的颗粒破碎现象, 国内外学者进行了大量研究^[6-8]。颗粒破碎指标的选择是研究堆石料颗粒破碎规律的基础, Marsal^[6]将各个粒组试验前后的质量百分数的差值, 取绝对值求和定义了破碎指标 B_g 。Hardin^[7]根据初始级配与理想状态下颗粒完全破碎时级配所围成的面积作为破碎潜能, 定义了破碎指标 B_r 。Einav^[8]认为颗粒破碎存在极限级配, 将极限级配与初

收稿日期: 2021-04-05

*通信作者 (E-mail: gyli@nhri.cn)

始级配所围成的面积作为破碎潜能, 定义了破碎指标 B_E 。郭万里^[9]考虑到颗粒破碎的极限级配不易获取, 将初始级配的级配面积作为破碎潜能, 定义了破碎指标 B_w 。

对于堆石料在三轴剪切过程中颗粒破碎演化规律的研究, 现存的研究方法主要有两种: ①构建考虑颗粒破碎的本构模型。此类模型大部分是用孔隙比 e 的变化来反映颗粒破碎情况^[10-11], 并构建包含孔隙比 e 的状态参数, 将新的状态参数与弹塑性模型中的参数进行关联。此类模型虽然在建模过程中考虑了颗粒破碎的影响, 但是对于破碎演化仅仅体现在孔隙比 e 的变化, 不能实现堆石料级配的演化。②建立反映颗粒破碎率随应力和应变变化的数学模型。基于不同的颗粒破碎指标, 众多学者研究了颗粒破碎率在不同力学状态下的变化规律^[12-14]。蔡正银等^[15]研究了不同级配、不同密度、不同围压条件下堆石料的颗粒破碎现象, 发现破碎颗粒主要集中粒径在 20 mm 以上的颗粒。刘汉龙等^[16]发现颗粒破碎率随围压的增大而增大, 二者近似满足双曲线关系。高玉峰等^[17]对不同岩性的堆石料展开大型三轴剪切试验, 发现颗粒破碎率与围压呈线性增长关系。Salim 等^[18]基于三轴试验, 建立了破碎指标 B_g 与剪应变和平均正应力的关系。Jia 等^[19]认为颗粒破碎不仅发生在三轴剪切过程中, 试样振动压实放入三轴仪同样会产生明显的颗粒破碎, 并基于塑性功建立了三轴剪切作用下破碎指标 B_r 的变化规律。

以上的研究主要针对不同力学状态下破碎指标的变化, 而就堆石料本身而言, 颗粒破碎引起级配分布的变化。很少有涉及级配与剪应变、平均正应力的变化规律。朱俊高等^[20]、郭万里等^[21]基于一个双参数的级配方程, 提出了实现“应力应变—破碎指标—级配分布 (SBG)”转换的模型。其模型理论清晰, 但是在实现“破碎指标—级配分布”转换时, 双级配参数造成计算量大不易求解。本文在其基础上改进, 将分形分布用于堆石料颗粒破碎的研究, 建立一个便于运算的“应力应变—破碎指标—级配分布 (SBG)”模型。

1 破碎指标与级配分布的关系

1.1 级配的定量表示方法

关于堆石料颗粒破碎的研究已经取得众多成果, 但大多数研究是针对“应力应变—破碎指标”的关系, 通过引入适当的破碎指标来定量表示不同力学状态下颗粒破碎的程度。而对于堆石料整体而言, 其最直观的物理变化就是级配的改变。如果可以建立“应力应

变—级配分布”的转换模型, 就可以从本质上反映颗粒破碎作用下堆石料性能的变化。

模型的建立首先需要解决级配分布的定量表示, 大量学者根据级配的分布特性建立了众多的级配方程, 其中以 Talbot 等^[22]提出的分形级配方程和朱俊高等^[20]提出的双参数级配方程应用最为广泛。相比之下, 双参数级配方程由于受两个级配参数共同控制, 在进行级配拟合时, 其精度略高于分形级配方程。

郭万里通过引入双参数级配方程, 构建了一个“应力应变—破碎指标—级配分布”的转换模型, 其模型在理论上是可以应用的。然而, 该模型在进行“破碎指标—级配分布”转化时, 需要构建两个破碎指标从而建立两个方程来求解级配参数。无论是破碎指标 B_w 还是 B_g , 与级配参数的转换公式都是十分复杂的, 方程组不便求解, 而造成求解问题出现的主要原因是级配方程形式复杂且存在两个参数。

考虑到分形级配方程形式简单、参数单一, 且在研究土体级配分布中得到广泛应用。本文将基于分形级配方程, 并结合已有三轴剪切下堆石料的颗粒破碎成果, 构建一个便于应用的“应力应变—破碎指标—级配分布”模型。

基于分形理论, Talbot 等提出的分形级配方程^[22]:

$$P = \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^{3-D} \times 100\% \quad (1)$$

式中 D 为分形维数, P 为小于某粒径 d 的累计含量, d_{\max} 为最大粒径。

为了说明用分形级配方程定量表示堆石料级配时, 具有充足的准确性, 本文对古水、马吉、如美、茨哈峡堆石料分别进行了拟合, 如图 1 所示。4 种堆石料的级配分布与拟合曲线吻合良好, 仅仅是茨哈峡堆石料出现略微偏差, 拟合参数见表 1。茨哈峡堆石料的相关系数的平方 R^2 为 0.98, 其他堆石料为 0.99。

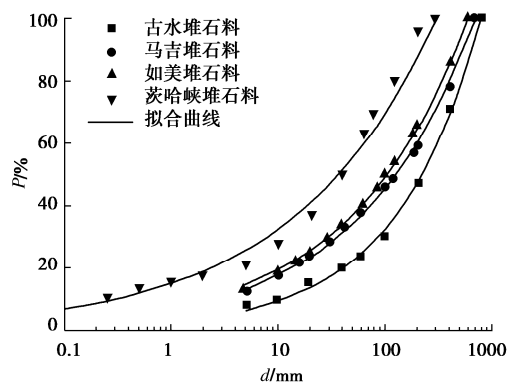


图1 不同堆石料的拟合结果

Fig. 1 Fitting results of different rockfills

表 1 不同堆石料的拟合参数
Table 1 Fitting parameters of different rockfills

土体类型	d_{\max}/mm	D	R^2
古水堆石料	800	2.46	0.99
马吉堆石料	700	2.59	0.99
如美堆石料	600	2.60	0.99
茨哈峡堆石料	300	2.67	0.98

虽然以上的拟合效果良好,但有学者发现分形级配方程仅仅适合拟合双曲线型级配分布,对反 S 型级配分布不适用^[14, 20]。基于此,本文对两种形状的级配分布进行拟合,如图 2 所示。分形级配方程对反 S 型级配分布的拟合效果较差。然而,笔者对实际工程中的堆石料级配进行筛查后,发现并没有反 S 型级配分布。主要原因是该形状的级配存在明显的粒组缺失,而实际工程中的堆石料为了获得高密实度,设计时不会出现粒组缺失现象。反 S 型级配分布仅仅出现在反滤料、砂土、黏土的设计中,故本文无需考虑拟合出现偏差的问题。

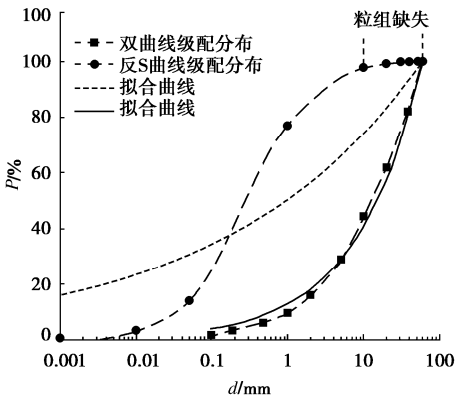


图 2 不同形状级配的拟合

Fig. 2 Fitting of different shape gradations

1.2 破碎指标的选择

颗粒破碎指标的选择是研究堆石料颗粒破碎的基础,意义明确的破碎指标可以很清晰地反映颗粒的破碎程度。本节对常用的破碎指标进行对比总结,并确定新模型所涉及的破碎指标。

常见的破碎指标基本可以分成 2 类:第 1 类为特定粒径 (d_{10} , d_{15} 等)和组合系数 (C_u , C_c),该类指标形式简单、便于计算,但所反映的破碎程度过于片面,难免以偏概全。第 2 类用各个粒组质量分数的总体变化衡量破碎程度。Marsal^[6]将各个粒组颗粒破碎前后质量分数的差值 (ΔW_k) 取绝对值求和,定义了破碎指标 B_g :

$$B_g = \sum |\Delta W_k| \quad (2)$$

Hardin^[7]根据颗粒破碎后级配的变化,认为所有

颗粒均具有破碎成微小颗粒的潜能,即级配曲线与 $P=100\%$ 完全重合,将初始级配与 $P=100\%$ 所围成的面积作为破碎潜能 S_p ,用试验后级配与初始级配所围成的面积作为颗粒破碎量 S_1 ,如图 3 所示,将 S_1 与 S_p 的比值作为破碎指标 B_r 。Einav^[8]认为颗粒破碎存在极限级配,将极限级配与初始级配所围成的面积作为破碎潜能,如图 4 所示,定义了破碎指标 B_E :

$$B_E = S_1 / S_p \quad (3)$$

理论上,破碎指标 B_r 与 B_E 的范围为 0~1,然而 B_r 不可能取到 1 甚至远小于 1,其反映的破碎程度仅仅在一个较小的区间内。相比之下,破碎指标 B_E 可以取到 0 和 1,指标值为 0 时表示颗粒未发生破碎,指标值为 1 时表示颗粒破碎达到最大程度。对于极限级配的确定,已有研究表明^[23-24],就实际工程中常规堆石料的级配范围而言,极限级配的分形维数趋近于 2.7。

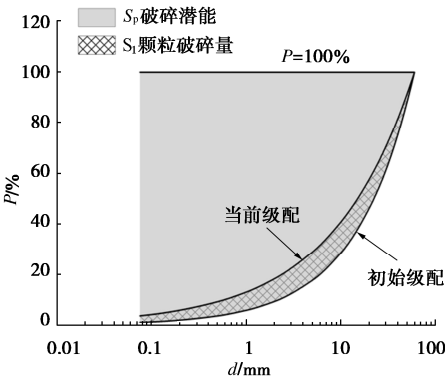


图 3 破碎指标 B_r 示意图

Fig. 3 Diagram of breakage index B_r

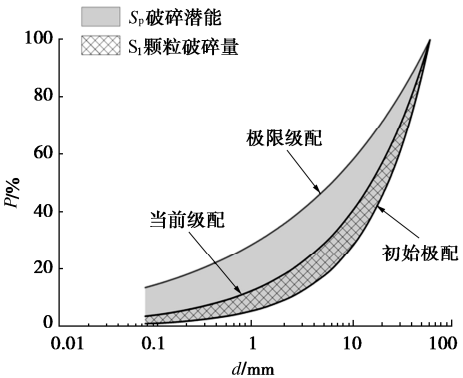


图 4 破碎指标 B_E 示意图

Fig. 4 Diagram of breakage index B_E

1.3 B_E 与分形维数的关系

根据破碎指标 B_E 的定义,只要可以计算不同状态下级配在 $P - \lg d$ 坐标下的面积,就可以实现直接求解。由于粒径 d 取不到 0 mm,故对 P 在区间 $[k, 1]$ 进行积分,然后将 k 趋近于 0 得到极限值,如图 5 所示。

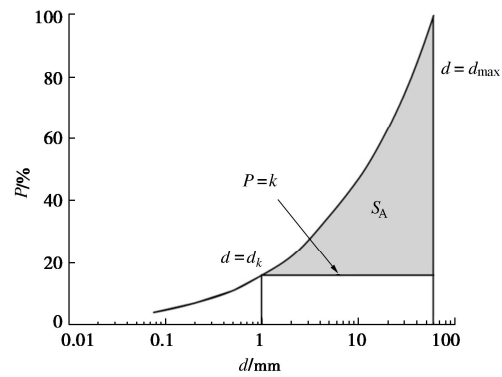


图 5 级配面积示意图

Fig. 5 Diagram of gradation area

级配曲线在 $P - \lg d$ 坐标下的面积:

$$S = \lim_{k \rightarrow 0} S_A = \int_k^1 (\lg d_{\max} - \lg d_k) dP \quad , \quad (4)$$

式中, d_k 为 $P=k$ 时所对应的粒径。

对分形级配方程进行变形, 可得

$$\lg d_{\max} - \lg d_k = -\frac{1}{3-D} \lg P \quad . \quad (5)$$

将式 (5) 代入式 (4), 可得

$$S = \frac{1}{\ln 10} \cdot \frac{1}{3-D} \quad . \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (3), 可得

$$B_E = \frac{(D_c - D_0)(3 - D_u)}{(D_u - D_0)(3 - D_c)} \quad . \quad (7)$$

式中 D_c 为当前级配的分形维数, D_0 为初始级配的分形维数, D_u 为极限级配的分形维数, 其中 D_0, D_u 为已知。故, 破碎指标 B_E 与当前级配的分形维数 D_c 之间一一对应的转换关系建立。

2 破碎指标与应力应变的关系

Jia 等^[19]通过对古水堆石料进行三轴固结排水剪切试验, 研究了堆石料在剪切过程中的颗粒破碎规律, 发现颗粒破碎率同时受剪应变 ε_s 和平均正应力 p 控制, 但没有提出相应的预测模型。本节基于文献^[19]的试验数据, 构建一个用于预测不同力学状态下破碎指标的模型。试验数据见表 2 (此处的破碎指标 B_E 与文献^[14]有所差别, 是采用不同级配方程求取级配面积造成的结果, 总体而言趋势相同)。

通过分析剪应变和平均正应力与 B_E 的关系, 得到一个可以定量表示 B_E 随剪应变和平均正应力变化的公式:

$$B_E = a[1 - \exp(-b\varepsilon_s)] \arctan(cp/p_a) \quad . \quad (8)$$

式中, 3 个参数可以直接通过拟合获得。另外, 在剪应力 - 剪应变试验曲线完整的情况下, 参数 b 可以通过临界状态直接确定。当土体受剪达到临界状态时, 平均正应力 p 保持不变而剪应变 ε_s 持续增大, 颗粒破碎量将趋近于恒定值。根据式 (8) 可知, 要想破碎指

标 B_E 趋近于恒定值, $[1 - \exp(-b\varepsilon_s)]$ 需要无限接近于 1。此处假设 $[1 - \exp(-b\varepsilon_s)] \geq 0.99$ 时, 土体达到临界状态。此时需满足 $b\varepsilon_s \geq 4.6$, 换句话说, 用 ε_{cs} 表示临界剪应变变:

$$b = 4.6 / \varepsilon_{sc} \quad . \quad (9)$$

表 2 三轴剪切过程中的颗粒破碎试验数据^[19]

Table 2 Test data of particle breakage during triaxial shearing ^[19]				
围压/kPa	剪应变 ε_s /%	平均正应力 p /kPa	D	B_E /%
0	0	0	2.2742	0
500	1.87	1242	2.2777	0.34
500	4.56	1422	2.3070	3.34
500	8.44	1494	2.3416	7.21
500	12.49	1469	2.3378	6.77
500	16.01	1420	2.3418	7.24
1000	1.75	2046	2.2891	1.48
1000	4.60	2343	2.3294	5.80
1000	7.20	2552	2.3657	10.16
1000	10.66	2534	2.3490	8.09
1000	15.19	2621	2.4026	15.14
1500	1.90	2760	2.3000	2.60
1500	7.34	3504	2.3913	13.55
1500	9.31	3596	2.3929	13.78
1500	12.47	3543	2.4180	17.40
1500	14.35	3602	2.4325	19.66
2000	1.85	3336	2.3009	2.70
2000	4.55	4064	2.3549	8.81
2000	7.26	4484	2.3901	13.39
2000	10.75	4653	2.4235	18.25
2000	13.76	4619	2.4386	20.63

受试验仪器的限制, 三轴剪切下的剪应变常常达不到临界值。根据已有研究^[25-26], 可以按下式计算临界状态的应力比 M_c 及相应的临界剪应变变:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= A \frac{C\varepsilon_s^2 + \varepsilon_s}{\varepsilon_s^2 + 1} \quad , \\ M_c &= AC \quad . \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中, A, C 为拟合参数。

本文提取了 Jia 等^[19]的三轴固结排水剪切试验的剪应力 - 剪应变曲线, 将应力比 η 和剪应变 ε 绘制成散点; 并根据式 (10) 进行拟合, 如图 6 所示。剪应变为 18% 时, 不同围压下的应力比 η 趋近于水平线, 且临界应力比 M_c 较为接近, 说明式 (10) 的正确性。临界剪应变 $\varepsilon_{cs}=18\%$, 根据式 (9), 参数 $b=25.6$ 。

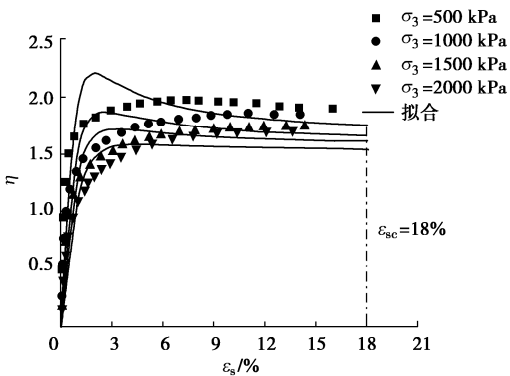


图 6 应力比 η 与剪应变 ε_s 的关系

Fig. 6 Test data and fitting curves of η and ε_s

将 $b=25.6$ 代入式 (8), 并对表 2 中的数据进行拟合, 如图 7 所示。图 7 中, $a=0.3257$, $c=0.0149$, 相关系数的平方 R^2 达到了 0.90, 表明模型具有较高的预测精度。

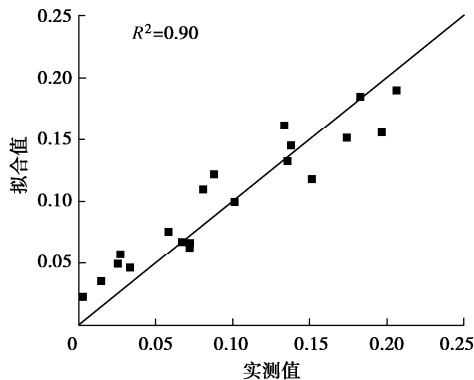


图 7 B_E 的实测值与拟合值

Fig. 7 Measured and fitting data of B_E

以上是对 Jia 等^[19]的数据进行建模和验证, 仅仅是对 1 组数据进行拟合不代表模型广泛的适用性, 此处又引用了郭万里^[27]的试验数据, 见表 3。利用式 (8) 对三轴剪切试验的数据直接进行拟合, 如图 8 所示。拟合参数 $a=0.3284$, $b=24.6$, $c=0.0727$, 相关系数的平方 R^2 为 0.95, 进一步论证了模型的适用性。

表 3 颗粒破碎试验数据^[27]

Table 3 Test data of particle breakage^[27]

围压/kPa	剪应变 $\varepsilon_s/\%$	平均正应力 p/kPa	$B_E/\%$
0	0	0	0
200	4.41	570	10.6
200	9.95	580	14.4
200	13.40	560	15.6
500	3.37	1140	11.6
500	7.53	1300	18.7
500	14.30	1320	23.1
1000	2.60	1800	12.2
1000	8.56	2370	26.0
1000	15.20	2480	32.1
1500	1.63	2160	13.2
1500	5.34	3010	30.2
1500	16.30	3570	41.4

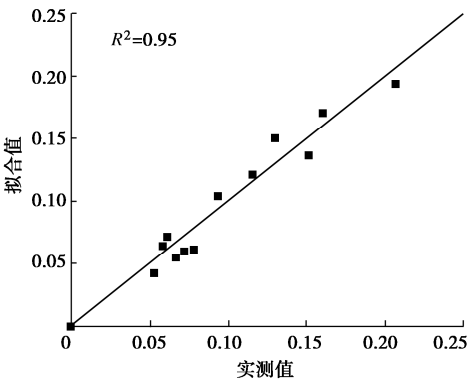


图 8 破碎指标 B_E 的实测值与拟合值

Fig. 8 Measured and fitting data of breakage indicator B_E

3 SBG 模型的验证

以上分别研究了“破碎指标—级配分布”、“应力应变—破碎指标”的关系, 本节将对以上转换关系联立, 对“应力应变—破碎指标—级配分布”模型进行验证。将表 2 中的数据通过式 (8) 进行拟合, 得到不同力学状态下预测的破碎率 B_E , 再根据式 (7) 计算相应的分形维数。对围压为 2000 kPa, 剪应变为 7.26%, 13.76% 的级配进行拟合, 结果如图 9 所示, 预测级配与试验后级配拟合良好。为了说明模型对所有数据的总体预测精度良好, 将所有 20 组实测级配的分形维数和模型预测得到的分形维数绘制于图 10, 可以看出实测值与拟合值的最大误差仅仅在 0.02 左右。故, 本文建立的“应力应变—破碎指标—级配分布”模型拥有良好的适用性。

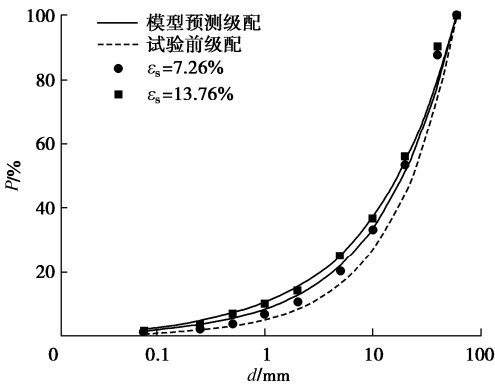


图 9 模型预测的级配与试验级配

Fig. 9 Gradation curves from test and prediction

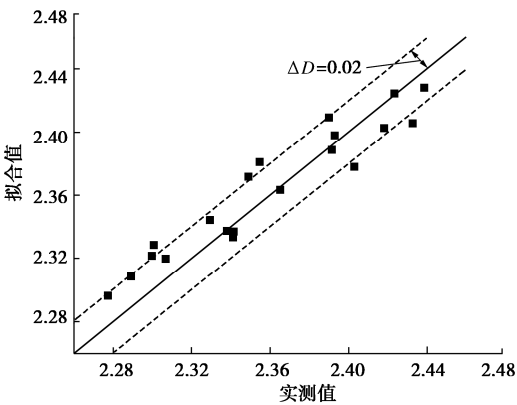


图 10 分形维数 D 的实测值与拟合值

Fig. 10 Measured and fitting data of fractal dimension D

4 结 论

本文基于分形级配方程, 研究了三轴剪切过程中颗粒破碎率和级配变化的一般规律, 建立了相应的“应力应变—破碎指标—级配分布 (SBG)”转换模型, 模型成功预测了不同力学状态下级配的变化。

(1) 用分形级配方程定量表示堆石料级配分布具有较高的准确性。虽然分形级配方程对反 S 型级配分布不适用, 但反 S 型级配分布存在明显的粒组缺失, 实际堆石料设计时不存在该形状的级配分布。

(2) 对比了常见的破碎指标, 认为 Einav 提出的破碎指标 B_E 最适合表示颗粒破碎率, B_E 的取值范围为 0~1, 指标值取 0 时表示未发生颗粒破碎, 指标值取 1 时表示颗粒破碎达到最大程度。

(3) 建立了一个可以定量表示破碎指标随剪应变和平均正应力变化的模型, 模型共有 3 个参数 a , b , c , 其中参数 b 与土体的临界状态有关, 由临界剪应变可以直接求得。对 2 组不同的三轴剪切试验数据进行拟合, 相关系数的平方均在 0.9 以上。

(4) 本文建立的 SBG 模型成功预测了不同力学状态下堆石料级配的变化。其使用方法简洁: 首先通过式 (8) 对试验数据进行拟合, 获得“应力应变—破碎指标”的转换; 然而按式 (7) 实现“破碎指标—级配分布”的转变。

参考文献:

- [1] 贾宇峰, 王丙申, 迟世春. 堆石料剪切过程中的颗粒破碎研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(9): 1692 - 1697. (JIA Yu-feng, WANG Bing-shen, CHI Shi-chun. Particle breakage of rockfill during triaxial tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(9): 1692 - 1697. (in Chinese))
- [2] TAPIAS M, ALONSO E E, GILI J. A particle model for rockfill behaviour[J]. Géotechnique, 2015, **65**(12): 975 - 994.
- [3] XIAO Y, LIU H L. Elastoplastic constitutive model for rockfill materials considering particle breakage[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(1): 04016041.
- [4] XIAO Y, LIU H L, DING X M, et al. Influence of particle breakage on critical state line of rockfill material[J]. International Journal of Geomechanics, 2016, **16**(1): 04015031.
- [5] 孔宪京, 刘京茂, 邹德高, 等. 紫坪铺面板坝堆石料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2014, **35**(1): 35 - 40. (KONG Xian-jing, LIU Jing-mao, ZOU De-gao, et al. Experimental study of particle breakage of Zipingpu rockfill material[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(1): 35 - 40. (in Chinese))
- [6] MARSAL R J. Large scale testing of rockfill materials[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1967, **93**(2): 27 - 43.
- [7] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(10): 1177 - 1192.
- [8] EINAV I. Breakage mechanics-part I: theory[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2007, **55**(6): 1274 - 1297.
- [9] 郭万里, 朱俊高, 王青龙, 等. 基于级配方程的粗粒料级配演化预测模型[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, **49**(8): 2076 - 2082. (GUO Wan-li, ZHU Jun-gao, WANG Qing-long, et al. Mathematical model based on the gradation equation for predicting gradation evolution of coarse-grained soils[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2018, **49**(8): 2076 - 2082. (in Chinese))
- [10] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(10): 1489 - 1495. (CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(10): 1489 - 1495. (in Chinese))
- [11] 张凌凯, 王睿, 张建民, 等. 考虑颗粒破碎效应的堆石料静动力本构模型[J]. 岩土力学, 2019, **40**(7): 2547 - 2554, 2562. (ZHANG Ling-kai, WANG Rui, ZHANG Jian-min, et al. A static and dynamic constitutive model of rockfill material considering particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(7): 2547 - 2554, 2562. (in Chinese))
- [12] 张季如, 张弼文, 胡泳, 等. 粒状岩土材料颗粒破碎演化规律的模型预测研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, **35**(9): 1898 - 1905. (ZHANG Ji-ru, ZHANG Bi-wen, HU Yong, et al. Predicting the particle breakage of granular geomaterials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, **35**(9): 1898 - 1905. (in Chinese))
- [13] 童晨曦, 张升, 李希, 等. 基于 Markov 链的岩土材料颗粒破碎演化规律研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(5): 870 - 877. (TONG Chen-xi, ZHANG Sheng, LI Xi, et al. Evolution of geotechnical materials based on Markov chain considering particle crushing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(5): 870 - 877. (in Chinese))
- [14] 吴二鲁, 朱俊高, 黄维, 等. 三轴剪切过程中粗粒料颗粒破碎变化规律研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(12): 2330 - 2335. (WU Er-lu, ZHU Jun-gao, HUANG Wei, et al. Evolution law of particle breakage of coarse-grained soil during triaxial shearing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(12): 2330 - 2335. (in Chinese))
- [15] 蔡正银, 李小梅, 关云飞, 等. 堆石料的颗粒破碎规律研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(5): 923 - 929. (CAI Zheng-yin, LI Xiao-mei, GUAN Yun-fei, et al. Particle

- breakage rules of rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(5): 923 - 929. (in Chinese))
- [16] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 等. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, **26**(4): 562 - 566. (LIU Han-long, QIN Hong-yu, GAO Yu-feng, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(4): 562 - 566. (in Chinese))
- [17] 高玉峰, 张 兵, 刘 伟, 等. 堆石料颗粒破碎特征的大型三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(5): 1237 - 1240, 1246. (GAO Yu-feng, ZHANG Bing, LIU Wei, et al. Experimental study on particle breakage behavior of rockfills in large-scale triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(5): 1237 - 1240, 1246. (in Chinese))
- [18] SALIM W, INDRARATNA B. A new elastoplastic constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(4): 657 - 671.
- [19] JIA Y F, XU B, CHI S C, et al. Research on the particle breakage of rockfill materials during triaxial tests[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(10): 04017085.
- [20] 朱俊高, 郭万里, 王元龙, 等. 连续级配土的级配方程及其适用性研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(10): 1931 - 1936. (ZHU Jun-gao, GUO Wan-li, WANG Yuan-long, et al. Equation for soil gradation curve and its applicability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(10): 1931 - 1936. (in Chinese))
- [21] 郭万里, 朱俊高, 钱 彬, 等. 粗粒土的颗粒破碎演化模型及其试验验证[J]. 岩土力学, 2019, **40**(3): 1023 - 1029. (GUO Wan-li, ZHU Jun-gao, QIAN Bin, et al. Particle breakage evolution model of coarse-grained soil and its experimental verification[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(3): 1023 - 1029. (in Chinese))
- [22] TALBOT A N, RICHART F E. The strength of concrete-its relation to the cement, aggregates and water[J]. Illinois Univ Eng Exp Sta Bulletin, 1923, **137**: 1 - 118.
- [23] YANG Z Y, JUO J L. Interpretation of sieve analysis data using the box-counting method for gravelly cobbles[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001, **38**(6): 1201 - 1212.
- [24] XIAO Y, LIU H L, YANG G, et al. A constitutive model for the state-dependent behaviors of rockfill material considering particle breakage[J]. Science China Technological Sciences, 2014, **57**(8): 1636 - 1646.
- [25] GUDEHUS G. A comprehensive constitutive equation for granular materials[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**(1): 1 - 12.
- [26] 贾宇峰, 迟世春, 杨 峻, 等. 粗粒土的破碎耗能计算及影响因素[J]. 岩土力学, 2009, **30**(7): 1960 - 1966. (JIA Yu-feng, CHI Shi-chun, YANG Jun, et al. Measurement of breakage energy of coarse granular aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(7): 1960 - 1966. (in Chinese))
- [27] 郭万里. 粗粒土颗粒破碎演化规律及本构模型研究[D]. 南京: 河海大学, 2018. (GUO Wan-li. Study on the Particle Breakage Evolution and Constitutive Model of Coarse-Grained Soils[D]. Nanjing: Hohai University, 2018. (in Chinese))