

DOI: 10.11779/CJGE202201011

# 基于加速度阵列反演循环剪应力-剪应变的 积分位移方法影响

王体强<sup>1</sup>, 王永志<sup>\*1</sup>, 陈 苏<sup>2</sup>, 段雪峰<sup>1</sup>, 袁晓铭<sup>1</sup>

(1. 中国地震局工程力学研究所地震工程与工程振动重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081)

**摘 要:** 基于加速度阵列的循环剪应力-剪应变反演分析方法被广泛用于原位场地观测和物理模型试验, 但积分位移方法、分布函数等关键因素的影响尚缺少认识。选取 4 种代表性一维剪切梁分布函数, 利用一组动力离心模型试验, 探讨了积分位移方法对反演剪应力、剪应变的影响特征与规律, 并分析了滞回圈和模量阻尼比的变化趋势。结果表明: ①积分位移方法对反演剪应力和剪应变影响显著, 采用积分位移方法处理后的加速度时程求取剪应力是有效保障滞回圈光滑性和闭合性的重要条件; ARI 与 USGS 方法相比, 后者对原加速度时程相位和幅值的影响不可忽略。②线性、三次样条、加权残差等 3 种剪切梁分布函数取得剪应力、剪应变结果十分吻合, 可忽略分布函数的影响, 而余弦法分布函数获得结果离散性较大, 不宜选取。③积分位移方法对剪切模量具有略微影响, 但对阻尼比影响较为显著, ARI 法获得阻尼比发展趋势符合一般规律认识, 而 USGS 法与之相悖。研究方法和结论, 为有效可靠获取原位场地、土工物理试验等循环剪应力-剪应变响应和验证本构关系模型, 提供了重要指导依据和方法支撑。

**关键词:** 加速度阵列; 循环剪应力-剪应变; 反演方法; 积分位移; 影响因素

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)01-0115-10

**作者简介:** 王体强(1992—), 男, 博士研究生, 主要从事动力离心模型试验测量与数据处理方法方面的研究。E-mail: wangtiqiang0313@126.com。

## Influences of integral displacement methods on inverse analysis of accelerograph arrays for cyclic shear stress-strain response

WANG Ti-qiang<sup>1</sup>, WANG Yong-zhi<sup>1</sup>, CHEN Su<sup>2</sup>, DUAN Xue-feng<sup>1</sup>, YUAN Xiao-ming<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 2. Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The inverse analysis of accelerograph arrays for cyclic shear stress-strain response is widely used in in-situ monitoring and physical model tests, but the influences of the key factors such as integral methods and distribution functions still lack knowledge. Four representative one-dimensional shear beam distribution functions are selected, and a set of dynamic centrifugal model tests are used to clarify the influences of the integral methods and distribution functions on the inverse analysis of shear stresses and shear strains, and the features of the acquired hysteresis loops and modulus damping ratios are further analyzed. The results show: (1) The integral methods exhibit a visible impact on the inversion of the shear stresses and shear strains, and using the acceleration curves processed by the integral methods to obtain the shear stresses is an important condition for effectively ensuring the smoothness and closure of the hysteresis loops. Compared with the ARI method, the USGS method has a non-negligible influence on the phase and amplitude of the original acceleration curves. (2) The shear stresses and shear strains obtained by the three shear beam distribution functions of linear, cubic spline and weighted residuals are very consistent, and the influences of the distribution functions can be ignored. However, the results obtained by the cosine method distribution function are relatively discrete, which is not suitable for selection. (3) The dependence of the shear modulus on the integral methods is slight, but the damping ratios are evidently affected. The development trend of the damping ratios obtained by the ARI method conforms to the general understanding, while the USGS method is contrary to it. The research methods and conclusions may provide important guidance and method support for effectively and reliably

基金项目: 中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项项目 (2019EEEEVL0203); 国家自然科学基金项目 (51609218); 黑龙江省自然科学基金项目 (YQ2019E035)

收稿日期: 2020-11-19

\*通信作者 (E-mail: yong5893741@163.com)

obtaining the cyclic shear stress-strain response of in-situ site and geophysical tests and verifying the constitutive relationship models.

**Key words:** accelerograph array; cyclic shear stress-strain; inverse analysis technique; integral displacement; influencing factor

## 0 引言

应力-应变本构关系是岩土力学与工程发展的重要基石,也是表征岩土体失效机制与破坏过程的内在形式<sup>[1-3]</sup>。但是土体的散粒状、多相耦合等特点,使其内部位移和应变的量测难度极大,目前尚缺少有效量测内部土体变形的手段。近几年发展起来的植入式光纤光栅变形量测技术虽得到一些应用,但也发现其测试结果受基底材质、封装方式等影响较大,特别是在动力作用下。基于加速度阵列的循环剪应力-剪应变反演分析方法,由于其为一种间接、有效手段且无需另外布设传感器,被广泛应用于原位场地地震监测、振动台模型试验和超重离心模型试验等方面,用于求取与分析土体内部循环剪应力-剪应变响应。

在此,对基于加速度阵列反演循环剪应力-剪应变分析方法的研究现状与应用成果,作扼要概述。Zeghal 等<sup>[4]</sup>假定土层剪切变形符合一维剪切梁模型,利用原位井下台站加速度阵列观测记录,率先提出了线性剪应力-剪应变反演分析方法。Elgamal 等<sup>[5]</sup>基于线性反演分析方法,探讨了神户岛港口原位场地的土体剪应力-剪应变响应特征。Davis 等<sup>[6]</sup>基于原位加速度阵列记录数据,提出了均质土和成层土的余弦剪应力-剪应变反演分析方法。陈国兴等<sup>[7]</sup>基于振动台模型试验,用线性反演分析方法,讨论了滤波器截止频率对剪应力-剪应变滞回圈的影响。杨耀辉等<sup>[8]</sup>基于加速度阵列获取了振动台模型试验试样内部土体的剪应力-剪应变滞回曲线,探讨了排水桩的抗液化性能。Brandenberg 等<sup>[9]</sup>基于离心模型试验加速度阵列数据,提出了加权残差剪应变反演分析方法。Kamai 等<sup>[10]</sup>和王永志等<sup>[11]</sup>利用动力离心模型试验加速度测试记录,对比了一维剪切梁服从不同分布函数形式下,反演剪应变求的变化特征与规律。综上,基于加速度阵列的循环剪应力-剪应变反演分析方法,许多学者取得了诸多具有开创性和富有价值的研究成果。但是,缺少积分位移方法,对剪应力、剪应变及滞回圈和模量阻尼比的影响特征与敏感性研究。

本文简要阐述基于加速度阵列的循环剪应力-剪应变反演分析方法,并归纳基本假定和适用条件;通过一组动力离心模型试验,对比不同积分位移方法和剪切梁分布函数对反演循环剪应力、剪应变的影响特征与规律,分析其成因与影响机制;并进一步获得滞回圈响应和模量阻尼比,探讨其发展趋势与变化特征,

给出积分位移方法及分布函数的选取依据。

## 1 一维剪切梁模型与适用条件

### 1.1 基本假定与适用条件

基于加速度阵列数据反演土体循环剪应力-剪应变关系,应满足以下基本假定:①将土层自下而上的循环剪切变形,概化为  $n$  节点的一维剪切梁模型,并视观测场地和土体模型为各向同性、均匀成层的半无限空间土体;②假定动荷载是由基岩和模型底部输入的一维上行剪切波,忽略 P 波、多维平面波等影响及其在土体边界和模型箱壁处的反射;③假定加速度传感器与土体同步运动且紧密接触,加速度传感器的偏转和沉降影响忽略不计;④假定土层变形过程中最小剪切波速、传感器布设间距和荷载最大频率的关系,应满足适用条件;⑤假定动荷载作用下土层处于不排水状态,即忽略孔隙率变化和土体变形及沉降的影响。

基于加速度阵列建立的反演剪应力-剪应变一维剪切梁模型如图 1 所示。其中,  $i$  为沿深度分布的不同位置加速度测点,自由地表为 0;  $a_i$  为测点  $i$  处记录的加速度幅值;  $Z_i$  为测点  $i$  处的埋置深度;  $\Delta Z_i$  为测点  $i-1$  和  $i$  处之间的深度差;  $\tau_i$  和  $\gamma_i$  分别为测点  $i$  处的剪应力和剪应变,其中自由地表的剪应力和剪应变均假定为 0,即  $\tau_0 = 0$ ,  $\gamma_0 = 0$ 。

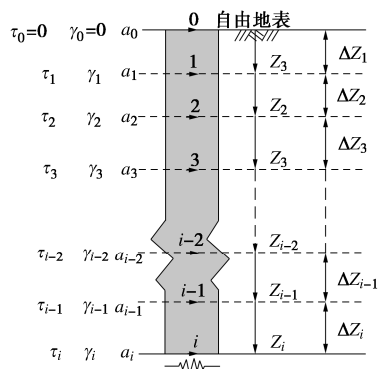


图 1 基于加速度阵列的一维剪切梁模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of one-dimensional shear beam model based on accelerograph arrays

根据动荷载输入波长,确定合理仪器布设间距是决定加速度阵列反演剪应力、剪应变可靠性的基本前提之一。基于振动波的传递完整性和周期信号的准确测试需求,理论上仪器布设间距应小于最短波长  $\lambda_{\min}$  的  $1/8$ ,而大于  $1/2$  时,分析方法将可能受到严重影响。因此,最大测点布设间距  $\Delta Z_{\max}$  与剪切波速度  $v_s$  和地震波最高频率  $f_{\max}$  的基本关系,应满足

$$\Delta Z_{\max} = \lambda_{\min}/8 = v_s/(8 \cdot f_{\max}) \quad (1)$$

举例说明: 若试验土体的最小剪切波速  $v_s = 100 \text{ m/s}$ , 输入地震动最大频率  $f_{\max} = 5 \text{ Hz}$ , 则根据式 (1) 可得加速度计布设间距不应大于  $2.5 \text{ m}$ 。

采样频率也是影响剪应力 - 剪应变求解准确性与可靠性的重要因素之一。一般而言, 常规实测地震动主频位于  $0.1 \sim 5.0 \text{ Hz}$ , 为保障测试信号的完整性, 若输入荷载的最高频率为  $5.0 \text{ Hz}$ , 按照一个周期 16 个采样点, 即信号幅值失真度为  $2.6\%$ , 对应系统采样频率应不低于  $80 \text{ Hz}$ 。若  $50g$  离心加速度条件下, 根据地震波频率相似关系 (50 倍), 系统采样频率应不低于  $4 \text{ kHz}$ , 且随着输入地震波频率和离心加速度的增大而增大。因此, 常规动力离心模型试验中数据系统采样率应  $\geq 5 \text{ kHz}$  为宜。

## 1.2 剪应力 - 剪应变分布函数

理论而言, 在任意时刻  $t$ 、任意深度  $z$  处的剪应力和剪应变的计算公式, 分别为

$$\tau(z, t) = \int_0^z \rho a(z, t) dz \quad (2)$$

$$\gamma(z, t) = \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \quad (3)$$

式中  $\tau(z, t)$ ,  $\gamma(z, t)$  分别为任意时刻  $t$ 、任意深度  $z$  处的剪应力和剪应变;  $a(z, t)$ ,  $u(z, t)$  分别为任意时刻  $t$ , 任意深度  $z$  处的加速度幅值和位移幅值, 位移可通过加速度记录二次积分得到;  $\rho$  为土壤密度。由式 (2) 可知, 剪应力由加速度和土壤密度的积在土层深度上积分所得; 由式 (3) 可知, 剪应变由位移在土层深度上微分所得。

实际上, 原位工程监测和物理模型试验中无法获得内部土体的位移信息, 且加速度仅能获得有限层数的离散化数据。为此, 学者们先后提出了若干种适于有限测点和离散数据的实用求解方法, 其中线性反演分析方法 (简称线性法) 率先由 Zeghal 等<sup>[4]</sup>提出, 其剪应力和剪应变计算公式为

$$\tau_i(t) = \sum_{k=1}^i \rho \frac{a_{k-1}(t) + a_k(t)}{2} \Delta Z_k \quad (i=1, 2, 3, \dots), \quad (4)$$

$$\gamma_i(t) = \frac{1}{\Delta Z_{i+1} + \Delta Z_i} \left[ (u_i(t) - u_{i-1}(t)) \frac{\Delta Z_{i+1}}{\Delta Z_i} + (u_{i+1}(t) - u_i(t)) \frac{\Delta Z_i}{\Delta Z_{i+1}} \right] \quad (5)$$

线性方法的剪应力以相邻两测点的平均加速度计算, 由自由地表向深度方向逐渐累加。剪应变以相邻 3 个测点位移的线性插值除以两段布设距离计算而得。

Davis 等<sup>[6]</sup>提出的余弦插值剪应力和剪应变反演

分析方法 (简称余弦法), 计算公式分别为

$$\tau(z, t) = \frac{\rho}{\kappa} \left( \alpha_1 \sin \kappa z + \frac{1}{2} \alpha_2 \sin 2\kappa z + \dots + \frac{1}{i} \alpha_i \sin i\kappa z \right), \quad (6)$$

$$\gamma(z, t) = -\kappa (\beta_1 \sin \kappa z + \dots + (i-1) \beta_{i-1} \sin(i-1)\kappa z). \quad (7)$$

式中  $\alpha_i$  和  $\beta_i$  为时间的函数, 由实测加速度瞬时值和积分位移瞬时值确定;  $\kappa$  为余弦参数,

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_{\text{trial}} & (i \cdot \kappa_{\text{trial}} < \kappa_N) \\ \frac{\kappa_N}{i} & (\text{其它}) \end{cases}, \quad (8)$$

式中,  $\kappa_{\text{trial}} = \frac{\pi}{2Z_{\max}}$ ,  $\kappa_N = \frac{\pi}{(\Delta Z_i)_{\min}}$ 。余弦法的原理是

基于测点的加速度及其二次积分位移, 沿深度对测点剪应力和剪应变进行余弦趋势拟合而获得连续变形函数, 从而可反演任意深度处的剪应力和剪应变。

三次样条插值方法 (简称三次样条法) 的基本思想与余弦法较为一致、首先, 利用各测点加速度和积分位移进行三次样条插值:

$$a(z, t) = a_i(z - Z_i)^3 + b_i(z - Z_i)^2 + c_i(z - Z_i) + d_i, \quad (9)$$

$$u(z, t) = e_i(z - Z_i)^3 + f_i(z - Z_i)^2 + g_i(z - Z_i) + h_i, \quad (10)$$

式中,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$ ,  $e_i$ ,  $f_i$ ,  $g_i$ ,  $h_i$  分别为任意时刻沿深度的三次样条插值常数, 然后再根据式 (2) 和 (3) 分别获取任意深度的剪应力和剪应变响应。

Brandenberg 等<sup>[9]</sup>提出了考虑不同布设间距和变形权重的加权残差法, 以降低不同布设间距对剪应变反演的稳定性影响。其剪应力的计算公式与线性法相同, 剪应变计算式为

$$\begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_0 \\ \vdots \\ \gamma_{i-1} \\ \gamma_i \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2(Z_1 - Z_0)(Z_1 - Z_0) & 0 & 0 & \dots \\ (Z_1 - Z_0)2(Z_2 - Z_0) & (Z_2 - Z_1) & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & (Z_{i-1} - Z_{i-2})2(Z_i - Z_{i-2}) & (Z_i - Z_{i-1}) \\ \dots & 0 & 0 & (Z_i - Z_{i-1})2(Z_i - Z_{i-1}) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u_1 - u_0 \\ u_2 - u_0 \\ \vdots \\ u_i - u_{i-2} \\ u_i - u_{i-1} \end{pmatrix} \quad (11)$$

该方法的不足之处是加速度传感器的测点数量  $\geq 5$  才能有效发挥作用。

## 1.3 积分位移方法

加速度时程的数据处理和积分位移方法是合理求取反演剪应力 - 剪应变关系的两个重要因素。针对强震观测、振动模型试验和结构抗震等位移问题, 目前国内外已先后发展了 30 余种加速度积分位移方法, 为探讨现有方法的准确性和可靠性, 笔者利用振动台试验成对获取多工况下加速度和位移实测记录, 验证了不同代表性方法积分位移的稳定性和精度, 证明了现有方法积分位移的精度和稳定性受滤波处理、人为干预等影响严重; 同时, 滤波处理还将导致峰值较大误差和相位不规则超前<sup>[12]</sup>。由此, 笔者开发了一种自适应鲁棒加速度积分位移新方法 (ARI 法), 其有效弥补

了现有积分位移方法中滤波处理和人为干预的不足,解决了滤波处理对位移峰值和相位不规则超前的不确定性影响,并提高了积分位移精度和广泛适用性<sup>[13]</sup>。

限于篇幅,为使研究成果具有代表性,本文选用国际通用、公认度高的 USGS 法<sup>[14]</sup>和解决了滤波环节导致较大峰值误差、相位不规则超前的 ARI 法,作为加速度时程的数据处理与积分位移方法,探讨积分位移方法对加速度阵列反演剪应力-剪应变的影响。

## 2 动力离心模型试验

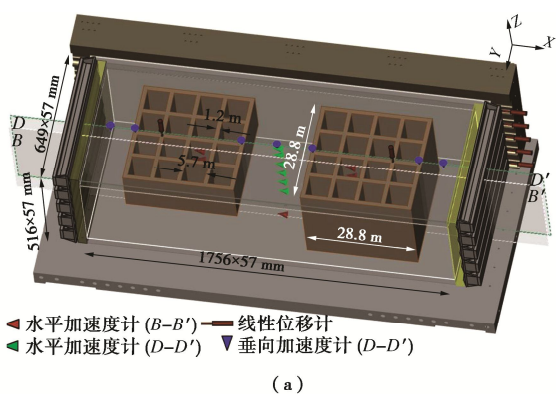
### 2.1 试验设备与模型设计

试验设备为加州大学戴维斯分校 (University of California, Davis) 半径 9.1 m 的大型动力离心机,如图 2 所示;试验模型为软黏土深层搅拌桩复合地基比尺模型,如图 3 所示,其包含 1 个悬浮型搅拌桩加固地基(简称 FG)和 1 个端承型搅拌桩加固地基(简称 EG),两地基均由  $4 \times 4$  个正方形栅格构成,对应原型墙厚 1.2 m、墙间距 5.7 m,模型设计、试验过程和试验结果详见文献<sup>[15, 16]</sup>。

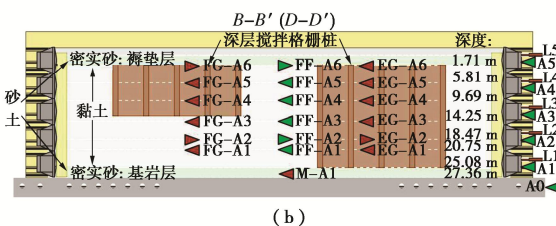


图 2 UC Davis 半径 9.1 m 大型动力离心机

Fig. 2 9.1 m-radius large dynamic centrifuge at UC Davis



(a)



(b)

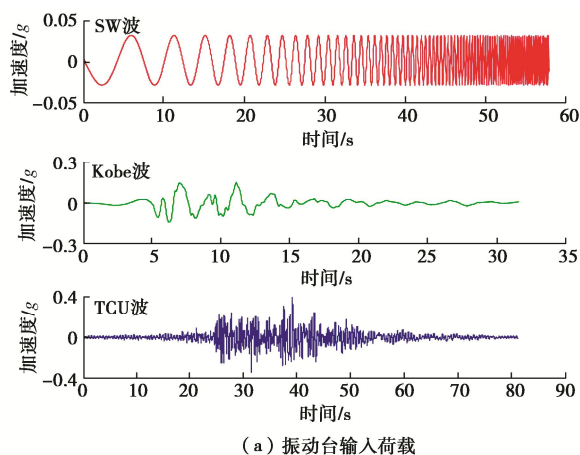
图 3 试验模型设计与测量传感器布设

Fig. 3 Model configuration and layout of instruments

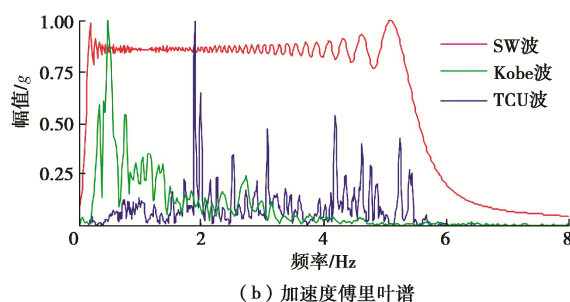
### 2.2 传感器布设和输入荷载

测量传感器布设如图 3 (b) 所示,在两模型内沿深度方向,分别布设了加速度传感器阵列 FG-A1~FG-A6 和 EG-A1~EG-A6,两阵列中各对应测点的布设高度相同。加速度传感器 M-A1 布设于模型箱底板,可作为基岩输入地震动。位移传感器 L1~L5 布设于剪切模型箱刚性叠层梁的端部外侧,并同位布设了加速度传感器 A1~A5,用于检验加速度积分位移方法的准确性与可靠性,位移传感器型号 604R4KL.15 (法国 BEI),加速度传感器型号 352M54 (美国 PCB)。

试验在 57g 离心加速度下开展,选用扫频波 (简称 SW)、Kobe 波和 TCU 波等 3 种振动荷载作为试验模型输入,输入振动荷载及其傅里叶幅值谱如图 4 所示,其中原型条件下,SW 波扫描频率为 0.12~5.84 Hz,采用恒定幅值 0.03g; Kobe 波以低频为主,为长周期地震波,最大幅值 0.18g; TCU 波以中高频为主,为短周期地震波,最大幅值 0.32g。除特别说明外,下文数据均为已经相似比换算后的原型数据。



(a) 振动台输入荷载



(b) 加速度傅里叶谱

图 4 振动台输入荷载及傅里叶谱

Fig. 4 Dynamic loadings and Fourier spectra

## 3 反演剪应力-剪应变时程与分布

### 3.1 加速度积分位移方法可靠性对比

采用模型箱刚性叠层梁布设的加速度和位移传感器的实测记录,对两种加速度积分位移方法的可靠性和精度进行验证。ARI 法采用自适应拟合函数和全时域积分获得积分位移,无人干预过程;而 USGS



法采用 Butterworth 高通滤波和半时域积分获得积分位移, 其需要人工设置滤波阶数和截止频率, 经过反复调试, 得到最佳阶数为 2, 截止频率为 0.35 Hz。

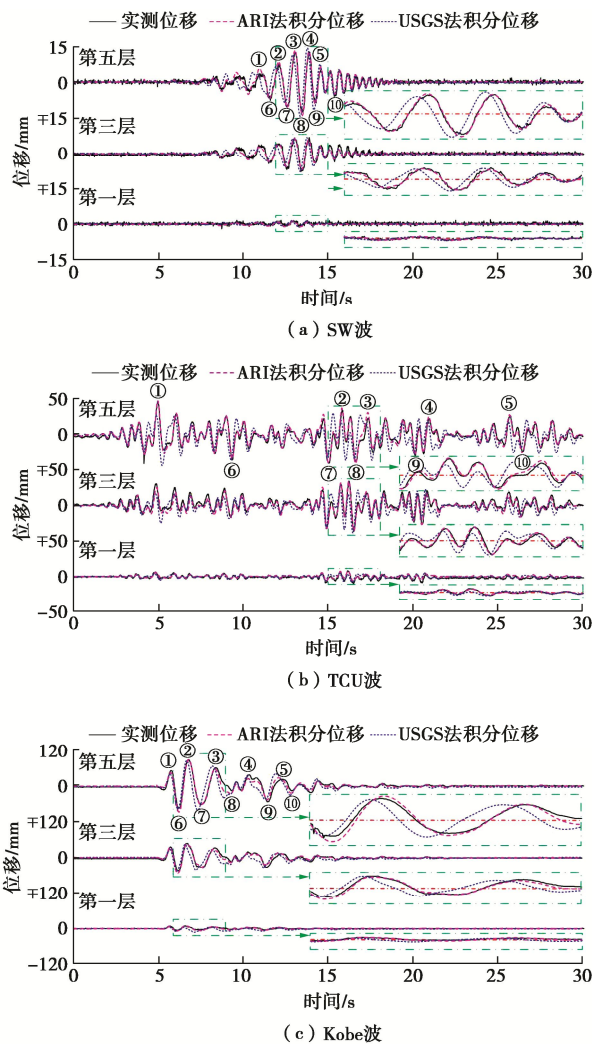


图 5 叠层梁的积分位移与实测位移对比

Fig. 5 Comparison between integral displacements and measured displacements of laminated beam

图 5 给出了 SW 波、TCU 波和 Kobe 波三条动荷载下, 自下而上第一、三、五层叠层梁上, ARI 法和 USGS 法两种方法积分与实测位移的对比结果。总体比较而言, ARI 法积分位移的稳定性和准确性明显优于 USGS 法, 以平均峰值误差和 Pearson 相关系数为衡量指标<sup>[13]</sup>, 定量分析积分位移方法的准确性。分别选取 3 条动荷载下各 10 个最大积分位移与实测位移峰值作差计算平均峰值误差, SW 波、TCU 波和 Kobe 波下, 计算所得 ARI 法的平均峰值误差分别为 8.08%, 6.43%, 9.75%; 而 USGS 法的平均峰值误差分别为 17.47%, 19.35%, 23.85%。同时, 以实测位移为基准, 计算所得 ARI 法积分位移的 Pearson 相关系数分别为 0.94, 0.96, 0.95, 而 USGS 法积分位移的 Pearson 相关系数分别为 0.57, 0.61, 0.54, 由此, 一定程度说

明了 ARI 法与 USGS 法相比, 显著提高了积分位移的可靠性和准确性。此外, 对比图 5 中局部放大图, 可发现 USGS 法由于滤波处理, 积分位移产生随机峰值误差和时程相位不规则超前, 在低频、大位移和宽频率荷载条件下尤其显著, SW 波、TCU 波和 Kobe 波下, ARI 法积分位移峰值最大时间迟滞分别为 13.7, 13.5, 41.0 ms, 而 USGS 法积分位移峰值最大时间迟滞分别为 146.8, 54.7, 259.9 ms。

### 3.2 反演剪应力的影响因素及敏感性

由式 (2) 可知, 反演剪应力由加速度求取, 而加速度时程在积分位移方法数据处理前后发生较大改变时, 将会造成反演剪应力和剪应变时程的相位不同步。但是, 这一问题常被学者们忽略, 而导致反演剪应力-剪应变滞回圈扭曲和偏移, 甚至失真。因此, 积分位移数据处理方法和剪切梁分布函数是探讨反演剪应力的稳定性和可靠性时, 值得研究的两个基本因素。

本文将以实测加速度和 ARI 法、USGS 法处理后的加速度求取的反演剪应力作对比, 以探讨积分位移方法对反演剪应力时程及沿深度变化的影响。图 6 为 FG 模型在 0.32g TCU 波下, 基于 FG-A1~FG-A6 阵列实测加速度和积分位移方法处理后的加速度, 由三次样条剪应力分布函数求解的反演剪应力时程对比。观察图 6 不难发现, ARI 法处理后加速度的反演剪应力时程与实测加速度的反演剪应力时程十分吻合, 表明 ARI 法数据处理对加速度时程造成的变化十分微小, 在不同埋深的剪应力时程中, 两者峰值最大偏差仅 7.46%, 原因是 ARI 法采用时域拟合函数处理, 有效解决了频域滤波后加速度时程各点的相位不同步问题。而 USGS 法处理后加速度的反演剪应力与实测加速度的反演剪应力时程相比, 在不同埋深下均呈现出清晰的不规则峰值误差和相位超前, 部分时刻点甚至出现  $90^\circ \sim 180^\circ$  相位差, 其必然对反演剪应力-剪应变的滞回圈形状和特征产生影响; 两者剪应力峰值最大偏差达 98.41%, 峰值最大时间迟滞达 54.7 ms。

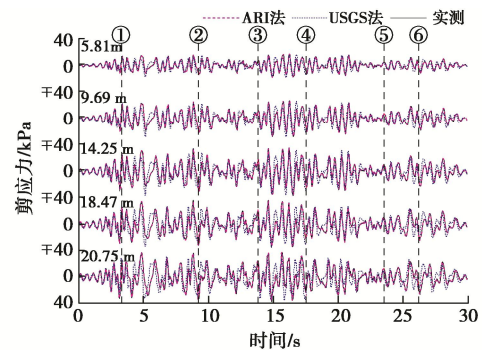


图 6 积分位移数据处理方法对反演剪应力时程影响

Fig. 6 Influences of integral displacement methods on inverse analysis of shear stress time series

同时,图7给出了对应图6不同时刻的剪应力沿深度分布,可发现3种条件下的反演剪应力沿深度呈现一致增长趋势,但是,USGS法处理后加速度的反演剪应力幅值与实测加速度的反演剪应力幅值存在凸出、不规律偏差,对剪应力沿深度的分布认识和量化研究造成严重影响。需说明,TCU波的频带较宽且成分相对丰富,故此,以TCU波下的试验数据作分析对象,以便清晰说明影响因素的作用特征与规律。

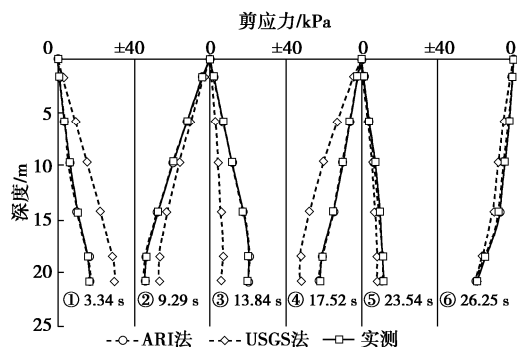


图7 积分位移数据处理方法对反演剪应力沿深度分布影响  
Fig. 7 Influences of integral displacement means on inversely calculated shear stress distribution along depth

一维剪切梁分布函数对反演剪应力影响的形式与敏感性,将采用线性法、余弦法和三次样条法进行探讨。FG模型在0.32g TCU波下,基于FG-A1~FG-A6阵列实测加速度数据,3种分布函数求取的剪应力对比如图8、9所示。对比图8不同埋深的剪应力时程和图9中不同时刻及不同大小剪应力沿深度分布,可发现3种分布函数反演的剪应力时程及其沿深度分布,未见明显差异且高度一致,说明一维剪切梁分布函数对反演剪应力的影响,可以忽略。

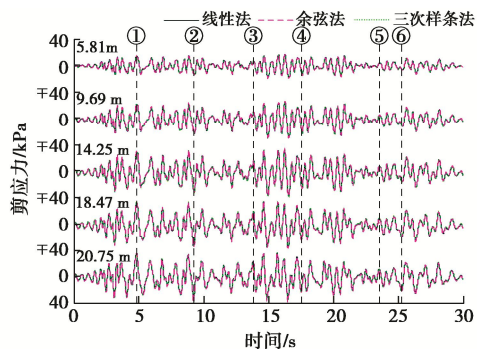


图8 一维剪切梁分布函数对反演剪应力的时程影响

Fig. 8 Influences of one-dimensional shear beam distribution functions on inversely calculated shear stress time series

综上,积分位移方法中对加速度时程的数据处理,可导致反演剪应力-剪应变时程发生严重的相位不同步问题,而可能严重影响反演剪应力-剪应变滞回圈的稳定性与可靠性。一维剪切梁分布函数对反演剪应

力的影响,根据不同埋深剪应力时程及其沿深度分布特征的结果表明,基本可忽略。

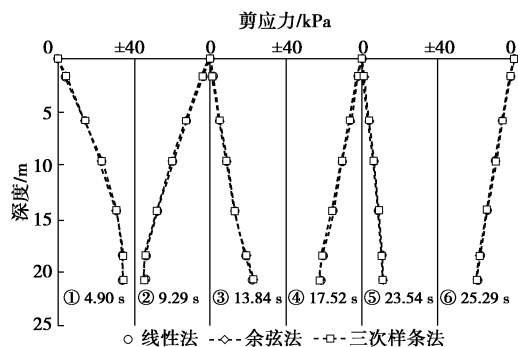


图9 一维剪切梁分布函数对反演剪应力沿深度的分布影响

Fig. 9 Influences of one-dimensional shear beam distribution functions on inversely calculated shear stress distribution with depth

### 3.3 反演剪应变的影响因素及敏感性

由式(3)可知,反演剪应变由不同分布函数利用加速度的积分位移求取。因此,一维剪切梁分布函数和加速度积分位移方法,是直接影响反演剪应变稳定性和准确性的两个重要因素。

一维剪切梁分布函数对反演剪应变的影响形式与敏感性,将采用线性法、余弦法、三次样条法和加权残差法等4种函数进行探讨。FG模型在0.32g TCU波下,基于加速度阵列FG-A1~FG-A6积分位移数据,求取的剪应变时程及其沿深度分布结果见图10、11,其中积分位移采用ARI法。从图10中不难发现,线性法、三次样条法和加权残差法在各埋深处求取的剪应变时程基本一致;而相比之下,余弦法求取的剪应变时程,呈现出“spike”(峰值猛增)现象,并随着深度增加而愈重,以致出现漂移与失真。

图11给出了对应图10不同时刻的剪应变沿深度分布对比结果,可发现线性法、三次样条法和加权残差法反演的剪应变,沿深度分布呈现一致增长趋势,幅值仅有略微差异,可以忽略不计。而余弦法的反演剪应变,沿深度分布呈现显著漂移现象,埋深14.25 m以下出现快速增长及突变,违背了土体剪切强度随着埋深增加而土体变形减小的一般规律性认识;并且埋深14.25 m以下,其剪应变还出现了不小于180°的相位反转,违背了一维剪切梁测点布距的适用条件,结果出现失真,其原因见文献[10]。需要说明,在FG模型中,由于埋深14.25 m以上土体进行了搅拌格栅桩加固及自由边界条件影响,所以,图11中14.25 m以上土体剪应变幅值整体小于14.25 m以下土体剪应变幅值。

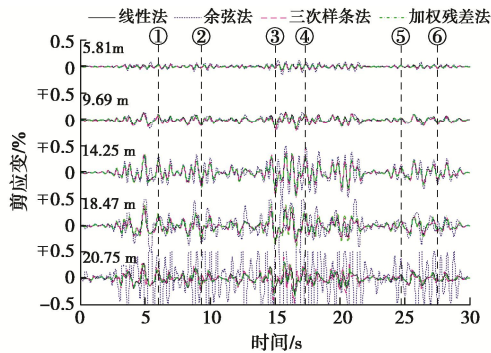


图10 一维剪切梁分布函数对反演剪应变的时程影响

Fig. 10 Dependence of inversely calculated shear strain time series on one-dimensional shear beam distribution functions

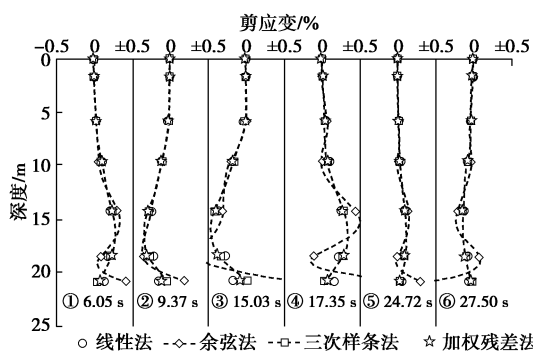


图11 一维剪切梁分布函数对反演剪应变随深度的分布影响

Fig. 11 Sensitivity of inversely calculated shear strain along depth to one-dimensional shear beam distribution functions

根据剪切梁分布函数对反演剪应变的影响分析, 选取三次样条法反演剪应变对积分位移方法影响进行探讨。图12给出了FG模型在0.32g TCU波下, 采用ARI法和USGS法积分位移求取的剪应变对比, 图13则给出了图12不同时刻的剪应变沿深度分布结果。

对比图12, 13中不同积分位移方法的反演结果, 可发现两种方法反演的剪应变时程差异显著, 尤其是埋深14.25 m以下发生非线性变形的未加固土体。图12中USGS法与ARI法反演的剪应变时程相比, 除不规则的峰值差异外, 还明显地出现了因加速度数据滤波而导致的剪应变时程相位不规则超前, 甚至部分时刻相位之差达 $90^\circ \sim 180^\circ$ 。同时, 对比图13中不同时刻剪应变在埋深10~20 m的分布, 可清晰地发现两种积分位移方法的剪应变幅值及分布, 存在显著差异, 剪应变峰值处最大偏差约85%。结合积分位移方法对反演剪应力的影响分析, 可得到的启示是: 若积分位移方法数据处理使加速度时程发生较大变化时, 宜采用处理后的加速度时程求取反演剪应力和分析剪应力-剪应变关系, 以降低与避免反演剪应力和剪应变时程相位不一致, 导致的滞回圈形状扭曲与失真。

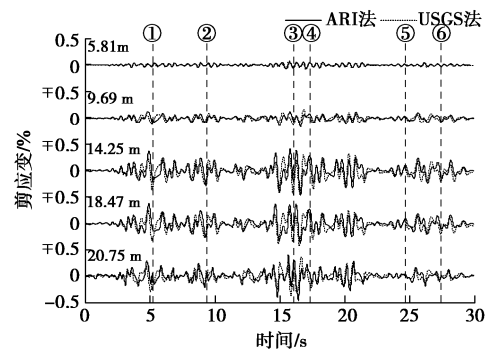


图12 积分位移方法对反演剪应变的时程影响

Fig. 12 Dependence of inversely calculated shear strain time series on integral displacement methods

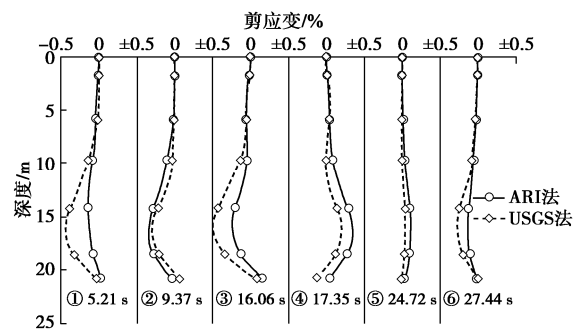


图13 积分位移方法对反演剪应变沿深度的分布影响

Fig. 13 Sensitivity of inversely calculated shear strain along depth to integral displacement methods

综上, 除余弦法分布函数获取的反演剪应变时程及沿深度分布出现漂移和失真外, 线性法、三次样条法和加权残差法获取的剪应变时程及沿深度分布十分一致, 幅值差异可忽略, 互证了反演结果可靠性。积分位移方法对反演的剪应变时程及沿深度分布具有显著影响, USGS法的反演剪应变时程与ARI法相比, 除不规则的峰值差异外, 还清晰地表现出各时刻的不规则相位超前。

## 4 滞回圈与模量阻尼比

为进一步认识积分位移方法对反演循环剪应力-剪应变的影响, 根据一维剪切梁分布函数对反演剪应力和剪应变影响的分析结果, 选取相对简单、高效的线性法求取剪应力和剪应变时程, 探讨积分位移方法对滞回圈特征的影响, 并求取剪切模量和阻尼比。

### 4.1 滞回圈特征

由上述剪应力和剪应变沿深度分布的结果可知, 埋深14.25 m以上土体由于搅拌格栅桩的加固效应, 基本呈线性响应。为认识不同应变下土体的非线性响应, 图14给出了FG模型在0.03g SS波、0.32g TCU波荷载下, 基于FG-A1~FG-A6阵列加速度数据, 获取的反演剪应力-剪应变滞回圈响应。从图14中ARI



法和 USGS 法的滞回圈特征对比, 不难得出 ARI 法的反演滞回圈在闭合性、连续性、光滑性等特征方面, 明显优于 USGS 法; 同时, USGS 法的反演滞回圈还出现了部分超闭合现象, 原因为实测加速度时程在 USGS 法滤波后, 发生各时刻点的不规则相位超前, 继而引起反演剪应变与剪应力相位不一致, 可由图 14 中单周滞回圈起点(箭头)至终点的相位变化速率证明。为进一步说明反演剪应力与剪应变时程相位一致(各点同步)的重要性, 图 14(b) 还给出了实测加速度反演剪应力与 USGS 法反演剪应变构成的滞回圈, 通过与 USGS 法滤波后的加速度反演滞回圈对比, 容易发现前者在滞回圈闭合性、连续性、光滑性等特征上出现严重损伤和失真, 验证了前述“当加速度时程在积分位移方法处理前后发生较大变化时, 宜采用处理后的加速度时程求取反演剪应力和分析剪应力-剪应变关系”建议的正确性。此外, 图 14 按时间序次给出的不同剪应变滞回圈, 也清晰地反映了土体的逐步非线性软化特征。

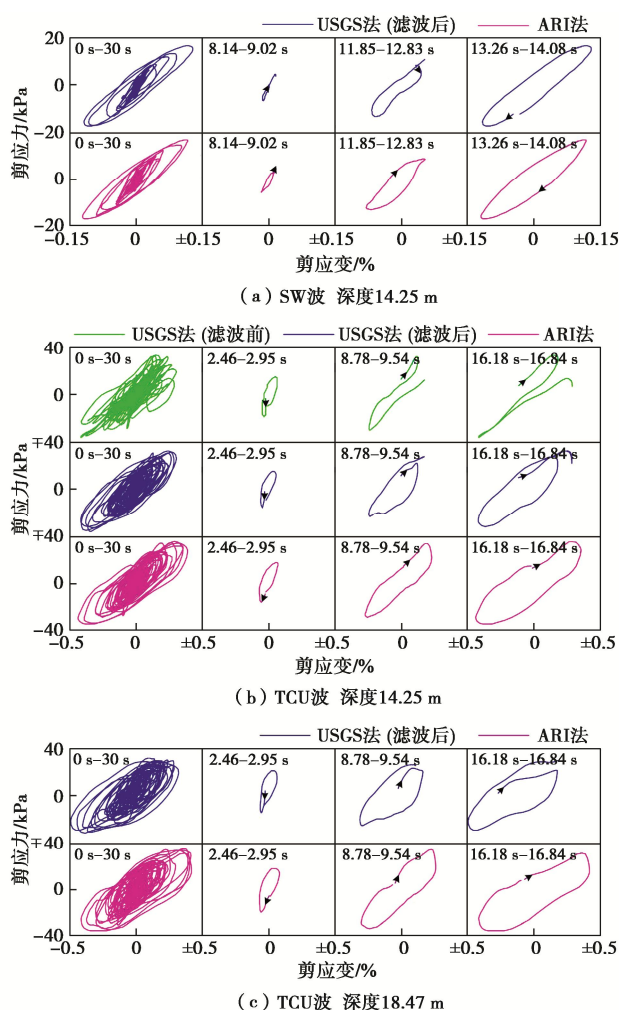


图 14 积分位移方法对反演滞回圈的特征影响(箭头为起点)

Fig. 14 Influences of integral displacement methods on characteristics of inversely calculated hysteresis loops

综上, ARI 法求取的滞回圈在闭合性、连续性、光滑性等特征方面, 明显优于 USGS 法, 原因在于其避免了滤波引起的加速度时程不规则峰值误差和相位超前。剪应力和剪应变的时程相位一致性, 对于合理和稳定求取滞回圈响应至关重要, 应选取积分位移方法处理后的加速度时程获取剪应力和滞回圈响应。

#### 4.2 剪切模量阻尼比

基于前面获取的滞回圈, 借鉴文献[17~19]的相关定义与计算方法, 以时间为序并在剪应变逐步增大形式下选取一系列滞回圈, 求取相应的剪切模量和阻尼比, 以探讨积分位移方法对剪切模量和阻尼比的影响。

图 15 给出了 FG 模型中基于两种积分位移方法反演的剪应力-剪应变滞回圈, 求取的埋深 9.69, 14.25, 18.47 m 处剪切模量随剪应变的变化结果, 对比可发现两种积分位移方法获取的剪切模量, 在数值上较相近, 且随剪应变增大而减小。同时, 3 种埋深处剪切模量相比, 在同等应变下随埋深增加整体上移, 这些特征均符合现有一般规律认识。采用 Hardin 双曲线模型<sup>[17]</sup>对反演的剪切模量进行拟合, 可发现反演的剪切模量数据均落于拟合曲线附近, 其中 ARI 法获得数据与拟合曲线相关系数  $R$  在 9.69, 14.25, 18.47 m 处分别为 0.90, 0.98, 0.99, 而 USGS 法获得数据与拟合曲线相关系数  $R$  分别为 0.83, 0.96, 0.98, 某种程度反映了 ARI 法反演的剪切模量数据更为稳定可信, 其离散性小于 USGS 法。剪切模量受积分位移方法的影响较小, 原因为剪切模量仅由平均剪应力与剪应变的斜率求取, 而受剪应力、剪应变幅值和滞回圈闭合性、光滑性、连续性等特征影响较小。

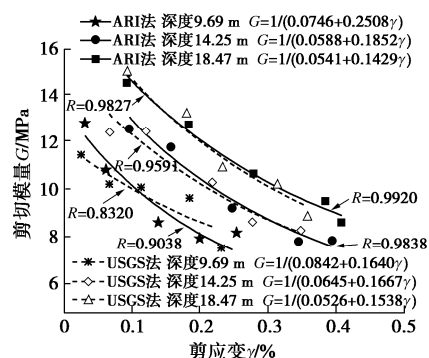


图 15 积分位移方法对剪切模量的影响及拟合曲线

Fig. 15 Dependence of inversely calculated shear modulus and fitting curves of integral displacement methods

图 16 为两种积分位移方法在 FG 模型埋深 9.69, 14.25, 18.47 m 处, 求取的阻尼比随剪应变的变化结果, 容易发现 USGS 法反演的阻尼比数据呈显著离散, 通过 Hardin 双曲线模型对阻尼比数据进行拟合, 可发



现 USGS 法在埋深 14.25 m 处反演的阻尼比随剪应变增大而呈减小趋势,与现有一般规律认识相悖。而 ARI 法反演的阻尼比数据相对稳定且趋势明显,阻尼比均随剪应变增大而减小,吻合现有一般规律认识,且数据较好地落于拟合曲线附近。此外,ARI 法获取的阻尼比数据与拟合公式相关系数  $R$ ,在埋深 9.69, 14.25, 18.47 m 处分别为 0.85, 0.97, 0.91,而 USGS 法的相关系数  $R$  分别为 0.27, 0.78, 0.89。阻尼比受积分位移方法的影响十分显著,甚至 USGS 法的阻尼比发展趋势与一般规律认识相悖,原因为阻尼比与滞回圈面积相关,其与滞回圈形状及闭合性、光滑性、连续性等关联密切。此外,上述结果也再次证明了反演剪应力和反演剪应变时程相位一致性的重要性。

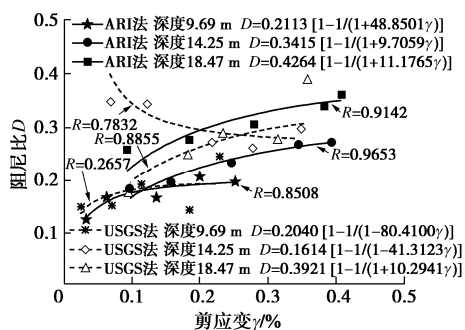


图 16 积分位移方法对阻尼比的影响及拟合曲线

Fig. 16 Dependence of inversely calculated damping ratios and fitting curves of integral displacement methods

综上,剪切模量受积分位移方法的影响较小,其随剪应变的变化趋势符合现有一般规律认识,ARI 法获取的剪切模量在数据离散和稳定性方面优于 USGS 法。阻尼比受积分位移方法的影响较大,USGS 获取的阻尼比呈显著离散,随剪应变的变化趋势与现有一般规律认识相悖;而 ARI 法获取的阻尼比离散相对较小,随剪应变的变化趋势吻合现有一般规律认识。

## 5 结 论

(1)剪应力对积分位移方法的加速度数据处理十分敏感,ARI 法处理前后由加速度反演获得的剪应力十分吻合,而 USGS 法滤波前后获得剪应力呈现显著的峰值误差和时间相位超前。剪应力对分布函数的敏感性较小,线性、余弦和三次样条等分布函数下获得反演剪应力时程及沿深度分布,未见明显差异。

(2)剪应变对不同积分位移方法表现出明显区别,USGS 法与 ARI 法相比反演的剪应变时程,除较大峰值误差外,还清晰地表现出不规则的各时刻相位超前。分布函数对剪应变的影响,除余弦法获得结果出现漂移和失真外,线性、三次样条和加权残差等分布函数获得剪应变基本一致,幅值差异可忽略,互证

了反演结果的可靠性。

(3)结合剪应力和剪应变受积分位移方法的影响特征与变化趋势,应采用积分位移方法处理后的加速度时程求取反演剪应力,以获得相位一致的剪应力与剪应变时程。同时,比较不同分布函数对反演剪应力和剪应变的稳定性影响,宜选取线性法、三次样条法和加权残差法等获取循环剪应力和剪应变。

(4)积分位移方法对滞回圈特征与形状影响较显著,并主要通过反演剪应力和剪应变时程的相位一致性影响,ARI 法与 USGS 法相比,在获得滞回圈闭合性、连续性和光滑性等方面,具有明显优势。USGS 法的加速度滤波过程导致了反演剪应力-剪应变时程的相位不规则超前,使滞回圈出现明显的超闭合现象。

(5)剪切模量对不同积分位移方法的表现差异较小,原因为剪切模量仅由平均剪应力与剪应变的斜率求取,而受剪应力、剪应变幅值和滞回圈的闭合、光滑、连续等因素影响较小。阻尼比对积分位移方法较为敏感,其中 ARI 法获得的阻尼比数据离散性较小且规律明显,与一般规律认识吻合;而 USGS 法的阻尼比数据离散性较大且规律较差,甚至与一般规律认识相悖。

## 参考文献:

- [1] 黄文熙. 土的弹塑性应力-应变模型理论[J]. 岩土力学, 1979, 1(1): 1-20. (HUANG Wen-xi. Theory of elastoplastic stress-strain model for soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 1979, 1(1): 1-20. (in Chinese))
- [2] 卢肇钧. 土的变形破坏机理和土力学计算理论问题[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(6): 65-74. (LU Zhao-jun. The failure mechanism of soils and its theoretical computations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(6): 65-74. (in Chinese))
- [3] 沈珠江. 土体结构性的数学模型——21 世纪土力学的核心问题[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(1): 95-97. (SHEN Zhu-jiang. Mathematical model of soil structure—the core issue of soil mechanics in the 21st century[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(1): 95-97. (in Chinese))
- [4] ZEGHAL M, ELGAMAL A W, TANG H T, et al. Lotung downhole array. II: evaluation of soil nonlinear properties[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 121(4): 363-378.
- [5] ELGAMAL A W, ZEGHAL M, PARRA E. Liquefaction of reclaimed island in Kobe, Japan[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(1): 39-49.

- [6] DAVIS R O, BERRILL J B. Rational approximation of stress and strain based on downhole acceleration measurements[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, **22**(8): 603 – 619.
- [7] 陈国兴, 王炳辉, 孙田. 饱和南京细砂动剪切模量特性的大型振动台试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(4): 582 – 590. (CHEN Guo-xing, WANG Bing-hui, SUN Tian. Dynamic shear modulus of saturated Nanjing fine sand in large scale shaking table tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(4): 582 – 590. (in Chinese))
- [8] 杨耀辉, 陈育民, 刘汉龙, 等. 排水刚性桩单桩抗液化性能的振动台试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(2): 287 – 295. (YANG Yao-hui, CHEN Yu-min, LIU Han-long, et al. Shaking table tests on liquefaction resistance performance of single rigid-drainage pile[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(2): 287 – 295. (in Chinese))
- [9] BRANDENBERG S J, WILSON D W, RASHID M M. Weighted residual numerical differentiation algorithm applied to experimental bending moment data[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(6): 854 – 863.
- [10] KAMAI R, BOULANGER R. Characterizing localization processes during liquefaction using inverse analyses of instrumentation arrays[M]//Meso-Scale Shear Physics in Earthquake and Landslide Mechanics. Boca Raton: CRC Press, 2009: 219 – 238.
- [11] 王永志, WILSON D W, KHOSRAVI M, 等. 动力离心模型试验循环剪应力-剪应变反演方法对比[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(2): 271 – 277. (WANG Yong-zhi, WILSON D W, KHOSRAVI M, et al. Evaluation of cyclic shear stress-strain using inverse analysis techniques in dynamic centrifuge tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(2): 271 – 277. (in Chinese))
- [12] 王体强, 王永志, 袁晓铭, 等. 基于振动台试验的加速度积分位移方法可靠性研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(增刊 1): 565 – 573. (WANG Ti-qiang, WANG Yong-zhi, YUAN Xiao-ming, et al. Reliability analysis of acceleration integral displacement method based on shaking table tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(S1): 565 – 573. (in Chinese))
- [13] 王体强, 王永志, 袁晓铭, 等. 自适应鲁棒加速度积分新方法可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, **40**(增刊 1): 2724 – 2737. (WANG Ti-qiang, WANG Yong-zhi, YUAN Xiao-ming, et al. A new type of adaptive robust acceleration integration approach and reliability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, **40**(S1): 2724 – 2737 (in Chinese))
- [14] CONVERSE A M, BRADY A G. BAP: Basic strong-motion accelerogram processing software; version 1.0[R]. U.S. Geology Survey, 1992, 92 – 296A.
- [15] 王永志, MOHAMMAD K, DANIEL W, 等. CDM 格栅复合黏土地基地震反应离心试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(10): 2394 – 2405. (WANG Yong-zhi, MOHAMMAD K, DANIEL W, et al. Centrifuge modeling of seismic response of soft clay grounds improved by CDM grids[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(10): 2394 – 2405. (in Chinese))
- [16] KHOSRAVI M, TAMURA S, WILSON D W, et al. Reduction of seismic shaking intensity on soft soil sites using stiff ground reinforcement—Report 2 & 3: Big centrifuge test data MKH01-MKH02[R]. 2014.
- [17] HARDIN B O, DRNEVICH V P. Shear modulus and damping in soils: design equations and curves[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1972, **98**(7): 667 – 692.
- [18] BRENNAN A J, THUSYANTHAN N I, MADABHUSHI S P. Evaluation of shear modulus and damping in dynamic centrifuge tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, **131**(12): 1488 – 1497.
- [19] AFACAN K B, BRANDENBERG S J, STEWART J P. Centrifuge modeling studies of site response in soft clay over wide strain range[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2014, **140**(2): 04013003.