

DOI: 10.11779/CJGE2021S1034

修正 Kozeny-Carman 方程预估黏土渗透系数的研究

刘海伟^{1,2}, 党发宁³, 田 威¹, 毛璐明⁴

(1. 长安大学建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 西安经济技术开发区管理委员会, 陕西 西安 710018; 3. 西安理工大学岩土工程研究所, 陕西 西安 710048; 4. 陕西省电力公司经济技术研究院, 陕西 西安 710075)

摘要: Kozeny-Carman 方程具有明确的物理意义被广泛用于粗粒土渗透系数的计算。为了提高其预估黏土渗透系数的准确度, 首先建立等径球形颗粒理论模型, 量化结合水占据总孔隙的份额, 计算结果表明黏土颗粒间的孔隙几乎都被结合水占据, 渗透性受到了极大的影响。然后利用界限含水率与结合水含量的关系, 得到了黏土液限含水率推求有效孔隙比的计算公式, 对常用的 Kozeny-Carman 方程进行修正。最后借助热失重试验测算出合肥黏土中结合水质量占液限的比例系数 α_0 , 选取合肥原状黏土的相关物理参数, 分别代入未修正和修正后的 Kozeny-Carman 方程中, 将得到的渗透系数计算值与室内试验的实测值进行对比, 发现经修正的 Kozeny-Carman 方程能较为准确地预估黏土渗透系数, 具有一定的实用性。

关键词: 饱和黏土; 等径球形颗粒理论模型; 有效孔隙比; 界限含水率; 热重分析试验; Kozeny-Carman 方程

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2021)S1-0186-06

作者简介: 刘海伟(1986—), 男, 博士, 主要从事岩土工程数值分析等方面的研究工作。E-mail: lhw_heavy@163.com。

Prediction of permeability of clay by modified Kozeny-Carman equation

LIU Hai-wei^{1,2}, DANG Fa-ning³, TIAN Wei¹, MAO Lu-ming⁴

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an, 710061, China; 2. Management Committee of Xi'an Economic & Technology Development Zone, Xi'an, 710018, China; 3. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 4. Shaanxi Electric Power Corporation Economic Research Institute, Xi'an 710075, China)

Abstract: The Kozeny-Carman equation has definite physical meaning, and can be widely used in calculating the permeability coefficient of sand. In order to improve the accuracy of using the conventional Kozeny-Carman equation to predict the permeability coefficient for saturated clay, firstly, the theoretical model for equal spherical particle is established, quantifying the share of absorbed water film occupied total pore space, so the permeability is greatly affected. According to the relationship between Atterberg limits and content of absorbed water film, the formula for calculating the efficient void ratio is derived by the liquid limit. Then, the conventional Kozeny-Carman equation is modified. Finally, the proportion coefficient of absorbed water quality to liquid limit in Hefei clay is calculated by thermal gravimetric tests. Substituting the relevant physical parameters of Hefei clay into the unmodified and modified Kozeny-Carman equation, by comparing the calculated permeability coefficient with the measured value of laboratory tests, the results show that the modified Kozeny-Carman equation can be more accurate for estimating the permeability coefficient of clay.

Key words: saturated clay; theoretical model for equal spherical particle; efficient void ratio; Atterberg limit; thermal gravimetric test; Kozeny-Carman equation

0 引言

对黏土而言, 由于颗粒很细小带电现象非常明显^[1], 在电场的范围内, 土颗粒四周吸附了一定厚度的水形成了结合水, 这部分结合水所占据的孔隙为无效孔隙。相较于砂土, 黏土中结合水占据的孔隙份额很大。

结合水的物理力学性质在岩土工程、油气井工程和土壤物理学等科研领域受到了广泛关注, 近年来国内外学者对它的形成、变化规律以及水合作用机理等

方面做了大量的研究^[2-4], 取得了丰硕的成果。Reddi 等^[5]用二维随机网络和分形理论计算黏土渗透系数; 何俊等^[6]以 Poiseuille 定律为基础计算膨胀土渗透系数的公式; 梁健伟等^[7]等从微电场效应出发, 探讨了极细颗粒黏土的渗流特性, 得到等效渗透系数的表达式。但以上这些表达式均存在所需参数无法简便获得的缺点, 实用性还有待进一步提高。

黏土的物理性质指标和物理状态指标可以通过室内试验测得, 本文旨在将这些较容易准确测得的参数与结合水的微观参数建立起联系, 通过对 Kozeny-Carman 渗透系数方程进行修正, 建立起既具有较为明确的物理意义, 又适用于黏土的渗透系数经验公式。

1 结合水对黏土渗透特性影响的研究

为了简单直观地揭示结合水对不同粒径土体渗透特性的影响, 假设土颗粒为大小均匀、连续分布的规则球体, 分别以疏松和紧密的状态分布于体积为 1 m^3 的立方体空间内, 如图 1 所示。

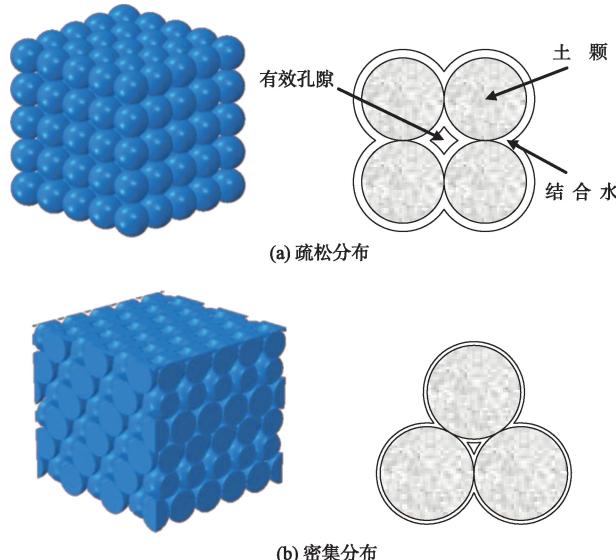


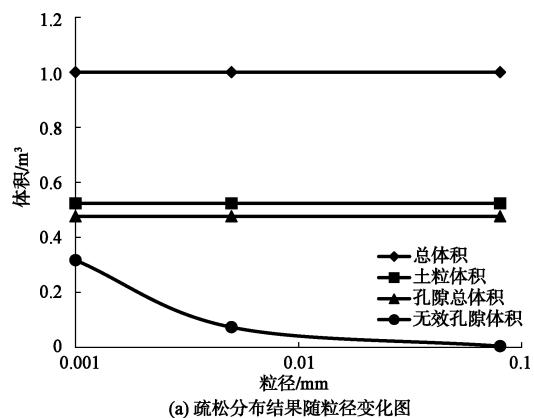
图 1 土颗粒分布状态

Fig. 1 Distribution of soil particles

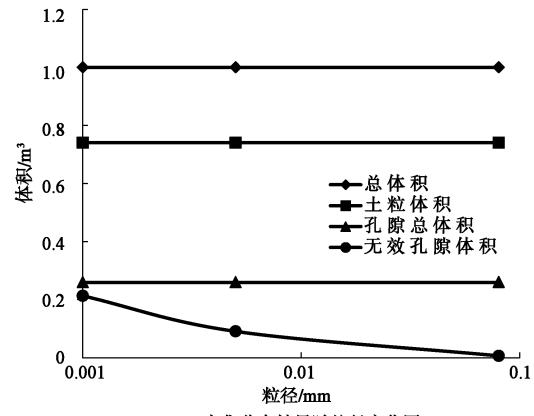
选取分界粒径, 0.075 mm 砂粒、 0.005 mm 粉粒和 0.001 mm 黏粒的均粒土体进行分析, 拟定无效孔隙对应的结合水厚度为 $0.12 \mu\text{m}$ ^[8]。计算中忽略半连通和不连通的孔隙, 仅考虑被结合水所占据的那部分无效孔隙。

针对以上不同粒径的经典球形颗粒模型, 将土颗粒总体积、孔隙总体积以及无效孔隙体积的计算结果随粒径变化的关系见图 2, 3。

观察图 2 不难发现, 在均粒土疏松分布的理论模型中, 土颗粒的总体积和孔隙总体积为相差不大的定值, 不随粒径变化而变化; 在密集分布的理论模型中, 土颗粒的总体积远大于孔隙的总体积, 且也几乎是一个定值。图 3 反映出: 虽然土颗粒的分布状态不同, 但在对数坐标中结合水占据的孔隙体积随着粒径的减小呈线性增大。黏土颗粒以最密集的排列方式分布于 1 m^3 的立方体空间内, 无效孔隙几乎占到了总孔隙的 82% 以上。



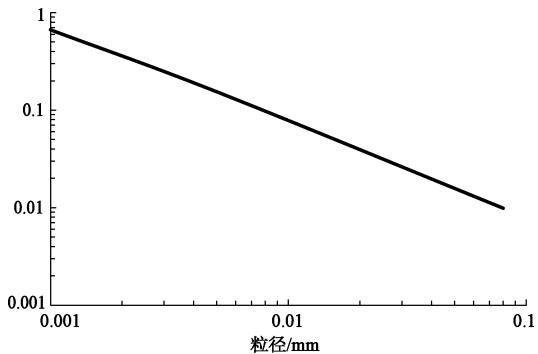
(a) 松散分布结果随粒径变化图



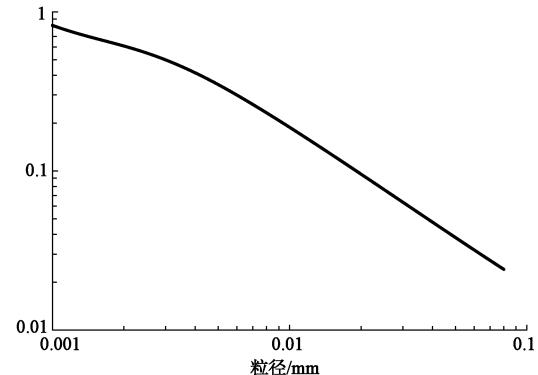
(b) 密集分布结果随粒径变化图

图 2 体积随粒径变化图

Fig. 2 Variation of volume with particle size



(a) 松散分布无效孔隙占据总孔隙的比率图



(b) 密集分布无效孔隙占据总孔隙的比率图

图 3 无效孔隙占据总孔隙的比率图

Fig. 3 Ratios of void pore to total pore

以上结果充分证明: 黏土中由于结合水的存在占据了大量的孔隙, 使得渗流的有效通道锐减, 这是黏土

孔隙比大,而其渗透系数反而小的根本原因。因此,简单地将推求粗粒土渗透系数的经验公式运用于黏土,计算结果必然会有很大的误差。必须进行修正,排除结合水占据的无效孔隙的影响,才能实现将经典的粗粒土渗透系数经验公式用于黏土渗透系数的预估。

2 修正 Kozeny-Carman 方程

Kozeny-Carman 方程,由 Kozeny 首次提出,随后 Carman^[9-10]对其进行了修正:

$$k = \frac{c\rho_w e^3}{S^2 \eta (1 + e)} \quad (1)$$

式中: ρ_w 为自由水的密度 (g/cm^3); c 为与颗粒形状及水的实际流动方向有关的系数,其值约为 0.125; S 为土颗粒的比表面积 (cm^{-1}); η 为自由水的动力黏滞系数 ($\text{g}\cdot\text{s}/\text{cm}^2$)。式(1)将渗透系数与多孔介质的物理性质建立了联系。

Carman 和许多国内外学者都将式(1)成功用于砂土渗透系数的计算,但用来预估黏土的渗透系数误差则较大。利用黏土的界限含水率计算得到有效孔隙比 e_u ^[11],用其替代 Kozeny-Carman 方程中的总孔隙比 e ,以此排除结合水产生的无效孔隙对黏土渗透性的影响。

则修正得黏土渗透系数经验公式:

$$k' = \frac{c\rho_w \left(e - \alpha_0 \frac{\rho_s}{\rho_{aw}} w_L \right)^3}{S^2 \eta \left(1 + e - \alpha_0 \frac{\rho_s}{\rho_{aw}} w_L \right)} \quad (2)$$

3 测算结合水占液限的比例系数 α_0

在选用修正后的 Kozeny-Carman 方程估算黏土渗透系数之前,首先需要明确结合水质量占液限的比例系数 α_0 。众所周知,黏土中存在有强结合水、弱结合水和自由水,这 3 种水形态不同性质也不同。在加热过程中,不同类型的水应该会在不同的温度区间内流失^[4,12]。

选取 7 个不同深度的合肥黏土试样,测定其液限分别为 38.7%, 35.9%, 32.2%, 42.0%, 35.6%, 41.9%, 50.3%。选取液限最大和最小的土样,保证它们达到液限含水率,制样完成后进行热重分析(TG)试验,根据不同的失重温度,界定黏土中“水”的类型,从而确定在液限含水率下黏土试样中强结合水、弱结合水和自由水的含量,最终计算出 α_0 。

3.1 试验设备

本试验选用的同步 TG-DSC 热分析仪是由耐驰公司生产的 STA 449 F3 Jupiter[®],如图 4 所示。它综合了高性能的热流型 DSC 与高灵敏度的天平,其天平系统具有漂移小、范围广等特点,能精确称重。



图 4 同步热分析仪

Fig. 4 Synchronous thermal analyzer

3.2 试验原理与方法

根据同步 TG-DSC 热分析仪输出的结果,以样品的质量百分数为纵坐标,横坐标为温度 T ,可以绘制出 T -G 曲线,即样品质量的变化量 G 随温度 T 变化的关系曲线。 T -G 曲线上的“平台”代表质量不发生变化的温度区间,两个平台之间的部分称之为“阶梯”,代表被测样品质量的变化区间,因此 T -G 曲线可以明确给出某一物质失重的温度与数量。

从两组试样中选取液限最大和最小的土样,分别是 HF-8(32.2%) 和 HF-23(50.3%),使它们达到液限含水率。取约 50 mg 的土样放入 Al_2O_3 的坩埚中,试验温度设定为从室温升高至 260°C,温度升高速率设置为 5 °C/min。整个试验中以 20 mL/min 的速率充入纯度为 99.99% 的氮气进行保护。

3.3 试验结果分析

试验完成后,根据输出数据绘制 HF-8 和 HF-23 的 T -G 曲线,如图 5 所示。

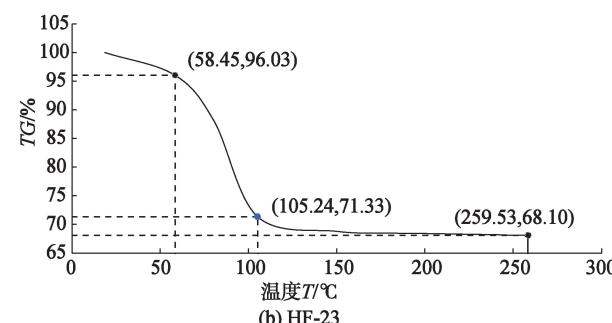
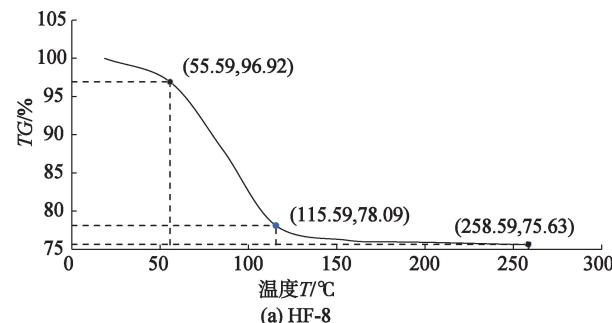


图 5 黏土热失重曲线

Fig. 5 Thermal gravimetric curve of clay

观察图 5 可以发现以下特点:在整个试验过程中,

表 1 热重分析结果

Table 1 Results of thermal gravimetric tests

试样 编号	自由水失重区间 /℃	自由水 /%	弱结合水失重区间 /℃	弱结合水 /%	强结合水失重区间 /℃	强结合水 /%
HF-8	RT ~ 55.59	3.08	55.59 ~ 115.59	18.83	115.59 ~ 248.59	2.46
HF-23	RT ~ 58.45	3.97	58.45 ~ 105.24	24.70	105.24 ~ 249.57	3.23

液限含水率低的 HF-8 热失重量为 24.37%; 液限含水率高的 HF-23, 热失重量为 31.9%。这是由于液限的高低可以反映出黏土中结合水含量的多少, HF-23 的结合水含量更高, 自然在温度不断变化中流失的质量多。

以上两个 T - G 曲线中, 均存在 2 个斜率发生变化的突变点, 通过对试验数据中每个温度对应的失重量, 找出突变点的位置并在图 5 中进行标注。这样就把每个 T - G 曲线划分为 3 个温度区间, 代表了黏土中 3 种不同“水”的热失重区间。

将 2 个土样中自由水、弱结合水和强结合水的失重区间和失重量总结于表 1。

表 1 中“RT”为室内温度。从表 1 可以看出: HF-8 和 HF-23 中的强结合水含量相差不大, 弱结合水含量的不同造就了液限的不同。

综合以上分析可认为: 受范德华力作用的自由水随着温度的升高会最先被脱去, 即黏土中自由水的失重温度区间为 20 ℃ ~ 60 ℃; 当温度升高到足以破坏氢键时, 弱结合水便会被脱去, 因此判断弱结合水的失重温度区间约在 60 ℃ ~ 110 ℃; 与弱结合水相比强结合水不仅受到氢键力的作用, 还受静电场力的作用, 因此强结合水最后被脱去, 它的失重温度区间大约在 110 ℃ ~ 220 ℃。

3.4 测算 α_0

根据热失重试验结果计算出自由水占液限含水率的比例, 则可确定结合水质量占液限的比例系数 α_0 。

液限 w_L 可以表示为

$$w_L = \frac{m_w}{m_s} \times 100\% \quad , \quad (3)$$

式中, m_w 为黏土处于液限时所有水的总质量, m_s 为黏土颗粒质量。

热失重试验中, 自由水的失重率 G 为

$$G = \frac{m_{fw}}{m} \times 100\% = \frac{m_{fw}}{m_s + m_w} \times 100\% \quad . \quad (4)$$

式(4)中, m_{fw} 为自由水的质量, m 为土体总质量。

将式(3)代入式(4)中, 可得

$$\frac{m_{fw}}{m_w} = G \frac{1 + w_L}{w_L} \quad . \quad (5)$$

则

$$\alpha_0 = \frac{m_{aw}}{m_w} = \frac{m_w - m_{fw}}{m_w} = 1 - G \frac{1 + w_L}{w_L} \quad . \quad (6)$$

利用式(6)可以得到 HF-8 和 HF-23 的 α_0 分别为 0.874 和 0.881。为了方便计算以及公式的统一, 将以上 4 个土样 α_0 的平均值 0.873 作为黏土中结合水占液限的比例系数, 即 $\alpha_0 = 0.873$ 。

4 算例

为了充分论证以上理论方法的正确性和适用性, 选取安徽省合肥市某城市轨道工程埋深 4 ~ 23 m 的黏土原状样, 取样深度分别为 4, 6, 8, 9, 11, 14, 23 m。首先对 7 个土样进行常规物理力学指标的测定, 把上节测算得到的 α_0 与相关参数代入修正后 Kozeny-Carman 方程中, 将计算得到的渗透系数与室内试验测得的数值进行对比分析。

从原状土样的不同部位处取下少许土体自然风干后碾碎, 过 2 mm 的筛。选用马尔文激光粒度分析仪, 测量 7 个土样的颗粒分布范围。为了确保试样在测量过程中被完全分散, 采用湿法进行测量, 分析结果如图 6 所示。

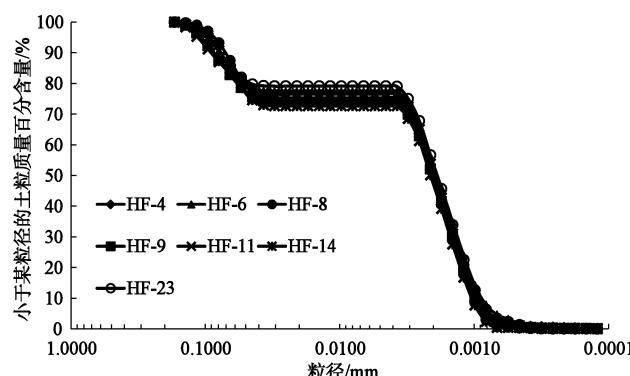


图 6 合肥黏土颗粒分布曲线

Fig. 6 Grain-size distribution curves of Hefei clay

观察图 6 可以发现, 合肥黏土的颗粒粒径主要分布在 0.0001 ~ 0.2 mm, 其中在 0.004 ~ 0.05 mm 的粒径区间内, 土颗粒的含量非常少, 粉粒与黏粒 (< 0.075 mm) 的含量均接近 90%, 有效粒径 d_{10} 极为接近, 都在 1 μm 左右。

按照《土工试验方法标准》对合肥黏土原状试样进行一系列的室内试验, 测量得到黏土渗透系数经验公式中的相关参数, 并利用南 55 型渗透仪通过变水头

渗透试验测得7个黏土样的渗透系数。现将这些常规物理力学指标归纳于表2中。

表2 合肥黏土的土工指标

Table 2 Properties of Hefei clay

试样 编号	相对质量密度 G_s	液限 w_L /%	天然孔隙比 e	渗透系数 k /(10^{-8} cm·s $^{-1}$)
HF-4	2.64	38.7	0.884	1.13
HF-6	2.69	35.9	0.964	1.55
HF-8	2.68	32.2	0.996	9.35
HF-9	2.55	42.0	0.981	5.72
HF-11	2.66	35.6	0.915	5.37
HF-14	2.52	41.9	0.933	1.95
HF-23	2.50	50.3	0.962	0.885

通过热重分析试验和相关计算,最终将 α_0 的取值确定为 0.873,可以得到合肥黏土不同深度土样的有效孔隙比;强结合水的密度约为 1.30 g/cm^3 ,弱结合水的平均密度约为 1.16 g/cm^3 ^[4],则本文将结合水密度 ρ_{aw} 统一取为 1.20 g/cm^3 ,将它们分别代入未修正和修正的 Kozeny-Carman 方程计算出渗透系数,结果见表3。

表3 合肥黏土渗透系数计算结果

Table 3 Calculated results of permeability coefficient of Hefei clay

试样 编号	有效孔 隙比 e_u	未修正 渗透系数 /(10^{-6})	修正渗 透系数 /(10^{-9})	实测渗 透系数 /(10^{-8})
HF-4	0.141	1.27	8.480	1.130
HF-6	0.261	1.28	39.800	1.550
HF-8	0.368	1.72	127.00	9.350
HF-9	0.202	1.65	23.800	5.720
HF-11	0.226	1.39	32.700	5.370
HF-14	0.165	1.46	13.400	1.950
HF-23	0.047	1.28	0.282	0.885

观察表3中渗透系数的结果,可以发现:若不考虑结合水的影响,直接将天然孔隙比代入 Kozeny-Carman 方程,合肥黏土 7 个不同深度土样的渗透系数计算结果均比室内试验测得的数值大 1 至 2 个数量级,有的甚至大了 1000 倍,说明未经修正的 Kozeny-Carman 方程并不适用于黏土。而利用有效孔隙比理论,将 Kozeny-Carman 方程修正后,得到 7 个土样的渗透系数计算值与室内试验的实测值相比,均在 7 倍以内,相差不大。从而验证了经修正的 Kozeny-Carman 方程能很好的适用于黏土渗透系数的计算。

5 结 论

本文从研究结合水对黏土渗透性质的影响出发,

修正了渗透系数经验公式 Kozeny-Carman 方程,得到了如下 4 点结论。

(1) 在最疏松和最紧密分布的两种经典球形颗粒理论模型中,结合水所占据的孔隙份量随着土颗粒粒径的减小而增大,揭示了黏土孔隙比大于砂土但渗透性远远弱于砂土的原因。

(2) 通过讨论界限含水率与结合水含率之间的关系,建立了利用易测宏观参数推求黏土有效孔隙比的公式,在此基础上修正了 Kozeny-Carman 方程。

(3) 从不同深度的合肥黏土试样中选取液限最大和最小的土样进行热失重试验,结合试验结果确定了结合水含量占液限的比例系数 α_0 。

(4) 选取合肥黏土原状土样的相关物理参数,分别利用未修正和修正后的 Kozeny-Carman 方程求得渗透系数的计算值,并将其与实测的平均值进行对比分析,验证了经修正的 Kozeny-Carman 方程适用于黏土渗透系数的计算。

参 考 文 献:

- [1] 谷任国,房营光. 极细颗粒黏土渗流离子效应的试验研究 [J]. 岩土力学, 2009, 30(6): 1595–1598. (GU Ren-guo, FANG Ying-guang. Experiment study on the ion effects on fine grained soil seepage [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(6): 1595–1598. (in Chinese))
- [2] SINGH P N, WALLENDER W W. Effects of adsorbed water layer in predicting saturated hydraulic conductivity for clays with Kozeny-Carman equation [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(6): 829–836.
- [3] 刘清秉,项伟,张伟锋,等. 离子土壤固化剂改性膨胀土的试验研究 [J]. 岩土力学, 2009, 30(8): 2286–2291. (LIU Qing-bing, XIANG Wei, ZHANG Wei-feng, et al. Experimental study of ionic soil stabilizer-improves expansive soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(8): 2286–2291. (in Chinese))
- [4] 王铁行,李彦龙,苏立君. 黄土表面吸附结合水的类型和界限划分 [J]. 岩土工程学报, 2014, 36(5): 942–947. (WANG Tie-hang, LI Yan-long, SU Li-jun. Types and boundaries of bound water on loess particle surface [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(5): 942–947. (in Chinese))
- [5] REDDI L N, THANGAVADIVELU S. Representation of compacted clay minifabric using random networks [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(11): 906–913.
- [6] 何俊,施建勇. 膨润土中饱和渗透系数的计算 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(增刊2): 3920–3925. (HE Jun, SHI Jian-yong. Calculation of saturated permeability of bentonite [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and

- Engineering, 2007, **26**(S2): 3920–3925. (in Chinese))
- [7] 梁健伟, 房营光. 极细颗粒黏土渗流特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(6): 1222–1230. (Liang Jian-wei, Fang Ying-guang. Experimental study of seepage characteristics of tiny-particle clay [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(6): 1222–1230. (in Chinese))
- [8] 崔德山, 项伟, 曹李靖, 等. ISS 减小红色黏土结合水膜的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(6): 944–949. (CUI De-shan, XIANG Wei1, CAO Li-jing, et al. Experimental study on reducing thickness of adsorbed water layer for red clay particles treated by ionic soil stabilizer [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(6): 944–949 (in Chinese))
- [9] CARMAN P C. Fluid flow through granular beds[J]. Trans Inst Chem Eng, 1937, **75**(1): 150–166.
- [10] CARMAN P C. Permeability of saturated sands, soils and clays[J]. Agric Sci, 1939, **29**(2): 263–273.
- [11] 党发宁, 刘海伟, 王学武, 等. 基于有效孔隙比的黏性土渗透系数经验公式研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(9): 1909–1917. (DANG Fa-ning, LIU Hai-wei, WANG Xue-wu, et al. Researching clayey empirical formula of permeability coefficient based on the theory of effective porosity ratio [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(9): 1909–1917. (in Chinese))
- [12] 王平全. 黏土表面结合水定量分析及水合机制研究[D]. 南充: 西南石油学院, 2001. (WANG Ping-quan. The Study for Quantitative Analysis of Water Absorbed on Clays and Their Hydration Mechanism [D]. Nanchong: Southwest Petroleum Institute, 2001. (in Chinese))

(编校: 孙振远)